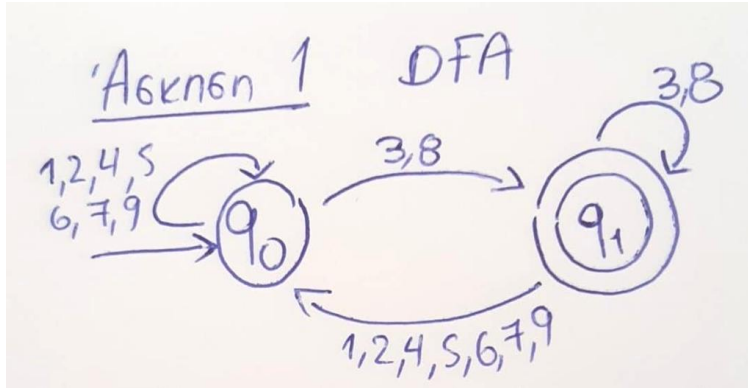


Άσκηση 1

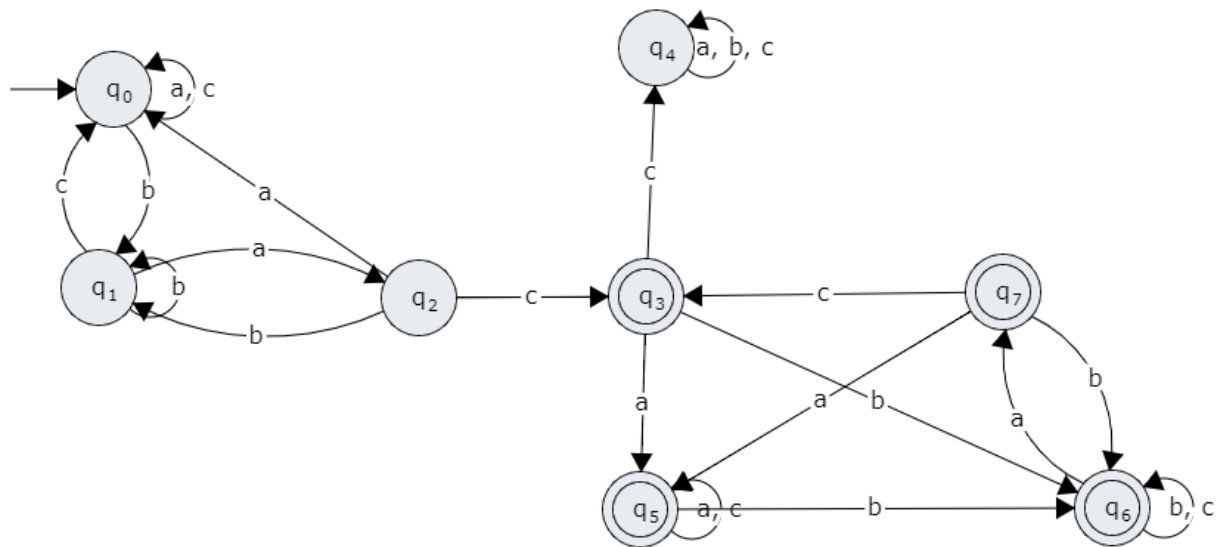
Για να φτιάξουμε το ζητούμενο πεπερασμένο αυτόματο, αρχικά πρέπει να καταλάβουμε ποιους αριθμούς πρέπει να αποδέχεται:

Ο ακέραιος n για να ισχύει $n \bmod 5 = 3$ αναγκαστικά το τελευταίο του ψηφίο είναι 3 ή 8. Συνεπώς :



Άσκηση 2

- i) L1: Η "w" περιλαμβάνει την συμβολοσειρά 'bac' και όχι την 'bacc'.
Αρχικά κατασκευάσα ένα DFA που δεν αποδεχόταν την συμβολοσειρά 'bacc' και έπειτα από το state q_4 συνέχισα το DFA ώστε να μπορέσει το αυτόματο να κάνει accept περιπτώσεις όπως $[(a+c)+(b+c)+[(b+)a+b*c](b+)ac(\dots)]$ δηλαδή σύμβολα μετά την συμβολοσειρά 'bac'.



L2: Η 'w' είναι δυαδική αναπαράσταση του ακεραίου της μορφής $4^k + 1$, $k \geq 1$.

Εάν μελετήσουμε την σχέση αυτή παρατηρούμε

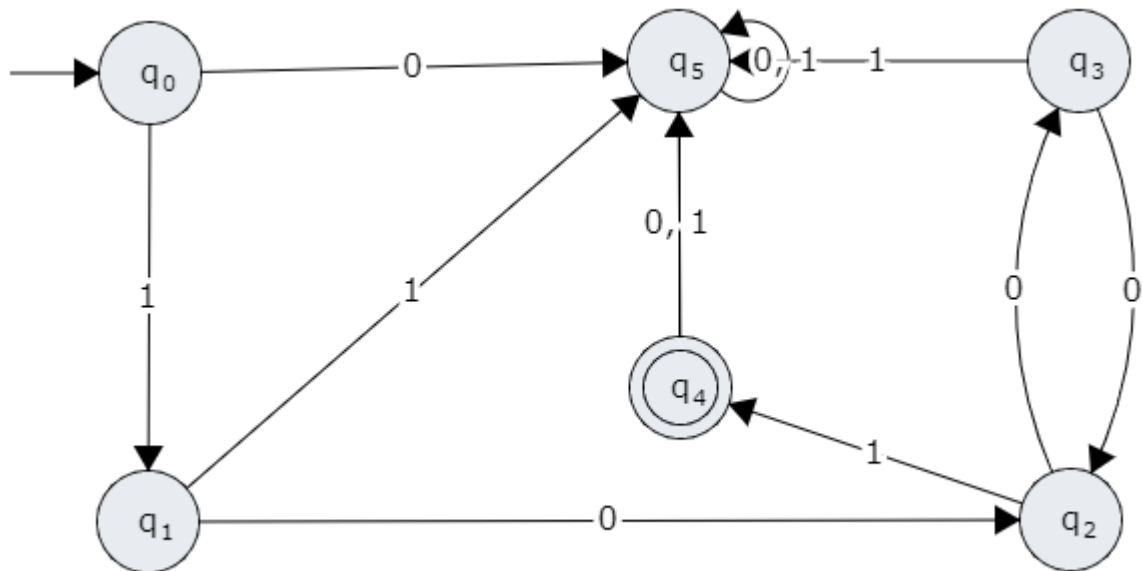
Για $k=1$: 101 (=5)

