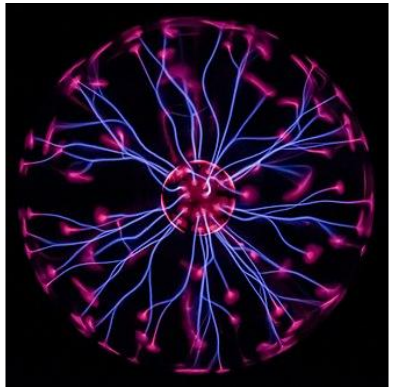
AGH UCZELNIA BADAWCZA INICJATYWA DOSKONAŁOŚCI

Model Standardowy

Pole elektromagnetyczne

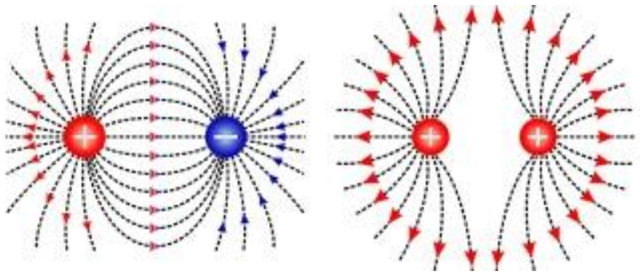
Agnieszka Obłąkowska-Mucha

Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej
Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek



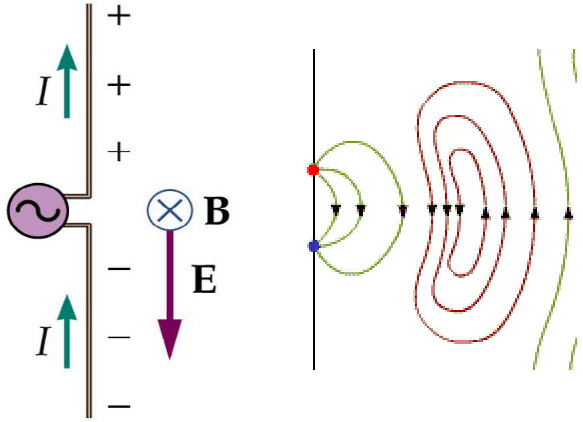
Oddziaływania elektromagnetyczne

1. Cząstki obdarzone ładunkiem elektrycznym oddziałują elektromagnetyczne:
   - ładunki elektryczne się przyciągają i odpychają, siła Coulomba
   - elektron związany w atomie,
   - atomy tworzące molekuły,
   - związki chemiczne, teoria pasmowa ciała stałego,
   - ?



2. Pole elektromagnetyczne:
   - czy elektryczność i magnetyzm to to samo oddz. elektromagnetyczne?

3. Elektromagnetyzm:
   - warunkiem propagacji fali elm. jest ruch ładunku elektrycznego,
   - jakiego rodzaju jest oddziaływanie pomiędzy spinem a momentem magnetycznym?

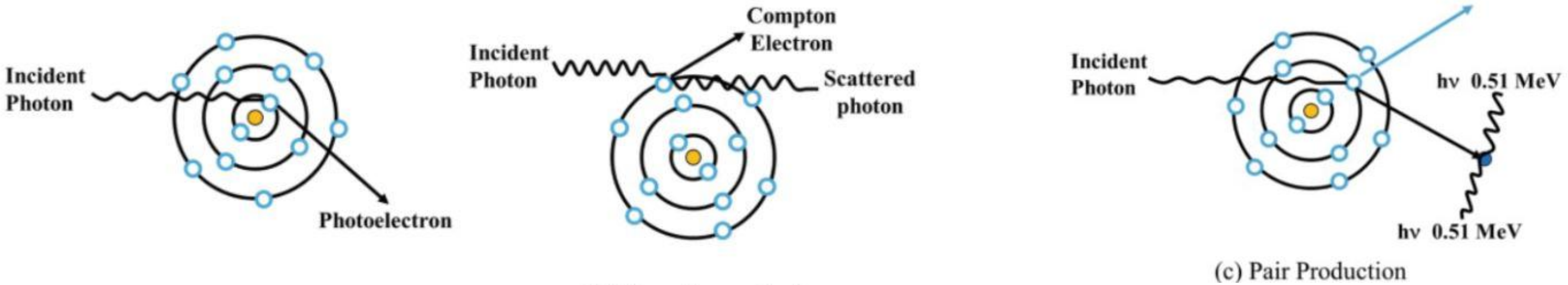


Z.Kąkol

4. Model Standardowy:
   - cząstki z ładunkiem elektrycznym to wzbudzenia pola elektromagnetycznego

Oddziaływania elektromagnetyczne

1. Cząstki obdarzone ładunkiem elektrycznym oddziałują elektromagnetyczne:
    - oddziaływania elektromagnetyczne są odpowiedzialne za straty energii przy propagacji cząstek prze materię:



(a) Photoelectric Effect (b) Compton scattering (c) Pair Production

2. Oddz. fotonu z materią – wystarczające są obliczenia klasycznego pola elektrostatycznego.
3. Jakich efektów (obserwacji) nie można zapisać przy pomocy siły Coulomba?

