**СБОРНИК ЗАДАЧ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ**

***1. Алгебра***

**1.1. Числа, корни и степени**

**1.** Вычислите: \[\sqrt[3]{{216 \cdot 0,001}}\]

**2.** Вычислите: \[\sqrt[4]{{81 \cdot 0,0625}}\]

**3.** Вычислите: \[\sqrt {25:0,04} \cdot \sqrt[3]{{27:125}}\]

**4.** Вычислите: \[\frac{1}{{\sqrt {25 \cdot 0,09} }} \cdot \sqrt[3]{{125 \cdot 0,027 \cdot 64}}\]

**5.** Вычислите: \[\frac{{\sqrt[3]{{216 \cdot 0,125}}}}{{\sqrt[5]{{243}}}}\]

**6.** Вычислите: \[\sqrt[3]{{64 \cdot 0,125}}\]

**7.** Вычислите: \[\sqrt[3]{{0,01 \cdot 27}}\]

**8.** Вычислите: \[\sqrt[4]{{0,016 \cdot 81}}\]

**9.** Вычислите: \[\sqrt[3]{{64 \cdot 0,001}}\]

**10.** Вычислите: \[\sqrt[4]{{0,0081 \cdot 16}}\]

**11.** Вычислите: \[\sqrt {\sqrt[3]{{\frac{{64}}{{27}}}} - \sqrt[3]{{\frac{{27}}{{64}}}}} - \frac{{\sqrt 7 }}{{2\sqrt 3 }}\]

**12.** Вычислите: \[\left( {\sqrt[3]{{\frac{2}{3} + \frac{3}{2} - \frac{5}{6}}} - 1} \right)\left( {\frac{4}{{\sqrt[3]{{36}}}} + \frac{2}{{\sqrt[3]{6}}} + 1} \right)\]

**13.** Вычислите: \[\left( {\sqrt[4]{{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}} - 1} \right)\left( {\sqrt[4]{{\frac{7}{6}}} + 1} \right)\left( {\sqrt {\frac{7}{6}} + 1} \right)\]

**14.** Вычислите: \[\left( {\sqrt[3]{{\frac{2}{3}}} + 1} \right)\left( {\sqrt[3]{{\frac{4}{9}}} - \sqrt[3]{{\frac{2}{3}}} + 1} \right) - 1\]

**15.** Вычислите: \[{\left( {2,1\sqrt[4]{{16\sqrt[3]{4}}} + 1,9\sqrt {4\sqrt[6]{4}} } \right)^{ - \frac{6}{{19}}}}\]

**16.** Вычислите: \[{\left( {1,5\sqrt[3]{{25\sqrt 5 }} + 3,5\sqrt {5\sqrt[3]{{25}}} } \right)^{ - \frac{6}{{11}}}}\]

**17.** Вычислите: \[{\left( {0,3\sqrt[4]{{27\sqrt 3 }} + 2,7\sqrt {3\sqrt[4]{{27}}} } \right)^{\frac{16}{{15}}}}\]

**18.** Вычислите: \[{\left( {1,1\sqrt {8\sqrt 2 } + 0,9\sqrt {4\sqrt 8 } } \right)^{\frac{{12}}{{11}}}}\]

**19.** Вычислите: \[{\left( {2,2\sqrt {36\sqrt 6 } + 3,8\sqrt[4]{{36\sqrt {{6^6}} }}} \right)^{ - \frac{4}{9}}}\]

**20.** Вычислите: \[{\left( {1,02 \cdot \sqrt {7 \cdot \sqrt[3]{{49}}} + 5,98\sqrt[3]{{49\sqrt 7 }}} \right)^{ - \frac{{12}}{{11}}}}\]

**21.** Вычислите: \[{\left( {2,3\sqrt[5]{{3\sqrt[3]{3}}} + 0,7\sqrt[{15}]{{81}}} \right)^{\frac{{15}}{{19}}}}\]

**22.** Вычислите: \[{\left( {1,5\sqrt[5]{{4\sqrt[3]{{16}}}} + 2,5\sqrt[3]{4}} \right)^{ - \frac{3}{8}}}\]

**23.** Вычислите: \[{\left( {3,7\sqrt[3]{{64\sqrt 8 }} + 4,3\sqrt {8\sqrt[3]{{64}}} } \right)^{\frac{2}{{11}}}}\]

**24.** Вычислите: \[{\left( {1,2\sqrt[7]{{2\sqrt {32} }} + 0,8\sqrt 2 } \right)^2}\]

**25.** Вычислите: \[{\left( {\left( {\sqrt {\left( {{2^{\frac{2}{3}}} - {2^{\frac{1}{3}}} + 1} \right)\left( {{2^{\frac{1}{3}}} + 1} \right)} - 1} \right)\left( {\sqrt 3 + 1} \right)} \right)^3}\]

**26.** Вычислите: \[\left( {\sqrt {\left( {\sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{2}} \right)\left( {\sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{2}} \right)} \sqrt {\sqrt 3 + \sqrt 2 } - \sqrt 2 } \right)\left( {1 + \sqrt 2 } \right)\]

**27.** Сравните: \[{\left( {\frac{5}{7} - \frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{7}}}\] и \[{\left( {\frac{9}{{15}} + \frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{7}}}\]

**28.** Сравните: \[{\left( {\frac{1}{{123}}} \right)^{\frac{5}{6}}} \cdot {\left( {\frac{1}{{123}}} \right)^{\frac{1}{3}}}\] и \[{\left( {\frac{1}{{123}}} \right)^{\frac{7}{8}}}:{\left( {\frac{1}{{123}}} \right)^{\frac{1}{2}}}\]

**1.2. Основы тригонометрии**

**1.2.1. Тригонометрические функции произвольного угла**

**29.** Найдите значение выражения \[\frac{{2\sin (\frac{\pi }{2} - \alpha )}}{{5\cos (\pi + \alpha )}}\], если \[\alpha = \frac{{2\pi }}{3}\]

**30.** Найдите значение выражения \[\frac{{3\sin (\frac{\pi }{2} + \alpha )}}{{2\cos (\pi - \alpha )}}\], если \[\alpha = \frac{\pi }{6}\]

**31.** Найдите значение выражения \[\frac{{tg (\pi + \alpha )}}{{ctg(\frac{\pi }{2} + \alpha )}}\], если \[\alpha = - \frac{{4\pi }}{7}\]

**32.** Найдите значение выражения \[\frac{{ctg(\frac{\pi }{2} - \alpha )}}{{2tg (\alpha + 2\pi )}}\], если \[\alpha = \frac{{2\pi }}{3}\]

**33.** Найдите значение выражения \[\frac{{\sin (\frac{{3\pi }}{2} + \alpha )}}{{3\cos (\pi - \alpha )}}\], если \[\alpha = \frac{{2\pi }}{5}\]

**34.** Найдите значение выражения \[\frac{{2\cos (\frac{\pi }{2} + \alpha )}}{{\sin (\pi + \alpha )}}\], если \[\alpha = \frac{{4\pi }}{5}\]

**35.** Найдите значение выражения \[\frac{{2\cos (2\pi + \alpha )}}{{\sin (\pi + \alpha )}}\], если \[\alpha = \frac{\pi }{4}\]

**36.** Найдите значение выражения \[\frac{{2tg(\frac{\pi }{2} - \alpha )}}{{7ctg(\pi - \alpha )}}\], если \[\alpha = \frac{\pi }{6}\]

**37.** Найдите значение выражения \[\frac{{tg(2\pi - \alpha )}}{{\frac{1}{2}ctg(\frac{{3\pi }}{2} - \alpha )}}\], если \[\alpha = \frac{\pi }{3}\]

**38.** Найдите значение выражения \[\frac{{2\cos (\pi + \alpha )}}{{\sin (\frac{{3\pi }}{2} + \alpha )}}\], если \[\alpha = \frac{{2\pi }}{9}\]

**39.** Найдите значение выражения \[{\cos ^2}(5\pi + \alpha ) + ctg\alpha \cdot \sin 2\alpha \], если \[\alpha = \frac{{3\pi }}{4}\]

**1.2.2. Синус и косинус двойного угла**

**40.** Найдите \[\sin 2\alpha \], если \[\cos \alpha = \frac{1}{2},\frac{{3\pi }}{2} < \alpha < 2\pi \]

**41.** Найдите \[\cos 2\alpha \], если \[\sin \alpha = - \frac{{\sqrt 3 }}{2},\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi \]

**42.** Найдите \[\sin \alpha \], если \[\sin \frac{\alpha }{2} = \frac{1}{2},0 < \alpha < \pi \]

**43.** Найдите \[\cos \alpha \], если \[\cos \frac{\alpha }{2} = - \frac{1}{{\sqrt 2 }},\pi \le \alpha \le 2\pi \]

**1.2.3. Соотношения между тригонометрическими функциями**

**44.** Найдите \[ctg2\alpha \], если \[\sin 2\alpha = \frac{1}{{\sqrt 3 }},\frac{\pi }{4} < \alpha < \frac{\pi }{2}\]

**45.** Найдите \[tg2\alpha \], если \[\sin 2\alpha = \frac{1}{{\sqrt 7 }},\frac{\pi }{4} < \alpha < \frac{\pi }{2}\]

**1.2.4. Тригонометрические функции суммы и разности двух углов**

**46.** Найдите значение выражения \[\cos {15^ \circ }(\cos {35^ \circ }\sin {50^ \circ } - \cos {50^ \circ }\sin {35^ \circ })\]

**47.** Найдите значение выражения \[\cos {45^ \circ }(\cos {25^ \circ }\sin {70^ \circ } - \cos {70^ \circ }\sin {25^ \circ })\]

**48.** Найдите значение выражения \[\sqrt 3 \sin {30^ \circ }(\cos {10^ \circ }\cos {20^ \circ } - \sin {10^ \circ }\sin {20^ \circ })\]

**49.** Найдите значение выражения \[\cos {15^ \circ }(\sin {5^ \circ }\cos {10^ \circ } - \cos {5^ \circ }\sin {10^ \circ })\]

**50.** Найдите значение выражения \[\cos {75^ \circ }(\sin {100^ \circ }\cos {25^ \circ } - \cos {100^ \circ }\sin {25^ \circ })\]

**51.** Найдите значение выражения \[4\sin {30^ \circ }(\cos {10^ \circ }\cos {20^ \circ } - \sin {10^ \circ }\sin {20^ \circ })\]

**52.** Найдите значение выражения \[4\sin {10^ \circ }\sin {20^ \circ } - 2\cos {10^ \circ }\]

**53.** Найдите значение выражения \[\sin {10^ \circ }\cos {20^ \circ } + 0,5\sin {10^ \circ }\]

**54.** Найдите значение выражения \[\cos {100^ \circ }\cos {20^ \circ } - 0,5\cos {80^ \circ }\]

**1.3. Логарифмы**

**55.** Вычислите: \[{\log \_{7\sqrt 7 }}\frac{{49}}{{13}}\], если \[{\log \_{\sqrt[4]{7}}}169 = a\]

**56.** Вычислите: \[{\log \_{2\sqrt[3]{2}}}\frac{7}{{16}}\], если \[{\log \_{\sqrt[4]{2}}}\sqrt 7 = a\]

**1.4. Преобразование выражений**

**1.4.1. Выражения, включающие корни натуральной степени**

**57.** Найдите значение выражения \[\sqrt[3]{{27 \cdot 125 \cdot 8}}\]

**58.** Найдите значение выражения \[\sqrt[3]{{16}} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[4]{{27}}\]

**59.** Найдите значение выражения \[\sqrt[3]{{\frac{{343}}{8} \cdot \frac{{27}}{{125}}}}\]

**60.** Найдите значение выражения \[\frac{{\sqrt[4]{{48}} \cdot \sqrt {245} }}{{\sqrt 5 \cdot \sqrt[4]{3}}}\]

**61.** Найдите значение выражения \[\sqrt[3]{{{3^3}}} + \sqrt {{7^2}} - \sqrt[3]{{{6^6}}}\]

**62.** Найдите значение выражения \[{(\sqrt[{13}]{{11}})^{26}} + {(\sqrt[5]{2})^{15}}\]

**63.** Найдите значение выражения \[\sqrt {\sqrt[3]{{{2^6} \cdot {6^{12}}}}} \]

**64.** Найдите значение выражения \[\sqrt[4]{{{2^8} \cdot {3^{12}}}}\]

**65.** Найдите значение выражения \[\sqrt[{17}]{{\frac{{{{36}^{34}}}}{{{4^{51}}}}}} - \sqrt[3]{{\frac{1}{{{2^6}}}}}\]

**66.** Найдите значение выражения \[\sqrt {\sqrt[3]{{{3^{11}} \cdot \sqrt[3]{3}}}} + \sqrt[7]{{\sqrt {13} \cdot \sqrt {{{13}^{13}}} }}\]

**67.** Найдите значение выражения \[\sqrt[3]{{\frac{{\sqrt[{15}]{{{{17}^{46}}}}}}{{\sqrt[{15}]{{17}}}}}} - \sqrt[7]{{\frac{{\sqrt[4]{{{5^{57}}}}}}{{\sqrt[4]{5}}}}}\]

**68.** Найдите значение выражения \[{(\sqrt[{18}]{{{4^3} \cdot {{27}^2}}})^3}\]

**69.** Найдите значение выражения \[\frac{{\sqrt[{24}]{{{2^{36}} \cdot {{81}^6} \cdot {{49}^{12}}}}}}{{\sqrt 2 }}\]

**70.** Вычислите значение выражения \[\sqrt {7 - 4\sqrt 3 } + \sqrt {7 + 4\sqrt 3 } \]

**71.** Вычислите значение выражения \[\sqrt {37 - 20\sqrt 3 } + \sqrt {37 + 20\sqrt 3 } \]

**72.** Вычислите значение выражения \[\sqrt {12 - 6\sqrt 3 } + \sqrt {12 + 6\sqrt 3 } \]

**73.** Вычислите значение выражения \[\frac{{13}}{{4 - \sqrt 3 }} + \frac{{13}}{{4 + \sqrt 3 }}\]

**74.** Вычислите значение выражения \[\frac{1}{{5 - 2\sqrt 5 }} + \frac{1}{{5 + 2\sqrt 5 }}\]

**75.** Вычислите значение выражения \[\frac{1}{{2 + \sqrt 3 }} + \sqrt 3 \]

**76.** Вычислите значение выражения \[\frac{{31}}{{6 - \sqrt 5 }} - \sqrt 5 \]

**77.** Упростить выражение \[\sqrt[5]{{\frac{{{a^2} \cdot \sqrt[3]{{{a^9}}}}}{{32}}}}\]

**78.** Упростить выражение \[\sqrt[7]{{\frac{{128{z^3}}}{{\sqrt[3]{{{z^{12}}}}}}}}\]

**79.** Упростить выражение \[\sqrt[3]{{\frac{{\sqrt[5]{{243 \cdot {z^{15}}}}}}{{{z^6}}}}}\]

**80.** Упростить выражение \[\sqrt {\frac{{{b^3}\sqrt[5]{{{b^6}}}}}{{64\sqrt[5]{b}}}} \]

**81.** Упростить выражение \[\sqrt[6]{{\frac{{64}}{{{b^7}\sqrt[3]{{{b^{15}}}}}}}}\]

**82.** Упростить выражение \[\frac{{\sqrt[3]{{81\sqrt[5]{{{t^2}}}}}}}{{\sqrt[3]{{24{t^2}\sqrt[5]{{{t^7}}}}}}}\]

**83.** Упростить выражение \[\sqrt[5]{{\frac{{32\sqrt[3]{{{z^7}}}}}{{z\sqrt[3]{z}}}}}\]

**84.** Упростить выражение \[\frac{{\sqrt {54\sqrt[7]{{{z^9}}}} }}{{\sqrt {24{z^5}\sqrt[7]{{{z^2}}}} }}\]

**85.** Упростить выражение \[\sqrt[5]{{9{a^7}{b^3}}} \cdot \sqrt[5]{{27{a^3}{b^2}}}\]

**86.** Упростить выражение \[\sqrt[6]{{4{a^5}{b^5}}} \cdot \sqrt[6]{{16{a^7}{b^{19}}}}\]

**1.4.2. Выражения, включающие операцию возведения в степень**

**87.** Найдите значение выражения \[{7^{\frac{1}{7}}} \cdot {7^{\frac{2}{7}}} \cdot {7^{\frac{4}{7}}} - {5^{\frac{1}{9}}} \cdot {5^{\frac{3}{9}}} \cdot {5^{\frac{5}{9}}}\]

**88.** Найдите значение выражения \[\frac{{{3^{\frac{2}{3}}}}}{{{3^{\frac{1}{3}}}}} - {3^{\frac{1}{3}}}\]

**89.** Найдите значение выражения \[{\left( {{{125}^{\frac{7}{{15}}}}} \right)^{\frac{{15}}{{21}}}} + {\left( {{8^{\frac{7}{{15}}}}} \right)^{\frac{{15}}{{21}}}}\]

**90.** Найдите значение выражения \[{\left( {27 \cdot 4} \right)^{\frac{1}{6}}} - {3^{\frac{1}{2}}} \cdot {2^{\frac{1}{3}}}\]

**91.** Найдите значение выражения \[{\left( {\frac{{125}}{{16}}} \right)^{\frac{1}{4}}} \cdot {\left( {\frac{{256}}{{25}}} \right)^{\frac{1}{8}}}\]

**92.** Найдите значение выражения \[{123^{\frac{5}{6}}} \cdot {123^{\frac{2}{3}}}:{123^{\frac{1}{2}}} - {10^{\frac{7}{8}}} \cdot {10^{\frac{3}{4}}} \cdot {10^{\frac{3}{8}}}\]

**93.** Найдите значение выражения \[\frac{{{{\left( {{{49}^{\frac{1}{3}}} \cdot {{64}^{\frac{1}{{18}}}}} \right)}^3}}}{7} + \frac{{{{\left( {{{36}^3} \cdot {{81}^{\frac{1}{2}}}} \right)}^{\frac{1}{2}}}}}{{18}}\]

**94.** Найдите значение выражения \[\frac{{{{28}^{\frac{1}{2}}} + {{63}^{\frac{1}{2}}}}}{5} - {7^{\frac{1}{2}}}\]

**95.** Найдите значение выражения \[\frac{{{{135}^{\frac{1}{3}}} - {{40}^{\frac{1}{3}}}}}{{{5^{\frac{1}{3}}}}} + {125^{\frac{1}{3}}}\]

**96.** Найдите значение выражения \[{\left( {{8^{\frac{1}{2}}} \cdot {{27}^{\frac{1}{2}}} \cdot {{64}^{\frac{1}{4}}}} \right)^{\frac{2}{3}}} - {\left( {{{\left( {{{128}^{\frac{1}{3}}}} \right)}^{\frac{3}{5}}}} \right)^{\frac{5}{7}}}\]

**97.** Представьте выражение \[{a^{\frac{7}{3}}}:{a^{ - \frac{2}{3}}}\] в виде степени с основанием \[a\]

**98.** Представьте выражение \[\left( {{a^{\frac{3}{2}}}:{a^{\frac{7}{2}}}} \right) \cdot {a^4}\] в виде степени с основанием \[a\]

**99.** Представьте выражение \[\left( {{a^{\frac{2}{3}}}:{a^{ - \frac{5}{3}}}} \right) \cdot {a^{\frac{5}{3}}}\] в виде степени с основанием \[a\]

**100.** Представьте выражение \[\left( {{a^{\frac{3}{2}}}:{a^{ - \frac{7}{2}}}} \right) \cdot {a^3}\] в виде степени с основанием \[a\]

**101.** Представьте выражение \[{a^{\frac{7}{2}}} \cdot {a^{ - \frac{3}{2}}}\] в виде степени с основанием \[a\]

**102.** Представьте выражение \[{a^{\frac{7}{6}}}:{a^{ - \frac{5}{6}}}\] в виде степени с основанием \[a\]

**103.** Представьте выражение \[{a^{\frac{4}{3}}}:{a^{ - \frac{1}{3}}}\] в виде степени с основанием \[a\]

**104.** Представьте выражение \[{a^{\frac{{11}}{4}}}:{a^{\frac{3}{4}}}\] в виде степени с основанием \[a\]

**105.** Представьте выражение \[{a^{\frac{6}{5}}} \cdot {a^{ - \frac{1}{5}}}\] в виде степени с основанием \[a\]

**1.4.3. Арифметические операции над выражениями, содержащими корни и степени**

**106.** Упростите выражение \[\frac{{{l^{\frac{4}{7}}} - 9}}{{{l^{\frac{2}{7}}} + 3}} + 3\]

**107.** Упростите выражение \[\frac{{k + 8}}{{{k^{\frac{2}{3}}} - 2{k^{\frac{1}{3}}} + 4}} - {k^{\frac{1}{3}}}\]

**108.** Упростите выражение \[2a + \frac{{{a^3} + 21{a^2} + 147a + 343}}{{{{\left( {a + 7} \right)}^2}}} - 7\]

**109.** Упростите выражение \[\frac{{{z^3} - 125}}{{{z^2} + 5z + 25}} + \frac{{{z^3} + 125}}{{{z^2} - 5z + 25}}\]

**110.** Упростите выражение \[{\left( {{a^{\frac{1}{3}}} + 2} \right)^3} - 12{a^{\frac{1}{3}}} - 6{a^{\frac{2}{3}}}\]

**111.** Упростите выражение \[{\left( {{a^{\frac{1}{2}}} + 7} \right)^2} - {\left( {{a^{\frac{1}{2}}} - 7} \right)^2}\]

**112.** Упростите выражение \[{\left( {{c^{\frac{1}{3}}} - 3} \right)^3} + {\left( {{c^{\frac{1}{3}}} + 3} \right)^3}\]

**113.** Упростите выражение \[\frac{{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}}{{\sqrt a - \sqrt b }} - \frac{1}{{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}}}\]

**114.** Упростите выражение \[\frac{{a + b}}{{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}} - \sqrt[3]{{{a^2}}} - \sqrt[3]{{{b^2}}}\]

**115.** Найдите значение выражения \[50\sqrt {{{\left( {2x - 1} \right)}^2}} \] при \[x = 0,49\]

**116.** Найдите значение выражения \[\sqrt {5 - a} + \sqrt {7 - a} \], если \[\sqrt {5 - a} - \sqrt {7 - a} = 2\]

**117.** Найдите значение выражения \[\sqrt {2 + a} - \sqrt {3 + a} \], если \[\sqrt {2 + a} + \sqrt {3 + a} = 5\]

**118.** Найдите значение выражения \[\sqrt[3]{{7 + 5\sqrt 2 }} - \sqrt 2 \]

**119.** Найдите значение выражения \[\sqrt {x + 2\sqrt {x - 1} } - \sqrt {x - 2\sqrt {x - 1} } \] при \[x = 2,01\]

**120.** Упростите выражение \[\sqrt {x + 1 - 4\sqrt {x - 3} } + \sqrt {x + 1 + 4\sqrt {x - 3} } \], если \[x \in \left( {3;7} \right)\] 

**121.** Найдите значение выражения \[27 \cdot {\left( {10,6 \cdot \sqrt {3\sqrt[3]{9}} - 9\frac{3}{5}\sqrt[3]{{9\sqrt 3 }}} \right)^{ - \frac{{18}}{5}}}\]

**122.** Найдите значение выражения \[{\left( {2\sqrt[4]{{32\sqrt[3]{4}}} - 3\sqrt[3]{{2\sqrt[4]{2}}}} \right)^{ - 4,8}}\]

**123.** Найдите значение выражения \[{\left( {\sqrt[3]{{9\sqrt[4]{{162}}}} - \sqrt[3]{{4\sqrt[4]{{32}}}}} \right)^{ - 12}}\]

**124.** Найдите значение выражения \[{\left( {5\sqrt[3]{{6\sqrt {32} }} - 2\sqrt[3]{{75\sqrt {50} }}} \right)^5}\]

**125.** Найдите значение выражения \[{\left( {1,63\sqrt {2\sqrt[5]{{16}}} + 0,37\sqrt[5]{{16\sqrt 2 }}} \right)^{ - \frac{{20}}{{19}}}}\]

**126.** Найдите значение выражения \[\frac{{\sqrt[3]{{12\sqrt[3]{{24}} + 6\sqrt[3]{{375}}}}}}{{\sqrt[3]{{2\sqrt[3]{3}}}}}\]

**127.** Найдите значение выражения \[{\left( {\frac{{33}}{{21\sqrt[3]{{18\sqrt[3]{{81}} - 15\sqrt[3]{{4\sqrt[3]{{192}}}}}}}}} \right)^{ - 9}}\]

**128.** Найдите значение выражения \[{\left( {7,15\sqrt[4]{{27\sqrt 3 }} - 4\frac{3}{{20}}\sqrt {3\sqrt[4]{{27}}} } \right)^{ - \frac{{16}}{{15}}}} \cdot 9\]

