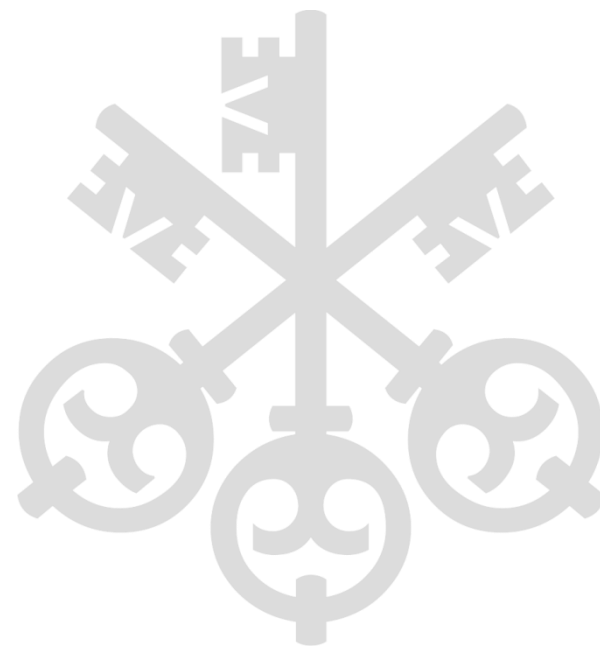


Agregacja rozkładów

Wykorzystanie kopuł

Adam Wróbel
Risk Modelling & Analytics Specialist

Wrzesień 2017



Agenda

Sekcja 1	Ryzyka w bankowości	2
Sekcja 2	Zdefiniowanie problemu	6
Sekcja 3	Wprowadzenie do kopuł	11
Sekcja 4	Wyniki	13

Sekcja 1

Ryzyka w bankowości

Ryzyka

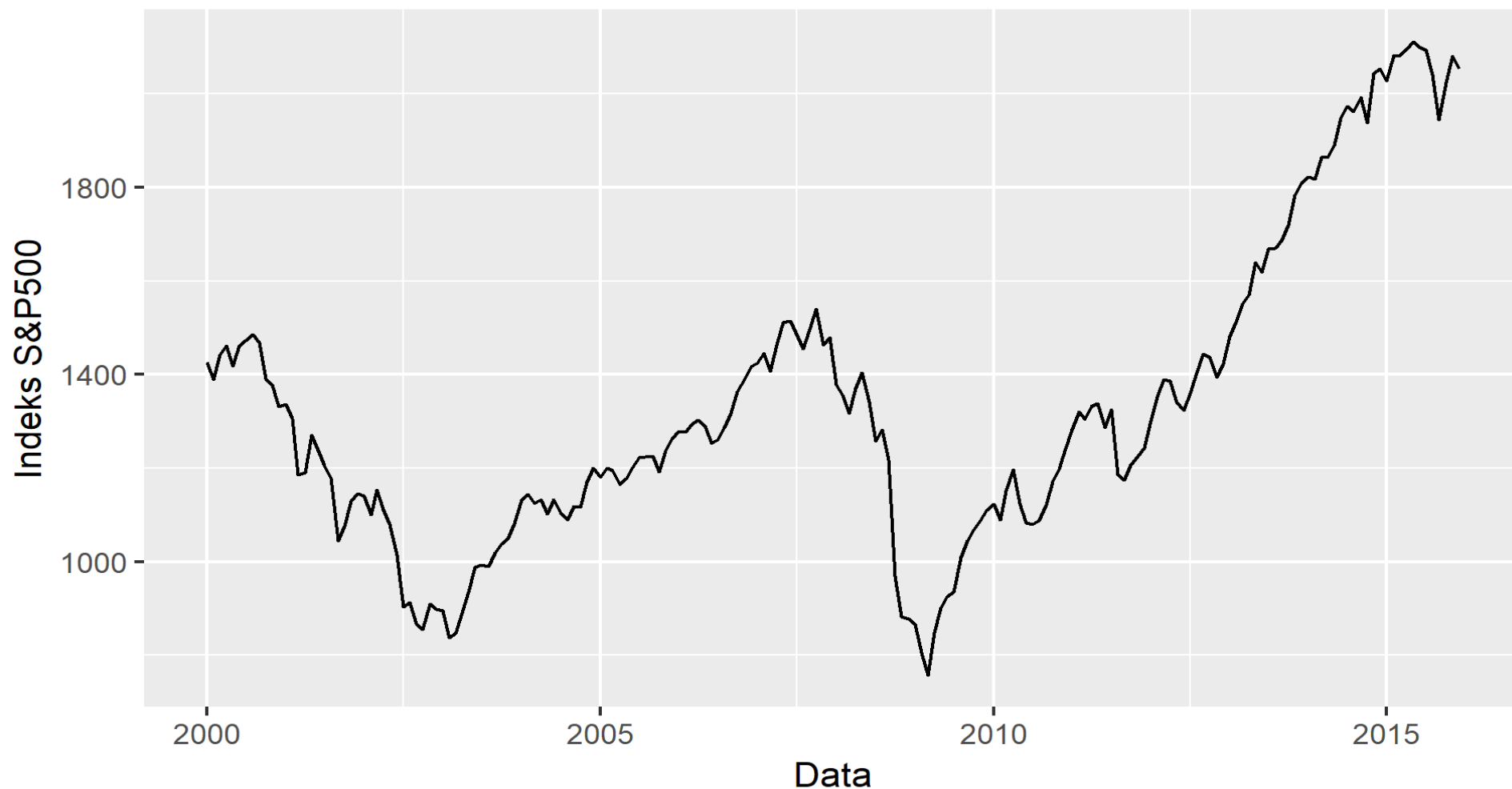
Zagrożenia w perspektywie działalności banków

Banki są narażone na wiele czynników ryzyka:

- krach na giełdzie
- spadek cen nieruchomości
- pogorszenie sytuacji gospodarczej
- zmiany kursu walutowego

