

Podstawy fizyki – sezon 2

5. Pole magnetyczne II

Agnieszka Obłąkowska-Mucha



opracowane na podstawie:
Halliday & Resnick, J. Walker „Fundamentals of Physics” extended
10th Edition, John Wiley & Sons, Inc.

AGH, WFiIS, Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek,
D11, pok. 111

amucha@agh.edu.pl

<http://home.agh.edu.pl/~amucha>

Indukcja magnetyczna

- ▶ Poruszający się ładunek elektryczny jest źródłem pola magnetycznego.
- ▶ Jak wyznaczyć indukcję tego pola?

element $d\vec{l}$ przewodnika z prądem o natężeniu i wytwarza w punkcie P , oddległym od tego elementu o \vec{r} , pole o indukcji $d\vec{B}$:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

prawo Biota-Savarta (1820)

Całkowite pole wytworzone przez przewodnik:

$$\vec{B} = \int d\vec{B}$$

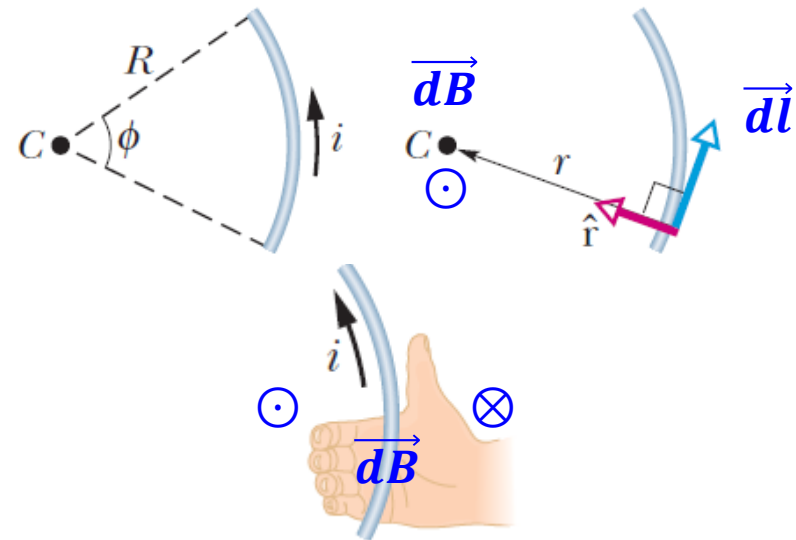
- ▶ Prawo Biota-Savarta jest odpowiednikiem prawa Coulomba dla pola elektrycznego

Pole od przewodnika o kształcie łuku

❑ Przykł. wykorzystania prawa Biota-Savarta – obliczenie pola od przewodnika wygiętego w łuk:

procedura:

- dzielimy przewodnik na małe elementy ,
- z reguły prawej ręki wyznaczamy zwrot wektora indukcji w środku C ,
- obliczamy $d\vec{B}$ i potem \vec{B} całkowite.



$$\vec{dB} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dl r \sin \pi/2}{r^3} \quad \left\{ \begin{array}{l} dB = \int_0^\phi \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{R d\phi}{R^2} \\ = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \int_0^\phi d\phi \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} dl = R d\phi \\ r = R \end{array}$$

dla $\phi = 2\pi$:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2 R}$$

wartość indukcji pola magnetycznego w środku kołowego przewodu z prądem

Pole od przewodnika o kształcie łuku

- ▶ Przykł. wykorzystania prawa Biota-Savarta – obliczenie pola od przewodnika wygiętego w łuk:

procedura:

- dzielimy przewodnik na małe elementy ,
- z reguły prawej ręki wyznaczamy zwrot wektora indukcji w środku C ,
- obliczamy $d\vec{B}$ i potem \vec{B} całkowite.

$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

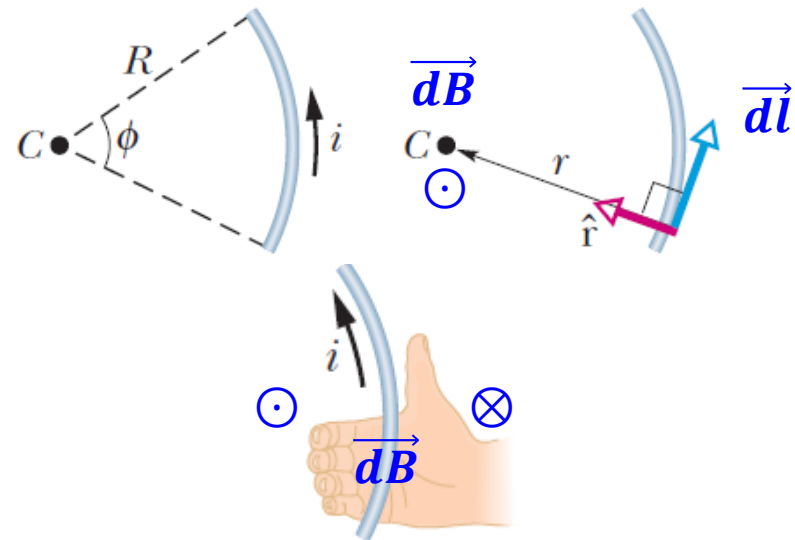
$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dl r \sin \pi/2}{r^3} \quad \left\{ \begin{array}{l} dB = \int_0^\phi \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{R d\phi}{R^2} \\ = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \int_0^\phi d\phi \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} dl = R d\phi \\ r = R \end{array}$$

dla $\phi = 2\pi$:

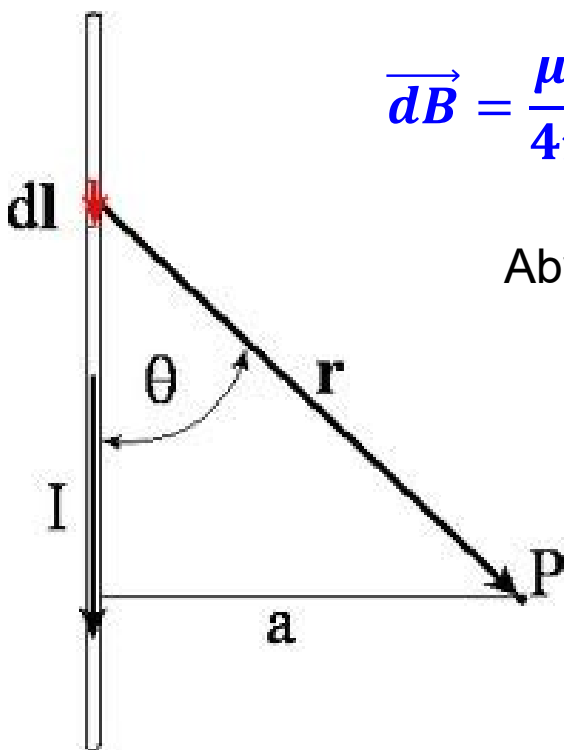
$$B = \frac{\mu_0 i}{2 R}$$

wartość indukcji pola magnetycznego w środku kołowego przewodu z prądem



Pole wokół przewodnika

❑ Obliczenie pola od przewodnika o długości l z prądem o natężeniu I :



$$\vec{dB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \sin \theta}{r^2}$$

Aby uzależnić dB tylko od kąta θ zastosujemy podstawienia:

$$l = a \operatorname{ctg} \theta$$

Po scałkowaniu po całej (nieskończonej) długości przewodnika otrzymujemy

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

ćwiczenia!

Prawo Ampera

- ❑ Wyznaczenie indukcji magnetycznej wokół przewodnika z prądem może być skomplikowane...
- ❑ W niektórych przypadkach można wykorzystać prawo Ampera:

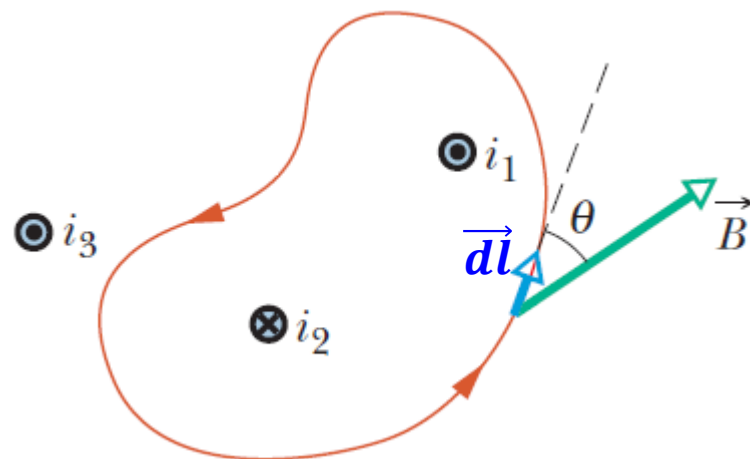
Nieskończone przewodniki z prądem o natężeniu i wytwarzają wokół siebie pole magnetyczne o indukcji B :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_P$$

krążenie wektora indukcji magnetycznej po dowolnej pętli zamkniętej

całkowity prąd wewnątrz tej pętli

prawo Ampera



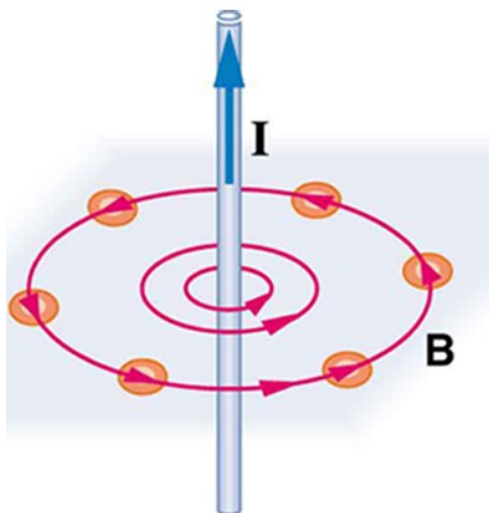
$$I_P = I_1 - I_2$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = ?$$