**129.** Найдите значение выражения \[{\left( {3\sqrt[3]{{2\sqrt[4]{2}}} - \sqrt[4]{{32\sqrt[3]{4}}}} \right)^{\frac{{12}}{5}}}\]

**130.** Найдите значение выражения \[\left( {2\sqrt {40\sqrt {12} } - 3\sqrt {5\sqrt {48} } } \right) \cdot {\left( {25 \cdot 27} \right)^{\frac{1}{4}}}\]

**131.** Упростите выражение \[\frac{{{8^n} - 27}}{{{2^{2n}} + 3 \cdot {2^n} + 9}} + 3 - {2^n}\]

**132.** Упростите выражение \[\frac{{{4^n} - 16}}{{{2^n} - 4}} - {\left( {\sqrt 2 } \right)^{2n}}\]

**133.** Упростите выражение \[\frac{{{x^{\frac{1}{3}}} - {y^{\frac{1}{3}}}}}{{x - y}} - \frac{1}{{{x^{\frac{2}{3}}} + {x^{\frac{1}{3}}}{y^{\frac{1}{3}}} + {y^{\frac{2}{3}}}}}\]

**134.** Упростите выражение \[\frac{{{a^{\frac{3}{2}}} - {b^{\frac{3}{2}}}}}{{\sqrt a - \sqrt b }} - \sqrt {ab} \]

**135.** Упростите выражение \[\frac{{{{\left( {\sqrt[4]{{{x^{\frac{1}{7}}}:{x^{ - \frac{3}{7}}}}} + \sqrt[3]{{{y^{\frac{2}{7}}}:{y^{ - \frac{1}{7}}}}}} \right)}^2} - \sqrt[7]{{{x^2}}} - \sqrt[7]{{{y^2}}}}}{2}\]

**136.** Найдите значение выражения \[{a^{\frac{1}{3}}} - {a^{\frac{1}{2}}} + 2{a^{\frac{1}{6}}} - 1\] при \[a = 64\]

**137.** Найдите значение выражения \[\sqrt[3]{{{a^{\frac{2}{3}}} + 2{a^{0,5}} - {a^{\frac{1}{3}}} - {a^{\frac{1}{6}}} + 2}}\] при \[a = 729\]

**138.** Найдите значение выражения \[{a^{\frac{3}{4}}} + {a^{0,5}} - {a^{0,25}} - {a^{0,125}} + 2\] при \[a = 256\]

**1.4.4. Тригонометрические выражения**

**139.** Упростить выражение \[8 - 5\cos 2x - 5\sin 2x\]

**140.** Упростить выражение \[7\sin 2x + 2 + 7\cos 2x\]

**141.** Упростить выражение \[6 - 3\cos 2x - 3\sin 2x\]

**142.** Упростить выражение \[\cos 2x - 2 + \sin 2x\]

**143.** Упростить выражение \[{\sin ^6}\alpha + 3{\sin ^4}\alpha {\cos ^2}\alpha + 3{\sin ^2}\alpha {\cos ^4}\alpha + {\cos ^6}\alpha \]

**144.** Упростить выражение \[t{g^2}\frac{\pi }{4} + 2tg\frac{\pi }{4} \cdot ctg\frac{\pi }{4} + ct{g^2}\frac{\pi }{4}\]

**145.** Упростить выражение \[2{\sin ^2}\frac{\pi }{6}\left( {\frac{{\sin \frac{\pi }{6}}}{{\cos \frac{\pi }{6}}} + \frac{{\cos \frac{\pi }{6}}}{{\sin \frac{\pi }{6}}}} \right) \cdot ctg\frac{\pi }{6}\]

**146.** Упростить выражение \[20\sin \frac{\pi }{6} \cdot {\cos ^2}\alpha \cdot \frac{{1 - t{g^4}\alpha }}{{1 - t{g^2}\alpha }}\]

**147.** Упростить выражение \[\frac{{1 + t{g^6}\frac{\pi }{3}}}{{1 - t{g^2}\frac{\pi }{3} + t{g^4}\frac{\pi }{3}}}\]

**148.** Упростить выражение \[\frac{{1 - {{\sin }^4}\alpha }}{{{{\sin }^2}\alpha \left( {1 + {{\sin }^2}\alpha } \right)}}\]

**149.** Упростить выражение \[\frac{{{{\sin }^2}\alpha \left( {1 + 3ct{g^2}\alpha + 3ct{g^4}\alpha + ct{g^6}\alpha } \right)}}{{{{\left( {1 + ct{g^2}\alpha } \right)}^2}}}\]

**150.** Упростить выражение \[\frac{{\sin \left( {\alpha + \beta } \right) - \cos \alpha \cdot \sin \beta }}{{\cos \beta }}\]

**151.** Упростить выражение \[\frac{{{{\sin }^2}\alpha \cdot {{\cos }^2}\beta - 2\sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta + {{\cos }^2}\alpha \cdot {{\sin }^2}\beta }}{{{{\sin }^2}\left( {\alpha - \beta } \right)}}\]

**152.** Упростить выражение \[{\left( {{{\sin }^2}x - {{\cos }^2}x} \right)^2} + {\sin ^2}2x\]

**153.** Упростить выражение \[\frac{{\cos \left( {\alpha + \beta } \right) + \sin \alpha \cdot \sin \beta }}{{\cos \alpha }}\]

**154.** Упростить выражение \[\frac{{{{\cos }^2}\alpha \cdot {{\cos }^2}\beta + 2\sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta + {{\sin }^2}\alpha \cdot {{\sin }^2}\beta }}{{\cos \left( {\alpha - \beta } \right)}}\]

**155.** Упростить выражение \[\frac{{\left( {tg\alpha + tg\beta } \right)\left( {1 + tg\alpha \cdot tg\beta } \right)}}{{1 - t{g^2}\alpha \cdot t{g^2}\beta }}\]

**156.** Упростить выражение \[\frac{{t{g^3}x - t{g^3}y}}{{(1 + tgx \cdot tgy)(t{g^2}x + tgx \cdot tgy + t{g^2}y)}}\]

**157.** Упростить выражение \[\frac{{{{\cos }^4}2\alpha - {{\sin }^4}2\alpha }}{{\cos 4\alpha }} - {\left( {\cos 2\alpha - \sin 2\alpha } \right)^2}\]

**158.** Упростить выражение \[\left( {\frac{1}{{1 - tgx}} - \frac{1}{{1 + tgx}}} \right)\left( {{{\cos }^2}x - {{\sin }^2}x} \right)\]

**159.** Найдите значение выражения \[4\sin \left( {\pi - \frac{\pi }{3}} \right)\cos \frac{\pi }{6} + 4\sin \frac{{7\pi }}{6}\cos \frac{\pi }{3}\]

**160.** Найдите значение выражения \[\frac{{\sin \frac{{11\pi }}{{12}} \cdot \cos \frac{\pi }{6} - \sin \frac{{11\pi }}{6} \cdot \cos \left( { - \frac{\pi }{{12}}} \right)}}{{\sin \frac{\pi }{3} \cdot \sin \frac{\pi }{{12}} - \cos \frac{{2\pi }}{3} \cdot \cos \frac{\pi }{{12}}}}\]

**161.** Упростить выражение \[\frac{{\cos \left( { - \frac{\pi }{{12}}} \right) - \cos \frac{{3\pi }}{4}}}{{\sin \frac{\pi }{{12}} - \sin \frac{{5\pi }}{4}}}\]

**162.** Упростить выражение \[\frac{{\sin \frac{\pi }{{12}} + \sin \frac{{7\pi }}{{12}}}}{{\sin \frac{{5\pi }}{{12}} - \cos \frac{{5\pi }}{{12}}}}\]

**163.** Упростить выражение \[{\left( {\sin \alpha + \cos \alpha } \right)^2} - 1\]

**164.** Упростить выражение \[{\left( {\frac{{\sin 2\alpha }}{{\cos \alpha }} - \sin \alpha } \right)^2} - 1\]

**165.** Упростить выражение \[\left( {\cos 2\alpha + 1} \right)t{g^2}\alpha - 1\]

**166.** Упростить выражение \[{\left( {{{\cos }^2}\left( {\frac{\pi }{2} - \alpha } \right) + {{\sin }^2}\left( {\frac{{3\pi }}{2} - \alpha } \right)} \right)^2} - {\sin ^2}\alpha \]

**167.** Упростить выражение \[\left( {\frac{{{{\sin }^3}\alpha {{\cos }^2}\alpha + {{\sin }^5}\alpha }}{{{{\cos }^3}\alpha }} \cdot ctg\alpha + 1} \right) \cdot {\cos ^2}\alpha \]

**168.** Упростить выражение \[\frac{{{{\sin }^3}\alpha \cos \alpha + {{\cos }^3}\alpha \sin \alpha }}{{{{\cos }^2}\alpha }}\]

**169.** Упростить выражение \[\frac{{{{\sin }^4}\alpha + {{\sin }^2}\alpha {{\cos }^2}\alpha }}{{{{\sin }^2}\alpha {{\cos }^2}\alpha }}\]

**170.** Упростить выражение \[\frac{{{{\sin }^4}\alpha + {{\cos }^2}\alpha + {{\sin }^2}\alpha {{\cos }^2}\alpha }}{{\cos \alpha }}\]

**171.** Упростить выражение \[\frac{{{{\cos }^2}\alpha }}{{{{\cos }^3}\alpha \sin \alpha + \cos \alpha {{\sin }^3}\alpha }}\]

**172.** Упростить выражение \[\frac{{{{\sin }^3}\alpha - \sin \alpha {{\cos }^2}\alpha }}{{{{\sin }^4}\alpha - {{\cos }^4}\alpha }}\]

**173.** Упростить выражение \[\sin \left( {\frac{{2\pi }}{3} - \frac{x}{4}} \right)\cos \left( {\frac{\pi }{6} + \frac{x}{4}} \right)\sin \frac{x}{4}\]

**174.** Упростить выражение \[\frac{{\sin 12x + \sin 8x + \sin 10x + \sin 9x + \sin 11x}}{{\cos 12x + \cos 8x + \cos 10x + \cos 9x + \cos 11x}}\]

**175.** Упростить выражение \[\frac{{1 + \sin 2x}}{{\cos 2x \cdot ctg\left( {x - \frac{{5\pi }}{4}} \right)}}\]

**176.** Упростить выражение \[\left( {1 + \frac{1}{{\sin x}} + ctgx} \right)\left( {1 - \frac{1}{{\sin x}} + ctgx} \right)\sin x\]

**177.** Упростить выражение \[\frac{{ctgx \cdot ctg2x + 1}}{{ctgx + tgx}}\]

**178.** Упростить выражение \[\frac{{{{\cos }^2}\left( {x - \frac{\pi }{2}} \right)ct{g^2}\left( {x + \frac{\pi }{2}} \right)}}{{\left( {\cos \left( {x + \frac{\pi }{2}} \right) + ctg\left( {x - \frac{\pi }{2}} \right)} \right)\left( {ctg\left( {x - \frac{\pi }{2}} \right) - \cos \left( {x + \frac{\pi }{2}} \right)} \right)}}\]

**179.** Упростить выражение \[\frac{{1 - ct{g^2}( - x)}}{{t{g^2}(x - \pi ) - 1}} \cdot \frac{{ctg\left( {\frac{{3\pi }}{2} - x} \right)}}{{ctg(\pi + x)}}\]

**180.** Упростить выражение \[\frac{{{{\cos }^2}\left( {x + \frac{\pi }{2}} \right)\left( {\frac{1}{{{{\sin }^2}\left( {x - \frac{{3\pi }}{2}} \right)}} - 1} \right)\left( {t{g^2}\left( {x - \frac{\pi }{2}} \right) + 1} \right)}}{{ct{g^2}\left( {x + \frac{{3\pi }}{2}} \right) + 1}}\]

**181.** Упростить выражение \[\frac{{1 + {{\cos }^2}\left( {2x - \frac{\pi }{2}} \right) + ct{g^2}\left( {2x + \frac{\pi }{2}} \right)}}{{1 + {{\sin }^2}\left( {2x - \frac{{3\pi }}{2}} \right) + t{g^2}\left( {2x + \frac{{3\pi }}{2}} \right)}}\]

**182.** Упростить выражение \[\frac{{{{\sin }^2}\left( {x + \frac{{3\pi }}{2}} \right)}}{{\frac{1}{{{{\cos }^2}\left( {x - \frac{\pi }{2}} \right)}} - 1}} + \frac{{{{\cos }^2}\left( {x - \frac{{3\pi }}{2}} \right)}}{{\frac{1}{{{{\sin }^2}\left( {x + \frac{\pi }{2}} \right)}} - 1}}\]

**183.** Упростить выражение \[\frac{3}{{ - 2\sin \left( {\frac{{9\pi }}{4} + 3\alpha } \right)}} \cdot \cos \left( {\frac{{13\pi }}{4} - 3\alpha } \right)\]

**184.** Найдите значение выражения \[\sin \alpha \cos \alpha \], если \[\sin \alpha + \cos \alpha = 1\frac{1}{3}\]

**185.** Найдите значение выражения \[\sin \alpha \cos \alpha \], если \[\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}\]

**186.** Вычислите: \[\cos {10^ \circ } + \cos {20^ \circ } + ... + \cos {180^ \circ }\]

**187.** Упростить выражение \[{\left( {{{\sin }^4}\alpha + {{\cos }^4}\alpha - {{\sin }^6}\alpha - {{\cos }^6}\alpha } \right)^{\frac{1}{2}}}\]

**188.** Упростить выражение \[{\left( {\sin \alpha + \cos \alpha } \right)^4} - 4{\sin ^2}\alpha {\cos ^2}\alpha - 1\]

**1.4.5. Логарифмические выражения**

**189.** Найдите значение выражения \[{\log \_{53}}2 + {\log \_{53}}3 + {\log \_{53}}7\] 

**190.** Найдите значение выражения \[{\log \_{23}}\frac{2}{3} + {\log \_{23}}6 - {\log \_{23}}4\]

**191.** Найдите значение выражения \[{\log \_3}90 - {\log \_3}2 - {\log \_3}5\]

**192.** Найдите значение выражения \[2{\log \_{72}}3 + 3{\log \_{72}}2\]

**193.** Найдите значение выражения \[{\log \_6}5 \cdot {\log \_5}8 + {\log \_6}27\]

**194.** Найдите значение выражения \[{\log \_7}({3^3} \cdot {7^5}) - 2{\log \_7}3 - 5\]

**195.** Найдите значение выражения \[{\log \_{15}}{5^3} + {\log \_{15}}{3^4} + {\log \_{15}}{5^6}{3^5}\]

**196.** Найдите значение выражения \[\frac{3}{4}{\log \_2}6 - {\log \_{16}}27 + {13^{\frac{3}{2}{{\log }\_{13\sqrt {13} }}18}}\]

**197.** Найдите значение выражения \[{\log \_{105}}12 + {\log \_{105}}5 + {\log \_{105}}7 - {\log \_{105}}4\]

**198.** Найдите значение выражения \[{({\log \_{26}}{5^{{{\log }\_5}169}} + {\log \_{26}}4)^2} - {17^{4{{\log }\_{289}}3}}\]

**199.** Найдите значение выражения \[{({\log \_3}28 \cdot {\log \_{154}}3 + {\log \_{17}}11 \cdot {\log \_{154}}17 - {\log \_5}2 \cdot {\log \_{154}}5)^2} + 7\]

**200.** Найдите значение выражения \[(\lg 900 - 2\lg 3)(\ln 49 \cdot {\log \_7}e + 1)\]

**201.** Найдите значение выражения \[{\log \_6}2 + {\log \_6}3 + {\log \_6}6\]

**202.** Найдите значение выражения \[({\log \_3}72 - {\log \_3}18){\log \_4}3 + 2\]

**203.** Найдите значение выражения \[{\log \_{30}}5 + {\log \_{30}}12 - {\log \_{30}}2 + 4\]

**204.** Найдите значение выражения \[{\log \_5}25 - {\log \_5}0,2 + 3\]

**205.** Найдите значение выражения \[3 + {\log \_{30}}3 + {\log \_{30}}10\]

**206.** Найдите значение выражения \[{\log \_6}18 - {\log \_6}3 + 2\]

**207.** Найдите значение выражения \[{\log \_{27}}81 - {\log \_{27}}3 + 4\]

**208.** Найдите значение выражения \[3 + {\log \_4}2 - {\log \_4}8\]

**209.** Найдите значение выражения \[{\log \_7}98 + 2 - {\log \_7}2\]

**210.** Найдите значение выражения \[({\log \_{\sqrt[3]{3}}}9 + {\log \_7}21 - {\log \_7}3) \cdot {5^{{{\log }\_5}2}}\]

**211.** Найдите значение выражения \[({\log \_{\sqrt[3]{5}}}25 - {\log \_2}4 - 4{({\log \_3}\sqrt 3 )^2}) \cdot {3^{\frac{1}{{{{\log }\_2}3}}}} - 1\]

**212.** Найдите значение выражения \[{({\log \_3}6 - {\log \_3}2)^{\sqrt {{{\log }\_3}9} }} - {({\log \_7}14 - {\log \_7}2)^{\sqrt {{{\log }\_9}3} }}\]

**213.** Найдите значение выражения \[{({\log \_3}\sqrt {27} + \frac{1}{2})^2} + {({\log \_{\sqrt 3 }}27 - {\log \_4}2 + \frac{1}{2})^2}\]

**214.** Найдите значение выражения \[2 \cdot ({\log \_{\sqrt 7 }}49 - {\log \_3}\sqrt {27} ) \cdot ({\log \_6}216 - {3^{{{\log }\_9}4}})\]

**215.** Найдите значение выражения \[({\log \_2}10 + {\log \_{\sqrt[4]{2}}}2 - {\log \_2}5) \cdot {2^{{{\log }\_2}3}}\]

**216.** Найдите значение выражения \[({\log \_6}4 + {\log \_6}9) \cdot ({3^{{{\log }\_3}2}} \cdot {\log \_{\sqrt 2 }}2)\]

**217.** Найдите значение выражения \[{\log \_{\sqrt[7]{2}}}\sqrt 2 \cdot ({3^{{{\log }\_3}4}} - {\log \_3}18 + {\log \_3}2)\]

**218.** Найдите значение выражения \[{\log \_{\sqrt[3]{7}}}\sqrt[5]{7} \cdot ({2^{{{\log }\_2}11}} - {\log \_2}4 - {\log \_2}16)\]

**219.** Найдите значение выражения \[{2^{{{\log }\_{\frac{1}{2}}}\frac{1}{4}}} \cdot {\log \_{\sqrt[8]{3}}}\sqrt[3]{3} \cdot ({\log \_3}2 - {\log \_3}54)\]

**220.** Вычислите значение \[x\], если \[\lg x = 2\lg 5 + 2\lg 2 - (\lg 5) \cdot {\log \_5}10 + {10^{\lg 2}}\]

**221.** Вычислите значение \[x\], если \[{\log \_3}x = 8 \cdot {0,2^{{{\log }\_5}2 + {{\log }\_5}4}} + ({\log \_2}3) \cdot {\log \_3}2\]

**222.** Вычислите значение \[x\], если \[{\log \_{0,5}}x = \lg 125 - 2\lg 5 + \lg 20 - (\lg 27) \cdot {\log \_3}10\]

**223.** Вычислите значение \[x\], если \[{\log \_2}x = {\log \_2}{\log \_4}{\log \_8}64 + {\log \_8}28 - {\log \_8}3,5\]

**224.** Вычислите значение \[x\], если \[{\log \_{25}}x = {0,25^{\lg 2}} \cdot {0,4^{\lg 2}} - {81^{0,5{{\log }\_9}7}} + {5^{{{\log }\_{25}}49}}\]

**225.** Вычислите значение \[x\], если \[{\log \_7}x = {4^{0,5{{\log }\_4}9 - 0,25{{\log }\_2}25}} + 0,2 \cdot {3^{{{\log }\_9}4}}\]

**226.** Вычислите значение \[x\], если \[{\log \_3}x = {\log \_5}4 \cdot {\log \_6}5 \cdot {\log \_7}6 \cdot {\log \_8}7\sqrt 7 \]

**227.** Вычислите значение \[x\], если \[{\log \_2}x = {20^{\frac{1}{{2{{\log }\_{81}}5}}}} \cdot {0,25^{\frac{1}{{2{{\log }\_{81}}5}}}} - {0,2^{{{\log }\_5}0,25}}\]

**228.** Вычислите значение \[x\], если \[{\log \_2}(x - 1) = {36^{\frac{1}{3}{{\log }\_6}8 + 2{{\log }\_6}3}}:{49^{{{\log }\_7}9}}\]

**229.** Вычислите значение \[x\], если \[{\log \_3}(x + 1) = 2{\log \_3}343 \cdot {\log \_7}3 - {7^{{{\log }\_{21}}5}} \cdot {3^{{{\log }\_{21}}5}}\]

**230.** Найдите значение выражения: \[\sqrt {\sqrt {\log \_2^43 + \log \_3^42 + 2} - 2} \]

**231.** Найдите значение выражения: \[\frac{{\log \_2^23 + {{\log }\_2}9 \cdot {{\log }\_2}5 - 3\log \_2^25}}{{{{\log }\_2}3 + 3{{\log }\_2}5}}\]

**232.** Вычислите: \[{({\log \_2}\sqrt 5 - {\log \_{\sqrt[3]{4}}}5 + {\log \_4}25 - \frac{1}{{{{\log }\_5}2}})^2} - \log \_2^2\frac{2}{5}\]

**1.5. Текстовые задачи**

**1.5.1 Проценты**

**233.** Сколько граммов воды нужно выпарить из 0,5 кг солевого раствора, содержащего 85% воды, чтобы получить массу с содержанием 75% воды?

**234.** В двух канистрах находится 90 л бензина. Если из первой канистры перелить во вторую 10% бензина, находящегося в первой канистре, то в обеих канистрах бензина будет поровну. Сколько литров бензина в каждой канистре?

**235.** Заработные платы рабочего за январь и февраль относятся, как 9:8, а за февраль и март — как 6:8. За март он получил на 450 рублей больше, чем за январь, и за перевыполнение квартального плана рабочему начислили премию в размере 20% его трёхмесячного заработка. Найдите размер премии.

**236.** К 200 г раствора, содержащего 60% соли, добавили 300 г раствора, содержащего 50% той же соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?

**237.** К 200 г раствора, содержащего 30% соли, добавили 400 г раствора, содержащего 75% той же соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?

**238.** К 900 г раствора, содержащего 30% соли, добавили 300 г раствора, содержащего 90% соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?

**239.** К 200 г раствора, содержащего 80% соли, добавили 300 г раствора, содержащего 40% соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?

**240.** К 100 г раствора, содержащего 70% соли, добавили 300 г раствора, содержащего 50% соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?

**241.** К 150 г раствора, содержащего 20% соли, добавили 350 г раствора, содержащего 40% соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?

**242.** К 350 г раствора, содержащего 10% соли, добавили 450 г раствора, содержащего 50% соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?

**243.** К 360 г раствора, содержащего 10% соли, добавили 440 г раствора, содержащего 50% соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?

**244.** К 250 г раствора, содержащего 20% соли, добавили 150 г раствора, содержащего 60% соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?

**245.** К 90 г раствора, содержащего 10% соли, добавили 160 г раствора, содержащего 35% соли. Сколько процентов соли содержится в получившемся растворе?

**246.** Для определения оптимального режима повышения цен социологи предложили фирме с 1 января повышать цену на один и тот же товар в двух магазинах двумя способами. В одном магазине — в начале каждого месяца (начиная с февраля) на 2%, в другом — через каждые два месяца, в начале третьего (начиная с марта) на одно и то же число процентов, причём такое, чтобы через полгода (1 июля) цены снова стали одинаковыми. На сколько процентов надо повышать цену товара через каждые два месяца во втором магазине?

**247.** Для определения оптимального режима снижения цен социологи предложили фирме с 1 января снижать цену на один и тот же товар в двух магазинах двумя способами. В одном магазине — в начале каждого месяца (начиная с февраля) на 10%, в другом — через каждые два месяца, в начале третьего (начиная с марта) на одно и то же число процентов, причём такое, чтобы через полгода (1 июля) цены снова стали одинаковыми. На сколько процентов надо снижать цену товара через каждые два месяца во втором магазине?

**248.** В соответствии с договором фирма с целью компенсации потерь от инфляции была обязана в начале каждого квартала повышать сотруднику зарплату на 2%. Однако в связи с финансовыми затруднениями она смогла повысить ему зарплату только раз в полгода (в начале следующего полугодия). На сколько процентов фирма должна повышать зарплату каждые полгода, чтобы 1 января следующего года зарплата сотрудника была равна той зарплате, которую он получил бы при режиме повышения, предусмотренном договором?

