Wstęp do Modelu Standardowego – zadania 2

1. Tensor pola elektromagnetycznego zdefiniowany jest jako: $F^{\mu\nu} = \partial^{\mu} A^{\nu} - \partial^{\nu} A^{\mu}$. Proszę wyznaczyć macierz z elementami tego tensora.
2. Oblicz przekaz czteropędu w wierzchołku emisji wirtualnego fotonu przez elektron w zależności od kąta odchylenia elektronu. Znany jest początkowy i końcowy czteropęd elektronu.
3. Elektron o energii 20 GeV odchylił się o kąt 5˚ w zderzeniu elastycznym ze spoczywającym protonem.
   a) Jaka jest wartość przekazu czteropędu q^2?
   b) Na jaką głębokość takie zderzenie próbkuje wewnętrzną strukturę protonu?
4. Proszę napisać, objaśnić i rozwiązać równanie Schrödingera dla cząstki swobodnej
5. Prawdopodobieństwo przejścia ze stanu początkowego do końcowego opisywane jest przez pewien element macierzowy.
   a) Zapisz stan cząstki w postaci fali płaskiej.
   b) Wykonaj obliczenia przekroju czynnego dla rozpraszania bezspinowej cząstki na potencjale Yukawy: $V(r) = \frac{g}{4\pi}\frac{e^{-mr}}{r}$.
   c) W uzyskanym wyniku zapisz $m \to 0$ i zinterpretuj wynik.
6. Proszę „wyprowadzić” równanie Kleina-Gordona, podstawiając operatory pędu i energii do niezmiennika relatywistycznego. Jakiej postaci mogą być rozwiązania równania Kleina-Gordona?
7. Proszę zapisać równanie Kleina-Gordona we współrzędnych sferycznych, a następnie pokazać, ze funkcja (tzw. potencjał Yukawy) $\Psi(r) = \frac{g_0}{4\pi r}\, e^{-r/R}$, gdzie $g_0, R = \frac{1}{m}$ to stałe jest jego rozwiązaniem. Jak zinterpretować $\Psi(r)$ dla $m = 0$?

8. Zbadać, czy macierze Pauliego σ_i komutują, czy antykomutują ze sobą.

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

9. Macierze γ^{μ} definiowane są jako:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 1 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Proszę policzyć:

a) $(\gamma^{\mu})^2$

b) $\gamma^{\mu}\gamma^{\nu} + \gamma^{\nu}\gamma^{\mu}$