Prawo Amprera - zastosowania

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_P$$

❑ Prawo Ampera dla nieskończonego prostoliniowego przewodnika:

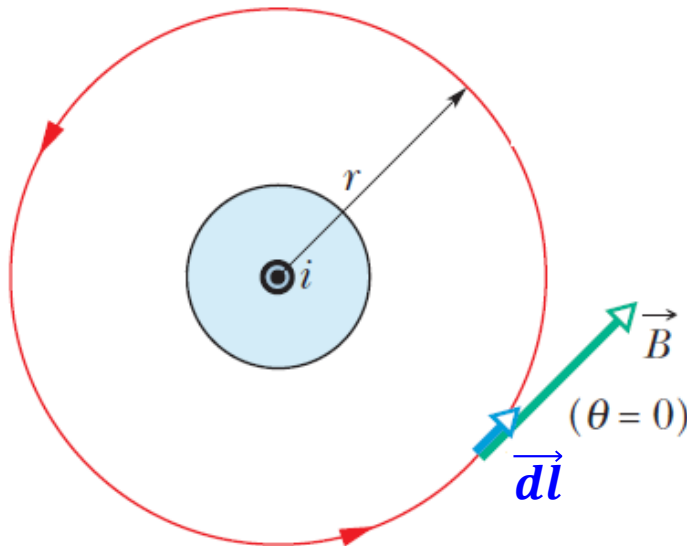


$$I_P = I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \oint d\vec{l} = B \cdot 2\pi r$$

wartość indukcji pola magnetycznego w odległości r od prostoliniowego nieskończonego przewodu z prądem

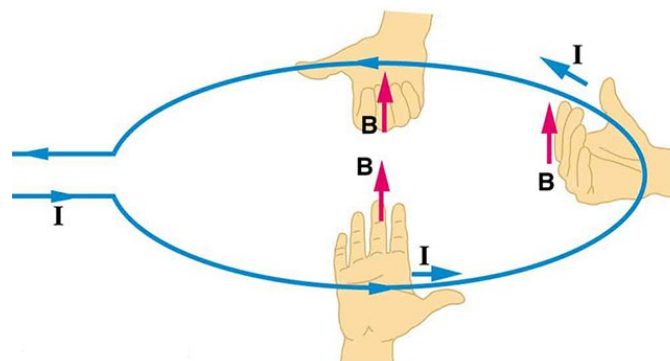
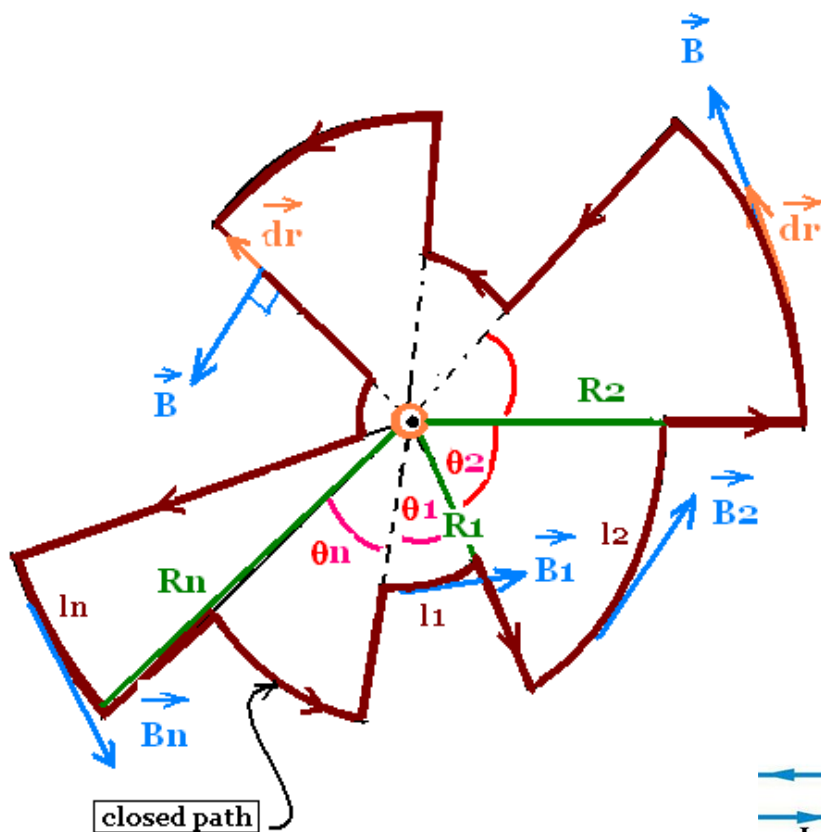


Déjà vu?

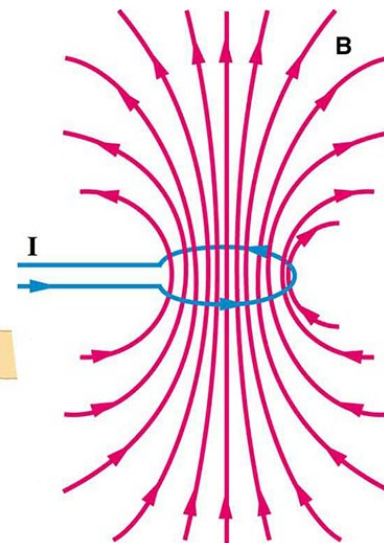
prawo B-S..

Trochę praktyki...

► Sprawdź, czy potrafisz?



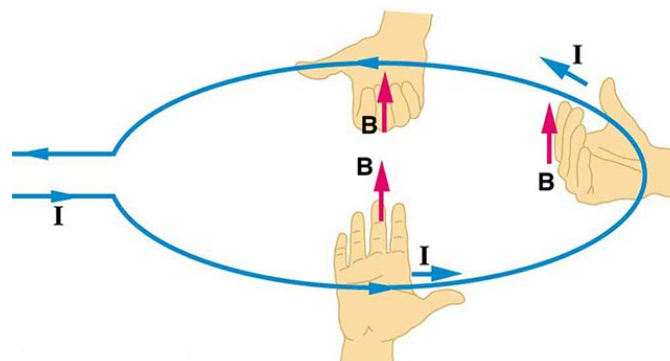
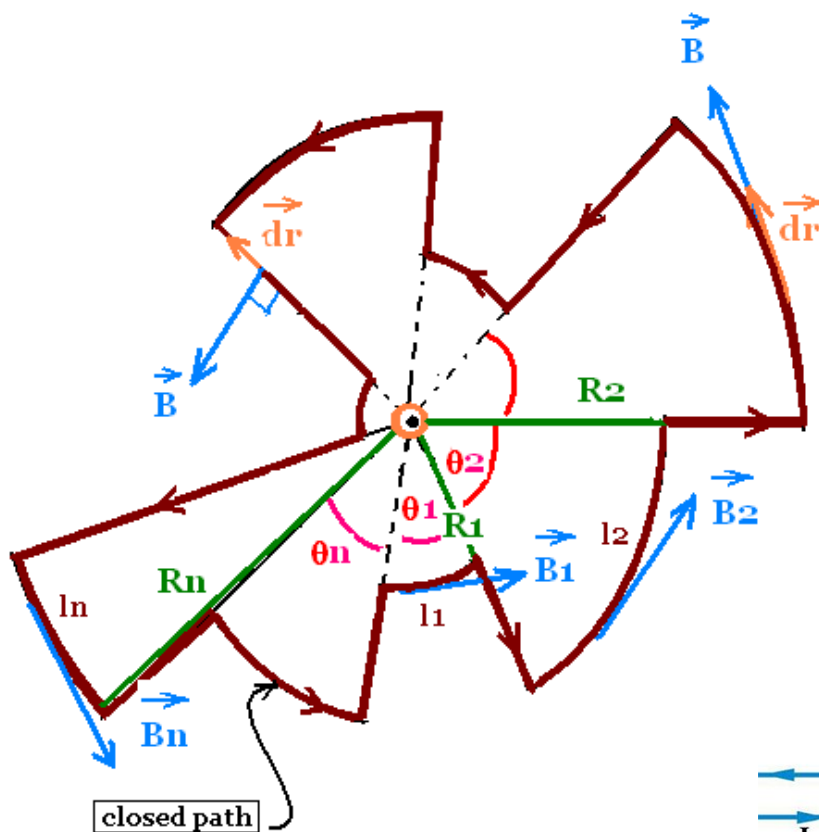
(a)



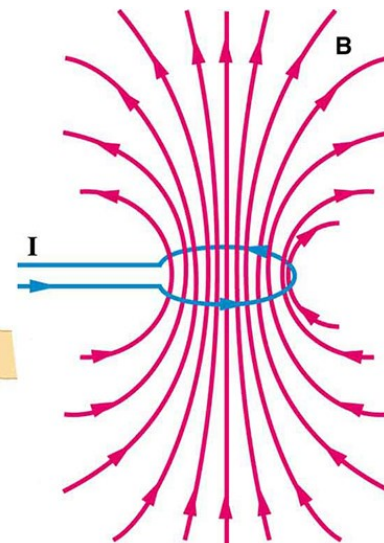
(b)

Trochę praktyki...

- Sprawdź, czy potrafisz?