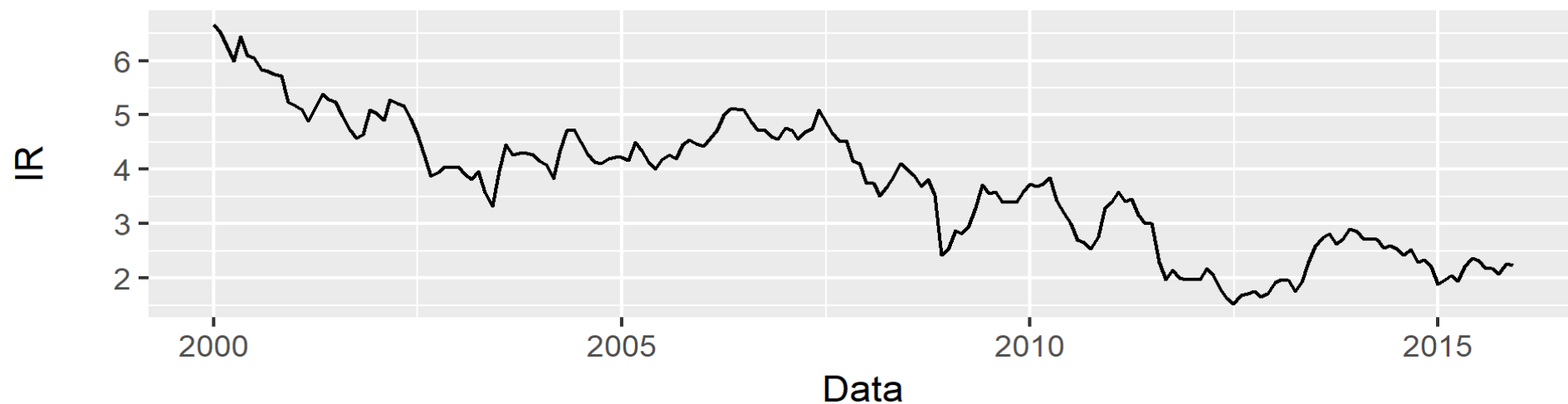
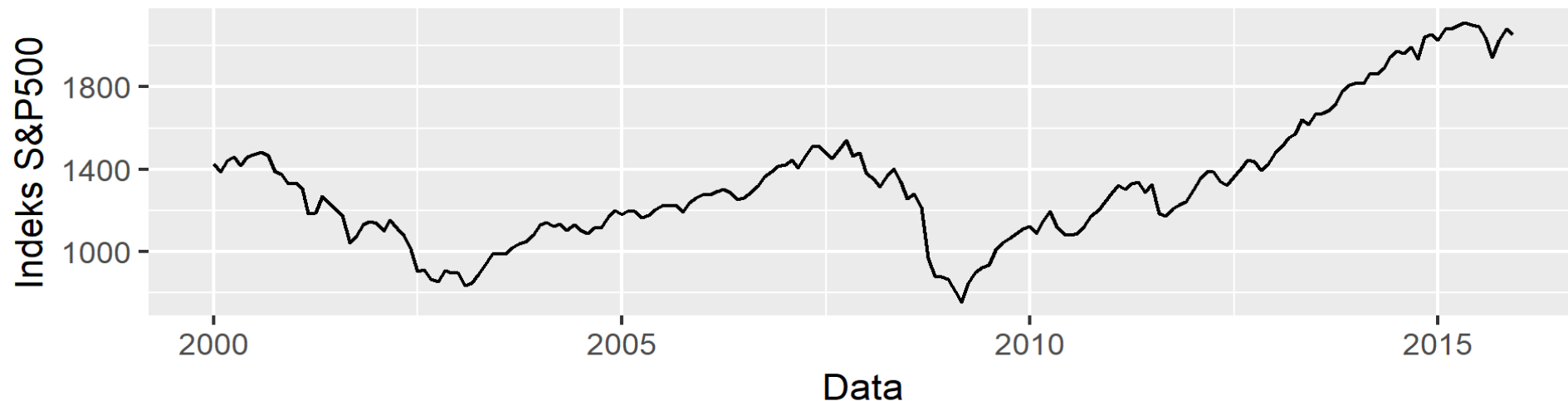
Sytuacja na giełdzie - rynki finansowe

Notowania indeksu S&P500 – index 500 największych spółek na amerykańskiej giełdzie



Zależność między czynnikami ryzyka

Indeks giełdowy S&P500 oraz stopy procentowe (IR – interest rate)



Sekcja 2

Zdefiniowanie problemu

Modelowanie rozkładu strat/zysków

Jak może zmienić się wartość naszych pozycji (akcji, obligacji) w ciągu kwartału?

- Cała ekspozycja to akcje spółek notowanych na amerykańskiej giełdzie oraz obligacje rządu USA
- W uproszczeniu możemy przyjąć, że:
 - zmiana wartości danej akcji będzie zależała od zmiany wartości **indeksu S&P500**
 - zmiana wartości danej obligacji będzie zależała od zmiany **stopy procentowej**
- Mając modele wyceny (patrz punkt wyżej) możemy wyznaczyć zmianę wartości naszych pozycji (akcji i obligacji) przy danej realizacji **czynników ryzyka**
- Mając historyczne dane o zmienności **czynników ryzyka** możemy wysymulować realizacje tych dwóch czynników z uwzględnieniem zależności pomiędzy nimi
- Mając odpowiednio dużo tychże realizacji możemy wyznaczyć rozkład strat/zysków wyceniając wartość pozycji w każdym scenariuszu

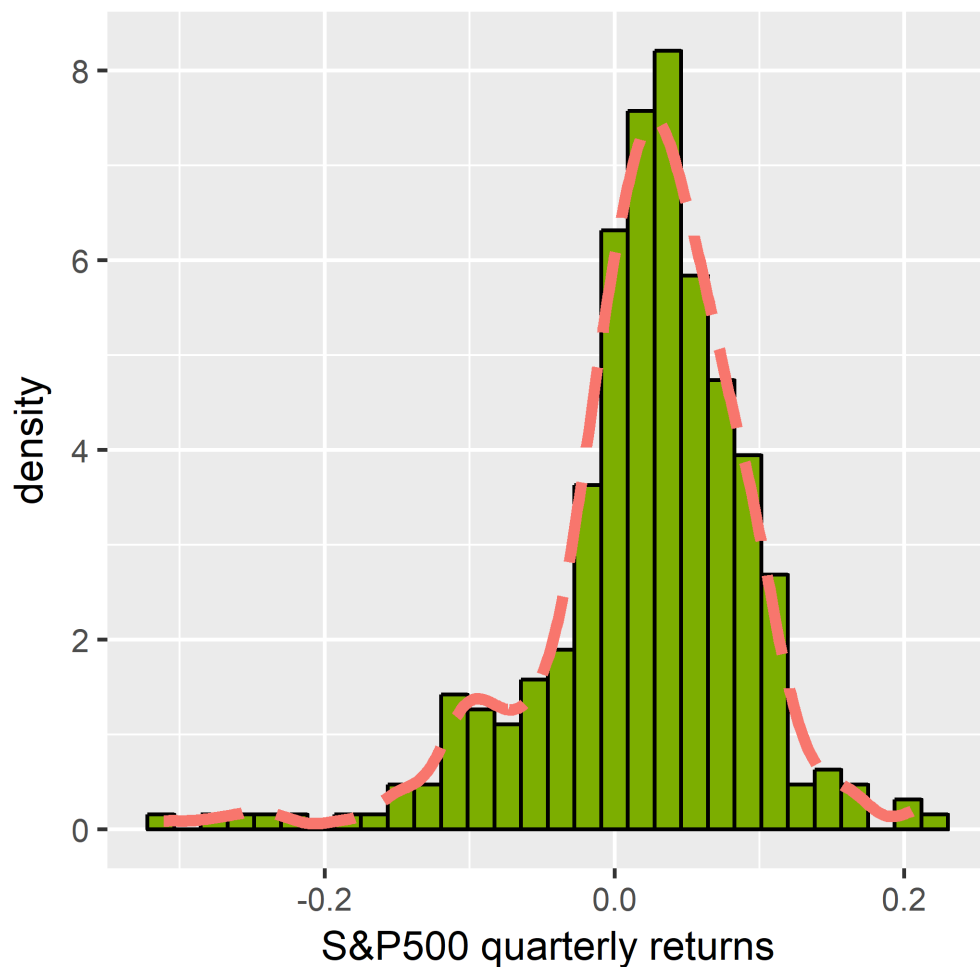
Modelowanie rozkładu strat/zysków

Jak może zmienić się wartość naszych pozycji (akcji, obligacji) w ciągu kwartału?

