

Συστήματα Αναμονής

Εργαστηριακές Ασκήσεις

3η Ομάδα Ασκήσεων

8 ^ο Εξάμηνο Η.Μ.Μ.Υ.	Αγγλογάλλος Αναστάσιος	031 18641
2021 - 2022		

Προσομοίωση συστήματος M/M/1/10

1. Χρησιμοποιήθηκε ο εξής κώδικας για το debugging :

```
%Debugging1
if transitions <= 30
    out = strcat("Current state is: ", int2str(current_state), " and total arrivals to this state are: ", int2str(arrivals(current_state+1)));
    disp(out);
endif
%End of Debugging1

if current_state == 0 || random_number < threshold % arrival
    total_arrivals = total_arrivals + 1;
    arrivals(current_state + 1) = arrivals(current_state + 1) + 1; % increase the number of arrivals in the current state
    flag = "arrival";
    if current_state < 10
        current_state = current_state + 1;
    endif
else % departure
    if current_state != 0 % no departure from an empty system
        current_state = current_state - 1;
        flag = "departure";
    endif
endif

%Debugging2
if transitions <= 30
    out = strcat("Next transition is: ", flag);
    disp(out);
endif
%End of Debugging2
endwhile
```

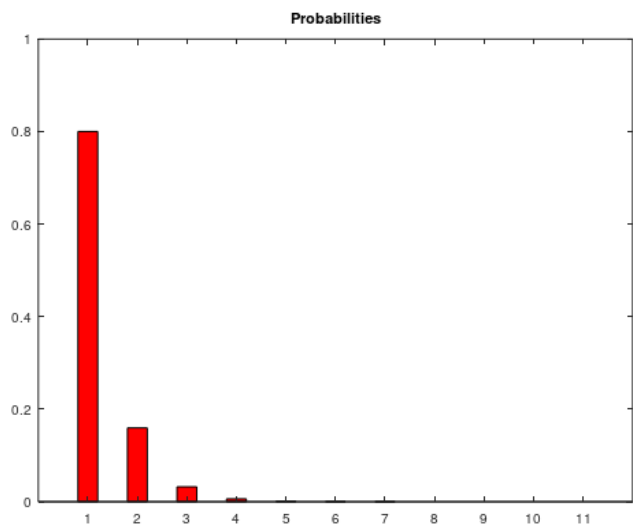
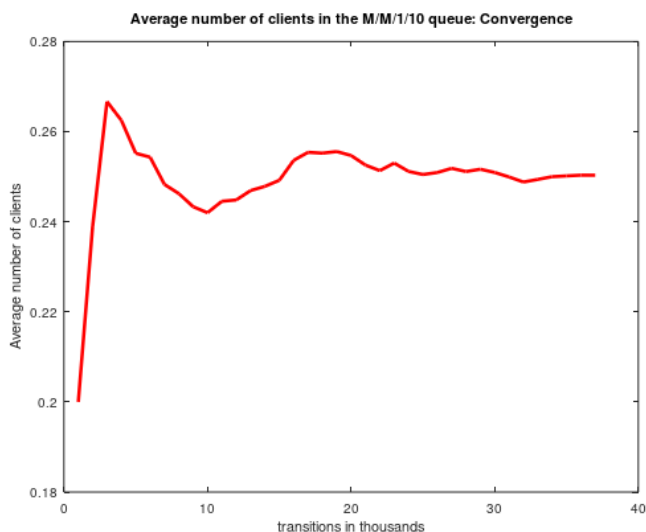
Ο κώδικας παράγει λεπτομερές trace των πρώτων 30 μεταβάσεων (transitions ≤ 30), και τυπώνει κάθε φορά την κατάσταση του συστήματος (current_state), το τι είδους θα είναι η μετάβαση θα είναι η επόμενη μετάβαση (arrival ή departure) και το συνολικό αριθμό αφίξεων στην παρούσα κατάσταση (arrivals(current_state+1)).