(a)



(b)

Dwa przewody z prądem

- ❑ Dwa przewody z prądem oddziałują na siebie siłami elektrycznymi – jeden przewodnik wytwarza pole magnetyczne na drugi przewodnik z prądem działa siła Lorentza (symetrycznie na odwrót również).
- ❑ W przypadku dwóch równoległych przewodów o długości L :

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

$$F_2 = B_1 I_2 L$$

również:

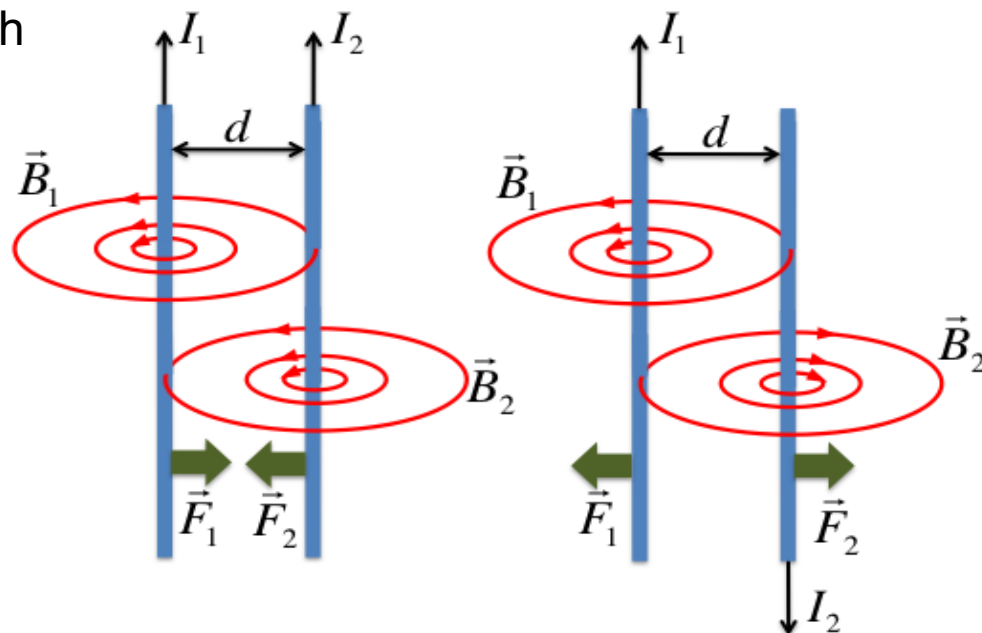
$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}$$

$$F_1 = B_2 I_1 L$$

co daje:

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi r}$$

siła oddziaływania dwóch przewodników z prądem.
Zwroty – reguła „prawej ręki”

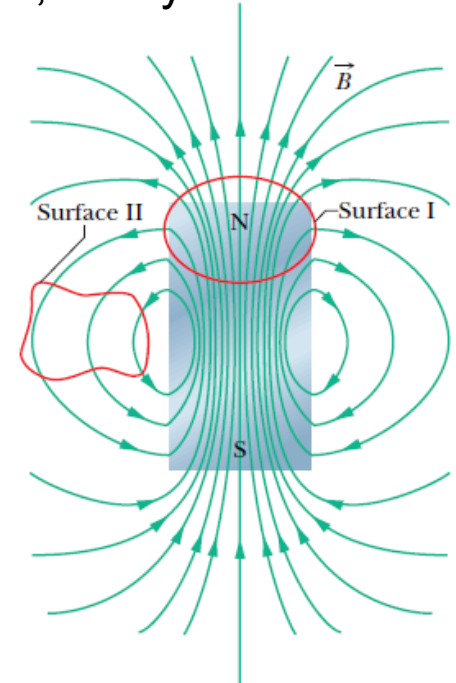


Prawo Gaussa dla pola magnetycznego

- ▶ Nie ma monopoli magnetycznych – magnes po podzieleniu nadal ma DWA bieguny (bo magnetyzm jest związany z ustawieniem spinów, mikrostrukturą)
- ▶ Jeśli zatem otoczmy magnes powierzchnią Gaussa (czyli dowolną powierzchnią zamkniętą) – całkowity „ładunek magnetyczny” wewnątrz niej wyniesie zero! Tyle samo linii pola wchodzi do powierzchni, co wychodzi.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

prawo Gaussa dla pola magnetycznego:
wypadkowy strumień magnetyczny przechodzący
przez dowolną powierzchnię zamkniętą wynosi
zero



Dotychczas pokazaliśmy:

- ❑ Poznaliśmy dotychczas trzy równania opisujące pola elektryczne i magnetyczne:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

????

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$



źródłowość pola:

pole elektryczne - pojedyncze ładunki elektryczne,

pole magnetyczne jest bezźródłowe, brak monopoli magnetycznych

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_P$$



Źródłem pola magnetycznego może również być prąd elektryczny.

Czy źródłem pola elektrycznego może być pole magnetyczne ???

Zamiast podsumowania

- ▶ Zamiast podsumowania ... przejrzymy ponownie slajdy.
- ▶ Proszę o pytania!

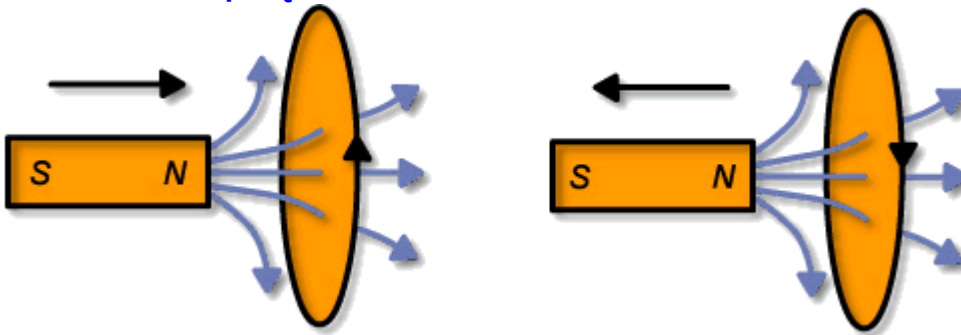


A może jednak trzeba
było studiować
filozofię?

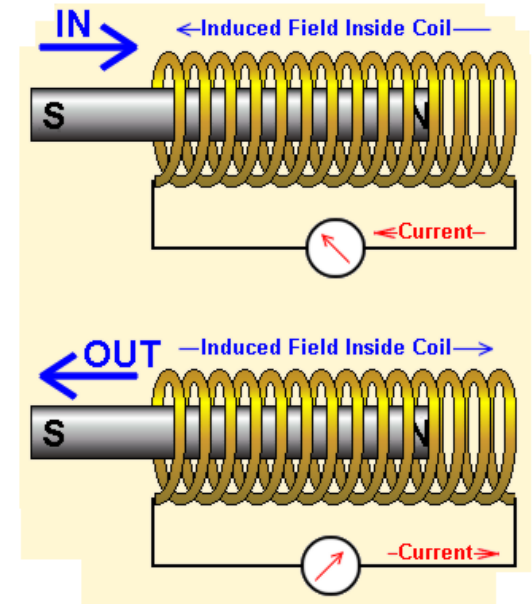
nieeeeee....

Michael Faraday

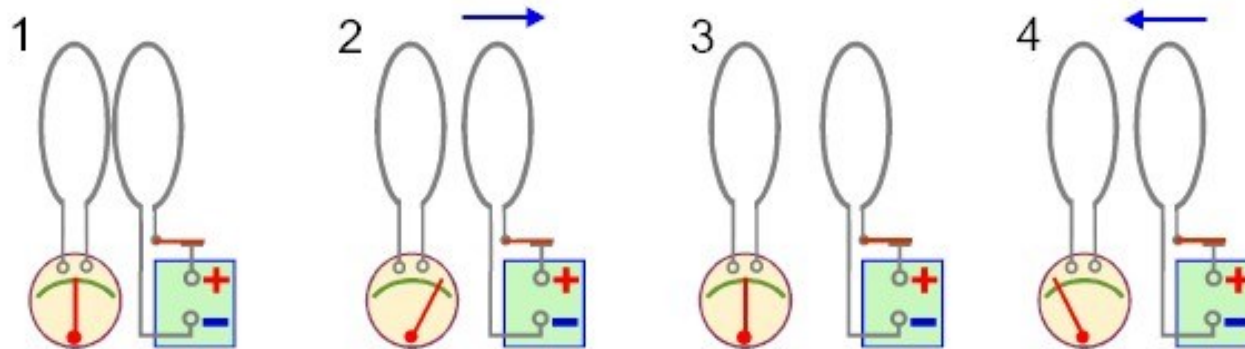
- ❑ 1833 – M. Faraday wykazał, że jeżeli obwód z przewodnika **włożymy w zmienny strumień pola magnetycznego**, to popłynie w tym obwodzie **prąd**.



- ❑ Oznaczało to, że w przewodniku powstała siła elektromotoryczna.
- ❑ Faraday zauważył, że wartość SEM zależy od liczby zwojów cewki i szybkości jej poruszania



Zabawy (obserwacje) Faradaya



- W drugim obwodzie indukowany był prąd gdy:
- a) do cewki wkładany lub wyciągany z niej był magnes
 - b) poruszaliśmy obwodem z prądem,
 - c) włączaliśmy lub wyłączaliśmy prąd w pierwszym obwodzie

Jaką wspólną cechą mają te obserwacje?