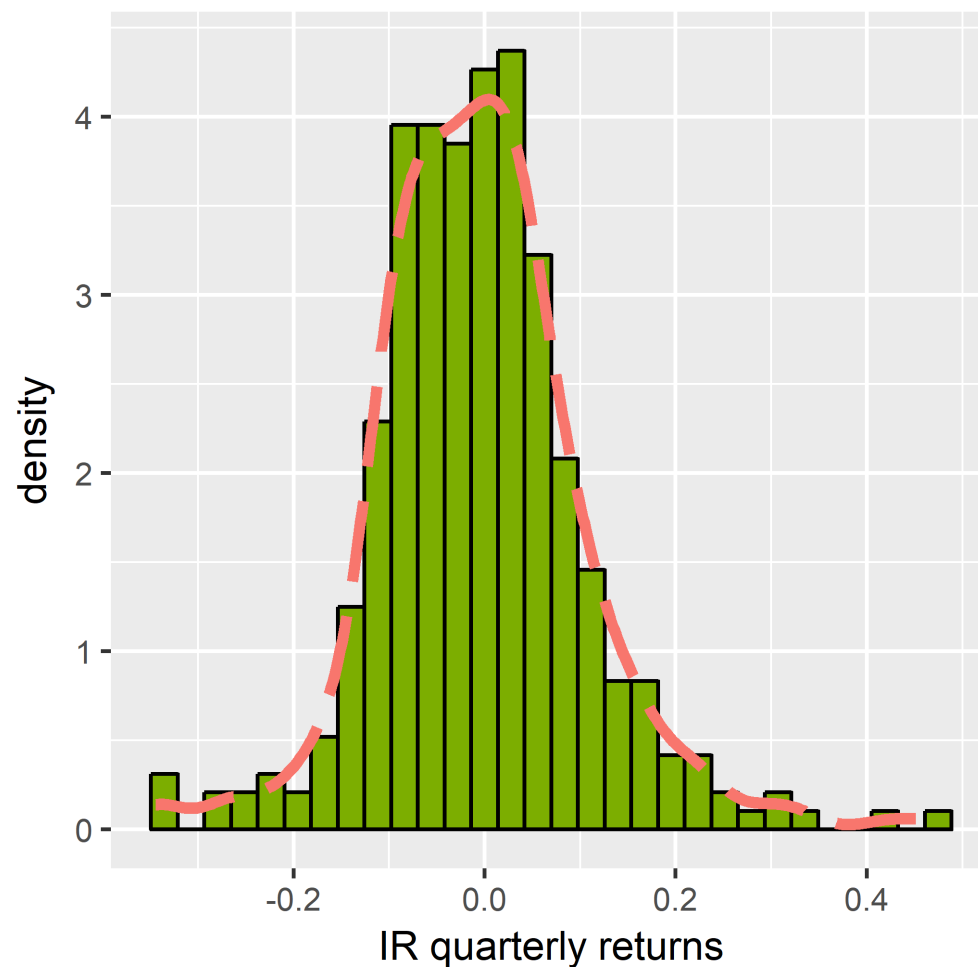
Scenariusz	Δ S&P500	Δ stopy procentowej	zmiana wartości akcji A	zmiana wartości obligacji B	Strata/Zysk
1	5%	0%	20 000\$	0\$	20 000 \$
2	-5%	9%	-20 000\$	-7000\$	-27 000 \$

- Δ – kwartalna relatywna zmiana czynnika (simple return): $\Delta x_t = \frac{x_t - x_{t-1}}{x_{t-1}}$
- Mając N takich scenariuszy otrzymujemy rozkład strat/zysków