Równania Maxwella

RM w postaci całkowej opisują pola, ich źródła - makroskopowo

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_i$$

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 I$$

RM w postaci różniczkowej opisują mikroskopowo, co jest źródłem pól

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho$$

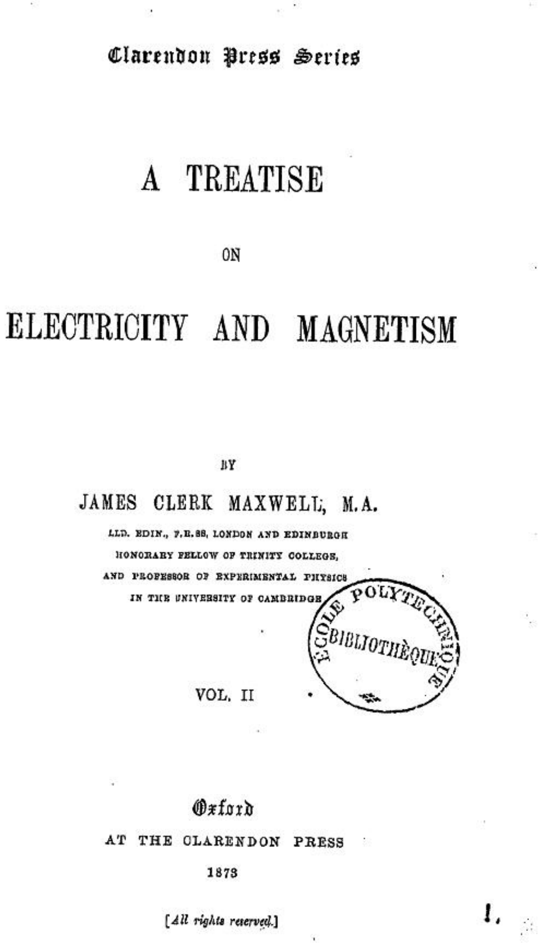
operator dywergencji
opisuje źródłowość pola

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

operator rotacji
opisuje wirowość pola

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 J + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$


Clarendon Press Series

A TREATISE

ON

ELECTRICITY AND MAGNETISM

BY

JAMES CLERK MAXWELL, M.A.

LLD. EDIN., F.R.SS. LONDON AND EDINBURGH

HONORARY FELLOW OF TRINITY COLLEGE,

AND PROFESSOR OF EXPERIMENTAL PHYSICS

IN THE UNIVERSITY OF CAMBRIDGE

ÉCOLE POLYTECHNIQUE BIBLIOTHÈQUE

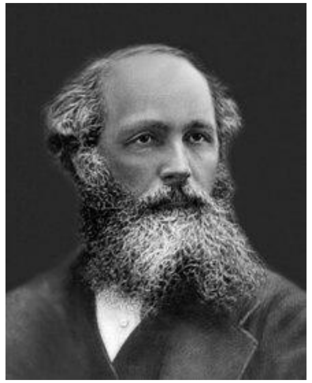
VOL. II

Oxford

AT THE CLARENDON PRESS

1873

[All rights reserved.]



James Clerk Maxwell's
1873
A Treatise on Electricity and Magnetism

Jak zapisać RM w postaci relatywistycznej:

- czterowektory położenia,
- czterowektory pola?

Równania Maxwella - porozmawiajmy

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho \qquad \nabla \times \vec{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu_0 \vec{J}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \qquad \nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

ρ – gęstość ładunku elektrycznego

$\vec{J}$ - gęstość prądu elektrycznego (zewnętrzne pola)

- Równanie ciągłości (zasada zachowania ładunku): $$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0$$

(jeśli lokalnie zmniejsza się gęstość ładunku,
to jest wypływ prądu (źródło -dywergencja)

Równania Maxwella – relatywistycznie

- RM bez zewnętrznych źródeł: $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ $\quad \nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$

spełnione są przez równania:

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{B} &= \nabla \times \vec{A} \\ \vec{E} &= -\nabla \phi - \frac{\partial A}{\partial t} \end{aligned}}$$

- Gdy mamy 4-potencjał pola $A^{\mu} = \left(\frac{1}{c}\phi, \vec{A}\right)$

- 4-wektor prądu: $J^{\mu} = (\rho, \vec{J})$

oraz równanie ciągłości: $\frac{\partial J^{\mu}}{\partial x^{\mu}} = 0 \;\; lub \;\; \partial_{\mu} J^{\mu} = 0$

a gdy jeszcze definiujemy....

Tensor pola elektromagnetycznego

$$\boxed{F^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu = \frac{\partial A_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu}}$$

$$F^{0i} = \frac{\partial A_i}{\partial x^0} - \frac{\partial A_0}{\partial x^i} = \cdots$$

- Tensor pola elektromagnetycznego pokazuje pole elektryczne i magnetyczne w jednym obiekcie
- Tensor pola elm jest LI
- Nie zmienia się również, gdy do pola dodamy pochodną dowolnej funkcji $A^\mu \to A^\mu + \partial^\mu \chi$

- R. Maxwella (które?) można teraz jeszcze zgrabniej zapisać w postaci:

$$\boxed{\begin{gathered}\partial^\mu F^{\mu\nu} = \frac{1}{c\epsilon_0} J^\nu \\ \partial^\lambda F^{\mu\nu} + \partial^\nu F^{\lambda\mu} + \partial^\mu F^{\nu\lambda} = 0\end{gathered}}$$