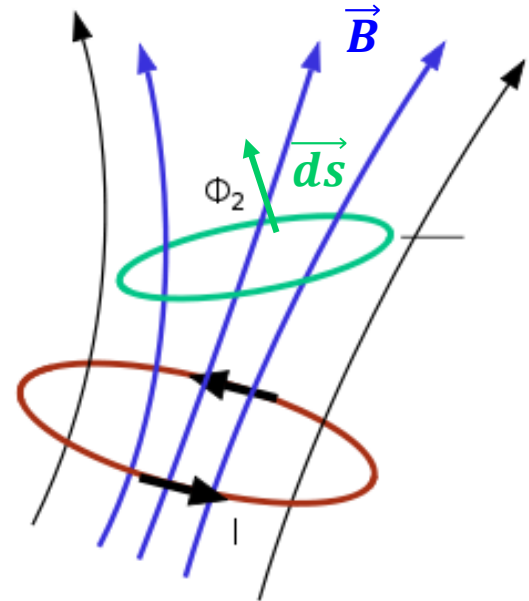
Strumień pola magnetycznego

- ❑ Strumień pola magnetycznego wytworzonego przez pętlę z prądem I

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

- ❑ W drugiej pętli popłynie prąd **tylko wtedy**, gdy znajdzie się ona w **zmiennym strumieniu** pola magnetycznego, tzn. w każdej chwili pętla **obejmuje inną liczbę linii pola** magnetycznego wytworzonego przez pierwszą pętlę.

$$\frac{d\Phi_B}{dt} \Rightarrow \text{pole elektryczne}$$



Prawo indukcji Faradaya

- ❑ Zmienny w czasie strumień pola magnetycznego powoduje powstanie SEM w przewodniku

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

prawo Faradaya

?? (za chwilę)

- ❑ Siła elektromotoryczna \mathcal{E} powstająca w obwodzie jest proporcjonalna do **szybkości zmian strumienia indukcji magnetycznej** obejmowanego przez ten obwód

$$\mathcal{E}_{ind} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{s} \qquad \mathcal{E}_{ind} \rightarrow I_{ind} = \frac{\mathcal{E}_{ind}}{R}$$

- ❑ SEM zatem może być indukowane gdy:
 - porusza się źródło pola magnetycznego (magnes, pętla, cewka)
 - zmienia się wartości indukcji B pola magnetycznego (np. przez zmienny prąd wytwarzający pole magnetyczne)

Wiele dróg prowadzi do indukcji prądu...

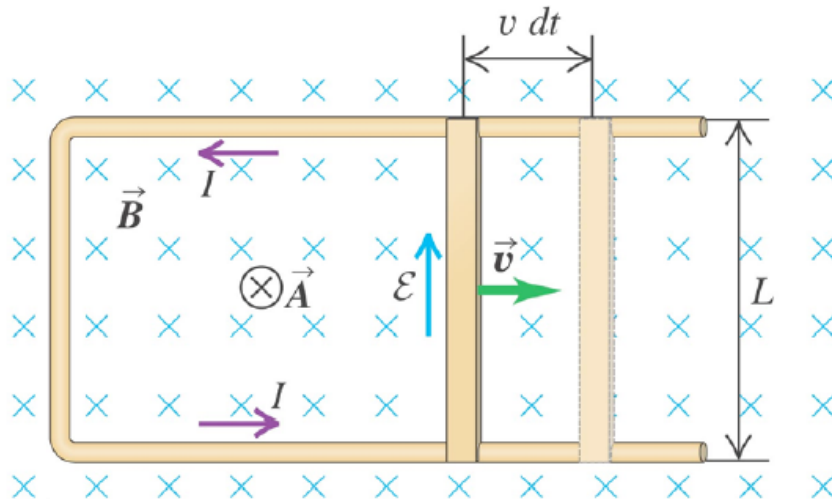
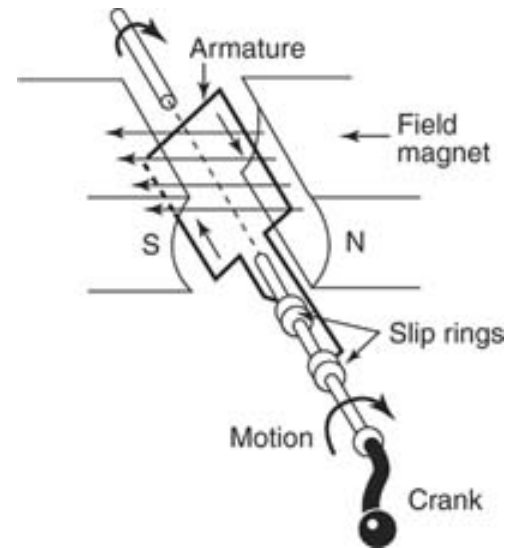
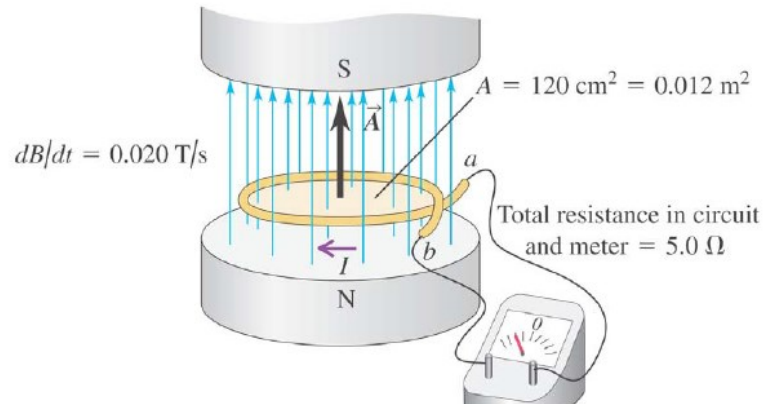
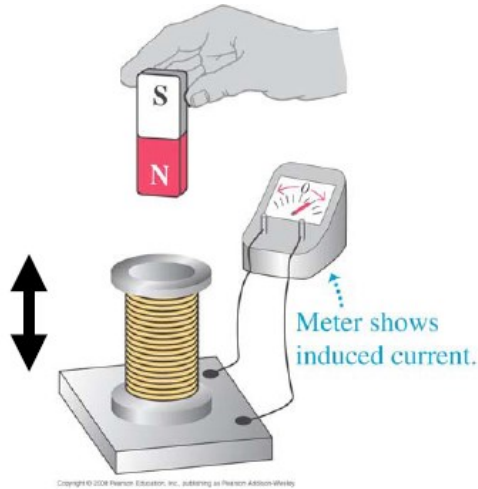
$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

- Zmiana strumienia magnetycznego, która jest źródłem indukcji SEM może być spowodowana:
- a) poruszaniem magnesu lub przewodem z prądem w pobliżu przewodzącej pętli – powstaje niejednorodne, zależne od czasu, pole magnetyczne (zmienne \vec{B}),
 - b) umieszczeniem przewodzącej pętli w zmiennym polu magnetycznym (zmienne \vec{B}),
 - c) obracaniem pętli w stałym i jednorodnym polu magnetycznym (zmienne ustawienie wektorów \vec{B} i $d\vec{s}$),
 - d) zmianą powierzchni pętli w czasie (zmienne s)

Lub kombinacją powyższych zjawisk

Wiele dróg prowadzi do indukcji prądu...

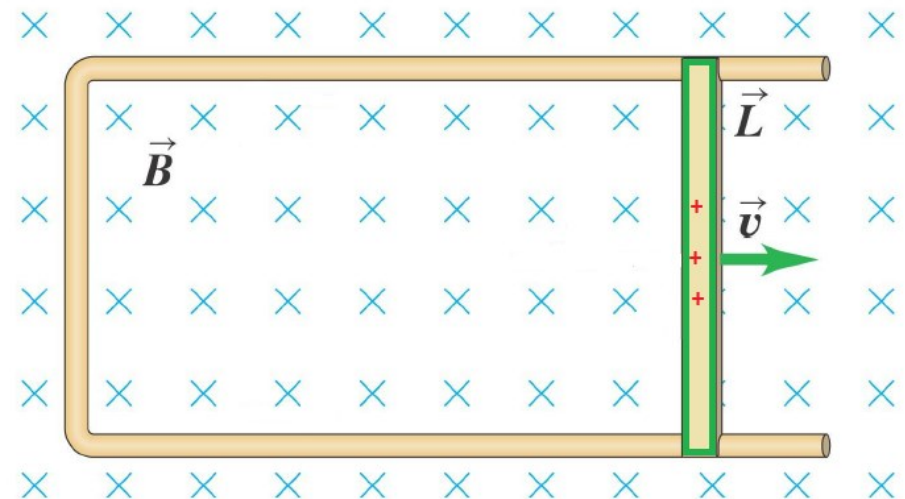
$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$$



Zjawisko indukcji elektromagnetycznej - wyjaśnienie

- ❑ W celu zrozumienia, dlaczego **wywołanie SEM pod wpływem zmiennego w czasie strumienia pola magnetycznego**, rozważmy układ:

ruchomy przewód o długości L
porusza się z prędkością v w
jednorodnym polu magnetycznym
o indukcji B (o zwrocie za
rysunek)



- ❑ Jako doświadczeni fizycy zrobimy analizę procesu:

mamy zamknięty obwód w polu magnetycznym,
gdy przewód nie porusza się – prąd nie płynie, ale!