Rozkłady kwartalnych zmian S&P500 i IR

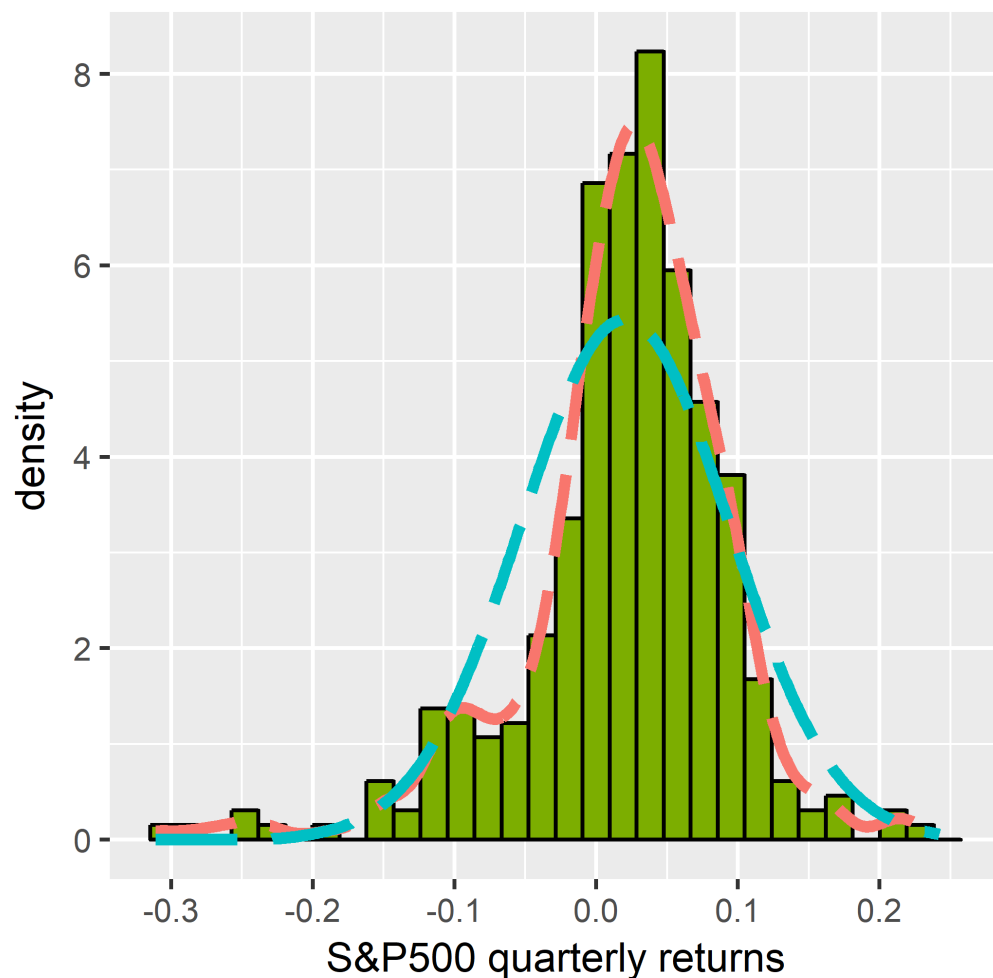


— Empirical dist Histogram

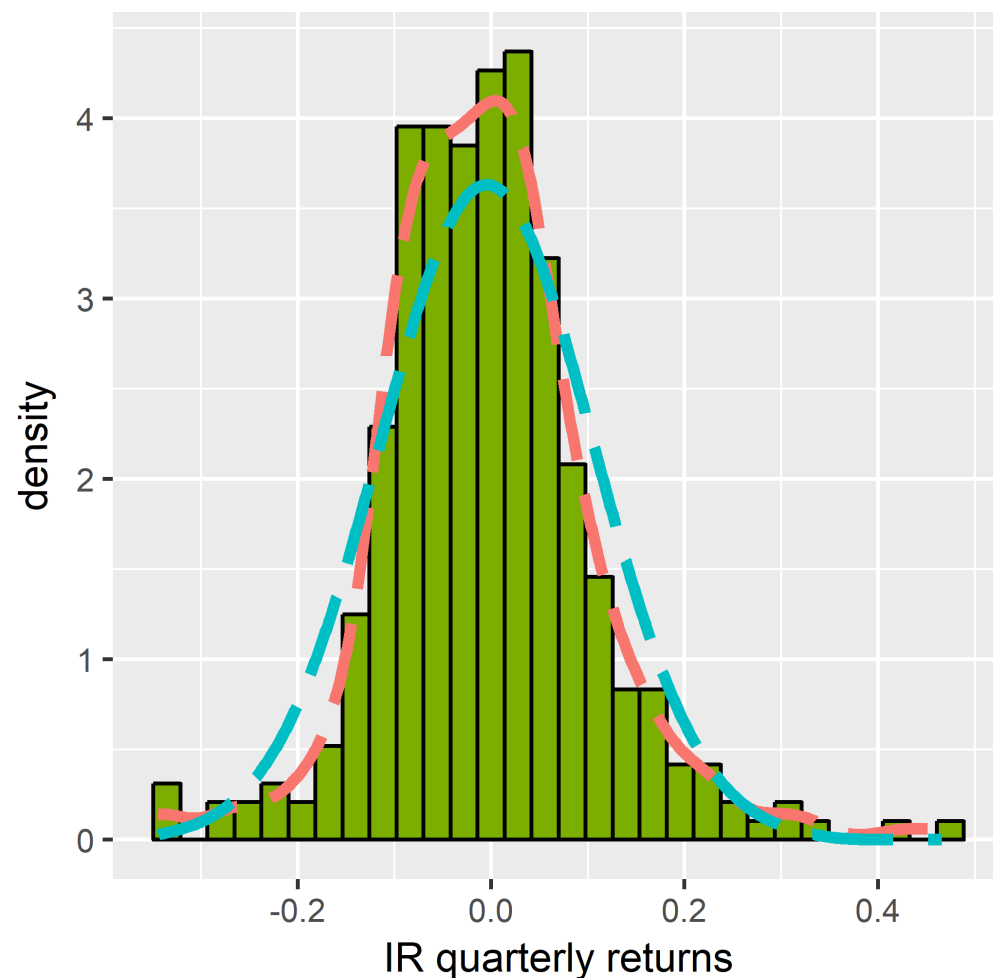


— Empirical dist Histogram