- Pamiętamy, że równanie ciągłości musi być spełnione we wszystkich układach, tj. LI

$$\frac{\partial J'^\mu}{\partial x'^\mu} = 0$$

Tensor elektromagnetyczny

$$F^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu = \frac{\partial A_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu}$$

$$F^{0i} = \frac{\partial A_i}{\partial x^0} - \frac{\partial A_0}{\partial x^i} = \cdots$$

$$x_\mu = (ct, x, y, z) \qquad \partial^\mu = \left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, \nabla\right)$$

$$F^{0i} = \partial^0 A^i - \partial^i A^0 = \frac{1}{c}\frac{\partial A^i}{\partial t} - \frac{\partial V}{\partial x^i} = -E^i$$

Stąd $F^{0i} = -E^i$ i $F^{i0} = E^i$

$$F^{ij} = \partial^i A^j - \partial^j A^i = \epsilon_{ijk} B^k$$

$$F^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & B_z & -B_y \\ E_y & -B_z & 0 & B_x \\ E_z & B_y & -B_x & 0 \end{bmatrix}$$

$$F_{\mu\nu} = g_{\mu\alpha} g_{\nu\beta} F^{\alpha\beta}$$

$$F_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & B_z & -B_y \\ -E_y & -B_z & 0 & B_x \\ -E_z & B_y & -B_x & 0 \end{bmatrix}$$

Pole elektromagnetyczne

- Można również zapisać niezmienniki tensorowe:

$$\vec{E}^2 - c^2\vec{B}^2 = \frac{1}{2}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} = \frac{1}{2}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

$$\vec{E}\cdot\vec{B} = \frac{1}{2c}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$$

- A klasyczną gęstość lagranżjanu: $\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\vec{E}^2 - c^2\vec{B}^2\right) \underbrace{- \rho V + \vec{J}\cdot\vec{A}}$

  zapiszemy w postaci:

$$\boxed{\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - J_\mu A^\mu}$$

- Lagranżjan – funkcja potencjałów (pól), z której wyprowadza się równania ruchu używając równań Eulera-Lagrange'a (zasada najmniejszego działania)

Gęstość lagranżjanu (~lagranżjan)

$$\mathcal{L} = \underbrace{-\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}}_{\text{en. kinetyczna}} - J_\mu A^\mu$$

oddziaływanie z polem

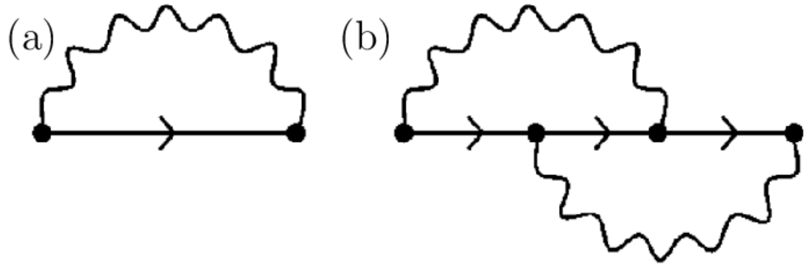
- Lagranżjan – funkcja potencjałów (pól), z której wyprowadza się równania ruchu używając równań Eulera-Lagrange'a
- Z takiego $\mathcal{L}$ i równań E-L wyprowadzić można równania Maxwella.
- Pole elektromagnetyczne jest polem tensorowym.

Wnioski do tej pory:

- udało się przedstawić równania Maxwella w sposób relatywistyczny,
- w następnym kroku należy zbudować z relatywistycznych pól pola kwantowe (elektrodynamika kwantowa QED)
- najpierw jednak wróćmy do elektronu i jego oddziaływania (żeby było wiadomo, do czego zmierzamy)

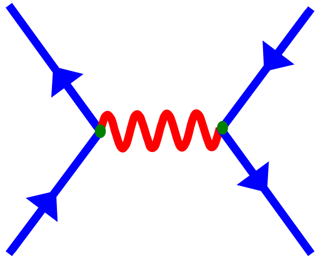
diagramy pochodzą z wykładów
Prof Marka Thomsona

Oddziaływania elektromagnetyczne



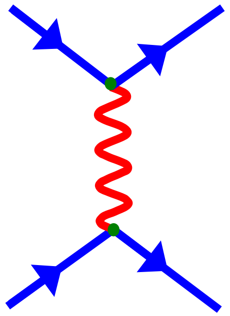
Trzy procesy elektromagnetyczne dla elektronu:

- rozpraszanie elektronów i pozytonów poprzez wymianę fotonu
- absorpcja i emisja fotonu
- tworzenie i anihilacja par elektron-pozyton



Diagramy Feynmana to graficzna reprezentacja procesów w kwantowej teorii pola

- reprezentują amplitudy przejścia w procesach
- pozwalają na obliczenia elementów macierzy rozpraszania w teorii perturbacyjnej



Każde rzeczywiste oddziaływanie (np. **rozpraszanie** elektron-proton) składa się z:

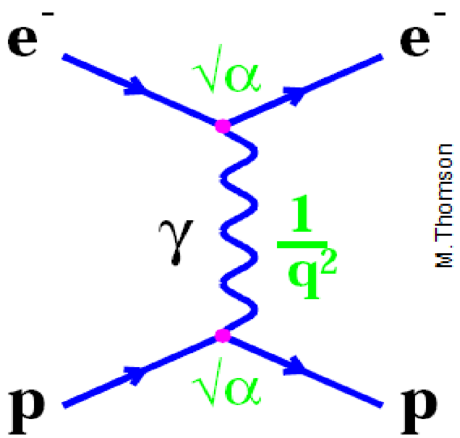
- **dwóch linii zewnętrznych** reprezentujących funkcje falowe cząstek,
- dwóch wierzchołków (wertexów), każdy proporcjonalny do siły oddziaływania,
- **linii wewnętrznej** opisującej wirtualną wymienianą cząstkę.