Για $k=2$: 10001 (=17)

Για $k=v$: $10^{2v+1}1$

Συνεπώς το αυτόματο που θέλουμε να φτιάξουμε πρέπει το πρώτο και το τελευταίο σύμβολο του ακερίου που θα δέχεται να είναι 1 και τα ενδιάμεσα να είναι περιττού αριθμού 0.

Άρα:

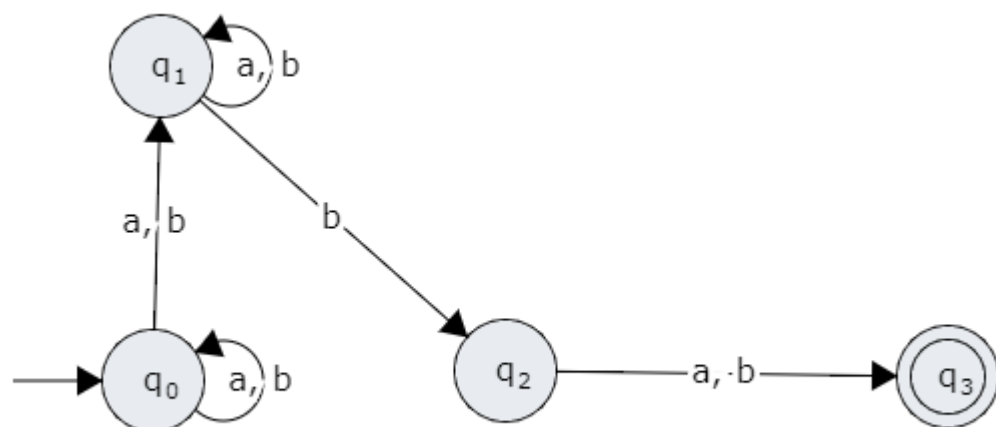


- ii) Κανονική παράσταση για την L1: Τεράστια και με πολλές επαναλήψεις. Μόνο με υπολογιστικό πρόγραμμα.

Κανονική παράσταση για την L2: Σύμφωνα και με τα παραπάνω:

$1(00)^*01$

- iii) NFA για την γλώσσα L3:



α) Η γλώσσα αυτή δεν είναι κανονική καθώς για να δουλέψει ένα τέλει αυτόματο θα έπρεπε να έχει μνήμη καθώς θα πρέπει να συγκρίνει τα 0 πριν το/α 1 είναι διαφορετικά από τα 0 μετά το/α 1

β) Όπως και στην ερώτηση α) τα 0 πριν και μετά το/α 1 πρέπει να είναι ίσα σε αριθμό συνεπώς, η χρήση κάποιο είδους μνήμης απαιτείται. Άρα η γλώσσα δεν είναι κανονική.

γ) Η γλώσσα είναι κανονική.

δ) Θα μπορούσαμε να την θεωρήσουμε κανονική καθώς ο αριθμός είναι τεράστιος, αλλά θεωρητικά δεν είναι καθώς χρειάζεται κάποιο είδος μνήμης ώστε να καταμετρά εάν τα στοιχεία ξεπερνούν αυτόν τον αριθμό.

Άσκηση 5

Τα σύνολα είναι κλειστά ως προς οποιαδήποτε πράξη εάν αυτή έχει ως αποτέλεσμα ένα στοιχείο που εμπεριέχεται στο σύνολο που ήδη ορίζει.

Όσον αφορά την Παράθεση είναι εύκολα να αποδείξουμε ότι η κλάση δύο γλωσσών είναι κλειστή ως προς την παράθεση:

Έστω δύο CF γλώσσες L_1 και L_2 :

L_1 G_1 : $V_1, T_1, P_1 Q_1$ αρχική κατάσταση

L_2 G_2 : $V_2, T_2, P_2 Q_2$ αρχική κατάσταση

Για την $L=L_1 * L_2$ μπορούμε να κατασκευάσουμε την εξής γραμματική:

G : $V=V_1+V_2 +Q, T= T_1+T_2, P= P_1+P_2 +Q$

Άρα το σύνολο των CF γλωσσών είναι κλειστό ως προς την παράθεση.

Όσον αφορά την Ένωση δύο CF γλωσσών ισχύει:

Έστω δύο CF γλώσσες L_1 και L_2 :

L_1 G_1 : $V_1, T_1, P_1 Q_1$ αρχική κατάσταση

L_2 G_2 : $V_2, T_2, P_2 Q_2$ αρχική κατάσταση

Για την $L=L_1+L_2$ μπορούμε να κατασκευάσουμε την εξής γραμματική:

G : $V=V_1+V_2 +Q, T=T_1+T_2, P=P_1+P_2 +Q$

Συνεπώς αφού η ένωση δύο CF γλωσσών μας δίνει CF γλώσσα το σύνολο των CF γλωσσών είναι κλειστό ως προς την πράξη της ένωσης.