Dopasowane rozkłady normalne



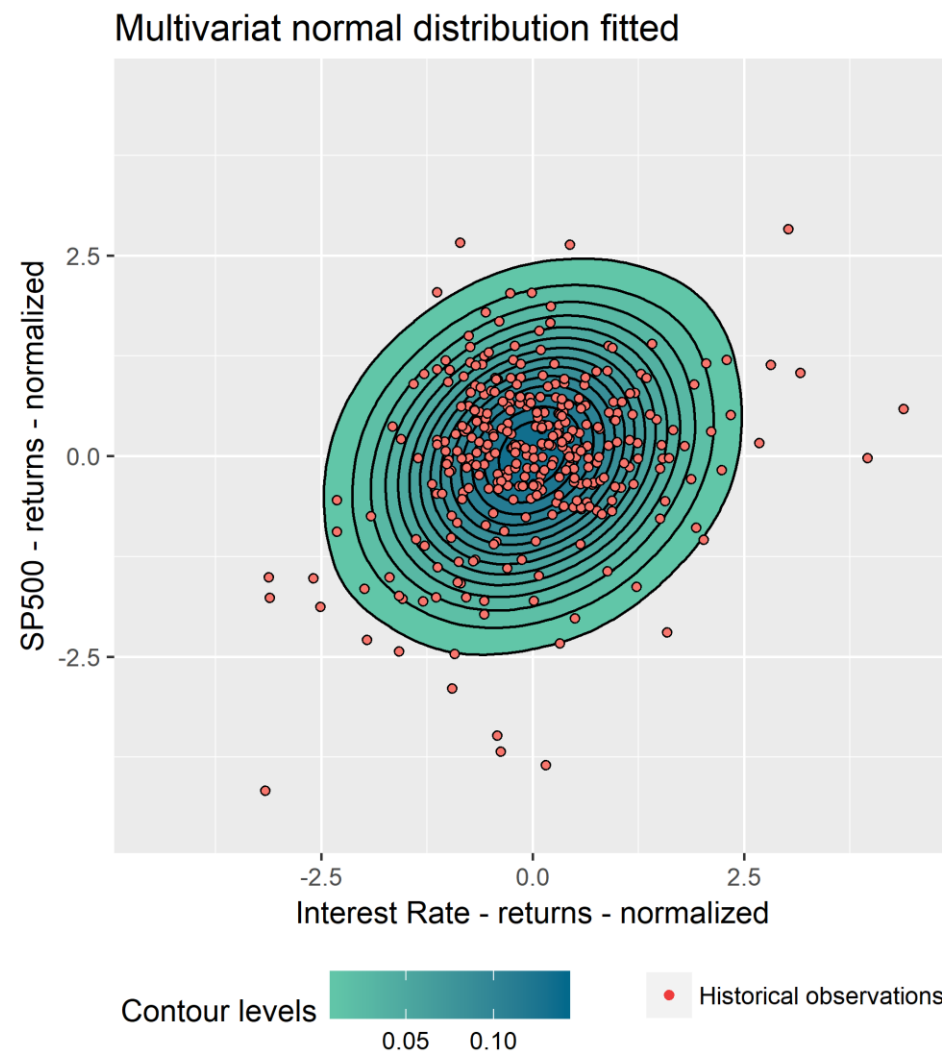
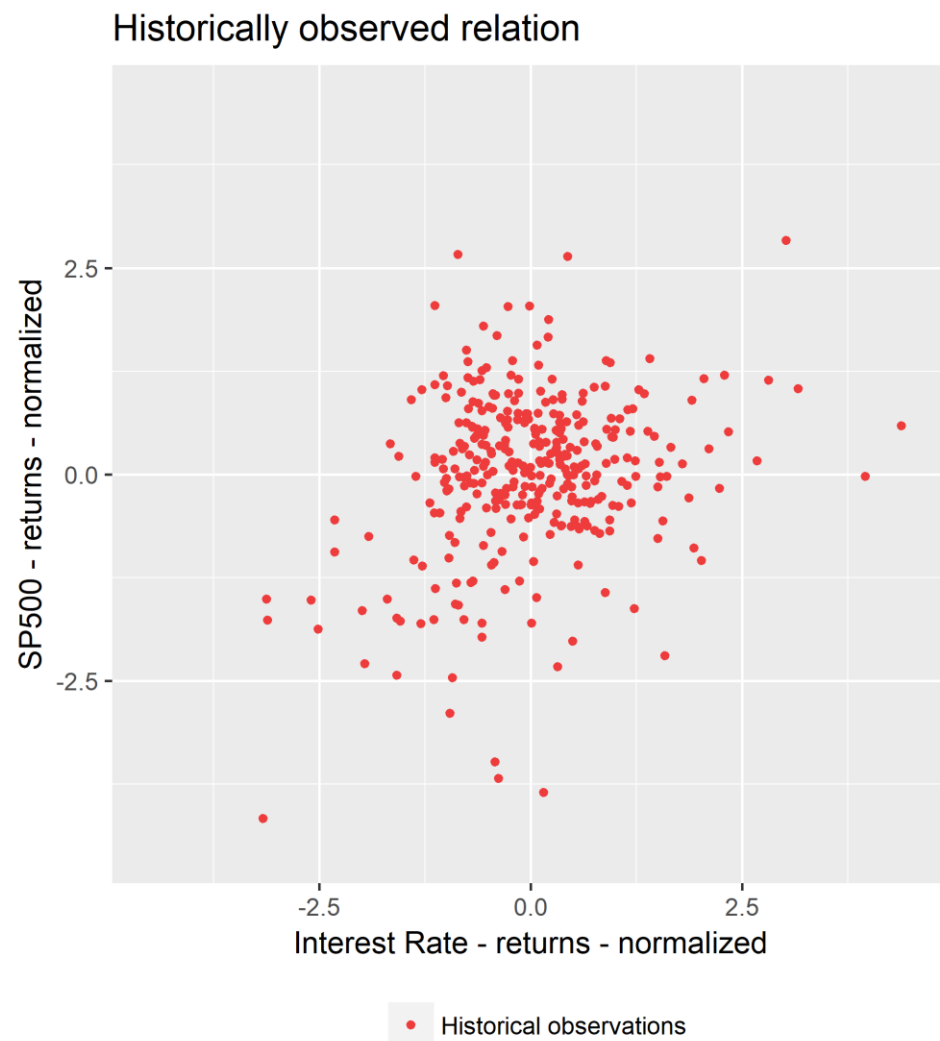
— Empirical dist — Fitted normal dist Histogram