Werteksy i strzałki są tylko symbolami, nie reprezentują śladów cząstek w przestrzeni.

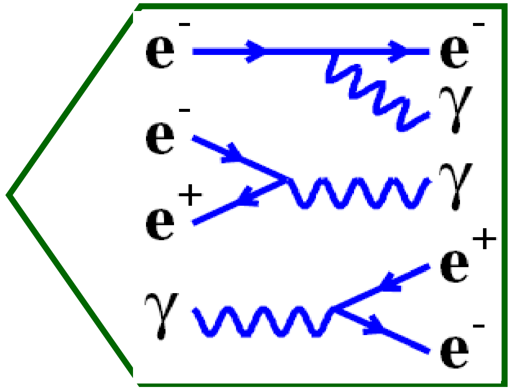
Diagramy Feynmana

Rozpraszanie elektronów na protonach:

- Diagramy czytamy od lewej do prawej strony (strzałka czasu) – z lewej strony mamy cząstki przed odziaływaniem, z prawej – po nim (czasem konwencja biegu czasu góra-dół).
- Z lewej strony wierzchołka - strzałka skierowana do wierzchołka oznacza cząstkę wchodzącą do oddziaływania, strzałka od wierzchołka reprezentuje antycząstkę wchodzącą do oddziaływania.
- Z prawej strony (czyli po oddziaływaniu) – odpowiednio odwrotnie.



- Pojedynczy wierzchołek nie reprezentuje rzeczywistego procesu fizycznego.
- Linie na diagramach Feynmana nie są śladami cząstek!
- Używamy tu konwencji, że czas biegnie poziomo.
- Co matematycznie (fizycznie) oznaczają linie, fale, wertexy?
  - linie zewnętrze– funkcja opisująca cząstkę (dla fermionów – rozwiązanie r. Diraca)
  - wierzchołki – siła oddziaływania, sprzężenie, liczba określająca jak silny jest proces
  - linie, fale wewnętrzne – propagator cząstki pośredniczącej (wirtualnej)

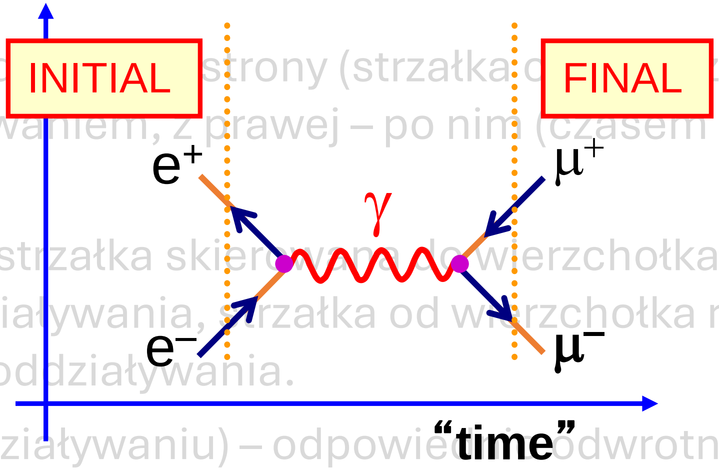


A teraz popatrzmy na niezwykłe cechy diagramów Feynmana:

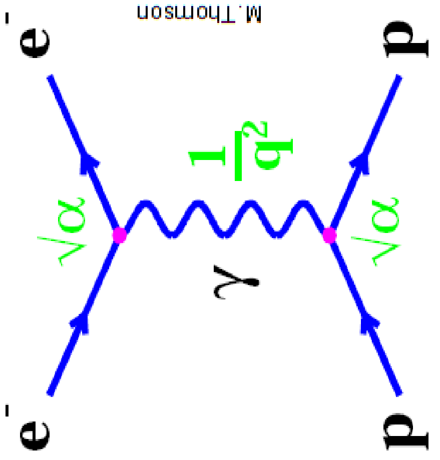
Diagramy Feynmana

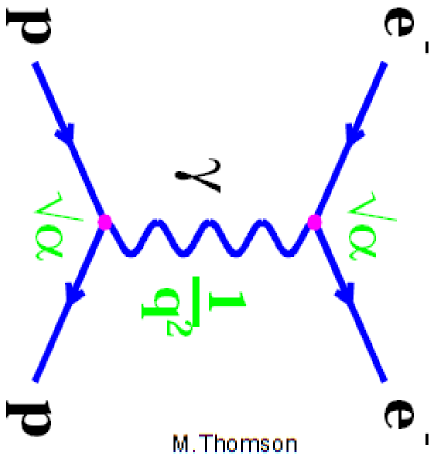
Anihilacja elektron-pozyton

- Diagramy czytamy od lewej do prawej strony (strzałka czasu). Z lewej strony mamy cząstki przed odziaływaniem, z prawej – po nim (czasem konwencja biegu czasu góra-dół).
- Z lewej strony wierzchołka - strzałka skierowana do wierzchołka oznacza cząstkę wchodzącą do oddziaływania, strzałka od wierzchołka reprezentuje antycząstkę wchodzącą do oddziaływania.
- Z prawej strony (czyli po oddziaływaniu) – odpowiednio odwrotnie.