**249.** Банк предлагает клиентам два вида вкладов. Первый «До востребования» со следующим порядком начисления процентов: каждые 6 месяцев счёт увеличивается на 10% от суммы, имеющейся на счету клиента в момент начисления. Второй вклад «Номерной» с ежегодным начислением процентов по вкладу. Сколько процентов годовых должен начислять банк по второму вкладу, чтобы равные суммы, положенные клиентом на каждый из указанных счетов, через два года оказались снова равными?

**250.** По сберегательному вкладу банк выплачивает 12% годовых. По истечении каждого года начисленная сумма присоединяется к вкладу. На этот вид вклада был открыт счёт в 10 000 рублей, который не пополнялся и с которого не снимали деньги в течение 2 лет. Какой доход был получен по истечении этого срока?

**251.** По накопительному вкладу банк выплачивает 20% годовых. По истечении каждого года начисленная сумма присоединяется к вкладу. На этот вид вклада был открыт счёт в 5 000 рублей, который не пополнялся и с которого не снимали деньги в течение 3 лет. Какой доход был получен по истечении этого срока?

**252.**  По долгосрочному вкладу банк выплачивает 10% годовых. По истечении каждого года начисленная сумма присоединяется к вкладу. На этот вид вклада был открыт счёт в 20 000 рублей, который не пополнялся и с которого не снимали деньги в течение 3 лет. Какой доход был получен по истечении этого срока?

**253.** По стандартному вкладу банк выплачивает 8% годовых. По истечении каждого года начисленная сумма присоединяется к вкладу. На этот вид вклада был открыт счёт в 25 000 рублей, который не пополнялся и с которого не снимали деньги в течение 2 лет. Какой доход был получен по истечении этого срока?

**254.** По вкладу «Доходный» банк выплачивает 14% годовых. По истечении каждого года начисленная сумма присоединяется к вкладу. На этот вид вклада был открыт счёт в 50 000 рублей, который не пополнялся и с которого не снимали деньги в течение 2 лет. Какой доход был получен по истечении этого срока?

**255.** По накопительному вкладу банк выплачивает 10% годовых. По истечении каждого года начисленная сумма присоединяется к вкладу. На этот вид вклада был открыт счёт в 100 000 рублей, который не пополнялся и с которого не снимали деньги в течение 3 лет. Какой доход был получен по истечении этого срока?

**256.** По пенсионному вкладу банк выплачивает 18% годовых. По истечении каждого года начисленная сумма присоединяется к вкладу. На этот вид вклада был открыт счёт в 5 000 рублей, который не пополнялся и с которого не снимали деньги в течение 2 лет. Какой доход был получен по истечении этого срока?

**257.** Цену товара дважды повышали: первый раз на p%, затем новую цену повысили на 2p%. После этого цену товара снизили на 15%. В итоге окончательная цена оказалась выше первоначальной на 12,2%. На сколько процентов была повышена цена товара в первый раз?

**258.** В результате колебания цен на рынке цена пакета акций сначала понизилась на p%, затем поднялась на 20%, а затем снизилась на 2p%. В итоге начальная цена пакета акций снизилась на 13,6%. На сколько процентов понизилась цена пакета акций во второй раз?

**259.** Цену товара дважды повышали: первый раз на p%, затем новую цену повысили на (p+5)%. После этого цену товара снизили на 20%. В итоге окончательная цена оказалась выше первоначальной на 20%. На сколько процентов была повышена цена товара во второй раз?

**260.** В результате колебания цен на рынке цена пакета акций сначала понизилась на некоторое число процентов, затем поднялась на 20%, а затем снова снизилась, причём второе снижение цены было на 5% меньше первого. В итоге начальная цена пакета акций снизилась на 28%. На сколько процентов понизилась цена пакета акций во второй раз?

**261.** После покупки пакета акций владелец разделил его на две неравные части. Акции первой части он продал на 10%, а акции второй — на 20% дороже их первоначальной цены. В результате его прибыль составила 13%. Сколько процентов всех акций составила первая часть пакета?

**262.** После покупки пакета акций владелец разделил его на две неравные части. Акции первой части он продал на 10% дороже, а акции второй — на 10% дешевле их первоначальной цены. В результате его прибыль составила 2,8%. Сколько процентов всех акций составила вторая часть пакета?

**263.** После покупки пакета акций владелец разделил его на две неравные части. Акции первой части он продал на 15%, а акции второй — на 20% дороже их первоначальной цены. В результате его прибыль составила 18%. Сколько процентов всех акций составила первая часть пакета?

**264.** К 10 литрам 45%-ного водного раствора кислоты добавили некоторое количество чистой воды, в результате чего концентрация кислоты в растворе снизилась до 37,5%. Какое количество воды было добавлено?

**265.** К 9 литрам водного раствора кислоты добавили 3 литра чистой воды. Смесь тщательно перемешали, а затем такое же количество, т.е. 3 литра, отлили. Операцию повторили трижды, после чего концентрация кислоты составила 27%. Какова исходная концентрация кислоты в растворе?

**266.** К 8 литрам водного раствора кислоты добавили 4 литра 27-процентного раствора той же кислоты. Смесь тщательно перемешали, а затем такое же количество, т.е. 4 литра, отлили. Операцию повторили трижды, после чего концентрация кислоты составила 43%. Какова исходная концентрация кислоты в растворе?

**1.5.2. Соотношения между величинами**

**267.** Насос может выкачать из бассейна 1/3 воды за 10 минут. Проработав 0,25 часа, насос остановился. Найдите вместимость бассейна, если после остановки насоса в бассейне ещё осталось 40 кубометров воды.

**268.** Велосипедист проехал расстояние между двумя посёлками за 3 дня. В первый день он проехал 1/6 всего пути и ещё 50 км, во второй — 1/5 всего пути и ещё 15 км, а в третий день — 1/20 всего пути и оставшиеся 70 км. Найдите расстояние между посёлками.

**269.** Вкладчик сначала снял со своего счёта в сбербанке 1/5 своих денег, потом 5/16 оставшихся и ещё 999 рублей. После этого у него осталось на сберкнижке 1/4 всех денег. Каким был первоначальный вклад?

**270.** Группа школьников совершила поход во время летних каникул. Первые 50 км они проплыли на байдарках, 1/5 оставшейся части маршрута прошли пешком, а затем опять плыли на байдарках. В итоге на байдарках они проплыли в 3 раза больше, чем прошли пешком. Какова длина всего маршрута?

**271.** Насос может выкачать из бассейна 5/6 воды за 4 ч 15 мин. До полудня насос работал 4,5 ч, после чего осталось выкачать ещё 80 кубометров воды. Найдите объём бассейна.

**272.** На выпускном экзамене по математике 1440 школьников решили задачи с ошибками, 320 школьников, сдававших экзамен в этот день, не решили ни одной задачи, а число школьников, решивших все задачи правильно, относится к числу не решивших ни одной задачи, как 5:3. Сколько школьников экзаменовалось по математике в этот день?

**273.** Сумма квадратов цифр двузначного числа равна 61. Если от этого двузначного числа отнять 9, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найдите это число.

***2. Уравнения и неравенства***

**2.1. Уравнения**

**2.1.1. Иррациональные уравнения**

**274.** Решите уравнение: \[x - 2\sqrt {x + 2} + 3 = 0\]

**275.** Решите уравнение: \[\sqrt {x + 4} - x + 2 = 0\]

**276.** Решите уравнение: \[4 + \sqrt {3x + 16} = x\]

**277.** Решите уравнение: \[x + \sqrt {3x + 7} = 7\]

**278.** Решите уравнение: \[\sqrt {15 - 3x} - x = 1\]

**279.** Решите уравнение: \[\sqrt {12{x^2} + 7x - 10} - 5 = 4x\]

**280.** Решите уравнение: \[\sqrt {{x^2} + 8} - 1 = 2x\]

**281.** Решите уравнение: \[5 + \sqrt {0,5{x^2} - 4,5x + 11} = x\]

**282.** Решите уравнение: \[\sqrt {4 - 6x - {x^2}} - x = 4\]

**283.** Решите уравнение: \[\sqrt {37 - {x^2}} + 5 = x\]

**284.** Решите уравнение: \[x + \sqrt {2{x^2} - 7x + 5} = 1\]

**285.** Решите уравнение: \[\sqrt {x + 21} = x + 1\]

**286.** Решите уравнение: \[\sqrt {2x + 3} = x\]

**287.** Решите уравнение: \[\sqrt {2 - x} = x + 10\]

**288.** Решите уравнение: \[\sqrt {4 - 2x} = 2x + 2\]

**289.** Решите уравнение: \[\sqrt {3x + 4} = x - 2\]

**290.** Решите уравнение: \[\sqrt {3 + 6x} = x + 2\]

**291.** Решите уравнение: \[\sqrt {15 - 2x} = x\]

**292.** Решите уравнение: \[\sqrt {x - 3} = 3 - x\]

**293.** Решите уравнение: \[\sqrt {3 - 2x} = x - \frac{3}{2}\]

**294.** Решите уравнение: \[\sqrt {5x + 11} = 5 - x\]

**295.** Решите уравнение: \[\sqrt {1 + 3x} = 1 - x\]

**296.** Решите уравнение: \[\sqrt {x + 3} - 1 = x\]

**297.** Решите уравнение: \[{(x - 7)^{\frac{3}{2}}} - 12(x - 7) + 48\sqrt {x - 7} - 64 = 0\]

**298.** Решите уравнение: \[\sqrt {(x\sqrt 2 + 2\sqrt 2 - 1)(x\sqrt 2 + 2\sqrt {2 + 1)} } = {x^2} + 4\]

**299.** Решите уравнение: \[1 + \frac{6}{{\sqrt {{x^2} - 1} }} = \sqrt {{x^2} - 1} \]

**300.** Решите уравнение: \[\frac{1}{x} - 5 + \sqrt {\frac{{1 + x}}{x}} = 0\]

**2.1.2. Тригонометрические уравнения**

**301.** Решите уравнение: \[\sin x \cdot \cos x - \sin x + 3\cos x - 3 = 0\] 

**302.** Решите уравнение: \[{\sin ^2}y + \sin y - 2 = 0\]

**303.** Решите уравнение: \[{\cos ^2}x + \sin x + 1 = 0\]

**304.** Найдите все решения уравнения \[({\sin ^2}x + 1)\cos x = 2 - {\cos ^2}x\]

**305.** Найдите все решения уравнения \[{(\sin x \cdot ctgx - 1)^2} - {\cos ^2}x = 0\]

**306.** Найдите все решения уравнения \[\sin x(1 + {\cos ^2}x) = \cos x(ct{g^2}x \cdot {\sin ^2}x + 1)\]

**307.** Найдите все решения уравнения \[t{g^2}\alpha + 1 = \frac{{\sin \alpha }}{{{{\cos }^2}\alpha }}\]

**308.** Найдите все решения уравнения \[ct{g^2}x + 1 = \frac{1}{{\sin x}}\]

**309.** Найдите все решения уравнения \[\sin x = ct{g^2}x - \frac{1}{{{{\sin }^2}x}}\]

**310.** Найдите все решения уравнения \[t{g^3}x = \frac{1}{{{{\cos }^2}x}} - tgx\]

**311.** Найдите все решения уравнения \[ct{g^2}x - \sin x = \frac{1}{{{{\sin }^2}x}} - 2\]

**312.** Решите уравнение: \[2\frac{2}{3} + \frac{1}{{{{\sin }^2}2x}} - \frac{1}{{{{\cos }^2}2x}} = 0\]

**313.** Укажите число корней уравнения \[\cos 2x + {\sin ^2}x = 0\] на промежутке \[[0;3\pi ]\]

**314.** Укажите число корней уравнения \[2tgx{\cos ^2}x + \cos 2x = 0\] на промежутке \[[0;2\pi ]\]

**315.** Укажите число корней уравнения \[{\sin ^2}x + 2\sin x + 1 = 0\] на промежутке \[[ - 7\pi ;6\pi ]\]

**316.** Укажите число корней уравнения \[t{g^2}x + ct{g^2}x = 2\] на промежутке \[[0;3\pi ]\]

**317.** Укажите число корней уравнения \[2\sin x\cos x + 2{\cos ^2}x - 1 = 0\] на промежутке \[[0;\pi ]\]

**318.** Укажите число корней уравнения \[\cos 6x + \sin 6x \cdot tg3x + \sin 6x = 1\] на промежутке \[[0;\pi ]\]

**319.** Укажите число корней уравнения \[\frac{{2tg3x}}{{\sin 6x}} - \cos 6x = t{g^2}3x\] на промежутке \[[ - \pi ;\pi ]\]

**320.** Укажите число корней уравнения \[\sin 2x + 4\cos x - 2\sin x - 4 = 0\] на промежутке \[[0;5\pi ]\]

**321.** Укажите число корней уравнения \[\sin 6x \cdot ctg3x - \cos 6x = \sin 5x\] на промежутке \[[0;\pi ]\]

**322.** Укажите число корней уравнения \[{\cos ^4}2x - {\sin ^4}2x - \cos 4x = tg3x\] на промежутке \[[ - \pi ;\pi ]\]

**2.1.3. Показательные уравнения**

**323.** Решите уравнение: \[{2^{{x^2} - 1}} \cdot {3^x} + 6 \cdot {2^{{x^2} - 1}} - {3^x} - 6 = 0\]

**324.** Решите уравнение: \[{7^{x - 5}} \cdot {5^{{x^2}}} - 49 \cdot {5^{{x^2}}} + 3 \cdot {7^{x - 5}} - 147 = 0\]

**325.** Решите уравнение: \[\frac{{{2^{x + 3}} - 1}}{7} = \frac{4}{{{2^{x + 2}}}}\]

**326.** Решите уравнение: \[{10^{{x^2} + 1}} - 15 - {10^{1 - {x^2}}} = 0\]

**327.** Решите уравнение: \[{9^{\sqrt {x - 2} }} - 7 \cdot {3^{\sqrt {x - 2} }} = 18\]

**328.** Решите уравнение: \[{e^{3x}} + {e^x} - 2 = 0\]

**329.** Решите уравнение: \[\frac{{{2^x} - 1}}{{{2^{2x}} + {2^x} - 3}} = 1\]

**330.** Решите уравнение: \[{\left( {\frac{3}{7}} \right)^x} + {\left( {\frac{4}{7}} \right)^x} = 1.\] В ответе запишите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

**331.** Решите уравнение: \[{3^x} + {2^x} = {5^x}.\] В ответе запишите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

**332.** Решите уравнение: \[{2^x} + {\left( {\sqrt 5 } \right)^x} = {3^x}.\] В ответе запишите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

**2.1.4. Логарифмические уравнения**

**333.** Решите уравнение: \[{\log \_2}({x^2} - 5) \cdot \log \_3^2(7 - x) + 3{\log \_2}({x^2} - 5) - 2\log \_3^2(7 - x) - 6 = 0\]

**334.** Решите уравнение: \[{\lg ^2}x + 2{\log \_{100}}x - 6 = 0\]

**335.** Решите уравнение: \[{\log \_2}(x + 1) + \frac{1}{{{{\log }\_x}2}} = {\log \_2}30\]

**336.** Решите уравнение: \[\frac{1}{{{{\log }\_2}x}} + {\log \_2}{x^4} = 4\]

**2.1.5. Уравнения, содержащие модули**

**337.** Решите уравнение: \[\sqrt x = \left| {x - 4} \right| + 2\]

**338.** Решите уравнение: \[\lg (x - 1) = \left| {x - 101} \right| + 2\]

**339.** Решите уравнение: \[\sqrt x - \left| {x - 6} \right| = 0\]

**340.** Решите уравнение: \[4x - \left| {x - 2} \right| - 3 = 0\]

**341.** Решите уравнение: \[{\cos ^2}x + \left| {\cos x} \right| - 2 = 0\]

**342.** Решите уравнение: \[{\sin ^2}x + \left| {\sin x} \right| - 2 = 0\]

**343.** Решите уравнение: \[{\sin ^2}x - \left| {\cos x} \right| + 1 = 0\]

**344.** Решите уравнение: \[{\cos ^2}x - \left| {\sin x} \right| + 1 = 0\]

**345.** Решите уравнение: \[\frac{2}{{1 + t{g^2}x}} + \left| {\cos x} \right| - 1 = 0\]

**346.** Решите уравнение: \[\frac{2}{{1 + ct{g^2}x}} + \left| {\sin x} \right| - 1 = 0\]

**2.1.6. Смешанные уравнения**

**347.** Решите уравнение: \[\cos x - 1 = {x^2}\]

**348.** Решите уравнение: \[{3^x} = {(x - 1)^2} + 3\]

**349.** Решите уравнение: \[{0,1^{2x + 1}} = \sqrt {103 + 3x} \]

**350.** Решите уравнение: \[{0,3^{x + 1}} = \sqrt {2 + x} \]

**351.** Решите уравнение: \[{3^{4 - x}} = \sqrt {x - 3} \]

**352.** Решите уравнение: \[{0,1^{ - x}} = \sqrt {x + 1} \]

**353.** Решите уравнение: \[{(0,25)^{2 - x}} = \sqrt {19 - x} \]

**354.** Решите уравнение: \[{(0,5)^{x - 1}} = \sqrt x \]

**355.** Решите уравнение: \[{\left( {\frac{{\sqrt 3 }}{3}} \right)^{x + 3}} = \sqrt {10 + 3x} .\] В ответе запишите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

**356.** Решите уравнение: \[{3^{1 - 2x}} = \sqrt {x + 9} \]

**357.** Решите уравнение: \[{\left( {0,1} \right)^{1 - x}} = \sqrt {2 - x} \]

**358.** Решите уравнение: \[{\left( {0,2} \right)^{3 - 2x}} = \sqrt {27 - x} \]

**359.** Решите уравнение: \[{\left( {\frac{{\sqrt 2 }}{2}} \right)^{x + 1}} = \sqrt {2 + x} .\] В ответе запишите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

**360.** Решите уравнение: \[{5^{1 - x}} = \sqrt x \]

**361.** Решите уравнение: \[{\left( {\frac{{\sqrt 5 }}{3}} \right)^{x + 2}} = \sqrt {\frac{1}{3}(5 + x)} .\] В ответе запишите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

**362.** Решите уравнение: \[{2^{ - x - 2}} = \sqrt {\frac{1}{5}(2x + 9)} .\] В ответе запишите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

**363.** Решите уравнение: \[{\log \_{\frac{1}{3}}}(2x - 5) = \sqrt {x - 3} .\] В ответе запишите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

**364.** Решите уравнение: \[{\log \_{\frac{1}{5}}}{\left( {\frac{x}{{25}}} \right)^2} = \sqrt {4x - 16} .\] В ответе запишите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

**365.** Решите уравнение: \[{\log \_{\frac{1}{7}}}{\left( {\frac{x}{7} - 2} \right)^2} = \sqrt {4x - 56} .\] В ответе запишите корень уравнения или сумму корней, если их несколько.

**366.** Решите уравнение: \[\sin \left( {\frac{\pi }{2}x} \right) - \sqrt x = 0\]

**367.** Решите уравнение: \[{15^x} - {\log \_7}\left( {x + 1} \right) - 1 = 0\]

**368.** Найдите сумму корней уравнения \[\left( {{2^{4{x^2} - 7}} - 4} \right)\sqrt {x + 1} = 0\]

**369.** Найдите сумму корней уравнения \[\left( {{4^{4{x^2} - 3}} - 4} \right)\sqrt {x + 0,5} = 0\]

**370.** Найдите сумму корней уравнения \[\left( {{3^{{x^2} - 2}} - 9} \right){\log \_2}x = 0\]

**371.** Найдите сумму корней уравнения \[\left( {{3^{2{x^2} - 1}} - 2187} \right)\ln (x + 2) = 0\]

**372.** Найдите сумму корней уравнения \[\left( {{2^{3{x^2} - 2}} - 2} \right)\sqrt[6]{{x + 0,5}} = 0\]

**373.** Найдите сумму корней уравнения \[\left( {{5^{{x^2} + 2}} - 125} \right)\sqrt[4]{x}\ln (x - 0,5) = 0\]

**374.** Найдите сумму корней уравнения \[\left( {{6^{{x^2} + 1}} - 36} \right)\sqrt[6]{x} = 0\]

**375.** Найдите сумму корней уравнения \[\left( {{3^{2{x^2} + 2}} - 59049} \right)\sqrt {x + 1} = 0\]

**376.** Найдите сумму корней уравнения \[\left( {{2^{4{x^2} - 7}} - 0,125} \right)\sqrt[6]{x} = 0\]

**377.** Найдите сумму корней уравнения \[\left( {{5^{{x^2}}} - 625} \right)\sqrt x = 0\]

**378.** Найдите все решения уравнения \[({x^2} + 1)\cos x = \frac{1}{2}({x^2} + {\sin ^2}x + {\cos ^2}x)\]

**379.** Найдите все решения уравнения \[({({\log \_2}x)^2} + 1){\cos ^2}x = 1 + \frac{1}{{{{({{\log }\_x}2)}^2}}}\]

**380.** Решите уравнение: \[{10^{50 + \lg x}} - {x^{\frac{1}{3}(\lg x + 8)}} = 0\]

**381.** Решите уравнение: \[{x^2} - 10x\lg x = 0\]

**382.** Решите уравнение: \[{\log \_3}({9^x} - 6) - {\log \_3}(2 \cdot {3^x} - 3) = 0\]

**383.** Решите уравнение: \[\sqrt {1 + {{\log }\_2}x} = 5 - {\log \_2}x\]

**384.** Решите уравнение: \[\sqrt {4{{\log }\_2}\sqrt x + 17} = 1 + \frac{1}{{{{\log }\_x}2}}\]

**385.** Решите уравнение: \[\sqrt {{{\log }\_x}(64{x^{25}})} = 3({\log \_x}\sqrt[3]{2} + 1)\]

**386.** Решите уравнение: \[\sqrt {{{\log }\_5}{x^6} + 13} = \frac{1}{{{{\log }\_x}5}} + 3\]

**387.** Решите уравнение: \[\sqrt {\frac{6}{{{{\log }\_{16}}x}} + {{\log }\_{\sqrt x }}{x^5}} = \frac{1}{{{{\log }\_{16{x^3}}}x}}\]

**388.** Решите уравнение: \[\frac{1}{{{{\log }\_x}3}} + 1 = \sqrt {{{\log }\_9}{x^4} + 10} \]

**389.** Решите уравнение: \[\sqrt {1 - {{\cos }^2}x} = 2{\cos ^2}x - 1\]

**390.** Решите уравнение: \[{\cos ^2}x + 2\sqrt {1 - {{\sin }^2}x} = 0\]

**391.** Решите уравнение: \[{\sin ^2}x - 2 + \sqrt {1 - {{\cos }^2}x} = 0\]

**2.1.7. Параметрические уравнения повышенной сложности**

**392.** Найдите все значения параметра \[a\], при каждом из которых уравнению \[(2x - a - 2){\log \_{x + a + 1}}\left( {\frac{{2ax - 6a + 3}}{{{x^2} - 6x + 12}}} \right) = 0\] удовлетворяют ровно два различных значения переменной \[x.\]

**393.** Найдите все значения параметра \[a\], при каждом из которых уравнению \[(2x - a - 2){\log \_{x + a + 1}}\left( {\frac{{2ax - 6a + 3}}{{{x^2} - 6x + 12}}} \right) = 0\] удовлетворяет ровно одно значение переменной \[x.\]

**394.** Найдите все значения параметра \[a\], при каждом из которых все корни уравнения \[(2x - a - 2){\log \_{x + a + 1}}\left( {\frac{{2ax - 6a + 3}}{{{x^2} - 6x + 12}}} \right) = 0\] принадлежат отрезку \[[2;5].\]

**395.** Найдите все значения параметра \[a\], при каждом из которых существует единственное значение переменной \[x\], удовлетворяющее уравнению \[(2x - 3a){\log \_{a + 2 - x}}\left( {\frac{{{a^2} - 2a + x}}{{4{x^2} - 11x + 8}}} \right) = 0.\]

**396.** Найдите все значения параметра \[a\], при каждом из которых уравнение \[(2x - 3a){\log \_{a + 2 - x}}\left( {\frac{{{a^2} - 2a + x}}{{4{x^2} - 11x + 8}}} \right) = 0\] не имеет решений.