— Empirical dist — Fitted normal dist Histogram

Zależność pomiędzy rozkładami

Próba modelowania zależności przy pomocy wielowymiarowego rozkładu normalnego



Sekcja 3

Wprowadzenie do kopuł

Kopuły

Wprowadzenie

- *Wielowymiarowy rozkład normalny jest kopułą Gaussa z normalnymi rozkładami brzegowymi*
- *Kopuły pozwalają rozdzielić modelowanie na dwa niezależne kroki:*
 - *Zdefiniowanie rozkładów brzegowych*
 - *Zdefiniowanie zależności między rozkładami brzegowymi*
- *Kopuła Gaussa wykorzystuje tę samą strukturę zależności jak w wielowymiarowym rozkładzie normalnym. Czyli potrzebujemy jedynie macierzy korelacji.*
- *Z matematycznego punktu widzenia zawsze istnieje kopuła łącząca dane rozkłady brzegowe. Jeśli rozkłady brzegowe są ciągłe to jest też to unikalna kopuła (Sklar's theorem).*

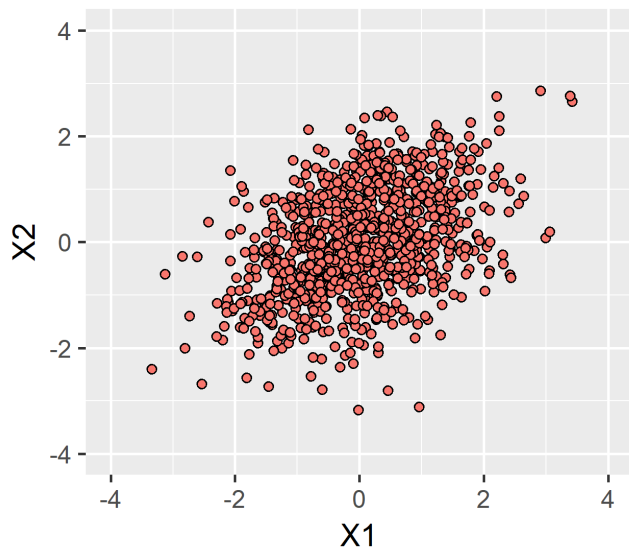
Kopuły

Budowanie kopuły

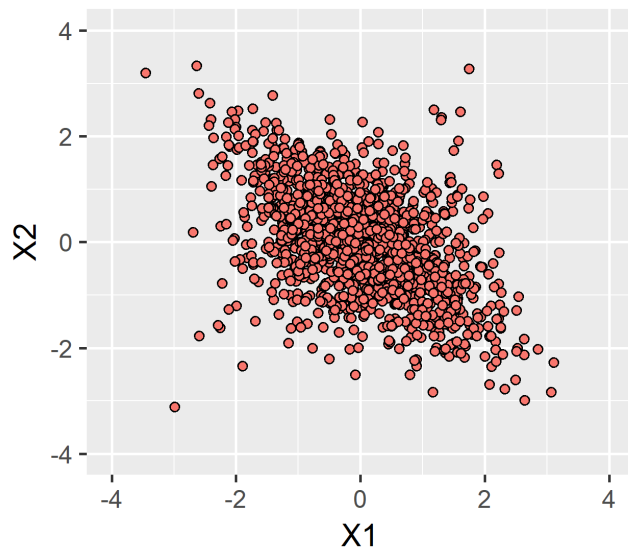
- *Kopuła definiuje zależność pomiędzy rozkładami jednostajnymi:*
 - *mając dopasowany rozkład teoretyczny do danych możemy zawsze przetransformować go do jednostajnego*
- *Kroki budowy modelu:*
 - *Dopasowanie rozkładów teoretycznych do rozkładów brzegowych (pakiety: fitdistrplu, ghyp)*
 - *Dopasowanie kopuły (pakiety: CDVine, VineCopula)*
- *Przykład. Kroki symulacji z kopuły Gaussa z rozkładami brzegowymi t studenta:*
 - *Symulacja rozkładów brzegowych z dopasowanymi rozkładami teoretycznymi*
 - *Transformacja do rozkładów jednostajnych*
 - *Uzależnienie rozkładów brzegowych wykorzystując macierz korelacji*
 - *Transformacja do rozkładów jednostajnych*
 - *Transformacja do dopasowanych na samym początku rozkładów brzegowych*
 - > *rt %>% pnorm %>% qnorm %*% cholesky_decoposed_cor_matrix %>% pnorm %>% qt*