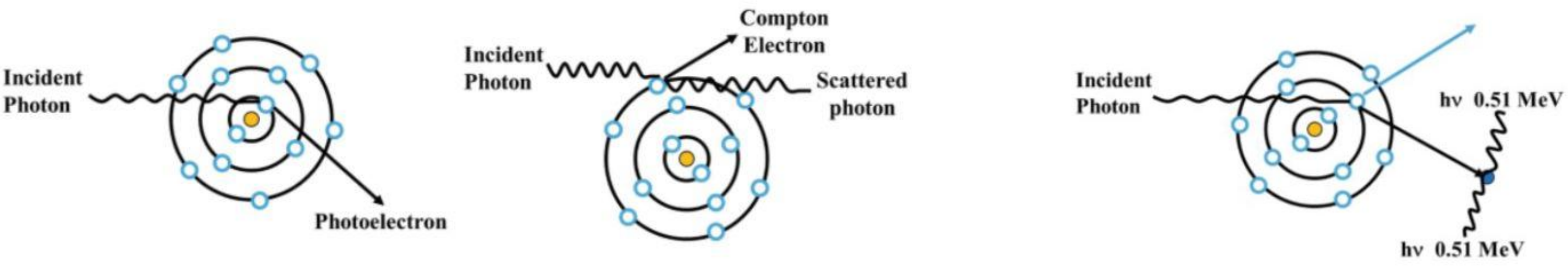
Anihilacja proton-antyproton:



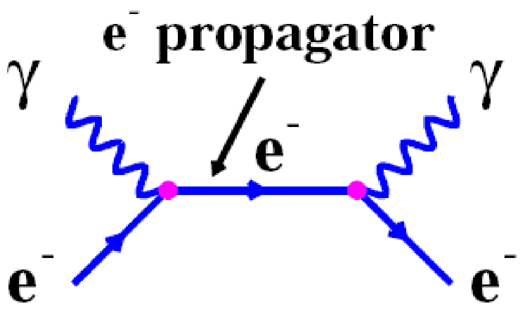


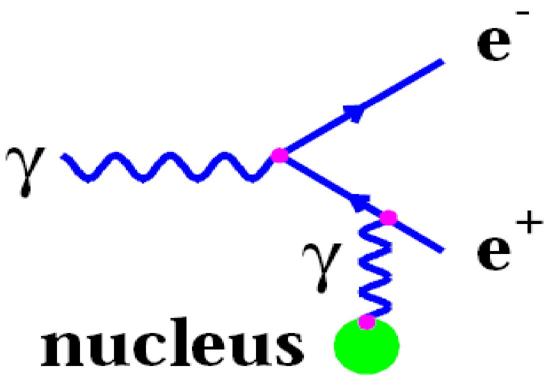
agh.edu.pl

Oddziaływania elektromagnetyczne



(a) Photoelectric Effect (b) Compton scattering (c) Pair Production





Amplituda procesu i przekrój czynny

- Złota reguła Fermiego podaje przepis na prawd-two przejścia dla reakcji na jednostkę czasu (w odniesieniu do 1. cząstki tarczy), czyli na W:

$$\boxed{W = \Gamma_{fi} = 2\pi \left|T_{fi}\right|^2 \varrho(E_i)}$$

$$\boxed{T_{fi} = \langle f|\widehat{H'}|i\rangle}$$

T_{fi} - element macierzowy amplitudy przejścia $i \rightarrow f$,

$\widehat{H'}$ - hamiltonian oddziaływania (fizyka!)

przewidywania, teoria!

- Szybkość przejścia zależy zatem od:
  - ✓ macierzy przejścia (teoria oddziaływań, dynamika procesu) T_{fi},
  - ✓ liczby dostępnych stanów (zasady zachowania), która zależy od kinematyki $\varrho(E_i)$
  - ✓ postaci stanów $|i\rangle$ i $|f\rangle$ (np. funkcja falowa)

$$\sigma = \frac{|M_{fi}|^2}{\text{flux}} \times (\text{phase space})$$

Amplituda procesu i przekrój czynny

- Przekrój czynny σ to mierzalna wielkość opisująca prawdopodobieństwo zajścia danego procesu:

$$\sigma = \frac{T_{fi}}{strumień\ cząstek}$$

- Strumień J zależy od pędu, objętości, etc (nie jest LI):

$$\sigma = \frac{2\pi}{\hbar}|M_{fi}|^2\frac{\rho_f}{J}$$

- A zatem elementy kinematyczne zależą od obliczeń procesu w konkretnym układzie, np. dla rozproszenia:

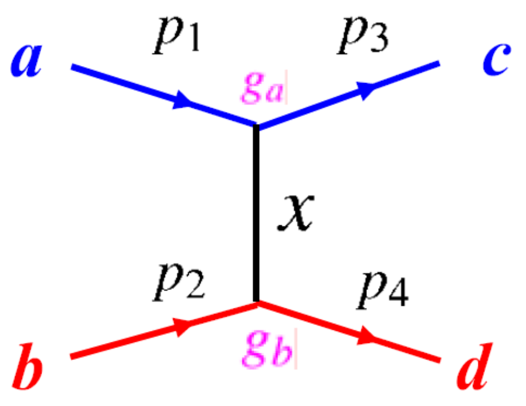
$$\sigma = \frac{1}{64\pi^2 s}\int |M_{fi}|^2 d\Omega^*$$

prawdopodobieństwo procesu zależy od kwadratu amplitudy tego procesu.