**397.** Найдите все значения параметра \[a\], при каждом из которых уравнению \[(2x - 3a){\log \_{a + 2 - x}}\left( {\frac{{{a^2} - 2a + x}}{{4{x^2} - 11x + 8}}} \right) = 0\] удовлетворяют два различных значения переменной \[x.\]

**398.** Найдите все значения параметра \[a\], при каждом из которых все корни уравнения \[(2x - 3a){\log \_{a + 2 - x}}\left( {\frac{{{a^2} - 2a + x}}{{4{x^2} - 11x + 8}}} \right) = 0.\] принадлежат отрезку \[[\frac{1}{2};2].\]

**399.** Найдите все значения параметра \[a\], при каждом из которых уравнению \[(x - 1){\log \_{x + a + 1}}\left( {\frac{{3ax - a - {a^2} + 1}}{{2{x^2} - x + 1}}} \right) = 0\] удовлетворяет ровно одно значение переменной \[x.\]

**400.** Найдите все значения параметра \[a\], при каждом из которых уравнению \[(x - 1){\log \_{x + a + 1}}\left( {\frac{{3ax - a - {a^2} + 1}}{{2{x^2} - x + 1}}} \right) = 0\] удовлетворяют ровно два различных значения переменной \[x.\]

**401.** Найдите все значения параметра \[a\], при каждом из которых все корни уравнения \[(x - 1){\log \_{x + a + 1}}\left( {\frac{{3ax - a - {a^2} + 1}}{{2{x^2} - x + 1}}} \right) = 0\] принадлежат отрезку \[[2;4].\]

**2.2. Системы уравнений**

**2.2.1. Системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными**

**402.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

2x - y = 1\\

x + y = 2.

\end{array} \right.\] Найдите \[{x\_0} - {y\_0}.\]

**403.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

2x - 2y = 2\\

x + y = 2.

\end{array} \right.\] Найдите \[{x\_0} - {y\_0}.\]

**404.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

x - 2y = 1\\

x + y = 2.

\end{array} \right.\] Найдите \[{x\_0} - {y\_0}.\]

**405.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

2x - y = 0\\

2x + y = 4.

\end{array} \right.\] Найдите \[{x\_0} - {y\_0}.\]

**406.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

x - 3y = - 1\\

x + y = 2.

\end{array} \right.\] Найдите \[{x\_0} - {y\_0}.\]

**407.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

2x - 3y = 1\\

x + 2y = 1.

\end{array} \right.\] Найдите \[{x\_0} \cdot {y\_0}.\]

**408.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

x - y = 1\\

x + 2y = 4.

\end{array} \right.\] Найдите \[{x\_0}:{y\_0}.\]

**409.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

x - 2y = 1\\

3x + 2y = 3.

\end{array} \right.\] Найдите \[{x\_0} \cdot {y\_0}.\]

**410.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

x - y = 1\\

3x + y = 3.

\end{array} \right.\] Найдите \[{x\_0} \cdot {y\_0}.\]

**411.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

x - 4y = 1\\

x + 2y = 5.

\end{array} \right.\] Найдите \[{x\_0} \cdot {y\_0}.\]

**412.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

2x - 3y = 1\\

x + y = 2.

\end{array} \right.\] Найдите \[{x\_0} \cdot {y\_0}.\]

**413.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

x - y = 1\\

2x + y = 2.

\end{array} \right.\] Найдите \[{x\_0} - {y\_0}.\]

**414.** Сколько решений имеет система уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

x - y = 1\\

3x - 3y = 4?

\end{array} \right.\]

**415.** Сколько решений имеет система уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

x + 3y = 2\\

2x + 6y = 4?

\end{array} \right.\]

**416.** Сколько решений имеет система уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

x - 2y = 1\\

2x - 3y = 2?

\end{array} \right.\]

**417.** Сколько решений имеет система уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

x - 3y = 1\\

x + 2y = 5?

\end{array} \right.\]

**418.** Сколько решений имеет система уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

x - y = 1\\

2x - 2y = 2?

\end{array} \right.\]

**419.** Сколько решений имеет система уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

x - 2y = 1\\

2x - 4y = 2?

\end{array} \right.\]

**420.** Сколько решений имеет система уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

x - 3y = 1\\

2x - 6y = 3?

\end{array} \right.\]

**2.2.2. Системы квадратных уравнений**

**421.** Решите систему уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

y - {x^2} = 17 - 8x\\

\frac{1}{3}(y + 1) + 8x = {x^2} + 16.

\end{array} \right.\]

**2.2.3. Системы иррациональных уравнений**

**422.** Решите систему уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

\sqrt {x - 2} + 5 = y\\

{y^2} - 10\sqrt {x - 2} = 2x + 5.

\end{array} \right.\]

**423.** Решите систему уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

\sqrt {y + 3} - 7 = x\\

2y - 2{x^2} = 8.

\end{array} \right.\]

**424.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы \[\left\{ \begin{array}{l}

\sqrt x + \sqrt y = 3\\

\sqrt x - y = 1.

\end{array} \right.\] Найдите частное \[\frac{{{x\_0}}}{{{y\_0}}}.\]

**425.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы \[\left\{ \begin{array}{l}

y - 2 = \sqrt x \\

\sqrt {x - 3} = y - 3.

\end{array} \right.\] Найдите значение выражения \[x\_0^2 + y\_0^3.\]

**2.2.4. Системы тригонометрических уравнений**

**426.** Решите систему уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

\sin x - 2{\sin ^2}y \cdot {\cos ^2}y = 1\\

{\sin ^4}y + {\cos ^4}y + \sin x - 1 = \cos y.

\end{array} \right.\]

**2.2.5. Системы показательных уравнений**

**427.** Решите систему уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

{9^x} = 725 + {2^y}\\

25 + {2^{0,5y}} - {3^x} = 0.

\end{array} \right.\]

**428.** Решите систему уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

{3^x} = \frac{{1 - {2^y}}}{{{2^y} - 5}}\\

{2^y} = \frac{{{3^{x + 1}} - 1}}{{{3^x} - 1}}.

\end{array} \right.\]

**429.** Решите систему уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

{2^x} = \frac{{2 \cdot {3^y} + 2}}{{1 - {3^y}}}\\

{3^y} = \frac{{{2^x} + 3}}{{5 \cdot {2^x} + 1}}.

\end{array} \right.\]

**2.2.6. Системы логарифмических уравнений**

**430.** Решите систему уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

{\log \_3}x + {\log \_9}y = 5\\

{\log \_9}x + {\log \_3}y = 7.

\end{array} \right.\]

**431.** Решите систему уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

2{\log \_{36}}y + {\log \_6}(10y + x + 1) = 1\\

\ln (x + 5y + 1) = 0.

\end{array} \right.\]

**432.** Решите систему уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

2{\log \_{49}}( - y) + {\log \_7}(x - 4y - 5) = 1\\

{\log \_{11}}(x - 2y + 1) = 0.

\end{array} \right.\]

**2.2.7. Смешанные системы уравнений**

**433.** Решите систему уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

\sin y - x + 2 = 0\\

{x^2} = 6\sin y + 7.

\end{array} \right.\]

**434.** Решите систему уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

{36^{xy}} + 2 \cdot {6^{xy}} = 48\\

\frac{1}{x} + 2y = 6.

\end{array} \right.\]

**435.** Решите систему уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

{\log \_9}x - {\log \_3}y = 0\\

{x^2} - 2{y^2} = 63.

\end{array} \right.\]

**436.** Решите систему уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

0,5 \cdot y - 1 = \sqrt {x - 2} \\

y + 4x = {x^2} + 6.

\end{array} \right.\]

**437.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы \[\left\{ \begin{array}{l}

y + 1 = \sqrt {{x^2} + 6x + 9} \\

y + x = 0.

\end{array} \right.\] Найдите значение выражения \[{x\_0}{y\_0}({x\_0} + {y\_0}).\]

**438.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы \[\left\{ \begin{array}{l}

\sqrt {x - 3} = y + 2\\

x + y - 3 = 0.

\end{array} \right.\] Найдите значение выражения \[\sqrt {{x\_0}} - {y\_0}.\]

**439.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы \[\left\{ \begin{array}{l}

y + 1 = \sqrt {{x^2} + 4x + 4} \\

y = 3x + 5.

\end{array} \right.\] Найдите произведение \[{x\_0} \cdot {y\_0}.\]

**440.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы \[\left\{ \begin{array}{l}

y + 1 = \sqrt {{x^2} + 4x + 4} \\

2x - y + 6 = 0.

\end{array} \right.\] Найдите произведение \[{x\_0} \cdot {y\_0}.\]

**441.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы \[\left\{ \begin{array}{l}

2y + 5 = \sqrt {4{x^2} + 12x + 9} \\

x + y = 5.

\end{array} \right.\] Найдите \[{x\_0} - {y\_0}.\]

**442.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы \[\left\{ \begin{array}{l}

3y - 2 = \sqrt {9{x^2} - 6x + 1} \\

y - 4 = 2x.

\end{array} \right.\] Найдите произведение \[{x\_0} \cdot {y\_0}.\]

**443.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы \[\left\{ \begin{array}{l}

y - 5 = \sqrt {{x^2} + 6x + 9} \\

y = 2x - 3.

\end{array} \right.\] Найдите произведение \[{x\_0} \cdot {y\_0}.\]

**444.** Пусть \[({x\_0},{y\_0})\] — решение системы \[\left\{ \begin{array}{l}

2y - 3 = \sqrt {25{x^2} - 70x + 49} \\

y - x = 1.

\end{array} \right.\] Найдите произведение \[{x\_0} \cdot {y\_0}.\]

**445.** Решите систему уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

{2^x} = \frac{{3y + 1}}{{y - 4}}\\

y = \frac{{3 \cdot {2^x} - 8}}{{{2^x} + 1}}.

\end{array} \right.\]

**446.** Решите систему уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

{2^x} = \frac{{2y + 2}}{{1 - y}}\\

y = \frac{{{2^x} + 3}}{{5 \cdot {2^x} + 1}}.

\end{array} \right.\]

**447.** Решите систему уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

{3^x} = \frac{{y + 3}}{{5y + 1}}\\

y = \frac{{2 \cdot {3^x} + 2}}{{1 - {3^x}}}.

\end{array} \right.\]

**448.** Решите систему уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

{3^x} = \frac{{1 - y}}{{y - 5}}\\

y = \frac{{{3^{x + 1}} - 1}}{{{3^x} - 1}}.

\end{array} \right.\]

**449.** Решите систему уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

x = \frac{{1 - {2^y}}}{{{2^y} - 5}}\\

{2^y} = \frac{{3x - 1}}{{x - 1}}.

\end{array} \right.\]

**2.2.8. Параметрические системы уравнений повышенной сложности**

**450.** Найдите все натуральные значения параметра \[k\], для каждого из которых найдётся хотя бы одна пара чисел \[(a;b),\] таких, что система уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

\sin x + \sin y = \sin (x + y),\\

{(x - a)^2} + {(y - b)^2} = {k^2}

\end{array} \right.\] не имеет решения.

**451.** Найдите все натуральные значения параметра \[k\], для каждого из которых найдётся хотя бы одна пара чисел \[(a;b),\] таких, что система уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

\sin x + \sin y = \sin (x + y),\\

{(x - a)^2} + {(y - b)^2} = {\pi ^2}{k^2}

\end{array} \right.\] имеет ровно одно решение.

**452.** Найдите все натуральные значения параметра \[k\], для каждого из которых найдётся хотя бы одна пара чисел \[(a;b),\] таких, что система уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

\sin x + \sin y = \sin (x + y),\\

\left| {x - a} \right| + \left| {y - b} \right| = k

\end{array} \right.\] не имеет решения.

**453.** Найдите все натуральные значения параметра \[k\], для каждого из которых найдётся хотя бы одна пара чисел \[(a;b),\] таких, что система уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

\sin x + \sin y = \sin (x + y),\\

\left| {x - a} \right| + \left| {y - b} \right| = k

\end{array} \right.\] имеет ровно два решения.

**454.** Найдите все натуральные значения параметра \[k\], для каждого из которых найдётся хотя бы одна пара чисел \[(a;b),\] таких, что система уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

\sin x + \sin y = \sin (x + y),\\

\left| {x - a} \right| + \left| {y - b} \right| = k

\end{array} \right.\] имеет ровно три решения.

**455.** Найдите все натуральные значения параметра \[k\], при котором система уравнений \[\left\{ \begin{array}{l}

\cos x\cos y\cos (x + y) + \frac{1}{8} = 0\\

\left| x \right| + \left| y \right| + \left| {y - kx - \pi } \right| = x(1 + k) + \pi

\end{array} \right.\] имеет решение.

**2.3. Неравенства**

**2.3.1. Квадратные неравенства**

**456.** Решите неравенство \[({x^2} + x - 6)(x - 5) \ge 0\]

**457.** Решите неравенство \[({x^2} + 11x + 28)({x^2} - 14x + 48) \le 0\]

**2.3.2. Рациональные неравенства**

**458.** Определите число целых решений неравенства \[\frac{{8 - x}}{{7x - 14}} \ge 0\]

**459.** Определите число целых решений неравенства \[\frac{{x + 3}}{{9 - 2x}} \ge 0\]

**460.** Определите число целых решений неравенства \[\frac{{x + 2}}{{7 - x}} \ge 0\]

**461.** Определите число целых решений неравенства \[\frac{{x - 2}}{{6 - x}} \ge 0\]

**462.** Определите число целых решений неравенства \[\frac{{3 - x}}{{x - 1}} \ge 0\]

**463.** Определите число целых решений неравенства \[\frac{{2 - x}}{{2x - 8}} \ge 0\]

**464.** Определите число целых решений неравенства \[\frac{{3 - x}}{{14 - 2x}} < 0\]

**465.** Определите число целых решений неравенства \[\frac{{x - 3}}{{x + 2}} \le 0\]

**466.** Определите число целых решений неравенства \[\frac{{3x + 3}}{{2 - x}} \ge 0\]

**467.** Определите число целых решений неравенства \[\frac{{4 - 2x}}{{x - 4}} > 0\]

**468.** Решите неравенство: \[\frac{{{x^2} - 2x - 63}}{{{x^2} + 4x - 77}} \ge 0\]

**469.** Решите неравенство: \[\frac{{({x^2} + 8x - 65)(x + 3)}}{{x - 8}} \le 0\]

**470.** Решите неравенство: \[\frac{{{x^2} - 5x + 6}}{{x + 1}} \le 0\]

**471.** Решите неравенство: \[\frac{{{x^2} + 2x - 3}}{{x + 4}} \ge 0\]

**472.** Решите неравенство: \[\frac{{x - 3}}{{{x^2} + x - 2}} \le 0\]

**473.** Решите неравенство: \[\frac{{4 - {x^2}}}{{3x - 1}} \le 0\]

**474.** Решите неравенство: \[\frac{{(1 - x)(1 - 3x)}}{{(4x + 3)}} < 0\]

**475.** Решите неравенство: \[\frac{{(2 - x)(5x + 6)}}{{(2x + 5)}} \ge 0\]

**476.** Решите неравенство: \[\frac{1}{{2x + 5}} \ge \frac{1}{{2 - x}}\]

**477.** Решите неравенство: \[\frac{{x(x - 3)}}{{x - 7}} \ge 0\]

**478.** Решите неравенство: \[\frac{{(x - 1)(x + 6)}}{{x + 11}} \le 0\]

**479.** Решите неравенство: \[\frac{{(x - 7)(x + 11)}}{{4x + 8}} \le 0\]

**480.** Решите неравенство: \[\frac{{(x - 1)(x + 2)}}{{x - 3}} \ge 0\]

**481.** Решите неравенство: \[\frac{{(x + 2)(x - 7)}}{x} \le 0\]

**482.** Решите неравенство: \[\frac{x}{{(x - 1)(x - 2)}} \ge 0\]

**483.** Решите неравенство: \[\frac{{x + 1}}{{(x - 1)(x - 2)}} > 0\]

**484.** Решите неравенство: \[\frac{{x(x + 2)}}{{x + 1}} \ge 0\]

**485.** Решите неравенство: \[\frac{{(x + 3)}}{{(x - 4)(x - 7)}} \le 0\]

**486.** Решите неравенство: \[\frac{{(x + 2)(x + 3)}}{{x - 4}} \le 0\]

**2.3.3. Показательные неравенства**

**487.** Решите неравенство: \[{3^{7 - x}} \ge 9\]

**488.** Решите неравенство: \[{2^{\frac{x}{5} - 1}} \ge 4\]

**489.** Решите неравенство: \[{3^{ - x - 6}} \le \frac{1}{9}\]

**490.** Решите неравенство: \[{5^{7 - 2x}} \ge 125\]

**491.** Решите неравенство: \[{7^{4 - 2x}} \ge 49\]

**492.** Решите неравенство: \[{3^{x - 4}} \le 27\]

**493.** Решите неравенство: \[{5^{3x - 9}} > 1\]

**494.** Решите неравенство: \[{3^{3x + 1}} \le 81\]

**495.** Решите неравенство: \[{0,5^{x + 2}} \le 4\]

**496.** Решите неравенство: \[{4^{4x + 7}} \le 64\]

**497.** Решите неравенство: \[{27^{\frac{2}{3}(x - 2)}} + {3^4} - {3^{2(x - 1)}} < 73\]

**498.** Решите неравенство: \[{\left( {\frac{2}{7}} \right)^{6x - 21}} \cdot {(3,5)^{4x + 1}} \ge 1\]

**499.** Решите неравенство: \[{81^x} - 10 \cdot {9^{x + 1}} + 729 < 0\]

**2.3.4. Логарифмические неравенства**

**500.** Решите неравенство: \[{\log \_\pi }x + {\log \_\pi }2 + {\log \_\pi }(8 - x) > {\log \_\pi }(x + 27)\]

**501.** Решите неравенство: \[0,5(1 + {\log \_3}x) - {\log \_{\frac{1}{3}}}(x + 3) > {\log \_3}5x\]

**502.** Решите неравенство: \[\lg 10x < \lg {10^{\lg ({x^2} + 21)}}\]

**503.** Решите неравенство: \[{\log \_8}(x - 2) - {\log \_8}(x - 3) > \frac{1}{3}\]

**2.3.5. Смешанные неравенства**

**504.** Решите неравенство: \[\frac{{{{\left( {\frac{1}{2}} \right)}^{8 + x}} - 16}}{{{x^2} + 3x + 9}} < 0\]

**505.** Решите неравенство: \[{5^x} - 4 \le {(x - 2)^2}\]

**506.** Решите неравенство: \[{3^{x - 2}} < 1 + \sqrt {x + 1} \]

**2.3.6. Параметрические неравенства повышенной сложности**

**507.** Найдите все значения параметра \[a,\] при каждом из которых неравенство \[{\log \_{9(\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{4})}}\left( {{{\log }\_{11}}\left( {\left| {2{x^2} + 2ax - 7} \right| + 2} \right)} \right) \le 0\] верно при всех значениях переменной \[x,\] принадлежащих отрезку \[[ - 4;2].\]

**508.** Найдите все значения параметра \[a,\] при каждом из которых неравенство \[{\log \_{7(\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{4})}}\left( {{{\log }\_{11}}\left( {\left| {{x^2} + 2ax + 2} \right| + 2} \right)} \right) \ge 0\] верно при всех значениях переменной \[x,\] принадлежащих отрезку \[[ - 1;7].\]

**509.** Найдите все значения параметра \[a,\] при каждом из которых неравенство \[{\log \_{8(\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{4})}}\left( {\lg \left( {\left| {{x^2} + ax - 4} \right| + 2} \right)} \right) \ge 0\] верно при всех значениях переменной \[x,\] принадлежащих отрезку \[[ - 6;2].\]

**510.** Найдите все значения параметра \[a,\] при каждом из которых неравенство \[{\log \_{\frac{{\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{4}}}{{\sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{5}}}}}\left( {5{x^2} + ax + 3} \right) > 0\] верно при всех значениях переменной \[x,\] принадлежащих отрезку \[[0;1].\]

**2.4. Системы неравенств**

**2.4.1. Системы рациональных неравенств**

**511.** Решите систему неравенств \[\left\{ \begin{array}{l}

\frac{{x - 7}}{{2x - 3}} < 1;\\

\frac{{x + 4}}{{2x - 3}} < \frac{1}{2}.

\end{array} \right.\]

**2.4.2. Смешанные системы неравенств**

**512.** Решите систему неравенств \[\left\{ \begin{array}{l}

{x^2} + 3 > 4x;\\

{\log \_3}({x^2} - 4x + 3) \le {\log \_3}8.

\end{array} \right.\]

**513.** Решите систему неравенств \[\left\{ \begin{array}{l}

9 \cdot {3^x} - \frac{1}{{27}} \ge 0;\\

{x^2} - 5x - 84 \ge 0.

\end{array} \right.\]

**514.** Решите систему неравенств \[\left\{ \begin{array}{l}

{\left( {\frac{1}{5}} \right)^{3 + x}} - 25 > 0;\\

{x^2} + 2x - 99 \le 0.

\end{array} \right.\]

***3. Функции***

**3.1. Область определения функции**

**515.** Найдите область определения функции \[y = {\log \_3}\frac{{7 + x}}{{x - 3}}\]

**516.** Найдите область определения функции \[y = {\log \_7}({x^2} - 8x + 15)\]

**517.** Найдите область определения функции \[y = {\log \_{\frac{{x - 1}}{{x + 3}}}}2\]

**518.** Найдите область определения функции \[y = {\log \_{3,75}}({x^2} - x - 2)\]

**519.** Найдите область определения функции \[y = \frac{{{3^x}}}{{{2^{2x}} - {2^x} - 2}}\]

**520.** Найдите область определения функции \[y = {\log \_3}\frac{{x - 4}}{{3 - 6x}}\]

**521.** Найдите область определения функции \[y = {\log \_7}\frac{{3 + x}}{{x - 3}}\]

**522.** Найдите область определения функции \[y = {\log \_6}\frac{{x - 6}}{{2x + 10}}\]

**523.** Найдите область определения функции \[y = {\log \_7}\frac{{3 + x}}{{4 - x}}\]

**524.** Найдите область определения функции \[y = {\log \_3}\frac{{x - 3}}{{5 + x}}\]

**525.** Найдите область определения функции \[y(x) = {\log \_2}(\sin (2x + 5))\]

**526.** Найдите область определения функции \[y(x) = {\left( {\frac{1}{2}} \right)^{\sqrt {(2 - x)(2 + x)} + \frac{1}{{x - 1}}}}\]

**527.** Найдите область определения функции \[y(x) = {7^{\sqrt {5 - x - \frac{6}{x}} }}\]

**528.** Найдите область определения функции \[y(x) = \sqrt { - {{\log }\_7}({{\log }\_3}\frac{{x + 1}}{{x - 1}})} \]

**529.** Найдите область определения функции \[y(x) = {\log \_3}\left( {\frac{{{x^2} - 7x + 12}}{{{x^2} - 2x - 3}}} \right)\]

**530.** Найдите область определения функции \[y = \frac{{{3^x}}}{{{2^{2x}} - {2^x} - 2}}\] 

**531.** Найдите область определения функции \[y = \sqrt {\frac{{1 - {{\log }\_2}x}}{{2 + {x^4}}}} \]

**532.** Найдите область определения функции \[y = \sqrt[6]{{\frac{{2{x^2} + 3}}{{3 - {{\log }\_5}x}}}}\]

**533.** Найдите область определения функции \[y = \sqrt[4]{{({x^2} + 5)({{\log }\_2}x + 1)}}\]

**534.** Найдите область определения функции \[y = \sqrt[4]{{(3 + {x^2})(2 - {{\log }\_7}x)}}\]

**535.** Найдите область определения функции \[y = \sqrt[4]{{({x^2} + 4)(3 - {{\log }\_2}x)}}\]

**536.** Найдите область определения функции \[y = \sqrt[4]{{\left( {5 + {{\log }\_2}\frac{1}{x}} \right)\left( {{x^2} + 1} \right)}}\]

**537.** Найдите область определения функции \[y = \sqrt {\left( {{x^2} + 2} \right)\left( {2 + {{\log }\_5}\frac{1}{x}} \right)} \]

**538.** Найдите область определения функции \[y = \sqrt[6]{{\left( {{x^2} + 2x + 15} \right)\left( {3 + {{\log }\_{\frac{1}{5}}}\frac{1}{x}} \right)}}\]

**539.** Найдите область определения функции \[y = \sqrt[8]{{\frac{{{x^2} + x + 10}}{{2 + {{\log }\_{\frac{1}{3}}}\frac{1}{x}}}}}\]

**540.** Найдите сумму всех целых чисел, входящих в область определения функции \[y = \ln \left( {x - 2\left| {x - 2} \right|} \right)\]

**541.** Найдите сумму всех целых чисел, входящих в область определения функции \[y = \ln \left( {2x - 3\left| {x - 3} \right|} \right)\]

**542.** Найдите сумму всех целых чисел, входящих в область определения функции \[y = \sqrt {x - 4\left| {x - 6} \right|} \]

**543.** Найдите сумму всех целых чисел, входящих в область определения функции \[y = \sqrt {x - 3\left| {x - 2} \right|} \]

**544.** Найдите сумму всех целых чисел, входящих в область определения функции \[y = \sqrt[4]{{2x - 7\left| {x - 1} \right|}}\]

**545.** Найдите сумму всех целых чисел, входящих в область определения функции \[y = \ln \left( {x - \left| {2x - 6} \right|} \right)\]