Μέρος του debugging για $\lambda=1$:

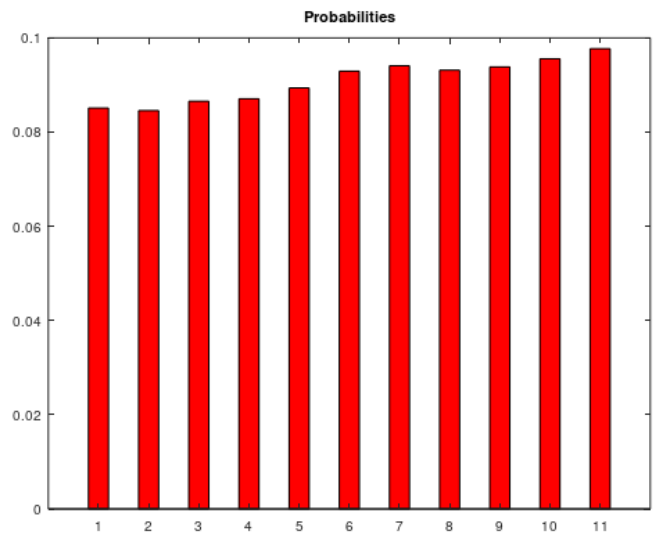
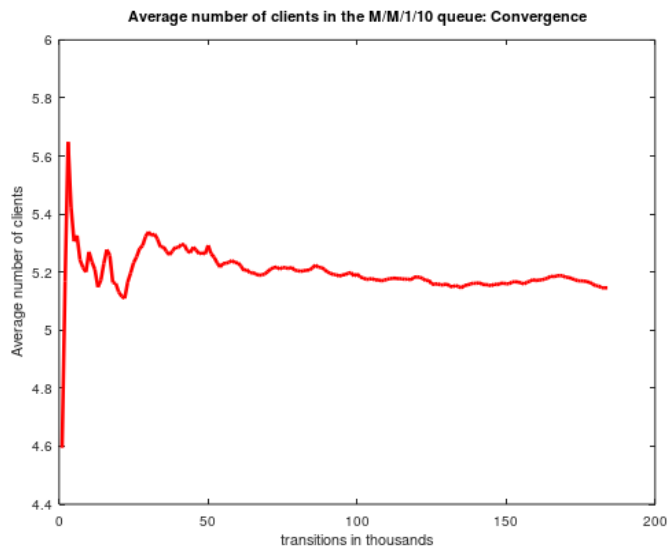
```
Current state is:0 and total arrivals to this state are:0
out = Next transition is:arrival
Next transition is:arrival
Current state is:1 and total arrivals to this state are:0
out = Next transition is:arrival
Next transition is:arrival
Current state is:2 and total arrivals to this state are:0
out = Next transition is:departure
Next transition is:departure
Current state is:1 and total arrivals to this state are:1
out = Next transition is:arrival
Next transition is:arrival
Current state is:2 and total arrivals to this state are:0
out = Next transition is:departure
Next transition is:departure
Current state is:1 and total arrivals to this state are:2
out = Next transition is:departure
Next transition is:departure
Current state is:0 and total arrivals to this state are:1
out = Next transition is:arrival
Next transition is:arrival
Current state is:1 and total arrivals to this state are:2
out = Next transition is:arrival
Next transition is:arrival
Current state is:2 and total arrivals to this state are:0
out = Next transition is:departure
Next transition is:departure
Current state is:1 and total arrivals to this state are:3
out = Next transition is:arrival
Next transition is:arrival
```

2. Για κάθε τιμή του $\lambda = \{1,2,3\}$ εκτελούμε την αντίστοιχη προσομοίωση. Παρακάτω παρίστανται γραφικά οι εργοδοτικές πιθανότητες και η εξέλιξη του μέσου αριθμού πελατών στο σύστημα.