zajmiemy się amplitudami na proces rozpraszania i anihilacji elektronów:

Diagramy Feynmana

Rozpraszanie elektronów



przekaz czteropędu: $q = p_3 - p_1 = p_4 - p_2$

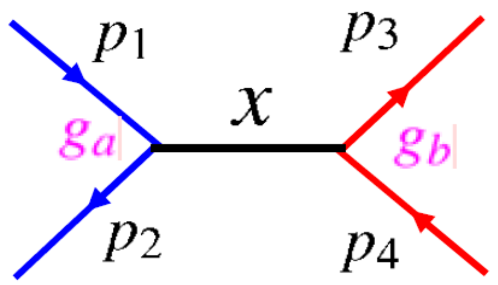
$$p_1 = (E_1, \vec{p}_1) \qquad p_3 = (E_3, \vec{p}_3)$$

$$q^2 = (E_3 - E_1)^2 - (\vec{p}_3 - \vec{p}_1)^2 \equiv t \leq 0$$

$\boxed{q^2 < 0}$ (t-channel)

- „przestrzenny” (space-like)
- procesy emisji i absorpcji zachodzą w tym samym **czasie**

Anihilacja elektron-pozyton:



energia w ukł. śr. masy

$$q = p_1 + p_2 = p_3 - p_4 \equiv s$$ (s-channel)

$$q^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 \approx 4E^2$$

- „czasowy” (time-like) składowa „czasowa” jest większa niż przestrzenna
- procesy anihilacji i kreacji zachodzą w tym samym **miejscu**

Oddziaływania elektromagnetyczne

- Jak teraz powiązać diagram Feynmana z relatywistycznymi równaniami Maxwella?
- Pamiętamy, że w MS mamy pola, a cząstki mają być wzbudzeniem tego pola.
- Oddz. elektromagnetyczne są tu wzorcem – bardzo dobrze znamy pole, mamy świetne wyniki doświadczalne, a QED jest najlepszą teorią.

- Oddziaływanie pomiędzy fotonem i naładowaną cząstką uzyskamy poprzez wprowadzenie podstawień:

  -pola: $\vec{p} \to \vec{p} - q\vec{A}; \quad E \to E - q\phi$

  -operatory: $\vec{p} = -i\vec{\nabla}; \quad E = i\partial/\partial t$

- oznacza to transformację cechowania (gauge) pola: $A_\mu = (\phi, -\vec{A}); \quad \partial_\mu = (\partial/\partial t, +\vec{\nabla})$

$$i\partial_\mu \to i\partial_\mu - qA_\mu$$

- oraz w równaniu Diraca:

$$\gamma^\mu \partial_\mu \psi + im\psi = 0 \quad \Rightarrow \quad \gamma^\mu \partial_\mu \psi + iq\gamma^\mu A_\mu \psi + im\psi = 0$$

Oddziaływanie elektronu z fotonem

$$i\gamma^0 \frac{\partial \psi}{\partial t} = \gamma^0 \hat{H}\psi \quad = \quad m\psi - i\vec{\gamma}.\vec{\nabla}\psi + q\gamma^\mu A_\mu \psi$$

$$\times\gamma^0 : \qquad \hat{H}\psi \quad = \quad \underbrace{(\gamma^0 m - i\gamma^0\vec{\gamma}.\vec{\nabla})}_{\text{en. kinetyczna}}\psi + \underbrace{q\gamma^0\gamma^\mu A_\mu}_{\text{en. potencjalna}}\psi$$

- En. potencjalna cząstki o spinie ½ w polu elektromagnetycznym:

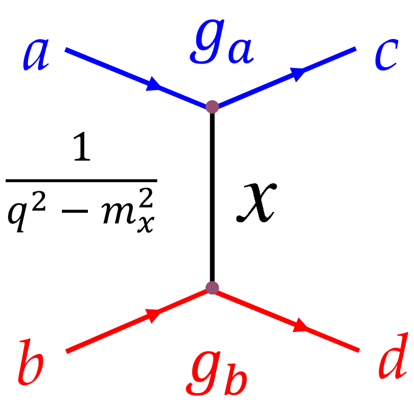
$$\boxed{\hat{V}_D = q\gamma^0\gamma^\mu A_\mu} \qquad q\gamma^0\gamma^0 A_0 = q\phi$$

foton:

$$A_\mu = \varepsilon_\mu^{(\lambda)} e^{i(\vec{p}.\vec{r}-Et)}$$

- Element macierzowy (p. diagram Feynmana) jest wyrażany przez:

$$M = \underbrace{\langle\psi_c|V|\psi_a\rangle}_{g_a} \underbrace{\frac{1}{q^2 - m_x^2}}_{\substack{\downarrow \\ \text{propagator} \\ \text{(cząstka pośrednicząca)}}} \underbrace{\langle\psi_d|V|\psi_b\rangle}_{g_b}$$