**546.** Найдите сумму всех целых чисел, входящих в область определения функции \[y = \ln \left( {4 - \left| {x - 3} \right|} \right)\]

**547.** Найдите сумму наибольшего и наименьшего целых чисел, входящих в область определения функции \[y = \sqrt {\ln \left( {2x - \left| {3x - 6} \right|} \right)} \]

**548.** Найдите сумму наибольшего и наименьшего целых чисел, входящих в область определения функции \[y = \sqrt[5]{{\lg \left( {3x - \left| {4x - 4} \right|} \right)}}\]

**549.** Найдите сумму наибольшего и наименьшего целых чисел, входящих в область определения функции \[y = \sqrt {\lg \left( {3x - \left| {4x - 3} \right|} \right)} \]

**3.2. Множество значений функции**

**550.** Найдите множество значений функции \[y = {\cos ^2}x + 3\]

**551.** Найдите множество значений функции \[y = {\log \_2}(x - 3) + {\log \_2}(x - 2)\]

**552.** Найдите множество значений функции \[y = {e^{{x^2} + 1}}\]

**553.** Найдите множество значений функции \[y = {2^{\sqrt x }} - 1\]

**554.** Найдите множество значений функции \[y = {2^{\sin x}} - 1\]

**555.** Найдите множество значений функции \[y = 4 - \cos x\]

**556.** Найдите множество значений функции \[y = 1 + 5\cos x\]

**557.** Найдите множество значений функции \[y = 3 - 4\cos x\]

**558.** Найдите множество значений функции \[y = 2 - 4\cos x\]

**559.** Найдите множество значений функции \[y = 2\sin x + 5\]

**560.** Найдите значение выражения \[\sqrt[6]{{{{({x^2} - 4x + 4)}^3}}} + \left| {x + 2,5} \right|\], если \[ - 1,3 \le x \le 1,7\]

**561.** Найдите значение выражения \[\left| {x - 3,5} \right| + \sqrt[4]{{{{(9 + 6x + {x^2})}^2}}}\], если \[ - 2,8 < x < 3,2\]

**562.** Найдите значение выражения \[\sqrt[{10}]{{{{({x^2} - 10x + 25)}^5}}} + \left| {x - 1,5} \right|\], если \[1,8 \le x \le 4,3\]

**563.** Найдите значение выражения \[\left| {x - 1,8} \right| + \sqrt[8]{{{{({x^2} + 4x + 4)}^4}}}\], если \[ - 1,8 \le x \le 1,5\]

**564.** Найдите значение выражения \[\sqrt[6]{{{{({x^2} + 2x + 1)}^3}}} + \left| {x + 3,8} \right|\], если \[ - 2,8 < x \le - 1,5\]

**565.** Найдите значение выражения \[\left| {x + 1,5} \right| + \sqrt[{10}]{{{{({x^2} + 8x + 16)}^5}}}\], если \[ - 3,8 < x < - 2,3\]

**566.** Найдите значение выражения \[\sqrt[6]{{{{(25 + 10x + {x^2})}^3}}} + \left| {x + 2,2} \right|\], если \[ - 4,2 \le x < - 2,5\]

**567.** Найдите значение выражения \[\left| {x + 3,8} \right| + \sqrt[4]{{{{({x^2} - 2x + 1)}^2}}}\], если \[ - 3,5 < x \le 0,5\]

**568.** Найдите значение выражения \[\sqrt[{10}]{{{{({x^2} - 6x + 9)}^5}}} + \left| {x + 3,2} \right|\], если \[ - 2,7 \le x \le 2,5\]

**569.** Найдите значение выражения \[\left| {x - 0,5} \right| + \sqrt[4]{{{{(16 - 8x + {x^2})}^2}}}\], если \[1,8 < x < 3,9\]

**3.3. Нули функции**

**570 .** Найдите нули функции \[y = \sqrt[4]{{{x^5} - 3{x^3} + 8}} + \sqrt {\lg ({x^2} - x - 5)} \]

**571.** Найдите нули функции \[y = \sqrt[6]{{{x^4} + 3{x^3} + 8}} + {\arcsin ^2}({x^2} + 2x)\]

**572.** Найдите нули функции \[y = \sqrt {{x^3} - 5x + 12} + \log \_4^4({x^2} + x - 5)\]

**573.** Найдите нули функции \[y = arct{g^2}(3x - {x^2}) + \sqrt[8]{{{x^5} - 2{x^4} - 80}}\]

**574.** Найдите нули функции \[y = {\ln ^6}({x^2} - 2x - 14) + \sqrt {{x^4} + 2{x^3} - 27} \]

**575.** Найдите нули функции \[y = {\arcsin ^4}({x^2} + 2x - 3) + \sqrt[4]{{{x^3} + {x^2} + 18}}\]

**576.** Найдите нули функции \[y = \sqrt {{x^3} + 4{x^2} + 25} + 6{\ln ^6}({x^2} + 4x - 4)\]

**577.** Найдите нули функции \[y = \sqrt[6]{{{x^3} + 3{x^2} + 16}} + arct{g^2}({x^2} + x - 12)\]

**578.** Найдите нули функции \[y = \sqrt[4]{{{x^3} - 23x - 10}} + \sqrt {{{\log }\_\pi }({x^2} - 5x + 1)} \]

**579.** Найдите нули функции \[y = \sqrt[8]{{{x^4} + 5{x^3} + 64}} + {\arcsin ^2}({x^2} + 4x)\]

**3.4. Промежутки возрастания и убывания функции**

**580.** Сколько промежутковубывания у функции \[y = - \frac{{{x^3}}}{3} + \frac{{{x^2}}}{2} + 2x + 1,\] заданной на всей числовой оси?

**581.** Сколько промежутков возрастания у функции\[y = {x^3} - 3{x^2} + 2x,\] заданной на отрезке \[[0;2]?\]

**3.5. Чётность и нечётность**

**582.** Нечётная функция \[y = f(x)\] определена на всей числовой прямой. Для всякого неотрицательного значения переменной \[x\] значение этой функции совпадает со значением функции \[g(x) = x(2x + 1)(x - 3)(x + 2).\] Найдите значение \[h( - 1)\] функции

\[h(x) = \frac{{2f(x) + g(x)}}{{f(x) + 2g(x)}}.\]

**583.** Нечётная функция \[y = f(x)\] определена на всей числовой прямой. Для всякого неотрицательного значения переменной \[x\] значение этой функции совпадает со значением функции \[g(x) = 2x(x + 4)(2x - 1).\] Найдите значение \[h( - 1)\] функции \[h(x) = \frac{{f(x) + 2g(x)}}{{2f(x) + g(x)}}.\]

**584.** Нечётная функция \[y = f(x)\] определена на отрезке \[[ - 7;7].\] Для всякого неотрицательного значения переменной \[x \in [ - 7;7]\] значение этой функции совпадает со значением функции \[g(x) = x(2x - 3)(x - 2)(x + 5).\] Сколько корней имеет уравнение \[f(x) = 0?\]

**585.** Нечётная функция \[y = f(x)\] определена на отрезке \[( - 4;4).\] Для всякого неотрицательного значения переменной \[x \in ( - 4;4)\] значение этой функции совпадает со значением функции \[g(x) = x(x + 3)(x - 4)(2x - 7).\] Сколько корней имеет уравнение \[f(x) = 0?\]

**586.** Чётная функция \[y = f(x)\] определена на всей числовой прямой. Для всякого неположительного значения переменной \[x\] значение этой функции совпадает со значением функции \[g(x) = (x + 3)(x - 1)(x - 3).\] Найдите значение \[h(2)\] функции \[h(x) = \frac{{f(x) - 4g(x)}}{{f(x) + 4g(x)}}.\]

**587.** Чётная функция \[y = f(x)\] определена на всей числовой прямой. Для всякого неположительного значения переменной \[x\] значение этой функции совпадает со значением функции \[g(x) = x(x + 2)(2x - 5).\] Найдите значение \[h(2)\] функции \[h(x) = \frac{{5f(x) + g(x)}}{{f(x) - 5g(x)}}.\]

**588.** Чётная функция \[y = f(x)\] определена на отрезке \[[ - 6;6].\] Для всякого неотрицательного значения переменной \[x \in [ - 6;6]\] значение этой функции совпадает со значением функции \[y = f'(x).\] Сколько корней имеет уравнение \[f(x) = 0?\]

**589.** Чётная функция \[y = f(x)\] определена на отрезке \[( - 3;3).\] Для всякого неотрицательного значения переменной \[y = f(x)\] значение этой функции совпадает со значением функции \[g(x) = x(2x - 3)(x - 3)(x - 5).\] Сколько корней имеет уравнение \[f(x) = 0?\]

**590.** Нечётная функция \[y = f(x)\] определена на отрезке \[( - 7;7).\] Для всякого неположительного значения переменной \[x\] из указанного промежутка значение этой функции совпадает со значением функции \[g(x) = x(x - 4)(3x + 20)(x + 5).\] Сколько корней имеет уравнение \[f(x) = 0?\]

**591.** Чётная функция \[y = f(x)\] определена на отрезке \[[ - 5;5].\] Для всякого неположительного значения переменной \[f(x) = {x^2}\ln x\] значение этой функции совпадает со значением функции \[g(x) = (x - 2)(x - 1)(x + 5)(2x + 9).\] Сколько корней имеет уравнение \[f(x) = 0?\]

**592.** Нечётная функция \[y = f(x)\] определена на всей числовой прямой. Для всякого неотрицательного значения переменной \[x\] значение этой функции совпадает со значением функции \[g(x) = x(x + 3)(x - 2)(2x - 1).\] Сколько корней имеет уравнение \[f(x) = 0?\]

**593.** Нечётная функция \[y = f(x)\] определена на всей числовой прямой. Для всякого неотрицательного значения переменной \[x\] значение этой функции совпадает со значением функции \[g(x) = x(x - 1)(x + 2).\] Сколько корней имеет уравнение \[f(x) = 0?\]

**594.** Чётная функция \[y = f(x)\] определена на всей числовой прямой. Для всякого неотрицательного значения переменной \[x\] значение этой функции совпадает со значением функции \[g(x) = (x - 1)(x + 2)(x - 5).\] Сколько корней имеет уравнение \[f(x) = 0?\]

**595.** Чётная функция \[y = f(x)\] определена на всей числовой прямой. Для всякого неотрицательного значения переменной \[x\] значение этой функции совпадает со значением функции \[g(x) = x(x - 1)(x + 3).\] Сколько корней имеет уравнение \[f(x) = 0?\]

**596.** Нечётная функция \[y = f(x)\] определена на всей числовой прямой. Для всякого неположительного значения переменной \[x\] значение этой функции совпадает со значением функции \[g(x) = x(x + 1)(x + 2)(x - 3).\] Сколько корней имеет уравнение \[f(x) = 0?\]

**597.** Нечётная функция \[y = f(x)\] определена на всей числовой прямой. Для всякого неположительного значения переменной \[x\] значение этой функции совпадает со значением функции \[g(x) = x(x + 2)(x - 1)(x - 2).\] Сколько корней имеет уравнение \[f(x) = 0?\]

**598.** Чётная функция \[y = f(x)\] определена на всей числовой прямой. Для всякого неположительного значения переменной \[x\] значение этой функции совпадает со значением функции \[g(x) = x(x + 2)(x + 3)(x - 8).\] Сколько корней имеет уравнение \[f(x) = 0?\]

**599.** Нечётная функция \[y = f(x)\] определена на всей числовой прямой. Для всякого неотрицательного значения аргумента \[x\] значение этой функции совпадает со значением функции \[g(x) = (x + 2)(x - 3)(x + 4).\] Сколько корней имеет уравнение \[f(x) = 0?\]

**600.** Нечётная функция \[y = f(x)\] определена на всей числовой прямой. Для всякого неотрицательного значения переменной \[x\] значение этой функции совпадает со значением функции \[g(x) = (x - 3)(x + 2)(x - 1)(x + 18).\] Сколько корней имеет уравнение \[f(x) = 0?\]

**601.** Нечётная функция \[y = f(x)\] определена на всей числовой прямой. Для всякого неположительного значения переменной \[x\] значение этой функции совпадает со значением функции \[g(x) = (x + 3)x(x + 1)(x + 2)(x - 2).\] Сколько корней имеет уравнение \[f(x) = 0?\]

**3.6. Наибольшее и наименьшее значение функции**

**602.** Найдите наибольшее целое значение функции \[y = 2\sqrt {9{{\sin }^2}x + 6\sin x + 13} \]

**603.** Найдите наименьшее целое значение функции \[y = 3\sqrt {4 - 2\cos x - {{\cos }^2}x} \]

**604.** Найдите наибольшее целое значение функции \[y = 7\sqrt {1 + 4\sin x\cos x} \]

**605.** Найдите наибольшее целое значение функции \[y = \sqrt {\cos x - {{\sin }^2}x + 6} \]

**606.** Найдите наибольшее целое значение функции \[y = \sqrt {5{{\cos }^2}x + 4\cos x + 3} \]

**607.** Найдите наибольшее целое значение функции \[y = 0,5 \cdot \sqrt {10 + 6\cos x + 9{{\cos }^2}x} \]

**608.** Найдите наибольшее целое значение функции \[y = \frac{2}{3}\sqrt {16{{\sin }^2}x + 16\sin x + 17} \]

**609.** Найдите наибольшее целое значение функции \[y = \frac{1}{3}\sqrt {16{{\sin }^2}x + 40\sin x + 44} \]

**610.** Найдите наибольшее целое значение функции \[y = 2,5\sqrt[3]{{16{{\sin }^2}x + 24\sin x + 24}}\]

**611.** Найдите наибольшее целое значение функции \[y = \frac{1}{3}\sqrt[3]{{40 - 60\cos x + 25{{\cos }^2}x}}\]

**612.** Найдите наибольшее целое значение функции \[y = - 33 \cdot {0,5^{3 - \sin \left( {2x + \frac{\pi }{2}} \right)}}\]

**613.** Найдите наименьшее целое значение функции \[y = - 59,4 \cdot {3^{ - 2 - \cos \left( {3x - \frac{\pi }{2}} \right)}}\]

**614.** Найдите наибольшее целое значение функции \[y = - 0,3 \cdot {4^{2 + \sin \left( {3x - \frac{\pi }{2}} \right)}}\]

**615.** Найдите наименьшее целое значение функции \[y = - 27 \cdot {\left( {\frac{1}{2}} \right)^{2 - \cos \left( {x + \frac{{3\pi }}{2}} \right)}}\]

**616.** Найдите наибольшее целое значение функции \[y = - 0,1 \cdot {\left( {\frac{1}{3}} \right)^{ - 3 - \cos \left( {2x + \pi } \right)}}\]

**617.** Найдите наименьшее целое значение функции \[y = - 23,2 \cdot {2^{ - 2 + \sin \left( {3x - \frac{\pi }{2}} \right)}}\]

**618.** Найдите наибольшее целое значение функции \[y = - 4,16 \cdot {\left( {\frac{1}{4}} \right)^{1 - \sin \left( {3x - \pi } \right)}}\]

**619.** Найдите наименьшее целое значение функции \[y = - 1,8 \cdot {2^{3 - \cos \left( {2x + \frac{\pi }{2}} \right)}}\]

**620.** Найдите наибольшее целое значение функции \[y = - 17,6 \cdot {4^{ - 1 - \cos \left( {x + \frac{{3\pi }}{2}} \right)}}\]

**621.** Найдите наименьшее целое значение функции \[y = - 25 \cdot {3^{ - 2 + \sin \left( {2x + \pi } \right)}}\]

**622.** Найдите наибольшее значение функции \[y = \frac{9}{{{4^x} + {5^x}}}\] на промежутке \[\left[ {1;3} \right]\]

**623.** Найдите наименьшее значение функции \[y = \frac{{50}}{{{2^x} + {3^x}}}\] на промежутке \[\left[ {\frac{1}{2};1} \right]\]

**624.** Найдите наименьшее значение функции \[y = \frac{{36}}{{{4^x} + {2^x}}}\] на промежутке \[\left[ {1;2} \right]\]

**625.** Найдите наибольшее значение функции \[y = \frac{{58}}{{{5^x} + {2^x}}}\] на промежутке \[\left[ {2;4} \right]\]

**626.** Найдите наименьшее значение функции \[y = \frac{{13}}{{{2^x} + {3^x}}}\] на промежутке \[\left[ {1;2} \right]\]

**627.** Найдите наименьшее значение функции \[y = \frac{{41}}{{{5^x} + {4^x}}}\] на промежутке \[\left[ {1;2} \right]\]

**628.** Найдите наибольшее значение функции \[y = \frac{5}{{{4^{2x}} - {4^{x + 0,5}} + 2}}\] на промежутке \[\left[ {0;2} \right]\]

**629.** Найдите наибольшее значение функции \[y = \frac{8}{{{9^x} - 6 \cdot {3^x} + 11}}\] на промежутке \[\left[ {1;3} \right]\]

**630.** Найдите наименьшее значение функции \[y = \frac{{27}}{{{2^{2x}} - {2^{x + 1}} + 6}}\] на промежутке \[\left[ {0;3} \right]\]

**631.** Найдите наибольшее значение функции \[y = \frac{{100}}{{{3^x} + {4^x}}}\] на промежутке \[\left[ {2;8} \right]\]

**632.** Найдите наибольшее значение функции \[f(x) = - {x^2} + 4x + 21\]

**633.** Найдите наименьшее значение функции \[g(x) = {x^2} + 4x - 32\]

**634.** Найдите наибольшее значение функции \[y = ({x^2} + 2x + 1){e^x} - 4e\] на отрезке \[\left[ { - 1;1} \right]\]

**635.** Найдите наибольшее значение функции \[y = 0,34{e^{ - 2,25 + 3x - {x^2}}}\] на отрезке \[\left[ {0;2} \right]\]

**636.** Найдите наименьшее значение функции \[y = \ln ({x^2} + 5x + 7,25) + 2\] на отрезке \[\left[ { - 3;0} \right]\]

**637.** Найдите наибольшее значение функции \[y = {x^3}{e^{ - x}} - 27{e^{ - 3}}\] на отрезке \[\left[ {0;3} \right]\]

**638.** Найдите наибольшее значение функции \[y = {x^2}\ln x - {e^2} + 2\] на отрезке \[\left[ {\frac{1}{{\sqrt e }};e} \right]\]

**639.** Найдите наименьшее значение функции \[y = {e^x} - x + 1\] на отрезке \[\left[ { - 1;1} \right]\]

**640.** Найдите наименьшее значение функции \[y = 7{e^{3 + x - 2{x^2}}} - 10,4\] на отрезке \[\left[ {0;1,5} \right]\]

**641.** Найдите наибольшее значение функции \[y = x{e^{4x}} + 7\] на отрезке \[\left[ { - 1;0} \right]\]

**642.** Найдите наибольшее значение функции \[y = \frac{1}{x} + \ln x - e\] на отрезке \[\left[ {\frac{1}{e};e} \right]\]

**643.** Найдите наименьшее значение функции \[y = - \frac{{\ln x}}{x} + {e^{ - 1}}\] на отрезке \[\left[ {\sqrt e ;{e^2}} \right]\]

***4. Начала математического анализа***

**4.1. Производная функции**

**4.1.1. Производная суммы, разности, произведения, частного двух и более функций**

**644.** Найдите производную функции \[y(x) = 2\sin x + \cos x - 3\]

**645.** Найдите производную функции \[h(x) = tgx + 2\sin x\]

**646.** Найдите производную функции \[l(x) = {7^x} + {e^x} - 7\]

**647.** Найдите производную функции \[k(x) = 3 \cdot {2^x} + {10^{x\lg e}} + 121\]

**648.** Найдите производную функции \[g(x) = 2{\log \_2}x + \ln x\]

**649.** Найдите производную функции \[q(x) = 2\ln x - 3{\log \_7}x + 5\]

**650.** Найдите производную функции \[f(x) = ctgx + 2{x^3} - {2^x}\]

**651.** Найдите производную функции \[a(x) = 3{x^7}{\log \_3}x\]

**652.** Найдите производную функции \[b(x) = \frac{{{x^2} - 7}}{{\cos x}}\]

**653.** Найдите производную функции \[P(x) = \sin (4x + \pi ) + {2^{2x + 3}}\]

**654.** Найдите производную функции \[y = \sin x + 2{x^6}\]

**655.** Найдите производную функции \[y = {x^2} + {x^3} + {e^x} - 4\]

**656.** Найдите производную функции \[y = \ln x + {e^{2x}}\]

**657.** Найдите производную функции \[y = {2^x} + {e^x} - \sin x\]

**658.** Найдите производную функции \[y = \frac{1}{x} + {x^6}\]

**659.** Найдите производную функции \[y = - \sin x + {x^3}\]

**660.** Найдите производную функции \[y = 2{x^5} - 3\cos x\]

**661.** Найдите производную функции \[y = 2\sin x - {x^5}\]

**662.** Найдите производную функции \[y = 3\sin x - {x^6}\]

**663.** Найдите производную функции \[y = - 2\cos x + {x^3}\]

**664.** Найдите производную функции \[y = \sqrt {2x - 1} - 3\sin x\]

**665.** Найдите производную функции \[y = {x^4} - x + 2\cos x\]

**666.** Найдите производную функции \[y = tg3x - {x^3} + x\]

**667.** Найдите производную функции \[y = {e^x} - \sqrt {2x} \]

**668.** Найдите производную функции \[y = 0,5\sin 2x - {x^2} + 5x\]

**669.** Найдите производную функции \[y = 2\sqrt x - \ln (4x)\]

**670.** Найдите производную функции \[y = 0,25{x^4} - 0,5{x^2} + \cos (0,5x)\]

**671.** Найдите производную функции \[y = \sqrt {2x - 1} - 3\sin x\]

**672.** Найдите производную функции \[y = {e^{ - x}} + tgx\]

**4.1.2. Производная сложной функции**

**673.** Найдите производную функции \[y(x) = {e^{\sin x}}\]

**674.** Найдите производную функции \[y(x) = {e^{\cos x}}\]

**675.** Найдите производную функции \[y(x) = {e^{\sin 2x}}\]

**676.** Найдите производную функции \[y(x) = {e^{\cos 2x}}\]

**677.** Найдите производную функции \[y(x) = \ln (\sin x)\]

**678.** Найдите производную функции \[y(x) = \ln (\cos x)\]

**679.** Найдите производную функции \[y(x) = \ln (\sin \frac{x}{2})\]

**680.** Найдите производную функции \[y(x) = \ln (\cos \frac{x}{3})\]

**681.** Найдите производную функции \[y(x) = {e^{{{\sin }^2}2x}}\]

**682.** Найдите производную функции \[y(x) = {e^{{{\cos }^2}3x}}\]

**683.** Найдите производную функции \[y(x) = {e^{{{\cos }^3}2x}}\]

**684.** Найдите производную функции \[y(x) = {e^{{{\sin }^4}4x}}\]

**685.** Найдите производную функции \[y(x) = \ln (\sin {e^{{x^2}}})\]

**686.** Найдите производную функции \[y(x) = \ln (\cos {e^{{x^2}}})\]

**687.** Найдите производную функции \[y(x) = \ln ({\sin ^2}{e^x})\]

**688.** Найдите производную функции \[y(x) = \ln ({\cos ^2}{e^x})\]

**689.** Найдите производную функции \[f(x) = {7^{2\cos 2x}}\] в точке \[{x\_0} = \pi \]

**690.** Найдите производную функции \[f(x) = \frac{1}{{\ln \sqrt 3 }} \cdot {3^{ - \sin 3x}}\] в точке \[{x\_0} = \frac{\pi }{{18}}\]

**691.** Найдите производную функции \[f(x) = {e^{x + \cos 5x - 5}}\] в точке \[{x\_0} = 0\]

**692.** Найдите производную функции \[f(x) = \sin ({2^{{x^3} + 2{x^2} - 3}})\] в точке \[{x\_0} = - 1\frac{1}{3}\]

**693.** Найдите производную функции \[f(x) = \cos (\sin ((3x + 5) \cdot \frac{\pi }{{16}}))\] в точке \[{x\_0} = 1\]

**694.** Найдите производную функции \[f(x) = \frac{{10\ln 5}}{\pi }tg(\pi \cdot {\log \_5}({x^2} - 4))\] в точке \[{x\_0} = 3\]

**695.** Найдите производную функции \[f(x) = \frac{{\ln 2 \cdot \ln 11}}{{\sqrt 3 }}{\log \_{11}}({\log \_{13}}(\sin 3x))\] в точке \[{x\_0} = \frac{\pi }{{18}}\]

**696.** Найдите производную функции \[f(x) = \frac{{3\sqrt 3 }}{\pi }\ln (tg(\frac{\pi }{6}({x^2} - 48)))\] в точке \[{x\_0} = 7\]

**697.** Найдите производную функции \[f(x) = \frac{\pi }{3} \cdot {\log \_7}({5^{{x^3} - 2\cos (7 - x)}})\] в точке \[{x\_0} = 0\]

**698.** Найдите производную функции \[f(x) = \frac{1}{{\sqrt \pi }}(\frac{1}{{\ln 9}} \cdot {9^{3\cos {x^2}}} + \ln 9 \cdot {\log \_9}(3\cos {x^2}))\] в точке \[{x\_0} = \sqrt {\frac{\pi }{3}} \]

**4.2.3. Физический смысл производной**

**699.** При движении тела по прямой расстояние \[s\] (в километрах) от начальной точки меняется по закону \[s(t) = \frac{{{t^4}}}{4} - \frac{{{t^2}}}{4} + 2\] (\[t\] — время движения в часах). Найдите скорость (км/ч) тела через 1 час после начала движения.