Na poruszające się ładunki w polu magnetycznym

... działa siła Lorentza: $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$

Zjawisko indukcji elektromagnetycznej - wyjaśnienie

... działa siła Lorentza: $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$,
która powoduje rozsuniecie ładunków w przewodzie

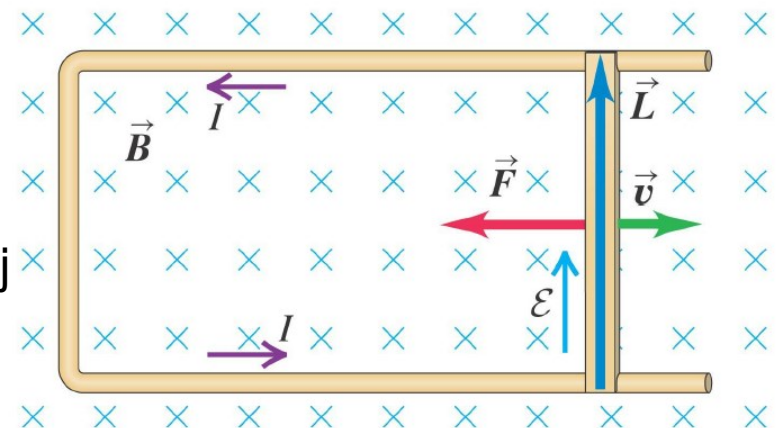
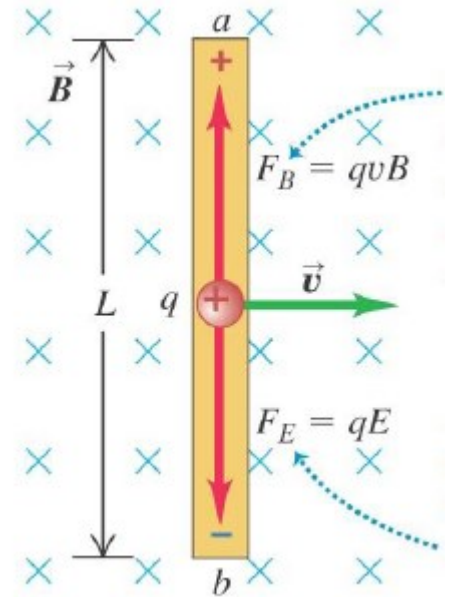
A jak na końcach przewodnika powstanie różnica potencjałów, to....

... powstanie siła elektryczna: $\vec{F}_E = q\vec{E}$

... i popłynie w nim prąd: $\mathcal{E}_{ind} \rightarrow I_{ind} = \frac{\mathcal{E}_{ind}}{R}$

A na przewodnik z prądem w polu magnetycznym działa **siła Lorentza** \vec{F} , której zwrot jest przeciwny do zwrotu prędkości przewodnika (przewodnik hamuje, aż do pewnej prędkości granicznej).

...



Zjawisko indukcji magnetycznej

- Gdy przewodnik przesuwamy w polu \mathbf{B} , na ładunek q w ruchomej części przewodnika działa siła Lorentza.
- Spowoduje ona przemieszczanie się ładunków tak długo, aż powstałe pole elektryczne zrównoważy działanie siły Lorentza.

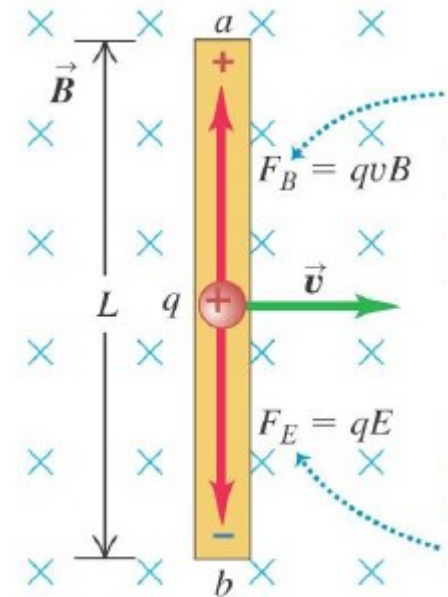
$$\left. \begin{array}{l} F_L = F_E \\ qvB = qE \end{array} \right\} \quad E = vB \quad \text{wiemy, że: } E = \frac{U}{l}$$

$$U \equiv \mathcal{E} = E l = vB l = \frac{dx}{dt} B l = B \frac{dS}{dt} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

pamiętamy?

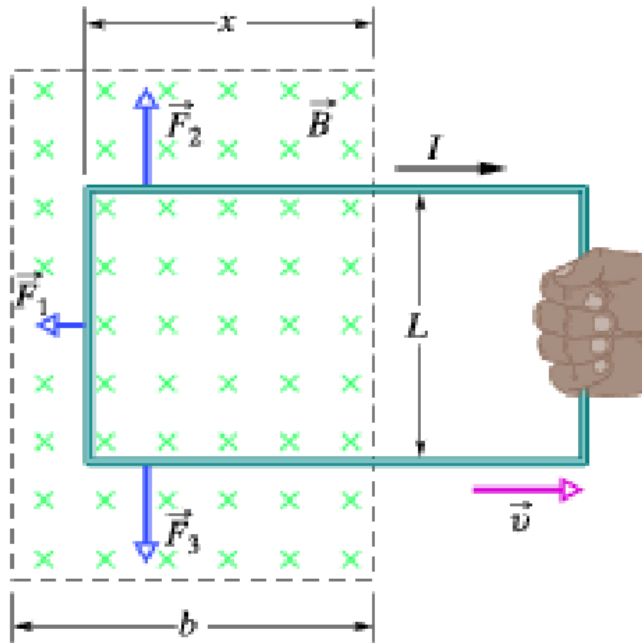
$$U = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \text{to prawo Faradaya jest w postaci:}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$



Prąd indukowany w ramce

❑ Ruch ramki z przewodnika w polu magnetycznym:

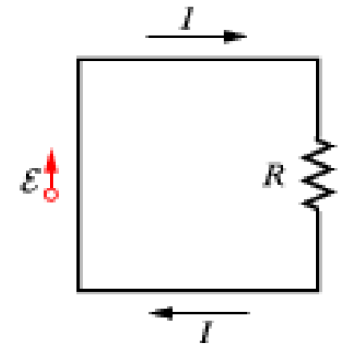


Ramka jest wysuwana z pola magnetycznego – maleje strumień pola objęty przez ramkę – jest to przyczyna indukcji prądu w ramce (kierunek!).

$$\Phi_B = B S = B L x$$

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi_B}{dt} = BL \frac{dx}{dt} = BLv$$

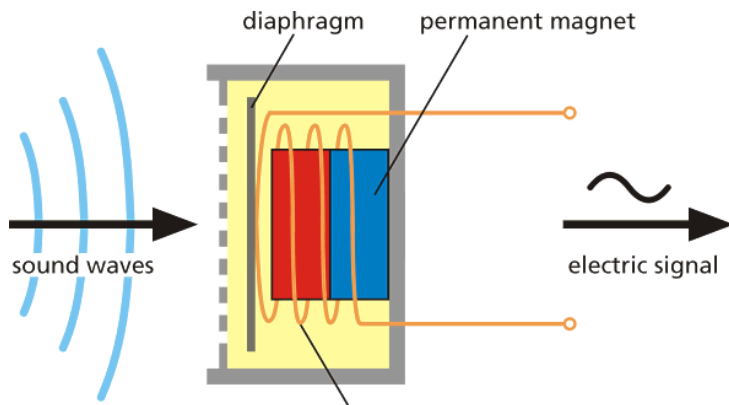
jest to zatem model układu elektrycznego:



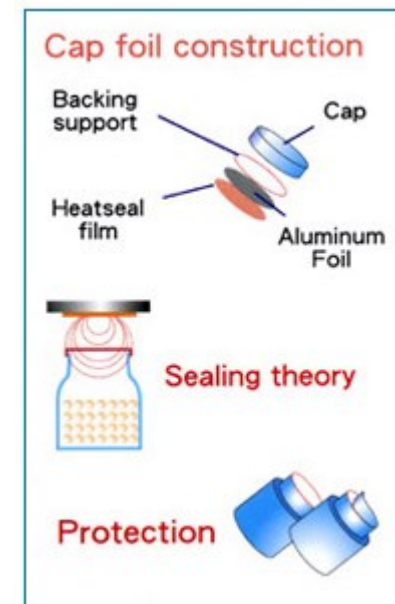
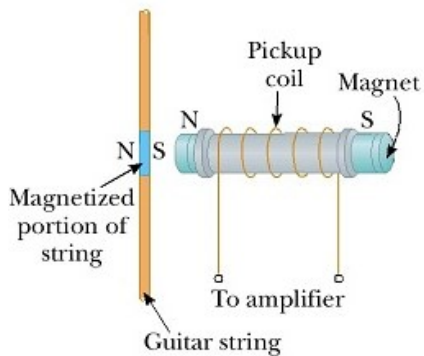
$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{BLv}{R} \\ F &= ILB \end{aligned} \right\} P = F v = I^2 R = \frac{B^2 L^2 v^2}{R}$$

moc: szybkość wykonania pracy,
wyzdzielania ciepła

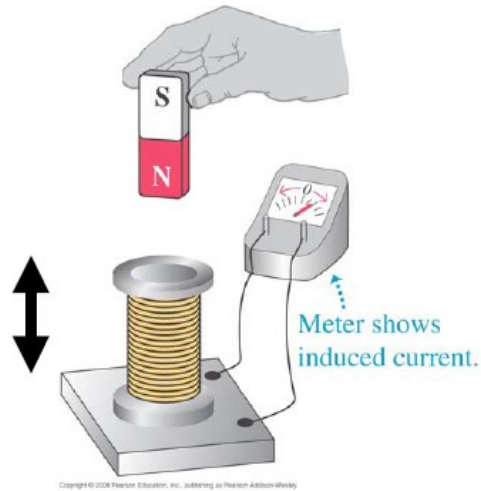
Indukcja elektromagnetyczna - zastosowania