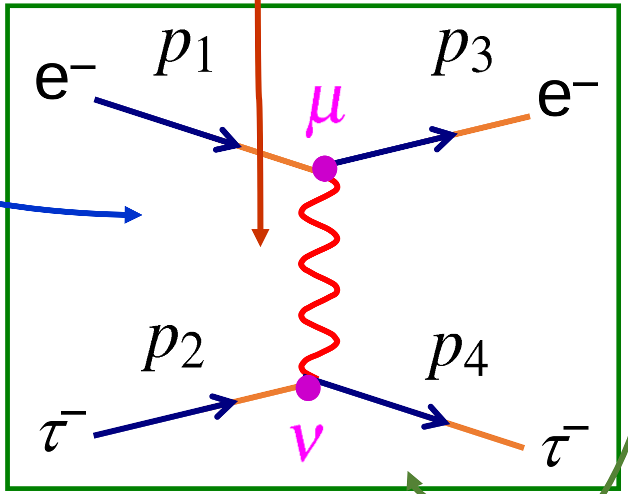


Oddziaływanie elektronu z fotonem

- Element macierzowy oddziaływania dwóch fermionów poprzez wymianę fotonu (wirtualnego)::

$$M = \langle \psi_c | V | \psi_a \rangle \frac{1}{q^2 - m_x^2} \langle \psi_d | V | \psi_b \rangle$$

$$M = \left[u_e^\dagger(p_3) q_e \gamma^0 \gamma^\mu u_e(p_1) \right] \frac{-g_{\mu\nu}}{q^2} \left[u_\tau^\dagger(p_4) q_\tau \gamma^0 \gamma^\nu u_\tau(p_2) \right]$$



$$\overline{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$$

Oddziaływanie elektronu z fotonem

- Element macierzowy oddziaływania dwóch fermionów poprzez wymianę fotonu (wirtualnego):

$$M = [u_e^\dagger(p_3) q_e \gamma^0 \gamma^\mu u_e(p_1)] \frac{-g_{\mu\nu}}{q^2} [u_\tau^\dagger(p_4) q_\tau \gamma^0 \gamma^\nu u_\tau(p_2)]$$

- Definiując spinor sprzężony: $\overline{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$

amplituda zyskuje na prostocie:

$$\boxed{M = [\overline{u}_e(p_3) q_e \gamma^\mu u_e(p_1)] \frac{-g_{\mu\nu}}{q^2} [\overline{u}_\tau(p_4) q_\tau \gamma^\nu u_\tau(p_2)]}$$

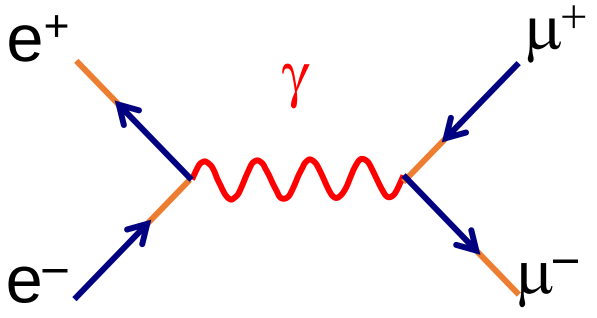
a zapisując prąd jako:

$$j_e^\mu = \overline{u}_e(p_3) \gamma^\mu u_e(p_1) \qquad j_\tau^\nu = \overline{u}_\tau(p_4) \gamma^\nu u_\tau(p_2)$$

amplituda procesu elektromagnetycznego wygląda tak:

$$\boxed{M = -q_e q_\tau \frac{j_e \cdot j_\tau}{q^2}}$$

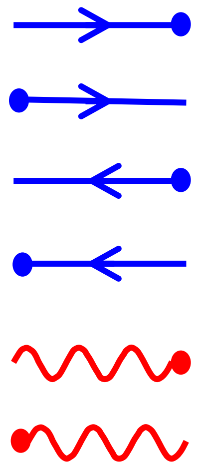
Reguły diagramów Feynmana



- Linie zewnętrzne – cząstki rzeczywiste:

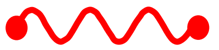
spin 1/2
- cząstka wchodząca $u(p)$
- cząstka wychodząca $\bar{u}(p)$
- antycząstka wchodząca $\bar{v}(p)$
- antycząstka wychodząca $v(p)$

spin 1
- foton wchodzący $\varepsilon^{\mu}(p)$
- foton wychodzący $\varepsilon^{\mu}(p)^*$



- Linie wewnętrzne (propagatory – wirtualne cząstki pośredniczące)

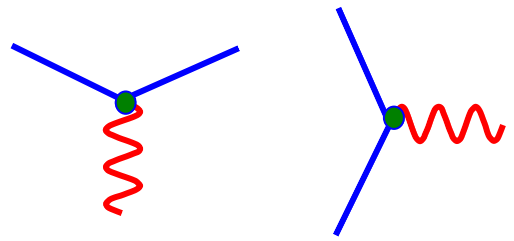
spin 1 foton $-\dfrac{ig_{\mu\nu}}{q^2}$ *m* *n*



spin 1/2 fermion $\dfrac{i(\gamma^{\mu}q_{\mu}+m)}{q^2-m^2}$

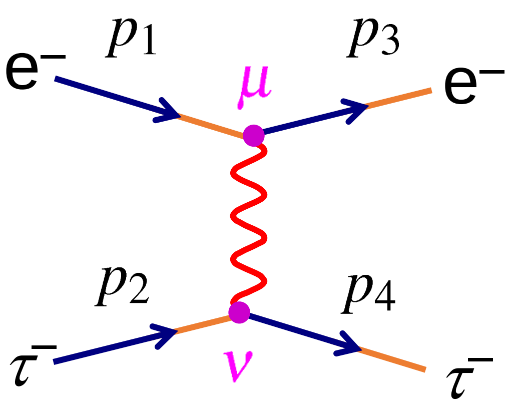
- Wierzchołki (siła oddziaływania, coupling constant α)