**700.** При движении тела по прямой расстояние \[s\] (в метрах) от начальной точки меняется по закону \[s(t) = {t^2} + \ln t + 11\] (\[t\] — время движения в секундах). Найдите скорость (м/с) тела через 4 секунды после начала движения.

**701.** При движении тела по прямой его скорость \[v\] (в м/с) меняется по закону \[v(t) = \frac{{{t^5}}}{5} - {t^3} + t + 1\] (\[t\] — время движения в секундах). Найдите ускорение (м/\[{c^2}\]) тела через 2 секунды после начала движения.

**702.** При движении тела по прямой его скорость \[v\] (в м/с) меняется по закону \[v(t) = \frac{{{t^2}}}{2} + {e^t}\] (\[t\] — время движения в секундах). Найдите ускорение (м/\[{c^2}\]) тела через 1 секунду после начала движения.

**703.** При движении тела по прямой расстояние \[s\] (в метрах) от начальной точки изменяется по закону \[s(t) = \frac{{{t^2}}}{2} - \frac{2}{{\sqrt t }}\] (\[t\] — время движения в секундах). Найдите скорость (м/с) тела через 4 секунды после начала движения.

**704.** Координата материальной точки изменяется с течением времени по закону \[x(t) = 3{t^2} - 7t + 6.\] Найдите скорость точки в момент времени \[t = 6.\]

**705.** Координата материальной точки изменяется с течением времени по закону \[x(t) = {t^5} - {t^4} + 6.\] Найдите скорость точки в момент времени \[t = 2.\]

**706.** Наблюдение за космическим телом показало, что расстояние \[s\] (в километрах) между ним и Землей изменяется по закону \[s(t) = 1,8 \cdot {10^5} + 0,5 \cdot {10^5}\sqrt t \], где \[t\] — время движения в секундах от момента начала наблюдения. Через сколько секунд после начала наблюдения скорость удаления тела от Земли составит \[{10^3}\] км/с?

**707.** Тело движется прямолинейно в вертикальном направлении по закону \[h(t) = 7 + 12t - 9{t^2}\] (\[t\] — время движения в секундах, \[h\] — расстояние от Земли до тела в метрах). Определите скорость движения тела \[t = 0.\]

**708.** Тело удаляется от поверхности Земли в вертикальном направлении по закону \[h(t) = 7 + 14t - 3{t^2}\] (\[t\] — время движения в секундах, \[h\] — расстояние в метрах от поверхности Земли до тела). В какой момент времени скорость тела будет равна 2 м/с?

**709.** Тело движется прямолинейно по закону \[x = 25 \cdot \sin (2t)\], где \[x\] — координата тела (в метрах), \[t\] — время (в секундах). Найдите скорость тела в момент времени \[t = 0\] с.

**710.** При торможении маховик за \[t\] секунд поворачивается на угол \[\varphi (t) = 12t - {t^2}\] радиан. Найдите угловую скорость вращения маховика в момент времени \[t = 3\] с.

**711.** При торможении маховик за \[t\] секунд поворачивается на угол \[\varphi (t) = 8t - {t^2}\] радиан. Через сколько секунд после начала движения угловая скорость вращения маховика будет равна 4 рад/с?

**712.** Ракета движется прямолинейно по закону \[x(t) = 0,25 \cdot {e^{4t}} + 12\], где \[x\] — расстояние от поверхности Земли в метрах, \[t\] — время в секундах. С какой скоростью стартовала ракета?

**713.** Тело движется прямолинейно по закону \[s(t) = {t^3} + 12t + 5\], где \[s\] — путь в метрах, \[t\] — время в секундах. В какой момент времени скорость тела будет равна 15 м/с?

**714.** Тело массой 4 кг движется прямолинейно по закону \[x(t) = {t^2} + t + 1\], где \[x\] — расстояние до начала координат в метрах, \[t\] — время в секундах. Определите кинетическую энергию тела (\[{E\_k} = \frac{{m{v^2}}}{2}\], где \[m\] — масса тела, \[v\] — скорость движения) в момент времени \[t = 5\] с.

**715.** Тело движется прямолинейно в вертикальном направлении по закону \[h(t) = 2 + 9t - 4{t^2}\] (\[t\] — время движения в секундах, \[h\] — расстояние от Земли до тела в метрах). Определите скорость тела через 1 секунду после начала движения.

**716.** Тело удаляется от поверхности Земли в вертикальном направлении по закону \[h(t) = - 5{t^2} + 18t\] (\[t\] — время движения в секундах, \[h\] — расстояние в метрах от поверхности Земли до тела). Через какое время скорость тела будет равна 3 м/с?

**717.** При торможении маховик за время \[t\] поворачивается на угол \[\varphi (t) = - {t^2} + 10t.\] Через какое время после начала движения угловая скорость вращения маховика будет равна 4?

**718.** Материальная точка движется прямолинейно по закону \[s(t) = 3{t^3} + 36t + 12\], где \[s(t)\] — координата точки в момент времени \[t\]. В какой момент времени скорость точки будет равна 45?

**719.** Тело движется прямолинейно в вертикальном направлении по закону \[h(t) = - 8{t^2} + 18t + 13\] (\[t\] — время движения, \[h\] — расстояние от Земли до тела). Определите скорость тела в момент времени \[t = 1.\]

**4.1.4. Уравнение касательной к графику функции, геометрический смысл производной**

**720.** Найдите коэффициент наклона касательной, проведённой к графику функции \[y = {e^x} - x - 1\] в его точке с абсциссой \[{x\_0} = 0.\]

**721.** Найдите коэффициент наклона касательной, проведённой к графику функции \[y = \sin x + \cos x\] в его точке с абсциссой \[{x\_0} = \frac{\pi }{2}.\]

**722.** Найдите коэффициент наклона касательной, проведённой к графику функции \[y = \ln x + \frac{{{x^3}}}{3}\] в его точке с абсциссой \[{x\_0} = 2.\]

**723.** Найдите коэффициент наклона касательной, проведённой к графику функции \[y = \frac{{{x^2}}}{2} + \frac{2}{x}\] в его точке с абсциссой \[{x\_0} = - 1.\]

**724.** Найдите коэффициент наклона касательной, проведённой к графику функции \[y = x - 2\sqrt x \] в его точке с абсциссой \[{x\_0} = 4.\]

**725.** Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции \[y = 7{x^3} - 21{x^2} + 18\] в его точке с абсциссой \[{x\_0} = 1.\]

**726.** Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции \[y = {x^3} - 2{x^2} + 3x - 6\] в его точке с абсциссой \[{x\_0} = - 1.\]

**727.** Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции \[y = 3{x^3} - 2x + 1\] в его точке с абсциссой \[{x\_0} = 1.\]

**728.** Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции \[y = 3{x^2} - 2x + 1\] в его точке с абсциссой \[{x\_0} = 1.\]

**729.** Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции \[y = 3{x^2} - 5x + 1\] в его точке с абсциссой \[{x\_0} = 2.\]

**730.** Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции \[y = 3{x^2} - 7x + 12\] в его точке с абсциссой \[{x\_0} = 3.\]

**731.** Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции \[y = - 2{x^2} + 3x + 5\] в его точке с абсциссой \[{x\_0} = - 1.\]

**732.** Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции \[y = - {x^2} + 6x - 4\] в его точке с абсциссой \[{x\_0} = 3.\]

**733.** Укажите абсциссу точки графика функции \[f(x) = 4 - x - 2{x^2}\], в которой угловой коэффициент касательной равен нулю.

**734.** Укажите абсциссу точки графика функции \[f(x) = 2 + x + {x^2}\], в которой угловой коэффициент касательной равен нулю.

**735.** Укажите абсциссу точки графика функции \[f(x) = - {x^2} + 4x + 3\], в которой угловой коэффициент касательной равен нулю.

**736.** Укажите абсциссу точки графика функции \[f(x) = 2{x^2} + x - 1\], в которой угловой коэффициент касательной равен нулю.

**737.** Укажите абсциссу точки графика функции \[f(x) = 3 - x - \frac{1}{2}{x^2}\], в которой угловой коэффициент касательной равен нулю.

**738.** Укажите абсциссу точки графика функции \[f(x) = \frac{1}{4}{x^2} + 2x - 1\], в которой угловой коэффициент касательной равен нулю.

**739.** Укажите абсциссу точки графика функции \[f(x) = 2 + 3x - {x^2}\], в которой угловой коэффициент касательной равен нулю.

**740.** Укажите абсциссу точки графика функции \[f(x) = \frac{1}{2}{x^2} + 4x - 8\], в которой угловой коэффициент касательной равен нулю.

**741.** Укажите абсциссу точки графика функции \[f(x) = 3{x^2} + 6x - 2\], в которой угловой коэффициент касательной равен нулю.

**742.** Укажите абсциссу точки графика функции \[f(x) = 2 + 2x - 4{x^2}\], в которой угловой коэффициент касательной равен нулю.

**743.** Укажите абсциссу точки графика функции \[f(x) = 14x - 45 - {x^2}\], в которой угловой коэффициент касательной равен 2.

**744.** На графике функции \[f(x) = {x^2} - 3x + 1\] взята точка А. Касательная к графику, проведённая через точку А, наклонена к оси абсцисс под углом, тангенс которого равен 7,2. Найдите абсциссу точки А.

**745.** Укажите абсциссу точки графика функции \[f(x) = - 3{x^2} + 4x - 5\], в которой угловой коэффициент касательной равен -8,6.

**746.** Укажите абсциссу точки графика функции \[f(x) = 4{x^2} - 12x - 9\], в которой угловой коэффициент касательной равен 12.

**747.** Укажите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику \[f(x) = 5x - 3{x^2} - 2\] в точке с абсциссой, равной 1,5.

**748.** Укажите абсциссу точки графика функции \[f(x) = {x^2} - 3x + 2\], в которой касательная к нему параллельна прямой \[y = - 2x + 5.\]

**749.** Найдите тангенс угла наклона касательной, проведённой к графику функции \[y = \frac{{{x^2}}}{2} + \ln x\] в точке с абсциссой \[{x\_0} = 1.\]

**750.** Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции \[y = \ln x + {x^2}\] в точке с абсциссой \[{x\_0} = 2.\]

**751.** Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции \[y = 2x + 3{e^x}\] в точке с абсциссой \[{x\_0} = 2.\]

**752.** Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции \[y = {e^x} + \frac{1}{x}\] в точке с абсциссой \[{x\_0} = 1.\]

**753.** Найдите тангенс угла наклона касательной, проведённой к графику функции \[y = 2x + {e^x}\] в точке с абсциссой \[{x\_0} = 0.\]

**754.** Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции \[y = \cos x + 3x\] в точке с абсциссой \[{x\_0} = \frac{\pi }{2}.\]

**4.1.5. Применение производной для нахождения экстремумов функции**

**755.** Найдите точку максимума функции \[y = 2{x^3} + 3{x^2}\]

**756.** Найдите точку минимума функции \[y = 2{x^3} - 6{x^2}\]

**757.** Найдите точку максимума функции \[y = 9{x^2} - {x^3}\]

**758.** Найдите точку максимума функции \[y = 2{x^3} - 24x\]

**759.** Найдите точку минимума функции \[y = 3x - 4{x^3}\]

**760.** Найдите точку минимума функции \[y = {x^4} + 32x\]

**761.** Найдите точку максимума функции \[y = 108x - {x^4}\]

**762.** Найдите точку минимума функции \[y = 3{x^4} - 4{x^3}\]

**763.** Найдите наибольшее значение функции \[y(x) = \ln ({e^2} - {x^2})\] на отрезке \[[ - 1;1]\]

**764.** Найдите наименьшее значение функции \[P(x) = {\cos ^2}2x\] на отрезке \[\left[ {\frac{\pi }{6};\frac{\pi }{3}} \right]\]

**765.** Найдите наименьшее значение функции \[q(x) = {x^5}{e^{5x}} + 5\] на отрезке \[\left[ { - 1;3} \right]\]

**766.** Найдите точку минимума функции \[h(x) = {e^{3x + 7}} \cdot {x^3}\]

**767.** Найдите точку минимума функции \[k(x) = \frac{2}{3}\cos 3x\] на промежутке \[\left[ {0;\frac{{2\pi }}{3}} \right]\]

**768.** Найдите точку минимума функции \[l(x) = \log \_2^2(2x - 5)\]

**769.** Найдите точку минимума функции \[b(x) = \ln \left( {\frac{{{x^2} + 4}}{x}} \right)\]

**770.** Найдите точки максимума функции \[a(x) = {x^2}{e^{ - {x^2}}}\]

**771.** Функция \[y = f(x)\] задана на промежутке (-5; 5). График её производной \[y = f’(x)\] изображён на рисунке. Определите наибольшее из тех значений \[x\], при которых функция имеет минимум.

**772.** Функция \[y = f(x)\] задана на промежутке (-5; 5). График её производной \[y = f’(x)\] изображён на рисунке. Определите наименьшее из тех значений \[x\], при которых функция имеет максимум.

**773.** Функция \[y = f(x)\] задана на промежутке (-5; 5). График её производной \[y = f’(x)\] изображён на рисунке. Определите наименьшее из тех значений \[x\], при которых функция имеет максимум.

**774.** Функция \[y = f(x)\] задана на промежутке (-4; 6). График её производной \[y = f’(x)\] изображён на рисунке. Определите наименьшее из тех значений \[x\], при которых функция имеет максимум.

**775.** Функция \[y = f(x)\] задана на промежутке (-5; 5). График её производной \[y = f’(x)\] изображён на рисунке. Определите наименьшее из тех значений \[x\], при которых функция имеет максимум.

**776.** Функция \[y = f(x)\] задана на промежутке (-5; 5). График её производной \[y = f’(x)\] изображён на рисунке. Определите значение \[x\], при котором функция \[y = f(x)\] принимает наибольшее значение на промежутке (-5; 5).

**777.** Функция \[y = f(x)\] задана на промежутке (-5; 5). График её производной \[y = f’(x)\] изображён на рисунке. Определите значение \[x\], в котором функция \[y = f(x)\] принимает наименьшее значение на промежутке (-5; 5).

**778.** Функция \[y = f(x)\] задана на промежутке (-4; 7). График её производной \[y = f’(x)\] изображён на рисунке. Сколько экстремумов имеет функция \[y = f(x)\] на промежутке (-4; 7)?

**779.** Функция \[y = f(x)\] задана на промежутке (-5; 6). График её производной \[y = f’(x)\] изображён на рисунке. Сколько экстремумов имеет функция \[y = f(x)\] на промежутке (-5; 6)?

**780.** Функция \[y = f(x)\] задана на промежутке (-5; 7). График её производной \[y = f’(x)\] изображён на рисунке. Сколько экстремумов имеет функция \[y = f(x)\] на промежутке (-5; 7)?

**781.** Функция \[y = f(x)\] задана на промежутке (-6; 6). График её производной \[y = f’(x)\] изображён на рисунке. Сколько экстремумов имеет функция \[y = f(x)\] на промежутке (-6; 6)?

**782.** Функция \[y = f(x)\] задана на промежутке (-6; 6). График её производной \[y = f’(x)\] изображён на рисунке. Сколько экстремумов имеет функция \[y = f(x)\] на промежутке (-6; 6)?

**783.** Функция \[y = f(x)\] определена на промежутке (-5; 7). На рисунке изображён график её производной. Найдите число точек графика функции \[y = f(x)\], в которых касательные к графику наклонены под углом \[{135^ \circ }\] к положительному направлению оси абсцисс.

**784.** Функция \[y = f(x)\] определена на промежутке (-4; 6). На рисунке изображён график её производной. Найдите число точек графика функции \[y = f(x)\], в которых касательные к графику параллельны оси абсцисс или совпадают с ней.

**785.** Функция \[y = f(x)\] определена на промежутке (-5; 5). На рисунке изображён график её производной. Найдите число точек графика функции \[y = f(x)\], в которых касательные к графику наклонены под углом \[{45^ \circ }\] к положительному направлению оси абсцисс.

**786.** Функция \[y = f(x)\] определена на промежутке (-5; 5). На рисунке изображён график её производной. Найдите число точек графика функции \[y = f(x)\], в которых касательные к графику наклонены под углом \[{135^ \circ }\] к положительному направлению оси абсцисс.

**787.** Функция \[y = f(x)\] определена на промежутке (-5; 5). На рисунке изображён график её производной. Найдите число точек графика функции \[y = f(x)\], в которых касательные к графику наклонены под углом \[{45^ \circ }\] к положительному направлению оси абсцисс.

**788.** Функция \[y = f(x)\] определена на промежутке (-5; 6). На рисунке изображён график её производной. Найдите число точек графика функции \[y = f(x)\], в которых касательные к графику параллельны оси абсцисс или совпадают с ней.

**789.** Функция \[y = f(x)\] определена на промежутке (-5; 6). На рисунке изображён график её производной. Определите градусную меру угла наклона касательной к графику функции \[y = f(x)\] в точке с абсциссой \[{x\_0} = 2.\]

**790.** Функция \[y = f(x)\] определена на промежутке (-5; 6). На рисунке изображён график её производной. Определите абсциссу \[{x\_0}\] точки, в которой угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции \[y = f(x)\], равен 2.

**791.** Функция \[y = f(x)\] определена на промежутке (-5; 6). На рисунке изображён график её производной. Определите абсциссу \[{x\_0}\] точки, в которой касательная к графику функции \[y = f(x)\] параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.

**792.** К графику функции \[y = f(x)\] проведена касательная в точке с абсциссой \[{x\_0} = 4.\] Определите градусную меру угла наклона касательной, если на рисунке изображён график производной этой функции.

**793.** При каком значении параметра \[a\] функция \[y = \sqrt[3]{{2a{x^2} - 4x}}\] имеет минимум в точке \[{x\_0} = 1\]?

**794.** При каком значении параметра \[a\] функция \[y = \sqrt[3]{{{x^2} - ax}}\] имеет минимум в точке \[{x\_0} = 3\]?

**795.** При каком значении \[a\] функция \[y = \sin (2x + a)\] имеет максимум в точках \[\frac{\pi }{3} + 2\pi n,\] \[n \in Z\]?

**796.** При каком значении параметра \[a\] функция \[y = \sqrt[3]{{a{x^2} + 10x - 7}}\] имеет максимум в точке \[{x\_0} = 1\]?

**797.** При каком значении параметра \[a\] функция \[y = \sqrt[7]{{a{x^2} - 2x + 1}}\] имеет минимум в точке \[{x\_0} = 1\]?

**798.** При каком значении \[a\] функция \[y = \sqrt[3]{{a{x^2} + 10x - 2}}\] имеет максимум в точке \[{x\_0} = 1\]?

**799.** При каком значении \[a\] функция \[y = \sqrt[7]{{a{x^2} + 7x - 3}}\] имеет максимум в точке \[{x\_0} = 3,5\]?

**800.** При каком значении \[a\] функция \[y = \sqrt[6]{{7x + a{x^2} - 1}}\] имеет максимум в точке \[{x\_0} = 1,75\]?

**801.** При каком значении \[a\] функция \[y = \sqrt[7]{{3{x^2} + ax - 4}}\] имеет минимум в точке \[{x\_0} = - 1\]?

**802.** При каком значении \[a\] функция \[y = \sqrt[3]{{a{x^2} - 6x + 11}}\] имеет минимум в точке \[{x\_0} = 0,75\]?

**4.2. Первообразная функции и интеграл**

**4.2.1. Нахождение первообразных функций**

**803.** Для функции \[f(x) = \frac{1}{{\sqrt x }} + {x^2} + {x^3}\] найдите первообразную, график которой проходит через точку (1; 3).

**804.** Для функции \[f(x) = \cos x + \sin x + \frac{1}{{{{\sin }^2}x}}\] найдите первообразную, график которой проходит через точку \[\left( {\frac{\pi }{4};4} \right).\]

**805.** Для функции \[f(x) = \frac{1}{{\sqrt x }} + \cos x + 1\] найдите первообразную, график которой проходит через точку (0; 7).

**806.** Для функции \[f(x) = \frac{3}{{{{\sin }^2}x}} + 7\sin x - 2\cos x\] найдите первообразную, график которой проходит через точку \[\left( {\frac{\pi }{2};9} \right).\]

**807.** Для функции \[f(x) = 3{x^2} + 6{x^5} + 8\sin x\] найдите первообразную, график которой проходит через точку (0; -5).

**808.** Для функции \[f(x) = \frac{{16}}{{{x^2}}} + 31 + \frac{1}{{2\sqrt x }}\] найдите первообразную, график которой проходит через точку (1; 8).

**809.** Найдите первообразную функции \[y = \sin x + \cos 2x\], график которой проходит через точку *М* (0; 9).

**810.** Найдите первообразную функции \[y = - \frac{3}{{2{x^2}}}\], график которой проходит через точку *М* (0,5; 7).

**811.** Для функции \[y = \frac{1}{{{{\cos }^2}2x}}\] найдите первообразную, график которой проходит через точку *М* \[\left( {\frac{\pi }{2};2} \right).\]

**812.** Для функции \[y = \frac{2}{{{{\sin }^2}3x}}\] найдите первообразную, график которой проходит через точку *М* \[\left( {\frac{\pi }{6};3} \right).\]

**813.** Найдите первообразную функции \[y = \frac{3}{{4x}}\], график которой проходит через точку *М* (0,25; 3).

**814.** Найдите первообразную функции \[y = 4{e^{2x}} + 1\], график которой проходит через точку *М* (0; 3).

**815.** Для функции \[y = \frac{2}{{x\ln 3}}\] найдите первообразную, график которой проходит через точку *М* (3; 3).

**816.** Для функции \[y = - \frac{2}{{{x^2}}} + x\] найдите первообразную, график которой проходит через точку *М* (-2; 4).

**817.** Найдите первообразную *F* функции \[f(x) = \frac{1}{x} + 3{x^2}\], если известно, что \[F(1) = 3.\]

**818.** Найдите первообразную *F* функции \[f(x) = {3^x}\ln 3 - 2{x^3}\], если известно, что \[F(0) = 2.\]

**819.** Найдите первообразную *F* функции \[f(x) = - \frac{1}{{{x^2}}} + \frac{1}{x}\], если известно, что \[F(1) = 6.\]

**820.** Найдите первообразную *F* функции \[f(x) = {e^x} - 3{x^2}\], если известно, что \[F(0) = 2.\]

**821.** Найдите первообразную *F* функции \[f(x) = 3{x^2} - 2{e^x}\], если известно, что \[F(0) = 0.\]

**822.** Найдите первообразную *F* функции \[f(x) = \ln x\], если известно, что \[F(1) = 0.\]

**823.** Найдите первообразную *F* функции \[f(x) = x\ln x\], если известно, что \[F(1) = 1.\]

**824.** Найдите первообразную *F* функции \[f(x) = {x^2}\ln x\], если известно, что \[F(1) = - 1.\]

**825.** Найдите первообразную *F* функции \[f(x) = x{e^x}\], если известно, что \[F(0) = 0.\]

**826.** Найдите первообразную *F* функции \[f(x) = {x^2}{e^x}\], если известно, что \[F(0) = 1.\]

**4.3. Геометрический смысл интеграла**

**827.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями \[y = {x^2},\] \[y = 0,\] \[x = 3,\] \[x = 4.\]

**828.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями \[y = 2\cos x,\] \[y = 0,\] \[x = \frac{\pi }{6},\] \[x = \frac{\pi }{3}.\]

**829.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями \[y = 3{x^2},\] \[y = 4,\] \[x = - 1,\] \[x = 1.\]

**830.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями \[y = \frac{1}{{{{\sin }^2}x}},\] \[y = 0,\] \[x = \frac{\pi }{3},\] \[x = \frac{{2\pi }}{3}.\]

**831.** Найдите утроенную площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями \[y = \sqrt x + 1,\] \[x = 4\] и осями координат.

**832.** Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями \[y = {x^2} - 2x + 2,\] \[x = 3\] и осями координат.

**833.** Вычислите площадь фигуры, ограниченной линией \[y = 6x - {x^2}\] и осью абсцисс.

**834.** Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями \[y = 3\sqrt x + 2,\] \[x = 1,\] \[x = 4\] и осью абсцисс.