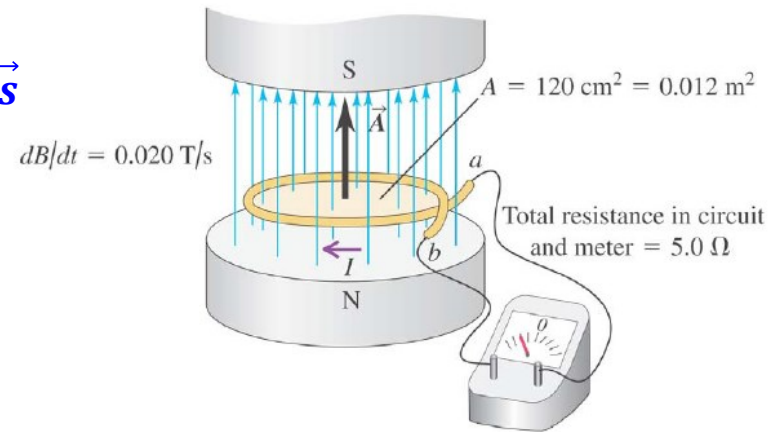
dreamstime.com



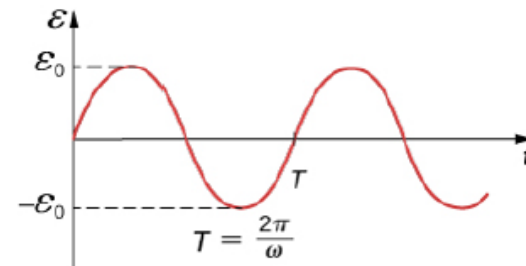
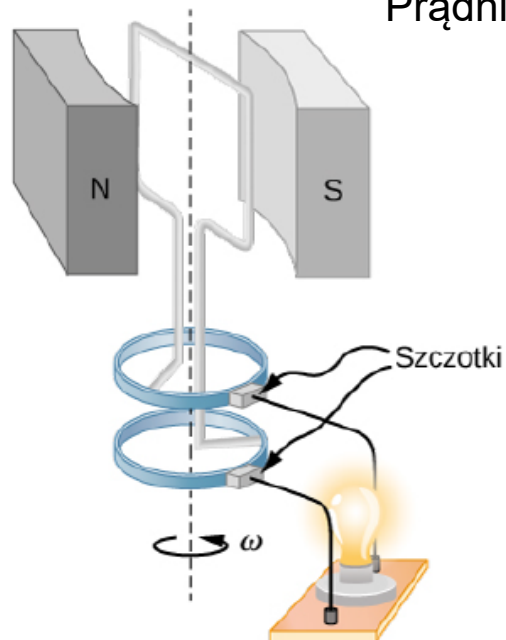
Wiele dróg prowadzi do indukcji prądu...



$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$$



Prądnica



Produkcja prądu

Zmiana energii mechanicznej na energię elektryczną.

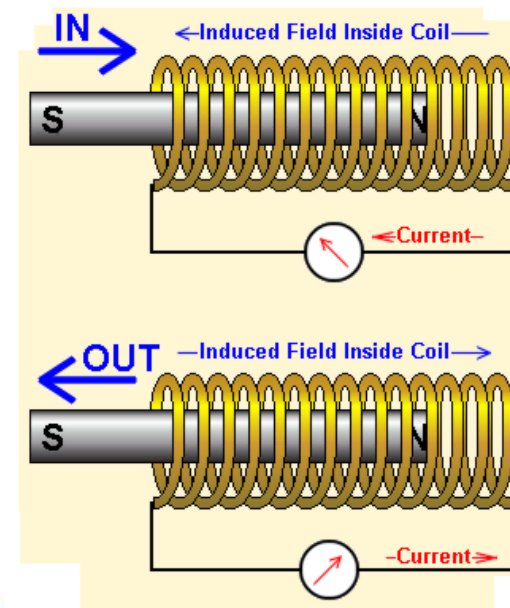
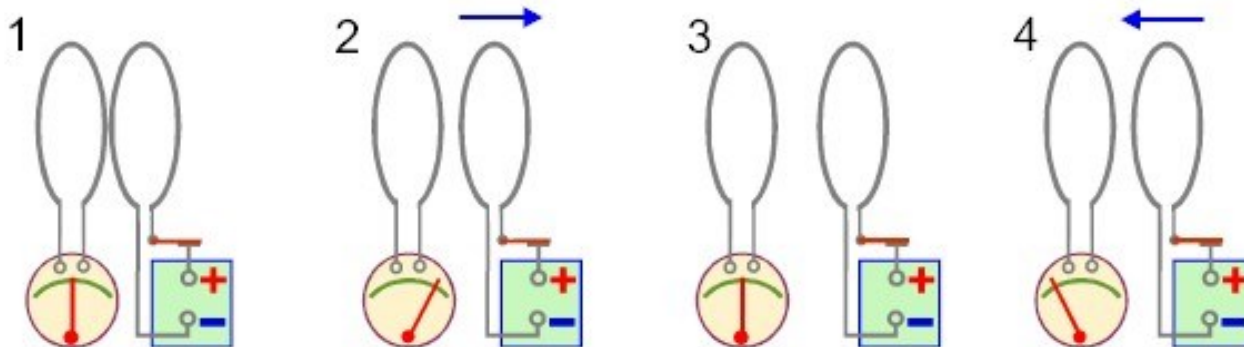
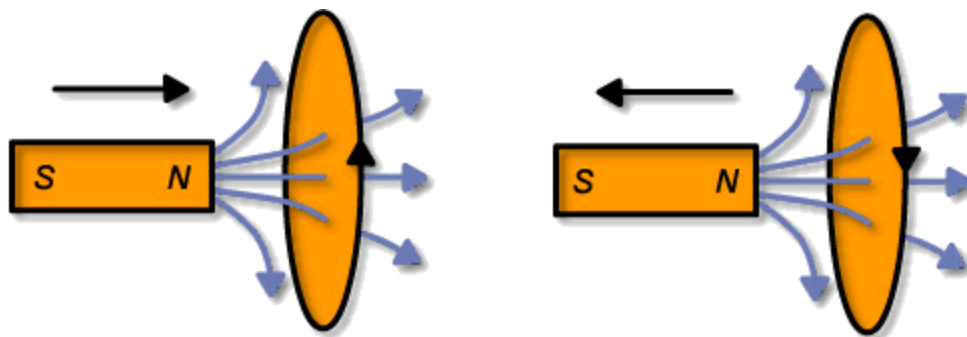


Obrót turbiny może pochodzić z:

- spadającej wody (hydroelektrownie),
- obrotu wiatraka,
- spalania węgla i innych paliw,
- podgrzewania wody w elektrowni jądrowej

Michael Faraday

- ❑ 1833 – M. Faraday wykazał, że jeżeli obwód z przewodnika **włożymy w zmienny strumień pola magnetycznego**, to popłynie w tym obwodzie **prąd**.



<http://www.if.pw.edu.pl/~wosinska/am2/w12/wstep/main.htm>

Prawo indukcji Faradaya

- ❑ Zmienny w czasie strumień pola magnetycznego powoduje powstanie SEM w przewodniku

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

prawo Faradaya

- ❑ Siła elektromotoryczna \mathcal{E} powstająca w obwodzie jest proporcjonalna do **szybkości zmian strumienia indukcji magnetycznej** obejmowanego przez ten obwód

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot \vec{ds}$$

- ❑ SEM zatem może być indukowane gdy:
 - porusza się źródło (lub obwód) pola magnetycznego (magnes, pętla, cewka)
 - zmienia się wartości indukcji B pola magnetycznego (np. przez zmienny prąd wytwarzający pole magnetyczne)

Reguła Lenza

- ❑ H.F. Lenz – reguła pozwalająca na wyznaczenie kierunku prądu indukowanego w obwodzie (jest to właściwie zasada zachowania energii):

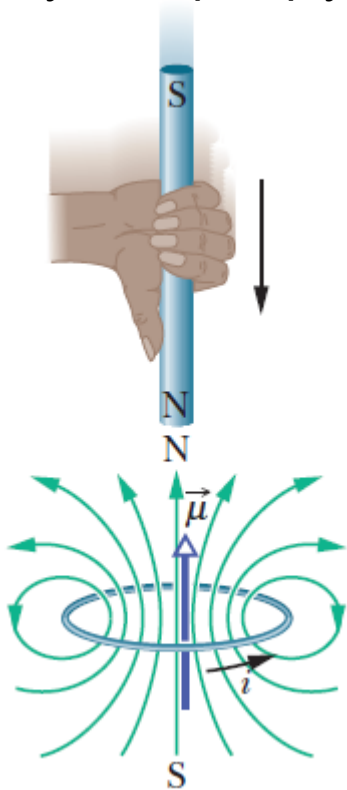
Indukowany prąd płynie w takim kierunku, że wytworzone pole magnetyczne przeciwdziała zmianie strumienia magnetycznego, która wywołała ten prąd