Kopuły - przykłady

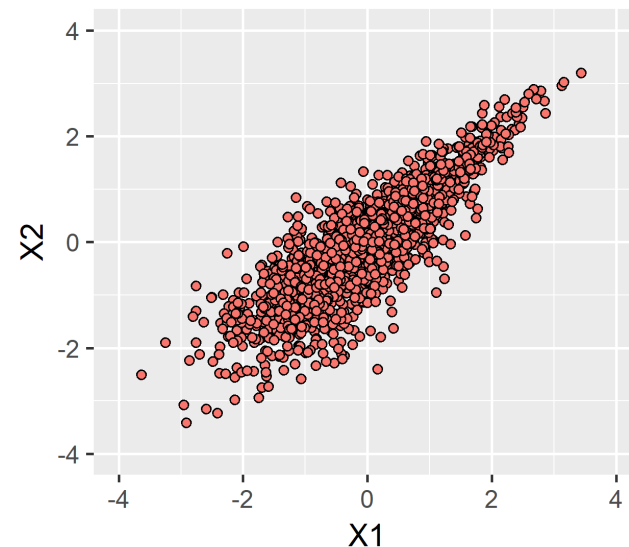
Gaussian Copula - Simulated



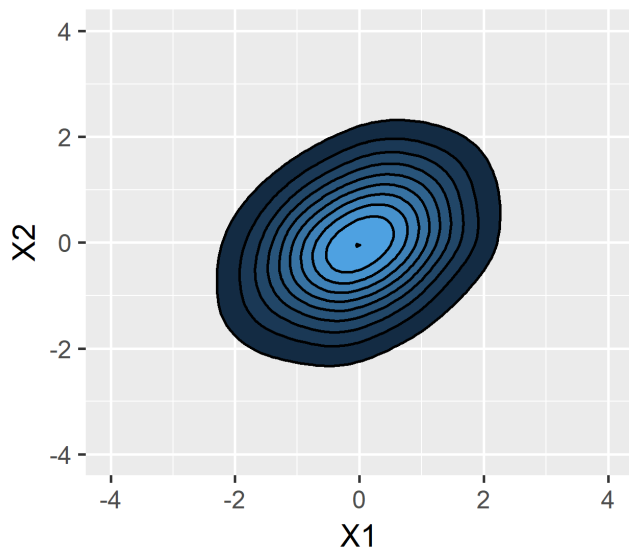
T copula - Simulated



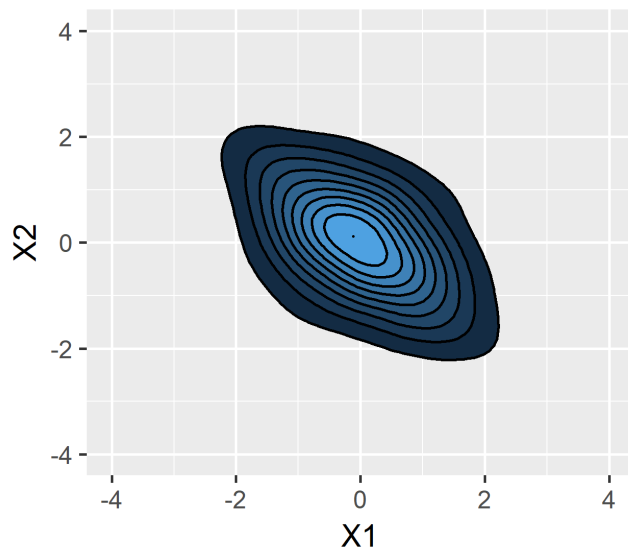
Gumbel copula - Simulated



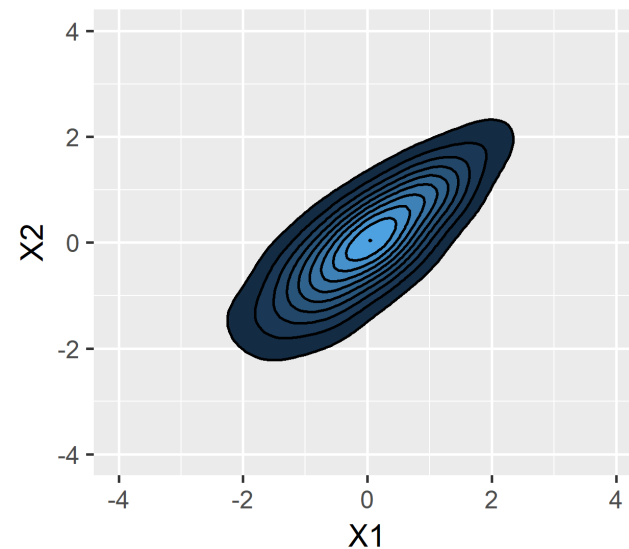
Gaussian Copula - Contour



T copula - Contour



Gumbel copula - Contour

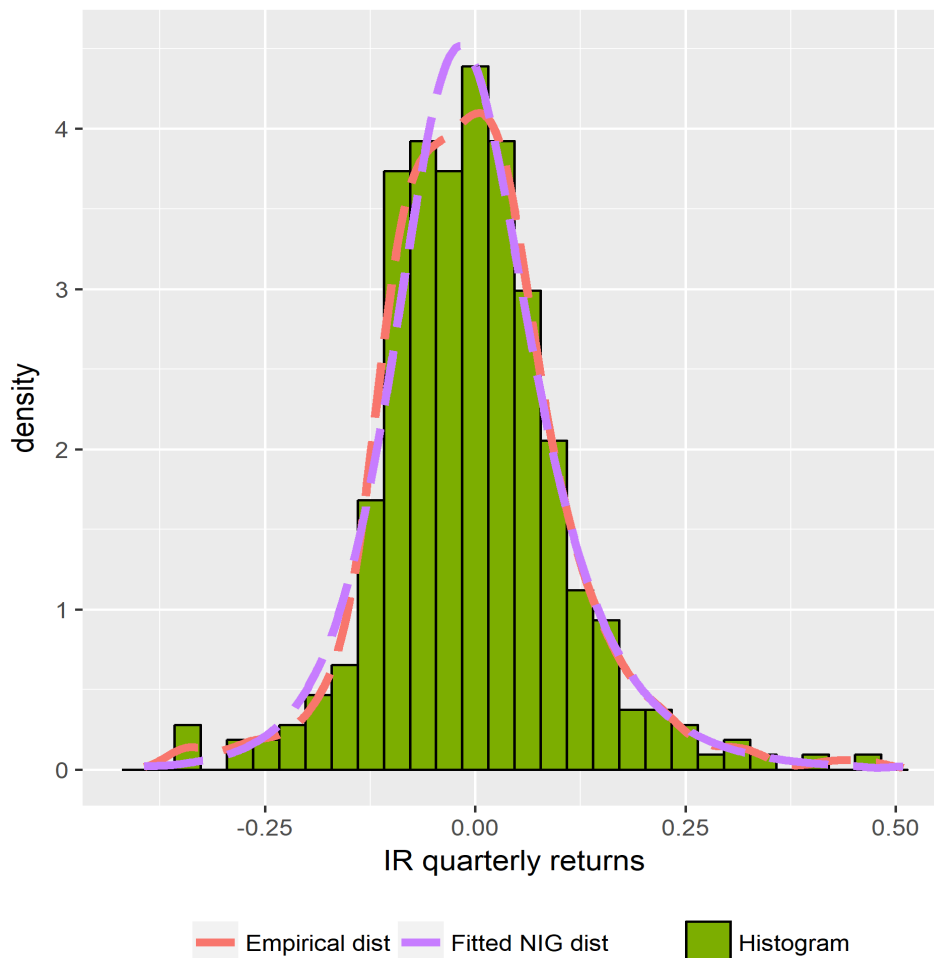
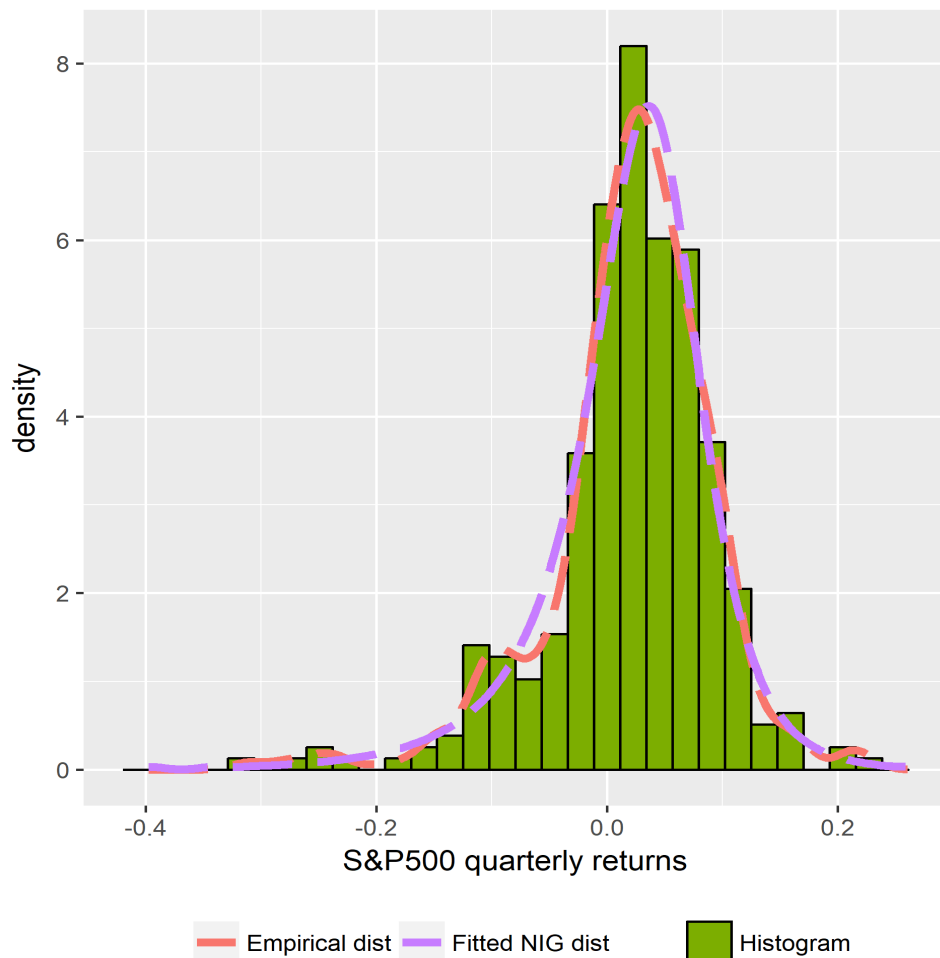