**835.** Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями \[y = 2\sin x,\] \[y = 0,\] \[x = \frac{\pi }{3},\] \[x = 0.\]

**836.** Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями \[y = \cos x + \frac{3}{\pi },\] \[y = 0,\] \[x = 0,\] \[x = \frac{\pi }{6}.\]

**837.** Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями \[y = {x^3} - 1,\] \[y = 0,\] \[x = 1,\] \[x = 2.\]

**838.** Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями \[y = \frac{1}{x},\] \[y = 0,\] \[x = 1,\] \[x = e.\]

**839.** Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями \[y = \cos \frac{x}{3},\] \[x = \frac{{3\pi }}{2}\] и осями координат.

**840.** Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями \[y = 3 - \sqrt x ,\] \[x = 9\] и осями координат.

**841.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями \[y = 4x - {x^2},\] \[y = 0,\] \[x = 1,\] \[x = 3.\]

**842.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями \[y = {\sin ^2}x,\] \[y = 0,\] \[x = 0,\] \[x = \frac{\pi }{6}.\]

**843.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями \[y = {\cos ^2}x,\] \[y = 0,\] \[x = 0,\] \[x = \frac{\pi }{6}.\]

**844.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями \[y = 1 + \sin 2x,\] \[y = 0,\] \[x = 0,\] \[x = \frac{\pi }{4}.\]

**845.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями \[y = 1 + \cos 2x,\] \[y = 0,\] \[x = 0,\] \[x = \frac{\pi }{4}.\]

**846.** Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями \[y = x{e^x},\] \[y = 0,\] \[x = 0,\] \[x = \ln 2.\]

***5. Геометрия***

**5.1. Планиметрия**

**5.1.1. Треугольник**

**847.** Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 10, а высота, проведённая к основанию, равна 8. Найдите основание треугольника.

**848.** Стороны треугольника равны 5, 12 и 13. Найдите высоту, проведённую к большей стороне.

**849.** В треугольнике *АВС АС=16 и ВС=12.* На продолжениях сторон *АС* и *ВС* за точку *С* отмечены точки *Е* и *D* соответственно так, что прямые *DE* и *AB* параллельны. Найдите *СЕ*, если *СD*=6.

**850.** Найдите основание равнобедренного треугольника, если угол при основании равен 75, а боковые стороны равны \[\sqrt {2 + \sqrt 3 } .\]

**851.** Площадь треугольника *АВС* равна \[6\sqrt 3 \], \[\angle B = {120^ \circ }\], \[AB = 6.\] Найдите \[BC.\]

**852.** Отрезок \[AM\] — медиана треугольника \[ABC.\] Найдите его площадь, если площадь треугольника \[ABM\] равна 25.

**853.** В равнобедренном треугольнике \[ABC\] \[\angle B = {120^ \circ }\], медиана \[AM\] равна \[\sqrt {21} .\] Найдите длину основания \[AC\].

**854.** Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника, если его катеты равны 3 см и 4 см.

**855.** Найдите площадь треугольника, если одна из его сторон равна 4 см, а высота, опущенная на эту сторону, равна 2 см.

**856.** Найдите площадь треугольника, если одна из его сторон равна 2 см, а высота, опущенная на эту сторону, равна 6 см.

**857.** Площадь треугольника \[ABC\] равна 15 дм\[^2\]. На стороне \[AC\] взята точка \[D\] так, что \[AD/DC = 2/3.\] Длина перпендикуляра \[DH\], проведённая на сторону \[BC\], равна 6 дм. Найдите \[BC.\]

**858.** В равнобедренном треугольнике высоты, проведённые к основанию и боковой стороне, равны соответственно 5 и 6 дм. Найдите длину боковой стороны.

**859.** Найдите периметр равнобедренного треугольника, основание которого равно 3, а углы при основании \[{30^ \circ }.\]

**860.** Площадь равнобедренного треугольника равна \[4\sqrt 3 \], а углы при основании \[{30^ \circ }. Найдите высоту, опущенную на основание.

**861.** Найдите площадь равностороннего треугольника, если точка пересечения медиан находится на расстоянии 2 от основания.

**862.** Найдите площадь равнобедренного треугольника, если углы при основании равны \[{45^ \circ }, а точка, взятая на основании, находится на расстоянии, равном 3, от боковых сторон.

**863.** Найдите основание равнобедренного треугольника, если угол при вершине равен \[{120^ \circ }, а площадь треугольника равна \[3\sqrt 3 .\]

**864.** Высоты \[AH\] и \[BK\] равнобедренного треугольника \[ABC\] с основанием \[BC\] пересекаются в точке \[O\], \[AH = BC = 8\sqrt 5 \]. Найдите площадь треугольника \[ABO.\]

**865.** Высоты \[AH\] и \[BK\] равнобедренного треугольника \[ABC\] с основанием \[BC\] пересекаются в точке \[O\], \[AK = 12,\] \[KC = 8.\] Найдите \[AO.\]

**866.** Биссектриса \[AM\] и медиана \[BK\] прямоугольного треугольника [ABC\] \[(\angle B = {90^ \circ })\] пересекаются в точке \[O\], \[AB = 8,\] \[BC = 6.\] Найдите отношение \[BO:OK.\]

**867.** В равнобедренном треугольнике \[ABC\] с основанием \[AC\] высота \[BP\] и биссектриса \[AM\] пересекаются в точке \[O\], \[AO = 4,\] \[OM = 3,\] \[AC = 2.\] Найдите боковую сторону треугольника \[ABC\].

**868.** В прямоугольном треугольнике \[ABC\] на катете [AC\] взята точка \[K\] так, что угол \[BKC\] равен углу \[B\]. Найдите гипотенузу \[AB\], если \[CK = 4,5\] и \[AK = 3,5.\]

**869.** В остроугольном треугольнике \[ABC\] \[\angle A = {60^ \circ },\] \[AB = 8,\] \[BC = 7.\] Найдите периметр треугольника.

**870.** Наибольшая сторона \[AB\] треугольника \[ABC\] равна \[8\sqrt 2 ,\] \[BC = 10,\] \[\angle A = {45^ \circ }.\] Найдите площадь треугольника.

**871.** Сторона \[AB\] треугольника \[ABC\] равна \[15\sqrt 3 .\] На стороне \[BC\] взята точка \[K\] так, что \[BK = 9\sqrt 3 ,\] \[KC = 16\sqrt 3 \] и \[\Delta ABC \sim \Delta KAB.\] Найдите площадь треугольника \[KAC.\]

**872.** Сторона \[BС\] треугольника \[ABC\] равна \[3\sqrt 3 .\] На стороне \[AB\] отмечена точка \[P\] так, что \[\angle ABC = \angle ACP.\] Найдите площадь треугольника \[ABC\], если \[BP = \frac{{9\sqrt 3 }}{5}\] и \[AP = \frac{{16\sqrt 3 }}{5}.\]

**873.** Отрезки \[AM\] и \[CK\] — высоты остроугольного треугольника \[ABC\], в котором \[AC = 18,\] \[\angle B = {60^ \circ }.\] Найдите \[KM.\]

**874.** Через середину \[M\] гипотенузы \[AB\] прямоугольного треугольника \[ABC\] проведена прямая, перпендикулярная к гипотенузе и пересекающая катет \[AC\] в точке \[K\]. Найдите площадь треугольника \[AMK\], если \[AK = 12,5\] и \[KC = 3,5.\]

**875.** В прямоугольном треугольнике \[ABC\] из середины \[M\] катета \[AC\] проведён перпендикуляр \[MK\] к гипотенузе \[AB\]. Найдите площадь треугольника \[AKM\], если \[AB = 100\] и \[AM = 30.\]

**876.** В треугольнике \[ABC\] \[AB = 17,\] [BC = 15,\] [AC = 8,\] отрезок [AO\] — биссектриса треугольника. Найдите площадь треугольника \[ABO.\]

**877.** В прямоугольном треугольнике \[ABC\] биссектриса острого угла \[C\] пересекает сторону \[AB\] в точке \[X.\] Площадь треугольника \[ABC\] равна 20, а \[\sin \angle B = 0,25.\] Найдите площадь треугольника \[ACX.\]

**878.** В треугольнике \[ABC\] \[AB = 39,\] [BC = 42,\] [AC = 45.\] Найдите площадь треугольника, образованного стороной \[AC,\] биссектрисой \[BK\] и медианой \[BM.\]

**879.** В треугольнике \[ABC\] \[AB = 39,\] [BC = 42,\] [AC = 45.\] Найдите площадь треугольника, образованного стороной \[AC,\] биссектрисой \[BK\] и высотой \[BH.\]

**880.** Медианы \[AK\] и \[BM\] треугольника \[ABC\] пересекаются в точке \[O.\] \[AB = 13,\] [BC = 14,\] [AC = 15.\] Найдите площадь треугольника \[AOM.\]

**881.** В треугольнике \[ABC\] \[\angle A = {30^ \circ }.\] На стороне [AC\] взята точка [K\] так, что \[AK = 4,\] [CK = 5,\] \[\angle ABK = \angle C.\] Найдите площадь треугольника \[BKC.\]

**5.1.2. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат**

**882.** В прямоугольнике меньшая сторона равна 2, и она вдвое меньше диагонали. Найдите периметр прямоугольника.

**883.** Диагональ ромба равна 1,25. Этот ромб равновелик равнобедренному треугольнику с боковой стороной 13 и основанием 10. Найдите вторую диагональ ромба.

**884.** Точка *О* равноудалена от вершин *А* и *В* прямоугольника *ABCD* и от середины стороны \[CD.\] Найдите расстояние \[OA,\] если [AB = 2,\] [AD = 5.\]

**885.** Стороны параллелограмма равны 15 и 20, а одна из диагоналей равна 25. Найдите длину другой диагонали.

**886.** Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 10 и 12.

**887.** Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 5 и 6.

**888.** Биссектриса угла \[A\] параллелограмма \[ABCD\] пересекает сторону \[BC\] в точке \[K\] так, что \[BK:KC = 4:3.\] Найдите большую сторону параллелограмма, если его периметр равен 132.

**889.** Биссектрисы углов \[B\] и \[C\] параллелограмма \[ABCD\]

пересекаются в точке \[K\], лежащей на стороне \[AD\]. Площадь параллелограмма равна \[36\sqrt 3 ,\] \[\angle C = {120^ \circ }.\] Найдите большую сторону параллелограмма.

**890.** В параллелограмме \[ABCD\] [AB = 4,\] [AD = 8.\] Биссектрисы углов \[A\] и \[B\] пересекаются в точке \[K\], углов \[C\] и \[D\] — в точке \[M\]. Найдите \[KM\].

**891.** Биссектрисы углов \[A\] и \[С\] параллелограмма \[ABCD\] пересекают сторону \[BC\] и \[AD\] в точках \[K\] и \[P\] соответственно, причём \[BC:KC = 5:2.\] Площадь параллелограмма \[ABCD\] равна 75. Найдите площадь четырёхугольника \[AKCP.\]

**892.** Площадь ромба равна 600, а отношение длин диагоналей равна 4 : 3. Найдите высоту ромба.

**893.** Найдите высоту ромба, если его меньшая диагональ равна 6, а сторона равна 5.

**894.** На стороне [AB\] параллелограмма \[ABCD\] отмечены точки \[K\] и \[M\] так, что \[AK = KM = MB.\] Прямые \[CM\] и \[DK\] пересекаются в точке \[O\]. Площадь параллелограмма равна 40. Найдите площадь треугольника \[COD.\]

**895.** Сторона параллелограмма равна 21, а диагонали равны 34 и 20. Найдите площадь параллелограмма.

**5.1.3. Трапеция**

**896.** В равнобедренной трапеции основания равны 12 и 20, а диагонали перпендикулярны. Найдите площадь трапеции.

**897.** В трапеции \[ABCD\] диагональ [AC\] перпендикулярна боковой стороне [CD.\] Окружность, описанная около треугольника [ABC\], касается прямой [CD\], пересекает основание [AD\] в точке [M.\] Вычислите \[\frac{{BC}}{{AD}},\] если \[\angle ADC = \frac{\pi }{3}.\]

**898.** Диагональ [AC\] трапеции \[ABCD\] перпендикулярна боковой стороне [CD.\] Окружность, описанная около треугольника [ABC\], касается прямой [CD\] и пересекает основание [AD\] в точке [M.\] Вычислите \[\frac{{AM}}{{MD}},\] если \[\angle ADC = \frac{\2pi }{3}.\]

**899.** Основания трапеции равны 12 и 18, а одна из диагоналей равна 20. Найдите длину меньшего из отрезков, на которые делится эта диагональ точкой пересечения диагоналей.

**900.** Точка [M\] — середина боковой стороны [BC\] трапеции \[ABCD.\] Площадь треугольника [AMD\] равна 8. Найдите площадь трапеции.

**901.** Основания [BC\] и [AD\] трапеции \[ABCD\] равны 3 и 6, диагонали пересекаются в точке [O\], сумма площадей треугольников [AOB\] и [COD\] равна 40. Найдите высоту трапеции.

**902.** Диагонали равнобедренной трапеции перпендикулярны, а отрезок, соединяющий середину меньшего основания и середину боковой стороны равен 7. Найдите площадь трапеции.

**903.** Диагонали равнобедренной трапеции перпендикулярны, одно из оснований равно 17, а площадь равна 81. Найдите второе основание трапеции.

**904.** Диагонали равнобедренной трапеции взаимно перпендикулярны и точкой пересечения делятся в отношении 3 : 4. Площадь четырёхугольника с вершинами в серединах сторон трапеции равна 196. Найдите боковую сторону трапеции.

**905.** Боковые стороны трапеции равны 12 и 16, а содержащие их прямые взаимно перпендикулярны, площадь трапеции равна 144. Найдите среднюю линию трапеции.

**906.** В трапеции \[ABCD\] \[(BC\parallel AD)\] основания равны 13 и 26, одна из боковых сторон равна 5, а \[\angle C - \angle A = {90^ \circ }.\] Найдите площадь трапеции.

**907.** Найдите высоту трапеции, если её диагонали взаимно перпендикулярны и равны 15 и 20.

**908.** Диагонали трапеции взаимно перпендикулярны, а средняя линия равна 13. Одна из диагоналей равна 10. Найдите другую диагональ.

**909.** Диагональ равнобедренной трапеции перпендикулярна боковой стороне. Высота, проведённая из вершины тупого угла, делит основание на отрезки длиной 20 и 5. Найдите площадь трапеции.

**910.** Диагонали трапеции \[ABCD\] с основаниями [BC\] и [AD\] пересекаются в точке [O\] и равны 8 и 5. Найдите среднюю линию трапеции, если \[\angle BOC = {60^ \circ }.\]

**911.** В трапеции с основаниями 8 и 2 проведены диагонали. Найдите площадь треугольника, сторонами которого являются отрезки диагоналей и большее основание трапеции, если высота трапеции равна 7.

**912.** Диагонали трапеции \[MNPQ\] \[(MQ\parallel NP)\] пересекаются в точке [O\] так, что \[MO\] : \[OP\] = 3 : 2. Найдите площадь треугольника \[NPQ\], если площадь трапеции равна 8.

**913.** В равнобедренной трапеции тупой угол равен \[{120^ \circ },\] а меньшее основание равно боковой стороне и равно 6. Найдите площадь трапеции.

**5.1.4. Окружность**

**914.** Окружность, центр которой лежит внутри квадрата \[PQRS\], касается стороны \[PQ\] в точке \[K\], пересекает сторону \[PS\] в точках \[A\] и \[B\] ([AB = 16\]), а диагональ [PR\] — в точках \[C\] и \[D\], \[(CD = 2\sqrt {92} ).\] Найдите радиус окружности.

**5.1.5. Выпуклые многоугольники**

**915.** Площадь четырёхугольника \[ABCD\] равна 135. Диагонали пересекаются в точке [O\], [AO = 6\], [OC = 4\] и \[BO\] : \[OD\] = 2 : 7. Найдите площадь треугольника \[AOB.\]

**916.** Площадь четырёхугольника \[ABCD\] равна 52. Диагонали пересекаются в точке [O\], \[AO\] : \[OC\] = 4 : 9, \[BO\] : \[OD\] = 3 : 5. Найдите площадь треугольника \[AOD.\]

**917.** Диагонали четырёхугольника \[ABCD\] пересекаются в точке [O\]. Найдите площадь четырёхугольника \[ABCD\], если площади треугольников \[ABC\], \[BCD\] и \[AOD\] равны соответственно 34, 80 и 168.

**5.1.6. Вписанные и описанные многоугольники**

**918.** В равнобедренный прямоугольный треугольник вписан квадрат так, что две его вершины лежат на гипотенузе, а две другие — на катетах. Найдите длину катета, если длина стороны квадрата равна \[\frac{{3\sqrt 2 }}{4}\] треугольника.

**5.1.7. Окружность, вписанная и описанная около многоугольника**

**919.** Около окружности описана равнобедренная трапеция, площадь которой равна \[2\sqrt 3 .\] Одно основание трапеции в 3 раза больше другого. Чему равна боковая сторона трапеции?

**920.** Около окружности радиуса \[\frac{{\sqrt 5 }}{2}\] описана равнобедренная трапеция. Площадь этой трапеции равна \[3\sqrt 5 .\] Чему равна боковая сторона трапеции?

**921.** Равнобедренная трапеция описана около окружности. Площади круга и трапеции равны соответственно \[\frac{{7\pi }}{4}\] и \[4\sqrt 7 .\] Найдите боковую сторону трапеции.

**922.** В равнобедренную трапецию, один из углов которой равен \[{30^ \circ },\] а площадь равна 72, вписана окружность. Найдите радиус этой окружности.

**923.** Площадь правильного восьмиугольника равна \[8\sqrt 2 .\] Найдите радиус окружности, описанной около этого восьмиугольника.

**5.1.8. Разные задачи**

**924.** Точки \[B\] и \[M\] лежат по разные стороны от прямой \[AC,\] \[\angle ABC = \angle CAM,\] \[\angle BAC = \angle AMC,\] [BC = 3\], [CM = 12.\] Найдите длину отрезка [AC.\]

**5.2. Стереометрия**

**5.2.1. Многогранники**

*5.2.1.1. Правильные многогранники*

**925.** Диагональ куба равна 6 см. Найдите площадь полной поверхности.

**926.** Высота правильного тетраэдра равна \[6\sqrt 6 \] см. Найдите ребро этого тетраэдра.

**927.** Ребро куба \[ABCD{A\_1}{B\_1}{C\_1}{D\_1}\] равно 1, точка [P\] — середина ребра [DC\]. Найдите расстояние между прямыми \[A{A\_1}\] и \[{D\_1}P\].

**928.** Ребро правильного тетраэдра равно \[\sqrt 3 \]. Найдите расстояние между двумя скрещивающимися прямыми, содержащими высоту и ребро тетраэдра.

**929.** Ребро куба \[ABCD{A\_1}{B\_1}{C\_1}{D\_1}\] равно \[2\sqrt 3 \]. Найдите расстояние от вершины \[{A\_1}\] до плоскости \[A{B\_1}{D\_1}.\]

**930.** В правильном тетраэдре \[MABC\] с ребром \[\frac{{\sqrt 6 }}{2}\] проведено сечение через середину ребра [AB\] параллельно плоскости [AMC.\] Найдите расстояние между плоскостью сечения и плоскостью грани [AMC.\]

**931.** Ребро куба \[ABCD{A\_1}{B\_1}{C\_1}{D\_1}\] равно \[\sqrt[4]{2}.\] Секущая плоскость проходит через середины рёбер \[A{A\_1}\], \[D{D\_1}\], \[{A\_1}{B\_1}\]. Найдите площадь сечения.

**932.** В кубе \[ABCD{A\_1}{B\_1}{C\_1}{D\_1}\] со стороной \[4\sqrt[4]{3}\] проведено сечение через середины рёбер \[{A\_1}{B\_1}\], \[{B\_1}{C\_1}\] и \[C{C\_1}\]. Найдите площадь сечения.

**933.** Площадь сечения, проходящего через ребро основания и точку пересечения диагоналей куба, равна \[4\sqrt 2 .\] Найдите площадь полной поверхности куба.

**934.** Ребро куба равно \[2\sqrt[4]{3}.\] Центры его граней служат вершинами правильного октаэдра. Найдите площадь поверхности октаэдра.

**935.** Вершины \[A\], \[B\] и \[{B\_1}\] куба \[ABCD{A\_1}{B\_1}{C\_1}{D\_1}\] соединены отрезками. Объём полученного тетраэдра \[ABC{B\_1}\] равен 10. Найдите объём куба.

*5.2.1.2. Призма*

**936.** Найдите площадь боковой поверхности прямой прямоугольной призмы, если известно, что одна из сторон основания равна 7 см, другая сторона основания равна 8 см, косинус угла между ними равен 2/7, а боковое ребро призмы равно 11 см.

**937.** Высота правильной треугольной призмы \[ABC{A\_1}{B\_1}{C\_1}\] равна 8, а сторона основания равна \[4\sqrt 3 .\] Найдите расстояние от вершины \[A\] до плоскости, проходящей через середины рёбер \[AB\], \[AC\] и \[A{A\_1}\].

**938.** В прямой призме \[ABC{A\_1}{B\_1}{C\_1}\] \[AB = AC = 15,\] \[BC = 24.\] Найдите тангенс угла между плоскостями \[AC{C\_1}\] и \[{A\_1}B{C\_1},\] если высота призмы равна 72.

**939.** В правильной треугольной призме \[ABC{A\_1}{B\_1}{C\_1}\] проведены два сечения: одно через вершину \[{A\_1}\] и середины боковых рёбер \[B{B\_1}\] и \[C{C\_1}\], а другое — через вершину \[B\] параллельно первому сечению. Сторона основания призмы равна \[\frac{{8\sqrt 3 }}{3},\] боковое ребро равно 6. Найдите расстояние между сечениями.

**940.** Высота правильной четырёхугольной призмы \[ABCD{A\_1}{B\_1}{C\_1}{D\_1}\] равна \[2\sqrt 3 ,\] сторона основания равна 2. Найдите градусную меру угла между прямыми \[B{B\_1}\] и \[D{C\_1}.\]

**941.** Все грани призмы \[ABCD{A\_1}{B\_1}{C\_1}{D\_1}\] — равные ромбы, \[\angle BAD = \angle BA{A\_1} = \angle DA{A\_1} = {60^ \circ }.\] Найдите градусную меру угла между прямой \[B{A\_1}\] и плоскостью \[BD{B\_1}.\]

**942.** Основание параллелепипеда \[ABCD{A\_1}{B\_1}{C\_1}{D\_1}\] — ромб \[ABCD,\] \[\angle {A\_1}AB = \angle {A\_1}AD = {45^ \circ },\] \[\angle BAD = {60^ \circ }.\] Найдите градусную меру угла между плоскостями граней \[A{A\_1}{D\_1}D\] и \[A{A\_1}{B\_1}B.\]

**943.** В правильной треугольной призме \[ABC{A\_1}{B\_1}{C\_1}\] со стороной основания 8 и высотой \[2\sqrt 6 \] на продолжении ребра \[B{B\_1}\] за точку \[{B\_1}\] отложили отрезок \[{B\_1}K,\] равный высоте призмы. Найдите площадь сечения призмы плоскостью \[ACK.\]

**944.** Высота правильной треугольной призмы \[ABC{A\_1}{B\_1}{C\_1}\] равна \[\sqrt 5 ,\] высота основания равна \[\sqrt 3 .\] Найдите периметр сечения, проходящего через вершины \[B,\] \[C,\] и \[{A\_1}.\]

**945.** Высота правильной треугольной призмы \[ABC{A\_1}{B\_1}{C\_1}\] равна 3, а сторона основания равна 8. Найдите периметр сечения, проходящего через вершину \[A\] и середины рёбер \[{A\_1}{B\_1}\] и \[{A\_1}{C\_1}\].

**946.** Высота правильной треугольной призмы \[ABC{A\_1}{B\_1}{C\_1}\] равна \[\sqrt 6 ,\] сторона основания равна 2. Найдите площадь сечения, проходящего через вершины \[B,\] \[C,\] и \[{A\_1}.\]

**947.** В правильной четырёхугольной призме со стороной основания \[4\sqrt 2 \] и высотой \[8\sqrt 3 \] проведено сечение через диагональ основания и середину противоположного бокового ребра. Найдите площадь сечения.

**948.** Основание прямой треугольной призмы — прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Точка \[K\] лежит на отрезке, соединяющем центры вписанных в основание окружностей, и равноудалена от всех граней призмы. Найдите площадь полной поверхности призмы.