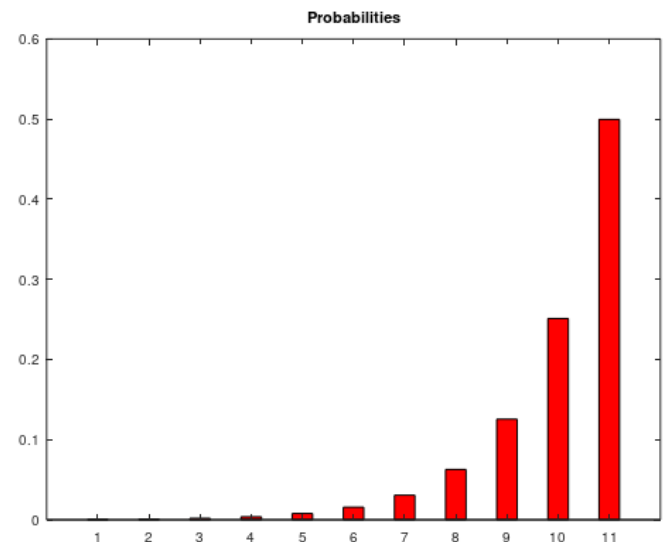
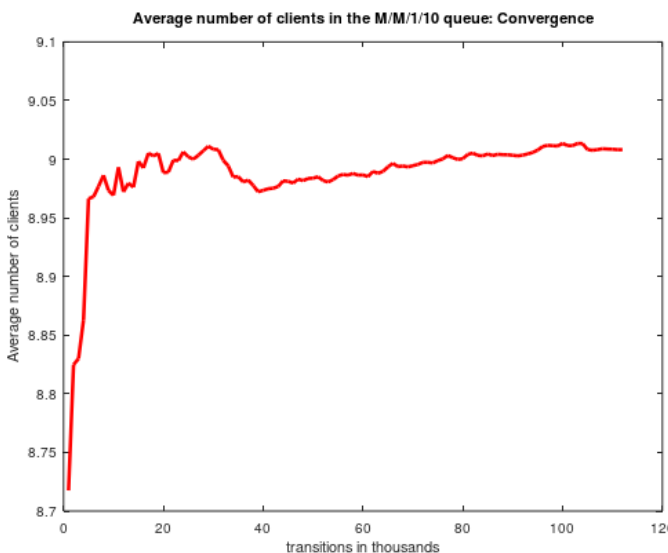
$\lambda=1$:



$\lambda=5$:



$\lambda=10$:



3. Ο απαιτούμενος αριθμός μεταβάσεων μέχρι να ικανοποιηθεί το κριτήριο σύγκλισης για $\lambda=1,5,10$ αντίστοιχα είναι ο εξής:

$\lambda = 1$: `transitions = 37000`

$\lambda = 5$: `transitions = 184000`

$\lambda = 10$: `transitions = 112000`

Για την ταχύτητα σύγκλισης καθώς μεγαλώνει η τιμή του λ παρατηρούμε τα εξής:

Για $\lambda=1$, δηλαδή για $\rho=\lambda/\mu=0.2$, απαιτείται ο μικρότερος αριθμός μεταβάσεων. Από το διάγραμμα, θα μπορούσαμε να αγνοήσουμε με ασφάλεια περίπου τις 20 χιλιάδες πρώτες μεταβάσεις.

Για $\lambda=5$, δηλαδή για $\rho=1$, απαιτείται ο μεγαλύτερος αριθμός μεταβάσεων. Από το διάγραμμα, θα μπορούσαμε να αγνοήσουμε με ασφάλεια περίπου τις 60 χιλιάδες πρώτες μεταβάσεις.

Για $\lambda=10$, δηλαδή για $\rho=2$, απαιτείται αριθμός μεταβάσεων μεγαλύτερος του $\rho=0.2$ αλλά μικρότερος του $\rho=1$. Από το διάγραμμα, θα μπορούσαμε να αγνοήσουμε με ασφάλεια περίπου τις 35 χιλιάδες πρώτες μεταβάσεις.