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

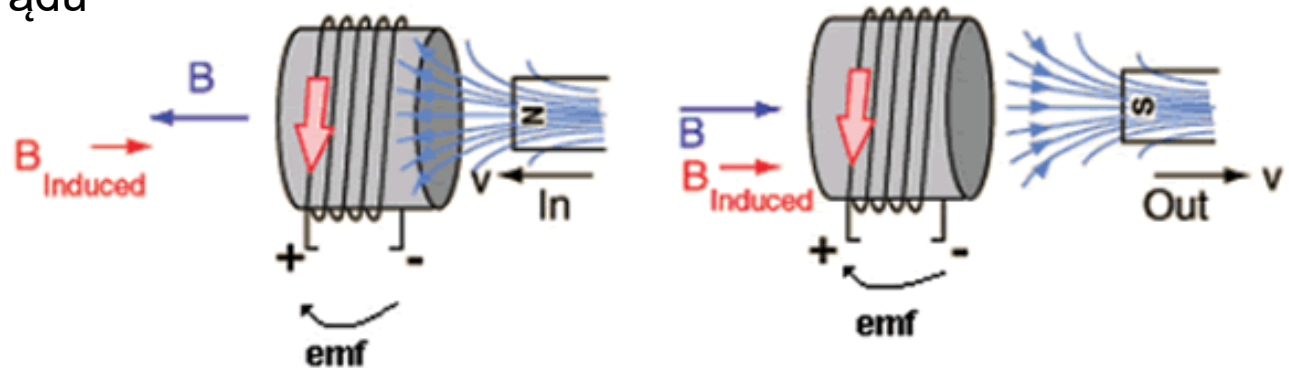
- ❑ Procedura wyznaczania kierunku indukowanego prądu (potrzebna głowa i dwie ręce):
- określ potencjalną przyczynę wyindukowania prądu (ruch magnesu, cewki, zmiana prądu w obwodzie-źródle),
 - określ kierunek zmiany – przybliżanie, oddalanie magnesu, narastanie, zmniejszanie się prądu,
 - zaznacz kierunek (zwrot) indukcji magnetycznej w nowym obwodzie (ma przeciwdziałać przyczynie, która ją wywołała, tzn, odpychać lub przyciągać)
 - znając zwrot \vec{B} , określ kierunek indukowanego prądu.

Reguła Lenza - praktyka

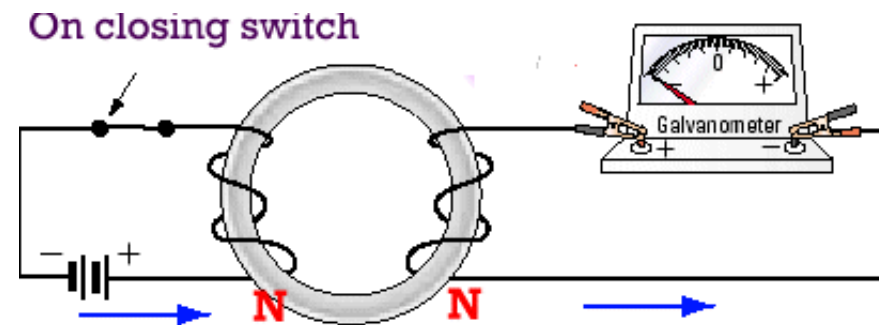
1. Ruch magnesu powoduje, że w obwodzie wytworzyło się pole magnetyczne przeciwdziałające temu ruchowi, zmienny strumień pola mag. wywołał przepływ prądu



Wyjaśnij!

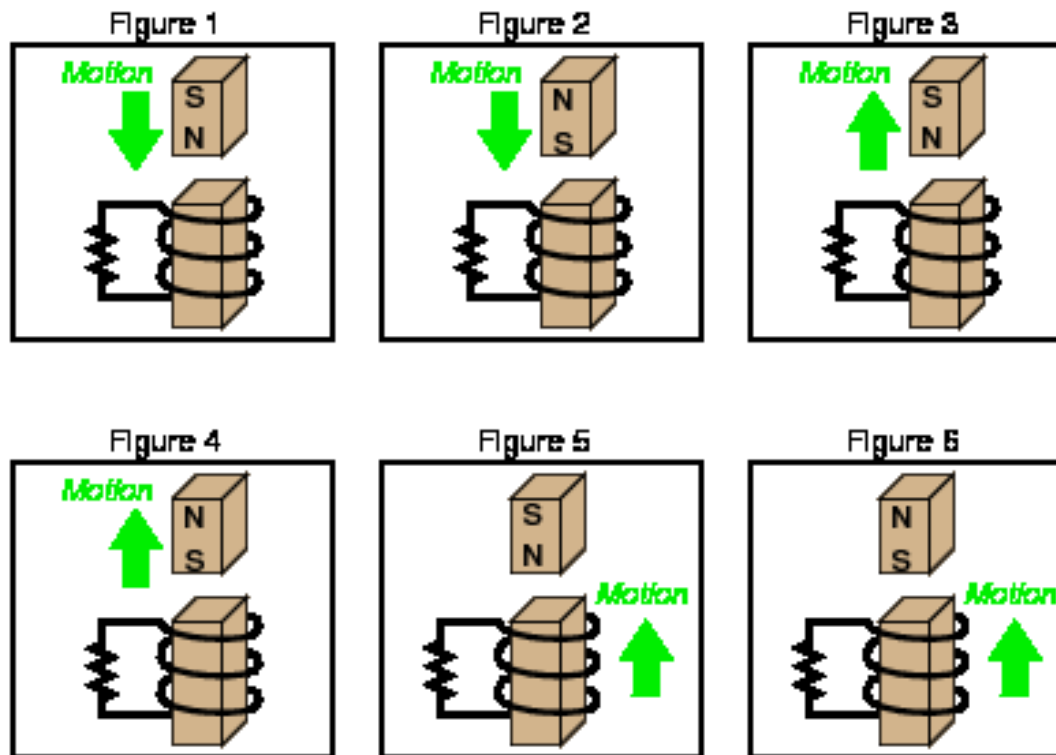


2. Zamknięcie przełącznika – wzrost prądu, indukowane pole ma przeciwdziałać przyczynie



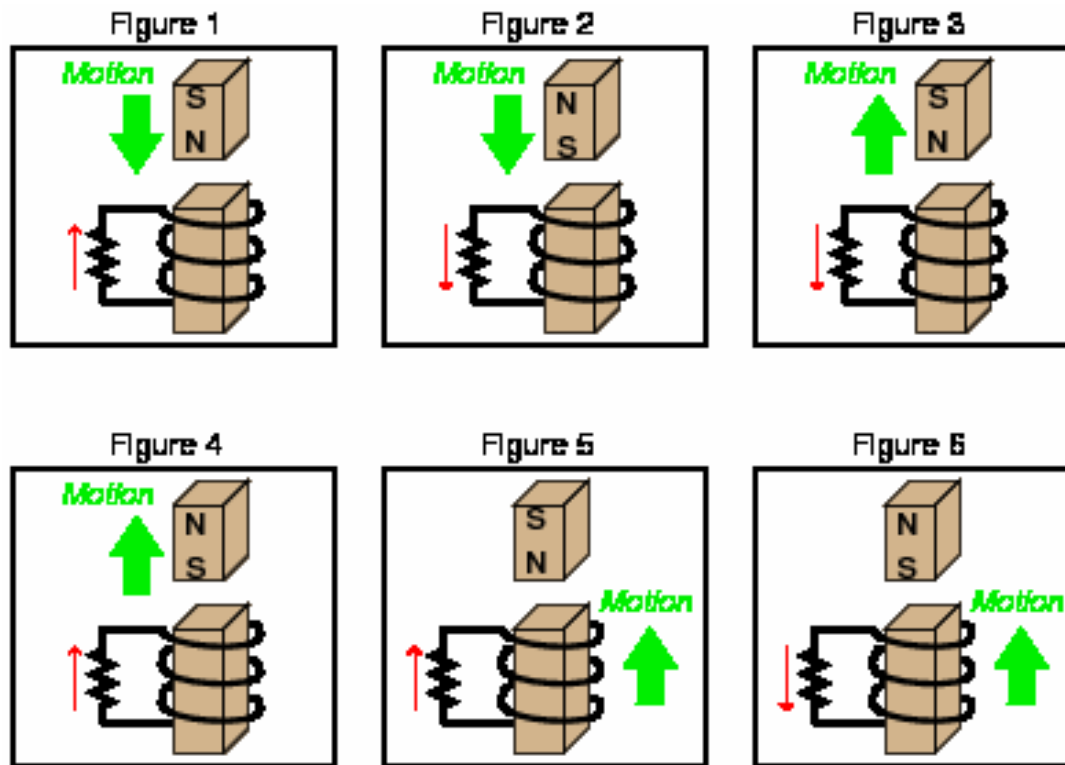
Quiz

❑ Sprawdź, czy potrafisz określić kierunek indukowanego prądu...



Quiz

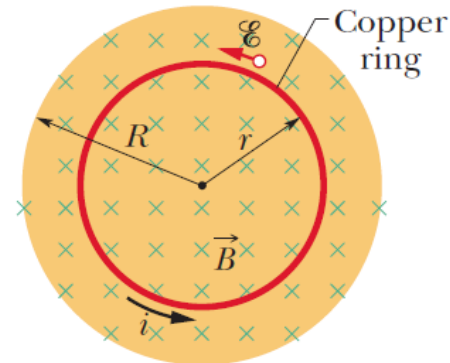
❑ A teraz sprawdź wynik!



Pole elektryczne z magnetycznego

❑ Umieszczamy przewodzący pierścień w polu magnetycznym B .