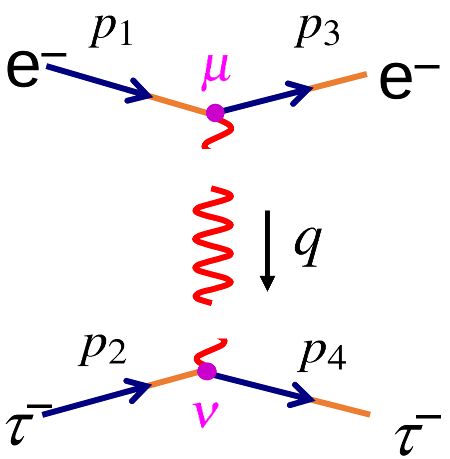
fermion spin $\frac{1}{2}$, $q=-e$ $ie\gamma^{\mu}$



Diagramy i amplituda procesu

- Rozpraszanie fermionów:





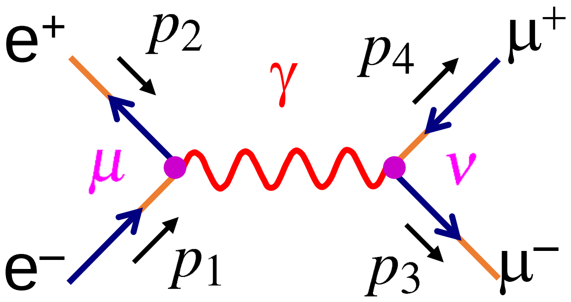
$$\bar{u}_e(p_3)[ie\gamma^\mu]u_e(p_1)$$

$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2}$$

$$\bar{u}_\tau(p_4)[ie\gamma^\nu]u_\tau(p_2)$$

$$-iM = [\bar{u}_e(p_3)ie\gamma^\mu u_e(p_1)]\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2}[\bar{u}_\tau(p_4)ie\gamma^\nu u_\tau(p_2)]$$

- Anihilacja fermionów:



$$-iM = [\bar{v}(p_2)ie\gamma^\mu u(p_1)]\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2}[\bar{u}(p_3)ie\gamma^\nu v(p_4)]$$

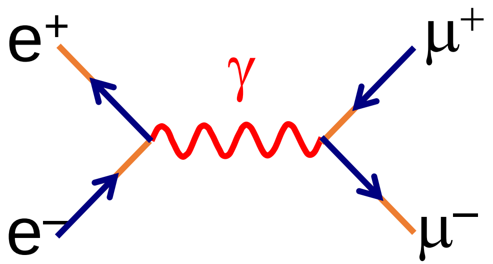
*Część obliczeń i rysunków zaczerpnięta została z wykładów Marka Thomsona

W podsumowaniu*

1. Cząstki obdarzone ładunkiem elektrycznym oddziałują elektromagnetyczne, potencjał jest świetnie wyliczalny z elektrostatyki.
2. Znamy bardzo dobrze lagranzjan pola elektromagnetycznego $\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - J_\mu A^\mu$
3. Umiemy napisać równania Maxwella w postaci kowariantnej (czyli relatywistycznej).
4. Zapewnienie niezmienniczości lagranżjanu względem transformacji cechowania $A^\mu(x') \to A^\mu + \partial^\mu \chi(x)$ wprowadziło oddziaływanie elektronu z fotonem.
5. Złota Reguła Fermiego pozwala na powiązanie fizyki oddziaływania (amplituda z obserwowanym procesem (przekrój czynny).
6. Diagramy Feynmana pozwalają w elegancki sposób powiązać amplitudę procesu i funkcje opisujące cząstki biorące udział w procesie

$$\boxed{\sigma = \frac{2\pi}{\hbar}|M_{fi}|^2 \frac{\rho_f}{J}}$$

$$\boxed{M = -q_e q_\tau \frac{j_e \cdot j_\tau}{q^2}}$$



Gęstość lagranżjanu (~lagranżjan)

$$\boxed{\mathcal{L} = \underbrace{-\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}}_{\text{en. kinetyczna}} - J_{\mu}A^{\mu}}$$

oddziaływanie z polem

- Lagranżjan – funkcja potencjałów (pól), z której wyprowadza się równania ruchu używając równań Eulera-Lagrange'a
- Z takiego $\mathcal{L}$ i równań E-L wyprowadzić można równania Maxwella.
- Pole elektromagnetyczne jest polem tensorowym.
- Do potencjału można dodać 4-gradient dowolnej funkcji skalarnej, nie zmieniając przy tym pól $\vec{E}$ i $\vec{B}$ (transformacja cechowania – gauge): $A^{\mu}(x') \rightarrow A^{\mu} + \partial^{\mu}\chi(x)$.
- Dodatkowo okaże się, że musi być spełniony warunek:

$\partial_{\mu}A^{\mu} = 0$ (cechowanie Lorentza), co da $\Box A^{\mu} = j^{\mu}$

lub $\nabla \vec{A} = 0$ (cechowanie Coulomba)

$$A^{\mu}(x') \rightarrow A^{\mu} + \partial^{\mu}\chi(x).$$