

Wstęp do Modelu Standardowego – zadania

1. Wyprowadź zależności transformujące prędkość ciała w dwóch układach inercjalnych poruszających się względem siebie z prędkością $\vec{V} = (V, 0, 0)$. Następnie użyj ich do rozwiązania zadania:

Rakieta poruszająca się względem Ziemi z prędkością $0.8c$ wystrzeliwuje w kierunku swego ruchu:

- i) pocisk z prędkością $0.6c$,
- ii) wiązkę światła laserowego z prędkością c względem rakiety.

Jaka jest prędkość pocisku i wiązki światła lasera względem Ziemi?

2. Proszę zrobić transformację Lorentza czterowektora X do układu poruszającego się z prędkością $\vec{V} = (V, 0, 0)$ i policzyć iloczyn skalarny dwóch czterowektorów X i Y w obu układach. W ten sposób pokazać, że iloczyn skalarny jest niezmiennikiem transformacji Lorentza.
3. W jaki sposób transformują się pochodne czterowektorów $\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial x^0}, \frac{\partial}{\partial x} \right)$ oraz $\partial^\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial x_0}, -\frac{\partial}{\partial x} \right)$, jako wektory ko- czy kontrawariantne?
4. Policzyć $\det(\Lambda^T \Lambda)$, gdzie Λ to macierz transformacji Lorentza.
5. Naładowany pion rozpada się na mion i neutrino mionowe. Korzystając z czeropędów, policz energię i pęd produktów rozpadu. Jakiej mają energie kinetyczne?
6. Tensor pola elektromagnetycznego zdefiniowany jest jako: $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$. Proszę napisać macierz z elementami tego tensora.

1. Postulate that the solutions of the Dirac Equation have form of the plane wave and a spinor: $\psi(x^\mu) = u(p^\mu) e^{-i(Et - \vec{p} \cdot \vec{x})}$ and write out the DE for spinors.
2. Use the previous result and find four solutions of Dirac Equation for a particle with momentum \vec{p} and mass m .
3. Define the properties of Dirac spinors using their transformation properties i.e. apply \hat{P} and \hat{C} operator on any of u_i functions.
4. Show that for a particle/antiparticle with momentum $\vec{p} = (0, 0, p)$ the u_1 and v_1 spinors represent spin up states and u_2 and v_2 spin down states.
5. Using the properties of the γ matrices and the definition of γ^5 , show that: $(\gamma^5)^2 = 1$, $\gamma^{5\dagger} = \gamma^5$, $\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0$ where $\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$.
6. Show that the chiral projection operators $P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$ and $P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)$ satisfy: $P_L P_R = P_R P_L = 0$, $P_L + P_R = 1$, $P_L P_L = P_L$, $P_R P_R = P_R$, $P_L P_R = 0$. These conditions prove that these operators are projectors (applying one of them twice gives the same result as applying it once and that applying both of them results in the null state).
7. Check what is the consequence of applying the $P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$ and $P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)$ operators on the helicity states $\{u_R, u_L, v_L, v_R\}$ and interpret the result. You can use states when fermion has only p_z component of the momentum.

1. Find the time dependent probability of the transition of a kaon into an anti-kaon particle when CP is conserved and violated. Choose one out of four possibilities of the form:

$$P(\bar{K}^0, t) = |\langle \bar{K}^0 | K^0(t) \rangle|^2$$

2. Check by direct substitution that the following time dependent states:

$$|K_S^0(t)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar}(m_S - \frac{i}{2}\gamma_S)t} |K_S^0\rangle$$

$$|K_L^0(t)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar}(m_L - \frac{i}{2}\gamma_L)t} |K_L^0\rangle$$

are indeed solutions of the effective Schrodinger equation describing two state kaon system:

$$i\hbar \frac{\partial |\psi(t)\rangle}{\partial t} = \mathcal{H}_{eff} |\psi(t)\rangle$$

3. Calculate the e-values and e- states of the Hamiltonian matrix describing two state system of decaying kaons. Hint: use the partially finished calculation shown during the lecture.
4. What is the interpretation of off-diagonal elements of the Hamiltonian matrix.
5. (Lecture cont.) Discuss in detail Dirac equations and their solutions for particles and anti-particles considering the interaction term with the electromagnetic field, i.e., by substituting the 4-derivative with covariant 4-derivative: $i\partial_\mu \rightarrow i\partial_\mu - qA_\mu$, where A_μ is the 4-potential. Next, show, using the explicit calculation, how spinors behave w.r.t. the P- and C-parity operators.
6. Check the respective properties of (S), (P), (V) and (A) bi-linear forms under P- and C-parity operators.
7. Show that only by using a mixed (V)-(A) bi-linear form we are able to obtain matrix elements that breaks maximally P- and C-parities.

1. Neutral meson P^0 and its antiparticle \overline{P}^0 decays to the same final state f . Calculate:

a) the decay rates

$$\Gamma_f = |\langle f | H | P^0(t) \rangle|^2 \text{ and } \bar{\Gamma}_f = |\langle f | H | \overline{P}^0(t) \rangle|^2$$

b) the CP asymmetry of the form:

$$a_{CP}(t) = \frac{\Gamma_f - \bar{\Gamma}_f}{\Gamma_f + \bar{\Gamma}_f}$$

2. Show that CP asymmetry for the channel $B^0 \rightarrow J/\psi K_S$ (“golden channel”) can be used to extract unitary angle β . Start with the asymmetry:

$$a_{CP}(t) = \frac{\Gamma(B^0 \rightarrow J/\psi K_S) - \Gamma(\overline{B}^0 \rightarrow J/\psi K_S)}{\Gamma(B^0 \rightarrow J/\psi K_S) + \Gamma(\overline{B}^0 \rightarrow J/\psi K_S)}$$

3. Write the equation describing the direct CPV in charged B-meson decay, for example $B^0 \rightarrow K^+ \pi^-$.
4. Determine the sensitivity of CKM γ angle measurement in $B^0 \rightarrow D^0 K^{*0}$ decay.