- Pole narasta – pojawia się SEM, płynie prąd i .
- Skoro jest prąd, musi być i pole elektryczne E ! → dyskusja

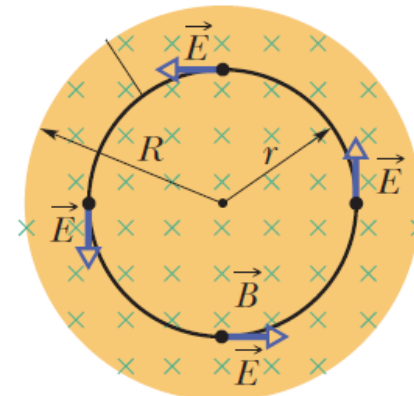


$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

❑ Wynika stąd wniosek, że:

zmienne pole magnetyczne
wytworza pole elektryczne

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

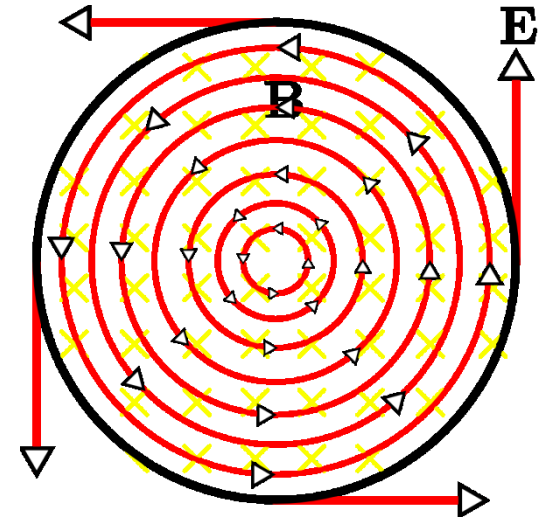


$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

pole elektryczne jest indukowane niezależnie, czy w zmiennym polu jest przewodnik, czy nie (obwód pozwala jedynie sprawdzić, czy pole jest).

Pole magnetyczne z elektrycznego

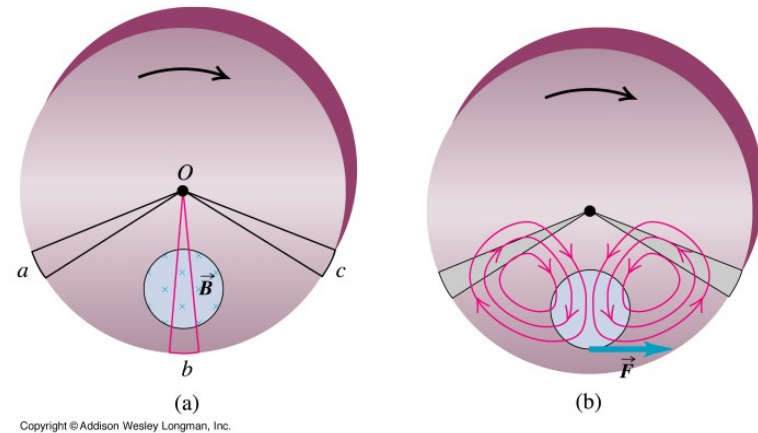
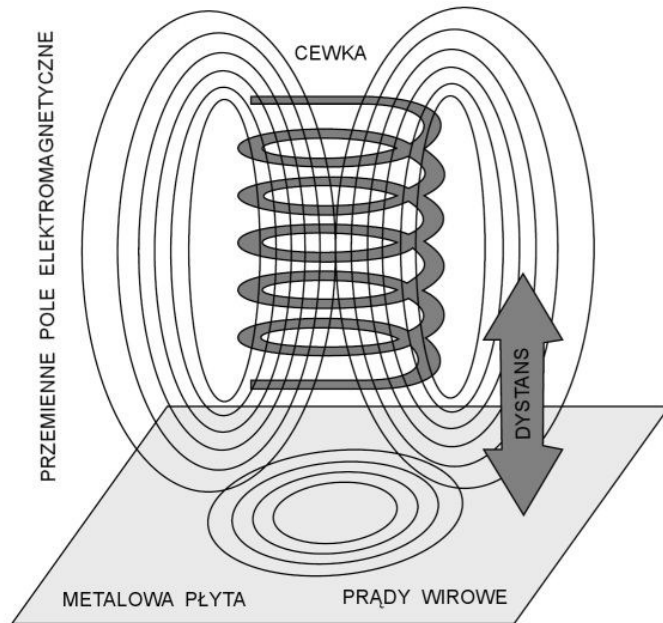
- ❑ Zmienne pole magnetyczne wywołalo wirowe pole elektryczne (zmienne pole magnetyczne zmieniało przestrzeń wytwarzając w niej pole elektryczne!)
- ❑ Pola magnetyczne i elektryczne są ze sobą związane.
- ❑ Indukowane pole elektryczne różni się od pola wytworzonego przez stacjonarne ładunki:
 - ma zamknięte linie,
 - nie można określić dla niego potencjału (bo jak linie są zamknięte, to powinno być: $W = q\Delta V = q \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$, a jest:



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

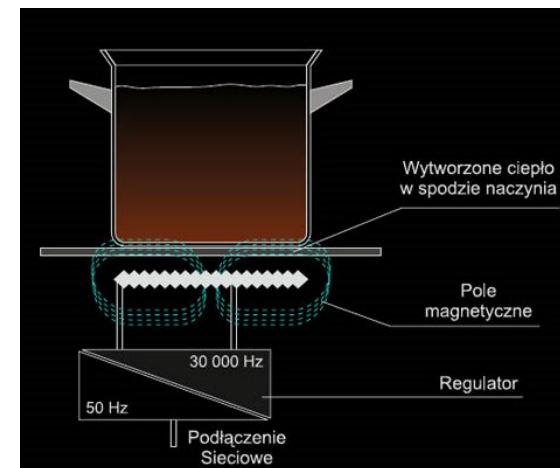
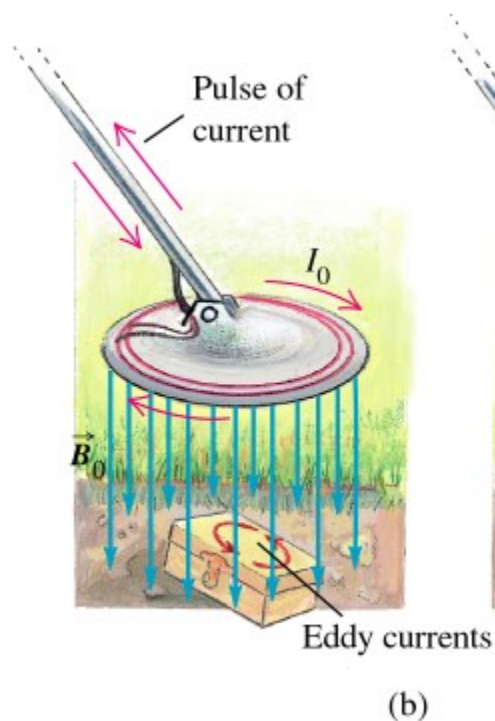
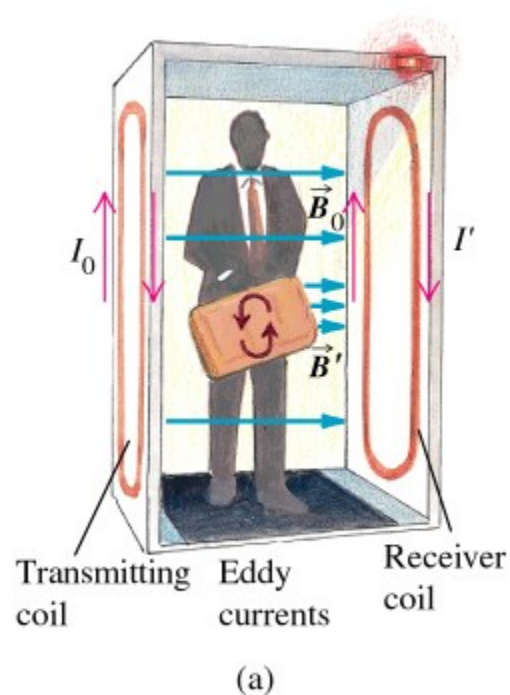
Prądy wirowe

- ❑ W płytach metalowych znajdujących się w zmiennym polu magnetycznym, indukowane prądy mają kształt wiru i często są szkodliwe (rozpraszają energię).
- ❑ Takie prądy nazywamy **prądami wirowymi**.



Prądy wirowe

- Prądy wirowe są również wykorzystane w technice – pomiary struktur, kuchnia, wykrywacze metalu....



Indukowany w przewodniku zmienny prąd prąd jest źródłem własnego, indukowanego pola magnetycznego, rejestrowanego przez drugą cewkę.

Dotychczas pokazaliśmy:

❑ Równania opisujące pola elektryczne i magnetyczne:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

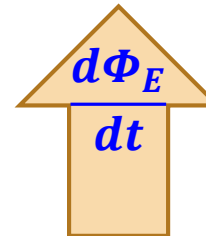


równania niezależne od czasu,
stacjonarne,
pola elektryczne i magnetyczne
są niezależne od siebie

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Źródłem pola elektrycznego
jest zmienny w czasie
strumień pola
magnetycznego.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_P + ???$$



Czy źródłem **pola magnetycznego** może
być **zmienny w czasie strumień pola
elektrycznego**?

Podsumowanie

- Pole magnetyczne:
 - źródła: Ziemia, magnesy stałe, elektromagnesy (ciepłe i nadprzewodzące),
 - zastosowania (elektronika, elektrotechnika, medycyna),
 - prawo Biota- Savarte'a
 - prawo Ampera
 - Prawo Faradaya i reguła Lenza – zastosowania.
- Indukowane pole elektryczne.

opracowane na podstawie:

Resnick, Halliday, Walker „Podstawy Fizyki” t.3

Halliday & Resnick, J. Walker „Fundamentals of Physics”
10th Edition, John Wiley & Sons, Inc.