**949.** Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 3 и 4. Диагональ параллелепипеда составляет с плоскостью основания угол, тангенс которого равен \[\frac{1}{{35}}.\] Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

**950.** Основание прямого параллелепипеда — квадрат, площадь которого равна 16, высота параллелепипеда в 2 раза больше стороны основания. Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.

**951.** Развёрткой боковой поверхности правильной четырёхугольной призмы является квадрат со стороной, равной 8. Найдите площадь полной поверхности призмы.

**952.** Сечение, проходящее через центр основания и боковое ребро правильной шестиугольной призмы, является квадратом со стороной, равной 2. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

**953.** Сторона основания правильной четырёхугольной призмы равна 2, объём призмы равен 10. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

**954.** Основанием прямой призмы \[ABCD{A\_1}{B\_1}{C\_1}{D\_1}\] служит ромб со стороной 2 и углом \[A\], равным \[{60^ \circ }.\] Плоскость \[BD{C\_1}\] наклонена к основанию под углом \[{60^ \circ }.\] Найдите площадь боковой поверхности призмы.

**955.** Площади двух граней наклонной треугольной призмы равны 8 и 6, угол между ними равен \[{90^ \circ },\] боковое ребро равно 2. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

**956.** Каждое ребро наклонной треугольной призмы равно 2, одно из боковых рёбер составляет со смежными сторонами основания углы \[{30^ \circ }.\] Найдите площадь боковой поверхности призмы.

**957.** Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 3 и 4. Через диагональ основания проведена плоскость, параллельная диагонали параллелепипеда. Эта плоскость составляет с плоскостью основания угол \[{45^ \circ }.\] Найдите объём параллелепипеда.

**958.** В прямоугольном параллелепипеде \[ABCD{A\_1}{B\_1}{C\_1}{D\_1}\] [AB = 3\], \[BC = \frac{{6\sqrt 5 }}{5}.\] Через диагональ основания \[AC\] и вершину \[{B\_1}\] проведена плоскость, удалённая от вершины \[B\] на расстояние 1,2. Найдите объём параллелепипеда.

**959.** Стороны основания прямого параллелепипеда равны \[2\sqrt 2 \] и 5, и образуют между собой угол, равный \[{45^ \circ }.\] Найдите объём параллелепипеда, если его меньшая диагональ равна 7.

**960.** Основание призмы — квадрат со стороной 2. Вершина одного из оснований удалена от каждой вершины второго основания на расстояние, равное \[\sqrt 6 \]. Найдите объём призмы.

**961.** Диагонали \[{B\_1}F\] и \[{B\_1}E\] правильной шестиугольной призмы \[ABCDEF{A\_1}{B\_1}{C\_1}{D\_1}{E\_1}{F\_1}\] равны соответственно \[\sqrt 6 \] и \[\sqrt 7 \]. Найдите объём призмы.

**962.** Основание прямой призмы — прямоугольный треугольник с катетами, равными 6 и 8, а диагональ большей по площади боковой грани равна \[10\sqrt 2 .\] Найдите объём призмы.

**963.** Основание прямой призмы — треугольник, две стороны которого равны 10. Одна из боковых граней призмы — квадрат, площадь которого равна 144. Найдите объём призмы.

**964.** Основание прямой призмы — ромб с диагоналями, равными 6 и 8, а боковая грань — квадрат. Найдите объём призмы.

**965.** Высота правильной четырёхугольной призмы равна 2, диагональ призмы равна 6. Найдите объём призмы.

**966.** Основанием прямой призмы служит равнобедренная трапеция, основания которой равны 11 и 21, а боковая сторона равна 13. Площадь диагонального сечения призмы равна 180. Найдите объём призмы.

**967.** В наклонной треугольной призме высота равна \[\sqrt 6 ,\] а боковые рёбра составляют с плоскостью основания угол \[{45^ \circ }.\] Площади двух боковых граней равны 3 и 6, а угол между ними \[{120^ \circ }.\] Найдите объём призмы.

**968.** Основанием прямой призмы \[ABCD{A\_1}{B\_1}{C\_1}{D\_1}\] является параллелограмм \[ABCD\], диагонали которого пересекаются в точке \[M.\] Объём призмы равен 6. Найдите объём пирамиды \[M{A\_1}{B\_1}{D\_1}.\]

*5.2.1.3. Пирамида*

**969.** В правильной шестиугольной пирамиде радиус окружности, описанной вокруг основания, равен 2, а угол между боковой гранью и плоскостью основания равен \[{30^ \circ }.\] Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

**970.** Вычислите площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды, если её рёбра равны 5, а радиус окружности, описанной вокруг основания, равен \[3\sqrt 2 .\]

**971.** Вычислите площадь боковой поверхности правильной треугольной пирамиды, если радиус описанной около основания окружности равен \[\sqrt 3 ,\] а высота пирамиды равна 1.

**972.** Найдите площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды, если высота равна 2, а плоские углы при вершине прямые.

**973.** В правильной четырёхугольной пирамиде площадь боковой поверхности равна \[16\sqrt 2 ,\] а площадь основания 4. Найдите высоту пирамиды.

**974.** Через сторону \[AB\] основания правильной треугольной пирамиды \[ SABC\] проведено сечение, перпендикулярное боковому ребру \[SC,\] пересекающее его в точке \[K.\] Известно, что \[AB = 4,\] \[\frac{{SK}}{{SC}} = \frac{4}{5}.\] Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

**975.** В правильной треугольной пирамиде \[ SABC\] сторона \[AB\] основания равна 4. Через сторону \[AB\] проведено сечение, перпендикулярное боковому ребру \[SC\] и пересекающее его в точке \[K.\] Известно, что \[\frac{{SK}}{{SC}} = \frac{4}{5}.\] Найдите апофему пирамиды.

**976.** Сторона основания \[AB\] правильной треугольной пирамиды равна \[\sqrt {10} .\] Через сторону \[AB\] проведено сечение, перпендикулярное боковому ребру \[SC\] и пересекающее его в точке \[K.\] Известно, что \[\frac{{SK}}{{SC}} = \frac{4}{5}.\] Найдите боковое ребро пирамиды.

**977.** В правильной треугольной пирамиде \[ SABC\] через сторону \[AB\] основания проведено сечение наименьшей площади, пересекающее ребро \[SC\] в точке \[K.\] Отношение площади сечения к площади основания пирамиды равно \[\frac{2}{3}.\] Найдите отношение \[\frac{{SK}}{{KC}}.\]

**978.** В правильной треугольной пирамиде \[ SABC\] через сторону \[AB\] проведено сечение наименьшей возможной площади. Боковое ребро пирамиды равно 3, а отношение площади сечения к площади основания пирамиды равно \[\frac{1}{{\sqrt 3 }}.\] Найдите объём пирамиды, если боковое ребро \[SA\] пирамиды равно 3.

**979.** Основание пирамиды \[MABCD\] — квадрат \[ABCD\] со стороной, равной 6. Грани \[DMC\] и \[BMC\] перпендикулярны плоскости основания. Точка \[K\] делит ребро \[AM\] в отношении 1 : 2, считая от вершины \[A.\] Найдите расстояние от точки \[K\] до плоскости \[DMC.\]

**980.** Стороны \[AB\] и \[{A\_1}{B\_1}\] оснований правильной усечённой четырёхугольной пирамиды \[ABCD{A\_1}{B\_1}{C\_1}{D\_1}\] равны \[6\sqrt 2 \] и \[2\sqrt 2 \], боковое ребро \[A{A\_1}\] равно \[2\sqrt 6 .\] Найдите расстояние между ребром \[BC\] и плоскостью \[AD{B\_1}.\]

**981.** Стороны оснований правильной усечённой четырёхугольной пирамиды \[ABCD{A\_1}{B\_1}{C\_1}{D\_1}\] равны \[2\sqrt 2 \] и \[\sqrt 2 \], а высота равна \[\frac{{\sqrt 3 }}{3}.\] Найдите расстояние от вершины \[{A\_1}\] меньшего основания до прямой \[C{C\_1}.\]

**982.** Тангенс угла между боковыми гранями правильной треугольной пирамиды равен \[2\sqrt 2 \]. Найдите градусную меру плоского угла при вершине пирамиды.

**983.** Вычислите высоту треугольной пирамиды с равными боковыми рёбрами, если её объём равен \[\frac{{27\sqrt 3 }}{2},\] а все плоские углы при вершине прямые.

**984.** Отношение стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды к её высоте равно \[\sqrt 2 \]. Найдите градусную меру угла наклона бокового ребра пирамиды к плоскости основания.

**985.** Высота правильной пирамиды \[ SABCD\] равна 1, сторона основания равна \[\sqrt 6 .\] Точки \[M\] и \[N\] — середины рёбер \[SC\] и \[CD\] соответственно. Найдите градусную меру угла между прямой \[MN\] и плоскостью основания пирамиды.

**986.** Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник с катетами 12 и 16. Площадь боковой поверхности пирамиды равна 360. Вершина пирамиды равноудалена от большего катета, продолжений меньшего катета и гипотенузы (они продолжены за больший катет). Найдите высоту пирамиды.

**987.** Ребро основания правильной четырёхугольной пирамиды равно \[4\sqrt 2 ,\] а двугранный угол при боковом ребре равен \[{60^ \circ }.\] Найдите периметр сечения, проходящего через диагональ основания перпендикулярно боковому ребру.

**988.** Основание пирамиды \[ DABC\] —треугольник \[ ABC\], в котором \[\angle C = {90^ \circ },\] а гипотенуза и катет равны 15 и 9. Плоскость, параллельная основанию, делит боковое ребро на отрезки длиной 3 и 6, считая от вершины \[D\]. Найдите периметр сечения.

**989.** Основание пирамиды — прямоугольный треугольник с катетами 9 и 12. Плоскость, параллельная основанию пирамиды, делит боковое ребро в отношении 1 : 2, считая от вершины пирамиды. Найдите площадь сечения.

**990.** Высота правильной четырёхугольной пирамиды \[ SABCD\] с вершиной \[ S\] равна \[2\sqrt 3 ,\] ребро основания равно \[2\sqrt 2 .\] Найдите площадь сечения, проходящего через середину ребра \[SC\] и диагональ основания \[BD.\]

**991.** В правильной треугольной пирамиде \[ SABC\] с вершиной \[ S\] точка \[ M\] делит сторону основания \[ BC\] в отношении 5 : 4. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, которая проходит через точки \[ M\] и \[ A\] и перпендикулярно основанию \[ ABC,\] если сторона основания равна \[\sqrt {61} ,\] а высота пирамиды равна 40,5.

**992.** Ребро основания правильной треугольной пирамиды равно 2, а боковое ребро равно \[\sqrt 5 .\] Найдите периметр сечения, проходящего через её вершину и середины двух рёбер основания.

**993.** Боковое ребро и сторона меньшего основания правильной усечённой четырёхугольной пирамиды равны \[\sqrt {3\sqrt 3 - 5} .\] Угол между боковым ребром и плоскостью большего основания равен \[{60^ \circ }.\] Найдите площадь полной поверхности усечённой пирамиды.

**994.** Основанием пирамиды является прямоугольный треугольник с катетами 3 и 4. Каждый из двугранных углов при сторонах основания пирамиды равен \[{60^ \circ }.\] Вычислите площадь боковой поверхности пирамиды.

**995.** В правильной четырёхугольной пирамиде со стороной основания 6 и боковым ребром 5 проведено сечение через середину высоты и параллельно основанию. Вычислите площадь боковой поверхности получившейся усечённой пирамиды.

**996.** Высота правильной треугольной пирамиды равна 2, сторона основания равна 12. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

**997.** Стороны оснований правильной усечённой треугольной пирамиды равны 2 и 4, а боковые грани наклонены к плоскости основания под углом \[{30^ \circ }.\] Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

**998.** В правильной четырёхугольной пирамиде боковые грани наклонены к плоскости основания под углом \[{30^ \circ }.\] Расстояние от середины высоты пирамиды до боковой грани равно \[\sqrt 3 .\] Найдите объём пирамиды.

**999.** Стороны оснований правильной усечённой четырёхугольной пирамиды равны \[3\sqrt 2 \] и \[6\sqrt 2 \], а боковое ребро образует с плоскостью основания угол, равный \[{45^ \circ }.\] Найдите объём усечённой пирамиды.

**1000.** В основании пирамиды \[ SABC\] лежит равнобедренный треугольник \[ ABC\] с углом \[ C\], равным \[{90^ \circ }.\] Все боковые рёбра пирамиды равны. Грань \[ SAC\] образует с плоскостью основания угол, равный \[{45^ \circ }.\] Найдите объём пирамиды, если \[SA = 3\sqrt 3 .\]

**1001.** Основание пирамиды \[ KABCD\] — квадрат, диагональ которого равна 4. Ребро \[ KB\] перпендикулярно плоскости основания. Найдите объём пирамиды, если \[KB = 6.\]

**1002.** Основание пирамиды \[ MABCD\] — прямоугольник \[ ABCD\]. Каждое боковое ребро пирамиды равно 13, высота \[MH\] грани \[MBC\] равна 5, \[AB = 8.\] Найдите объём пирамиды.

**1003.** Основание пирамиды \[ MABCD\] — ромб \[ ABCD\], проекция вершины \[ M\] — точка пересечения диагоналей этого ромба; \[AM = AB = 5,\] \[AC = 6.\] Найдите объём пирамиды.

**1004.** Ребро \[ KA\] пирамиды \[ KABC\] перпендикулярно плоскости основания \[ ABC\]. Найдите объём пирамиды, если \[KA = 12,\] \[KB = 13,\] \[KC = 4\sqrt {10} ,\] \[\angle ACB = {90^ \circ }.\]

**1005.** Основание пирамиды \[ MABC\] — правильный треугольник \[ ABC\], ребро \[ MA\] перпендикулярно плоскости \[ ABC\]. Высота пирамиды равна \[\sqrt 3 \], а высота [MH\] грани \[MBC\] равна \[2\sqrt 3 \]. Найдите объём пирамиды.

**1006.** Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна \[4\sqrt 3 ,\] апофема равна 4. Найдите объём пирамиды.

**1007.** Высота правильной четырёхугольной пирамиды равна 3, а плоский угол при вершине равен \[{60^ \circ }.\] Найдите объём пирамиды.

**1008.** Основание пирамиды \[ MABCD\] — прямоугольник \[ ABCD\] со сторонами 3 и 4. Ребро \[ MA\] перпендикулярно плоскости \[ ABC\], а плоскость \[MBD\] образует с ней угол, равный \[{45^ \circ }.\] Найдите объём пирамиды.

**1009.** Основанием пирамиды \[SABCD\] служит квадрат \[ ABCD\] со стороной \[2\sqrt 3 \]. Грань \[SAD\] наклонена к плоскости основания под углом \[{60^ \circ }\], а грань \[SBC\] перпендикулярна к плоскости основания. Найдите объём пирамиды.

**1010.** Основание пирамиды — прямоугольник, стороны которого равны \[6\sqrt 5 \] и \[12\sqrt 5 \], а все боковые рёбра пирамиды равны друг другу. Секущая плоскость \[\alpha \] проходит через вершину пирамиды и середины двух смежных сторон основания. Косинус угла между плоскостями основания и сечения равен 0,6. Найдите объём треугольной пирамиды, отсекаемой от данной пирамиды плоскостью \[\alpha \].

*5.2.1.4. Разные задачи*

**1011.** Угол между плоскостями правильных треугольников \[ABC\] и \[ABD\] равен \[{60^ \circ },\] \[AB = 4.\] Найдите расстояние от точки \[D\] до плоскости \[ABC.\]

**5.2.2. Тела вращения**

*5.2.2.1. Конус*

**1012.** В усечённом конусе радиусы оснований равны 5 и 2, а высота равна 4. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

**1013.** Площадь боковой поверхности конуса равна \[72\pi ,\] а диаметр основания равен 6. Найдите периметр осевого сечения конуса.

**1014.** Хорда основания конуса стягивает дугу в \[{120^ \circ }.\] Сечение, проходящее через эту хорду и вершину конуса, составляет с плоскостью основания угол, равный \[{ 45^ \circ }.\] Высота конуса равна \[\sqrt[4]{5}.\] Найдите площадь боковой поверхности конуса.

**1015.** Образующая усечённого конуса равна 2. Диагональ осевого сечения перпендикулярна боковой стороне сечения и наклонена к плоскости основания под углом \[{ 30^ \circ }. Найдите площадь боковой поверхности усечённого конуса.

**1016.** Прямоугольный треугольник с катетами 3 и 4 вращается вокруг прямой, проходящей через вершину меньшего острого угла и параллельной противолежащему катету. Найдите площадь поверхности тела вращения.

**1017.** Радиус основания конуса равен 6, а площадь осевого сечения равна 18. Найдите объём конуса.

**1018.** В конусе через его вершину под углом \[{ 60^ \circ } к основанию проведена плоскость, отсекающая от окружности основания дугу \[{ 60^ \circ }. Высота конуса равна 3. Найдите его объём.

**1019.** В конусе проведено сечение параллельно основанию. Радиус основания равен 4, а площадь сечения равна \[4\pi .\] Найдите объём образовавшегося усечённого конуса, если объём конуса равен 80.

*5.2.2.2. Шар и сфера, их сечения*

**1020.** В шаре проведено два взаимно перпендикулярных сечения, площадь каждого из которых равна 144. Расстояние от центра шара до общей хорды этих сечений равно \[9\sqrt 2 .\] Найдите объём шара.

**5.2.3. Комбинации тел**

**1021.** Основание пирамиды — правильный треугольник со стороной 1. Две грани пирамиды перпендикулярны плоскости основания. Высота пирамиды равна 2. Найдите радиус описанного около пирамиды шара.

**1022.** Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 6, а боковая грань наклонена к плоскости основания под углом \[{ 60^ \circ }. Найдите радиус вписанного в пирамиду шара.

**1023.** Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 1 и образует с плоскостью основания угол \[{ 60^ \circ }. Найдите площадь боковой поверхности вписанного в пирамиду конуса.

**1024.** Прямоугольный треугольник с катетами 2 и 1 вращается вокруг большего катета. Найдите площадь сферы, описанной около тела вращения.

**1025.** Объём треугольной пирамиды равен 270. Найдите объём пирамиды, вершинами которой являются точки пересечения медиан всех граней данной пирамиды.

**1026.** В усечённый конус вписана правильная треугольная усечённая пирамида. Радиусы оснований конуса равны 1 и 4, а образующая равна 5. Найдите объём усечённой пирамиды.

**1027.** Две равные боковые грани \[AKB\] и \[CKB\] треугольной пирамиды \[KABC\] перпендикулярны плоскости основания, а грань \[AKC\] наклонена к плоскости основания под углом \[{ 45^ \circ }, \[\angle ABC = {60^ \circ }.\] Радиус шара, описанного около пирамиды, равен \[5\sqrt 3 .\] Найдите объём пирамиды. 

**1028.** Около правильной шестиугольной призмы описан цилиндр, площадь боковой поверхности которого равна \[12\pi \sqrt 3 .\] Расстояние между диагональю боковой грани призмы и осью цилиндра равно \[\sqrt 3 .\] Найдите объём призмы.

**1029.** Основанием пирамиды \[SABCD\] является ромб \[ABCD\], большая диагональ которого образует со стороной угол \[{ 30^ \circ }. Все двугранные углы при рёбрах основания пирамиды равны. Плоскость \[\alpha \], параллельная плоскости основания, пересекает высоту пирамиды \[SO\] в точке \[T\] так, что \[ST:TO = 2:3.\] В образовавшуюся усечённую пирамиду вписан цилиндр, ось которого лежит на высоте пирамиды, а верхнее основание вписано в сечение пирамиды плоскостью \[\alpha \]. Объём цилиндра равен \[72\pi \sqrt 3 .\] Найдите объём пирамиды \[SABCD\].

**1030.** Основание \[ABC\] правильной пирамиды \[MABC\] вписано в основание цилиндра с центром в точке \[{O\_1}.\] Центр второго основания — точка \[{O\_2}\] — лежит на прямой \[M{O\_1}.\] Объём пирамиды равен 45, объём цилиндра равен \[48\pi \sqrt 3 .\] Найдите отношение \[M{O\_1}:M{O\_2}.\]

**1031.** Ребро основания правильной треугольной призмы \[MNP{M\_1}{N\_1}{P\_1}\] равно 6. Сечение призмы, проходящее через точку пересечения медиан её основания, параллельно грани [M{M\_1}{N\_1}N\], является квадратом [ABCD\]. В призме расположен цилиндр так, что одно его основание вписано в квадрат [ABCD\], а другое основание лежит в грани [M{M\_1}{N\_1}N\]. Найдите объём цилиндра.

**1032.** В прямую призму, в основании которой лежит ромб с углом [{ 45^ \circ }, вписан цилиндр. Расстояние между осью цилиндра и диагональю боковой грани призмы равно \[\sqrt 2 .\] Найдите площадь полной поверхности цилиндра, если объём призмы равен 16.

**1033.** Внутри правильного тетраэдра [ABCD\] с ребром, равным 12, расположен конус, вершина которого является серединой ребра [CD\]. Основание конуса вписано в сечение тетраэдра, проходящее через середину ребра [BC\] параллельно прямым [CD\] и [AB\]. Найдите объём конуса.

**1034.** Площади оснований правильной усечённой четырёхугольной пирамиды равны 4 и 100, а апофема равна 5. Найдите объём вписанного в пирамиду усечённого конуса.

**1035.** В шар радиусом \[\sqrt {11} \] вписана правильная треугольная призма \[ABC{A\_1}{B\_1}{C\_1}\]. Угол между прямой \[A{B\_1}\] и плоскостью \[AC{C\_1}\] равен [{ 45^ \circ }. Найдите объём призмы.

**1036.** Основание пирамиды — трапеция. Объём пирамиды равен 540. Найдите объём пирамиды, вершинами которой служат точки пересечения медиан всех граней данной пирамиды и точка пересечения диагоналей основания.

**1037.** В треугольной наклонной призме точки пересечения диагоналей её боковых граней и точки пересечения медиан её оснований являются вершинами шестигранника. Найдите отношение его объёма к объёму данной треугольной призмы.

**1038.** Основание прямой четырёхугольной призмы — прямоугольник. Диагональ призмы равна 35. Расстояние между скрещивающимися прямыми, содержащими диагональ основания призмы и боковое ребро призмы, равно 15. Найдите объём цилиндра, описанного около данной призмы.

**1039.** В шар радиусом \[\sqrt {30} \] вписана правильная треугольная призма \[ABC{A\_1}{B\_1}{C\_1}\]. Угол между прямой \[A{B\_1}\] и плоскостью \[AC{C\_1}\] равен [{ 30^ \circ }. Найдите объём призмы.

**1040.** В шар вписана правильная треугольная призма \[ABC{A\_1}{B\_1}{C\_1}\], объём которой равен \[72\sqrt 2 \] Угол между прямой \[A{B\_1}\] и плоскостью \[AC{C\_1}\] равен [{ 45^ \circ }. Найдите радиус шара.

**1041.** Основание правильной пирамиды \[MABCD\] — квадрат \[ABCD\] со стороной 4. Плоскость \[n\] параллельна плоскости основания пирамиды и пересекает рёбра \[MA\], \[MB\], \[MC\] и \[MD\] в точках \[P\], \[Q\], \[R\] и \[S\] соответственно. Нижнее основание цилиндра вписано в основание пирамиды \[MABCD\], а верхнее — описано около основания пирамиды \[MPQRS.\] Найдите объём пирамиды \[MPQRS\], если объём цилиндра равен \[12\pi .\]

**1042.** В призме \[ABC{A\_1}{B\_1}{C\_1}\] основание — треугольник \[ABC\] со сторонами \[AB = 6,\] \[AC = 8,\] \[BC = 10.\] Вершина конуса \[M\] лежит на ребре \[A{A\_1}\], причём \[AM:M{A\_1} = 2:3\] и точки \[A\], \[B\] и \[C\] лежат на окружности основания конуса. Найдите объём призмы, если площадь всей поверхности конуса равна \[55\pi .\]

**1043.** В кубе \[ABCD{A\_1}{B\_1}{C\_1}{D\_1}\]: \[{A\_1}{C\_1},\] \[{A\_1}D,\] и \[{C\_1}D\] — диагонали граней \[{A\_1}{B\_1}{C\_1}{D\_1}\], \[A{A\_1}{D\_1}D\] и \[D{D\_1}{C\_1}C\] соответственно. В тетраэдр \[{D\_1}{A\_1}{C\_1}D\] вписан конус так, что его основание вписано в треугольник \[{A\_1}{C\_1}D\] и \[{D\_1}\] — его вершина. Найдите объём большей из частей, на которые куб делится плоскостью \[{A\_1}{C\_1}D\], если объём конуса равен \[\frac{\pi }{6}.\]

**1044.** Около правильной треугольной призмы описан цилиндр. Площадь боковой поверхности цилиндра равна \[16\pi .\] Найдите объём призмы, если сторона её основания равна 5.