

MATEMATYKA DYSKRETNA - ZADANIA PRZYGOTOWAWCZE

Zadanie 1.

Udowodnij indukcyjnie, że dla wszystkich $n \geq 1$ zachodzi równanie

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

Zadanie 2.

- a) Na ile sposobów możemy umieścić 15 ponumerowanych kul w pięciu ponumerowanych urnach?
- b) Na ile sposobów możemy umieścić 15 identycznych kul w pięciu ponumerowanych urnach?
- c) Na ile sposobów możemy umieścić 15 identycznych kul w pięciu ponumerowanych urnach, jeśli w każdej urnie ma się znaleźć przynajmniej jedna kula?
- d) Na ile sposobów możemy wybrać 10 kart z talii 52 kart, tak aby mieć dokładnie dwa asy, dokładnie dwa króle i dokładnie dwie damy?
- e) Rozważamy piętnastokrotny rzut kostką. Ile różnych wyników tego eksperymentu możemy otrzymać jeśli założymy, że w pierwszych trzech rzutach wypadła liczba parzysta, a w ostatnich trzech liczba podzielna przez trzy.
- f) Ile ciągów cyfr długości 10 zawiera dokładnie dwie czwórki?

Zadanie 3.

Danych jest 101 liczb naturalnych. Udowodnij, że istnieje wśród nich 51 liczb parzystych lub 51 liczb nieparzystych.

Zadanie 4.

Ile jest dodatnich liczb całkowitych nie większych od 200, które są podzielne przez 4 lub przez 5?

Zadanie 5.

Automat z napojami przyjmuje monety o nominałach 1zł, 2zł i 5zł. Na ile sposobów możemy umieścić w automacie kwotę n zł? (zakładamy, że monety są identyczne i interesuje nas tylko w jakiej kolejności nominały trafiają do maszyny) Ułóż odpowiednie równanie rekurencyjne.

Zadanie 6.

Rozwiąż rekurencję

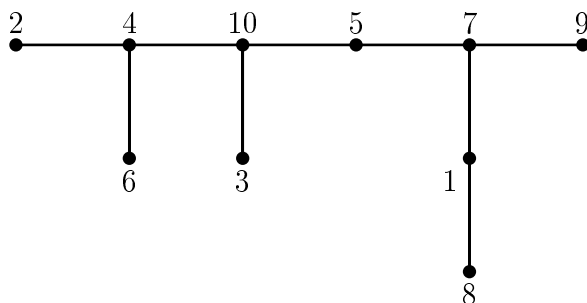
$$\begin{cases} a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}, & n \geq 2, \\ a_0 = 1, \\ a_1 = 0. \end{cases}$$

Zadanie 7.

Sprawdź czy ciąg $(7, 5, 5, 5, 4, 4, 3, 3, 1)$ jest ciągiem graficznym. Jeśli tak, podaj przykład grafu, który go realizuje.

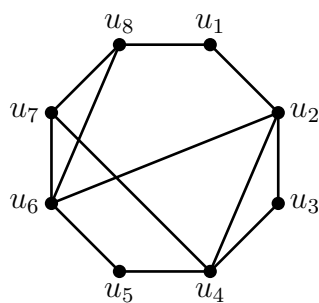
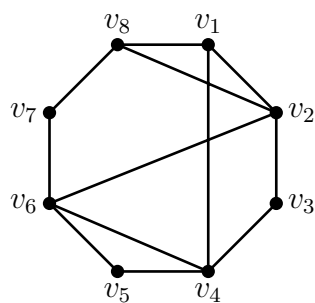
Zadanie 8. Wyznacz drzewo o następującym kodzie Prüfera: $(4, 5, 7, 8, 8, 6, 3, 9)$.

Zadanie 9. Wyznacz kod Prüfera dla poniższego drzewa.

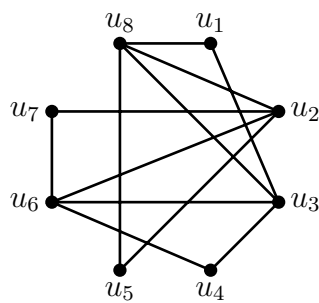
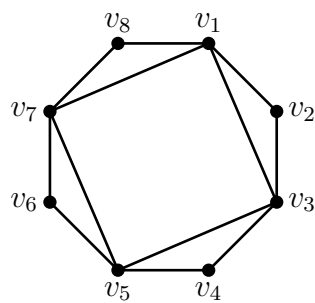


Zadanie 10. Sprawdź, czy podane pary grafów są izomorficzne.

a)



b)



c)