Sekcja 4

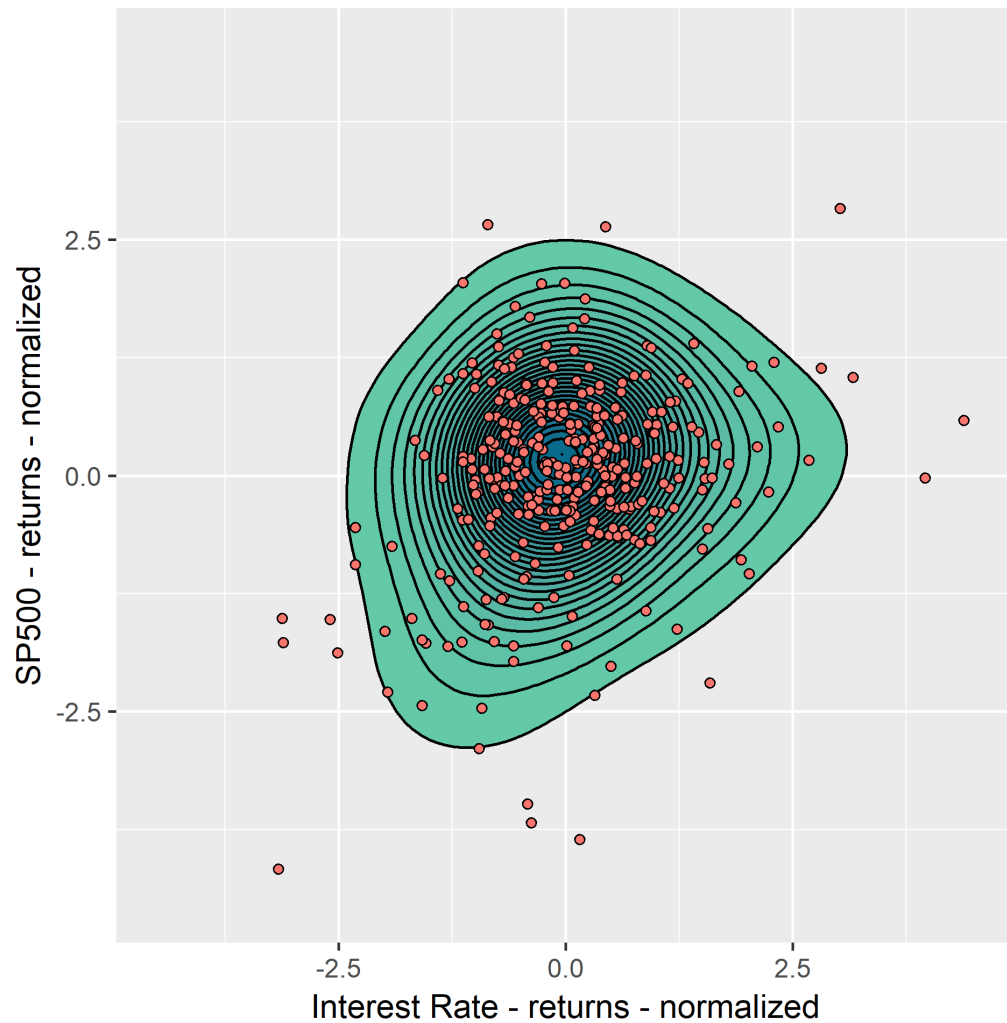
Wyniki

Dopasowanie rozkładów

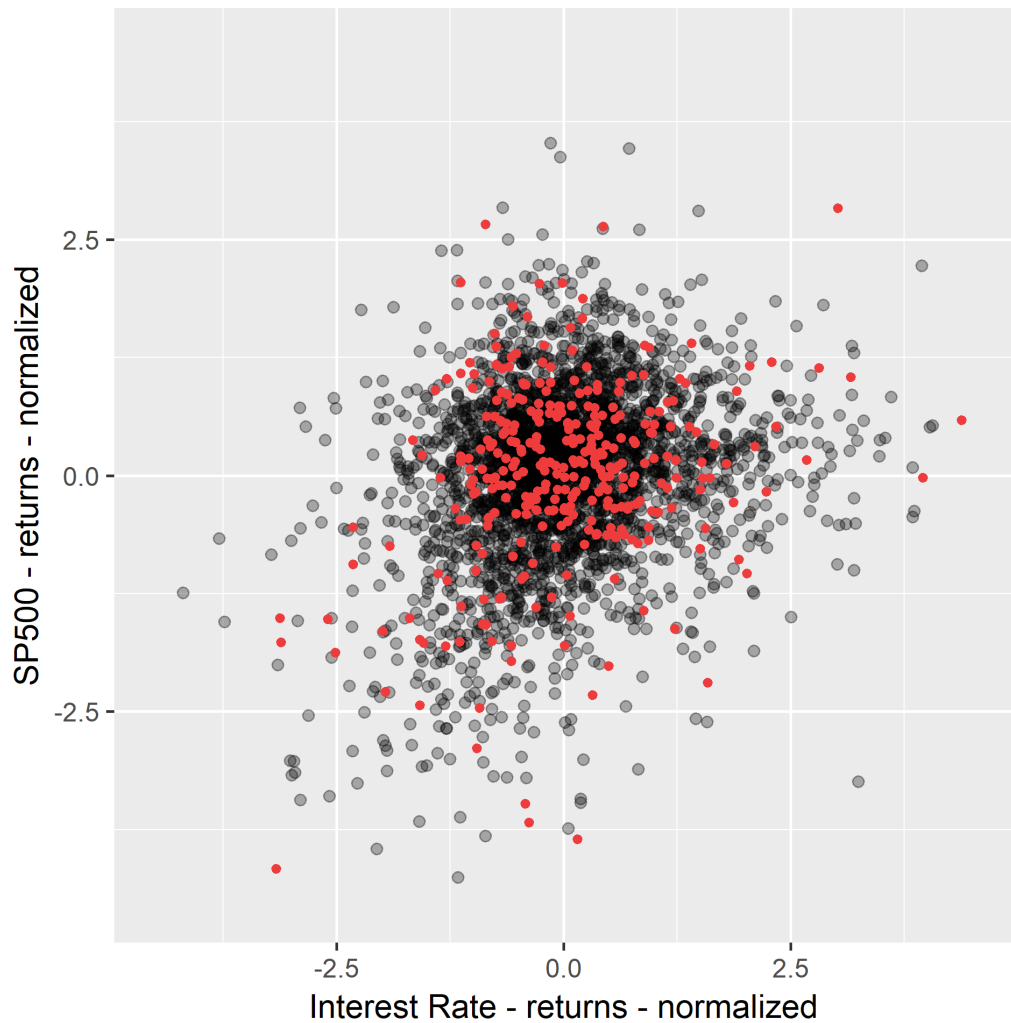
Normal Inverse Gaussian (NIG); pakiet ghyp



Porównanie z historycznymi danymi



• Historical observations

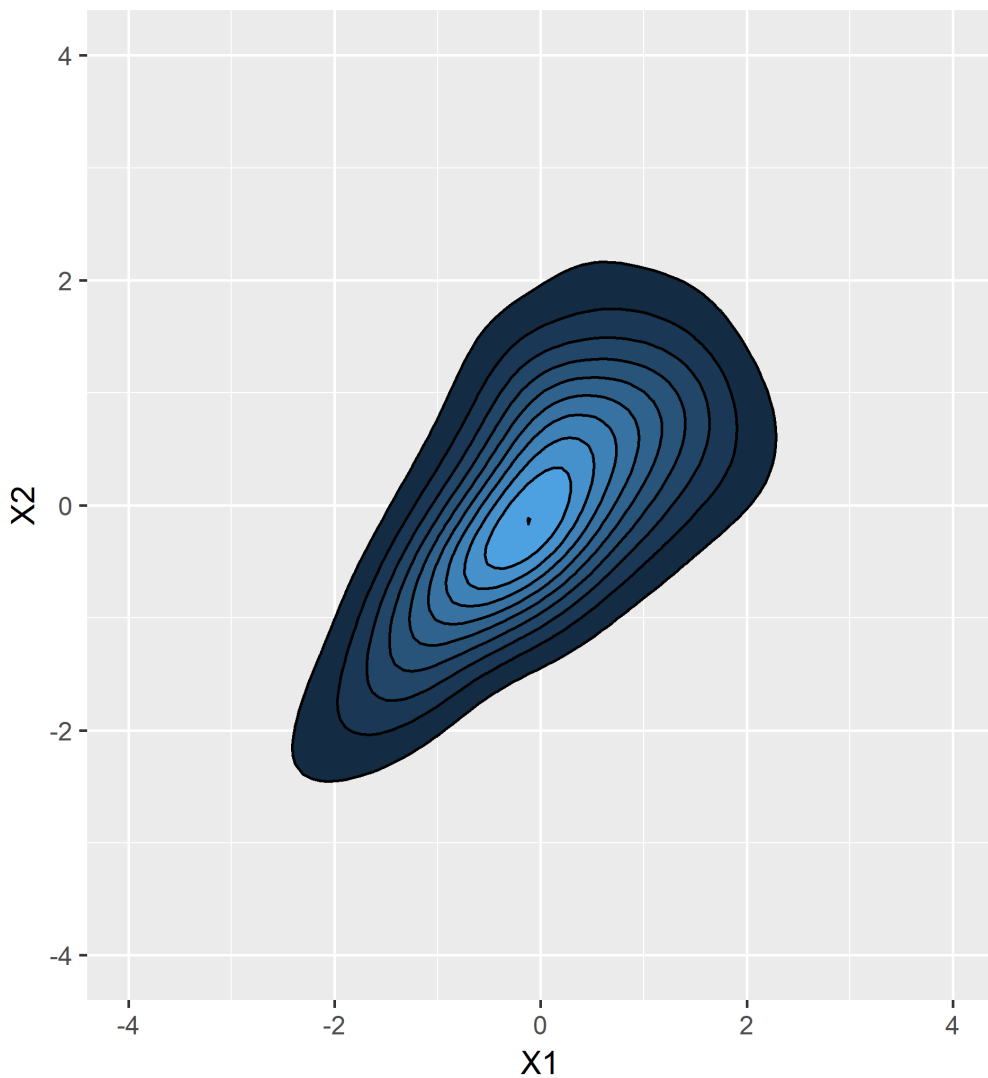


• Historical observations • Simulated observations

Dopasowanie kopuły

Joe copula

Contour



Simulated observations



Polecana literatura/materiały

- U. Schepsmeier, E. C. Brechmann, Modeling dependence with C- and D-vine copulas: The R package CDVine, 2013
- U. Schepsmeier, E. C. Brechmann, CDVine, 2013
<https://cran.r-project.org/web/packages/CDVine/>
- H. Joe, Dependence Modeling with Copulas, 2014
(not yet published on CRAN package CopulaModel - copula.stat.ubc.ca)
- C. Genest, A.-C. Favre, Everything You Always Wanted to Know about Copula but Were Afraid to Ask, 2007
- H. Joe, H. Li, A. K. Nikoloulopoulos, Tail dependence functions and vine copulas, 2010
- M. Hofer, M. Machler, Nested Archimedean Copulas Meet R – Vignette,
<https://cran.r-project.org/web/packages/copula/vignettes/nacopula-pkg.pdf>

Polecana literatura/materiały

- U. Schepsmeier, E. C. Brechmann, Modeling dependence with C- and D-vine copulas: The R package CDVine, 2013
- U. Schepsmeier, E. C. Brechmann, CDVine, 2013
<https://cran.r-project.org/web/packages/CDVine/>
- H. Joe, Dependence Modeling with Copulas, 2014
(not yet published on CRAN package CopulaModel - copula.stat.ubc.ca)
- C. Genest, A.-C. Favre, Everything You Always Wanted to Know about Copula but Were Afraid to Ask, 2007
- H. Joe, H. Li, A. K. Nikoloulopoulos, Tail dependence functions and vine copulas, 2010
- M. Hofer, M. Machler, Nested Archimedean Copulas Meet R – Vignette,
<https://cran.r-project.org/web/packages/copula/vignettes/nacopula-pkg.pdf>

Informacje kontaktowe

Adam Wróbel
Risk Modelling & Analytics Specialist
adam.wrobel@ubs.com

www.ubs.com