Παρατηρούμε ότι όσο το ρ πλησιάζει το 1 (δηλαδή $\lambda \approx \mu$), τότε ο αριθμός απαιτούμενων μεταβάσεων αυξάνεται.

4. Αν το σύστημα είχε εκθετικές εξυπηρετήσεις με μεταβλητό μέσο ρυθμό εξυπηρέτησης $\mu_i = \mu * (i+1)$, θα έπρεπε σε κάθε κατάσταση να αλλάζει το κατώφλι (threshold), το οποίο στην προσομοίωση υπολογίζεται από τον τύπο :

$$threshold_i = \lambda / (\lambda + \mu_i)$$

Κώδικας που χρησιμοποιήθηκε (αρχείο Queuing_Systems_3.m)

```
% M/M/1/10 simulation. We will find the probabilities of the first states.
% Note: Due to ergodicity, every state has a probability >0.

clc;
clear all;
close all;

rand("seed",1);
lambda = [1,5,10];
mu = 5;
figure_counter = 1;

for counter = 1:1:3

    arrivals = zeros(1,11);
    total_arrivals = 0; % to measure the total number of arrivals
    current_state = 0; % holds the current state of the system
    previous_mean_clients = 0; % will help in the convergence test
    index = 0;
    P = zeros(1,11);

    threshold = lambda(counter)/(lambda(counter) + mu); % the threshold used to calculate probabilities
    transitions = 0; % holds the transitions of the simulation in transitions steps
```

```

while transitions >= 0
    transitions = transitions + 1; % one more transitions step

    if mod(transitions,1000) == 0 % check for convergence every 1000 transitions steps
        index = index + 1;
        for i=1:length(arrivals)
            P(i) = arrivals(i)/total_arrivals; % calculate the probability of every state in the system
        endfor

        mean_clients = 0; % calculate the mean number of clients in the system
        for i=1:length(arrivals)
            mean_clients = mean_clients + (i-1).*P(i);
        endfor

        Pblocking = P(11);
        g = lambda(counter)*(1-Pblocking);
        mean_wait_time = mean_clients/g;
        to_plot(index) = mean_clients;

        if abs(mean_clients - previous_mean_clients) < 0.00001 || transitions > 1000000 % convergence test
            break;
        endif

        previous_mean_clients = mean_clients;
    endif

    random_number = rand(1); % generate a random number (Uniform distribution)

    %Debugging1
    if transitions <= 30
        out = strcat("Current state is: ", int2str(current_state), " and total arrivals to this state are: ", int2str(arrivals(current_state+1)));
        disp(out);
    endif
    %End of Debugging1

    if current_state == 0 || random_number < threshold % arrival
        total_arrivals = total_arrivals + 1;
        arrivals(current_state + 1) = arrivals(current_state + 1) + 1; % increase the number of arrivals in the current state
        flag = "arrival";
        if current_state < 10
            current_state = current_state + 1;
        endif
    else % departure
        if current_state != 0 % no departure from an empty system
            current_state = current_state - 1;
            flag = "departure";
        endif
    endif

    %Debugging2
    if transitions <= 30
        out = strcat("Next transition is: ", flag)
        disp(out);
    endif
    %End of Debugging2
endwhile

```

```

out = strcat("for lamda = ", int2str(lambda(counter)));
disp(out);
for i=1:1:length(arrivals)
    templ = P(i);
    out = strcat("Probability of state ", int2str(i-1), " is: ", int2str(templ));
    disp(out);
endfor

display(Pblocking);
display(mean_clients);
display(mean_wait_time);
display(transitions);

figure.figure_counter;
plot(to_plot,"r","linewidth",1.3);
title("Average number of clients in the M/M/1/10 queue: Convergence");
xlabel("transitions in thousands");
ylabel("Average number of clients");
figure_counter = figure_counter + 1;

figure.figure_counter;
bar(P,'r',0.4);
title("Probabilities")
figure_counter = figure_counter + 1;
clear to_plot;
endfor

```