

# Model Standardowy

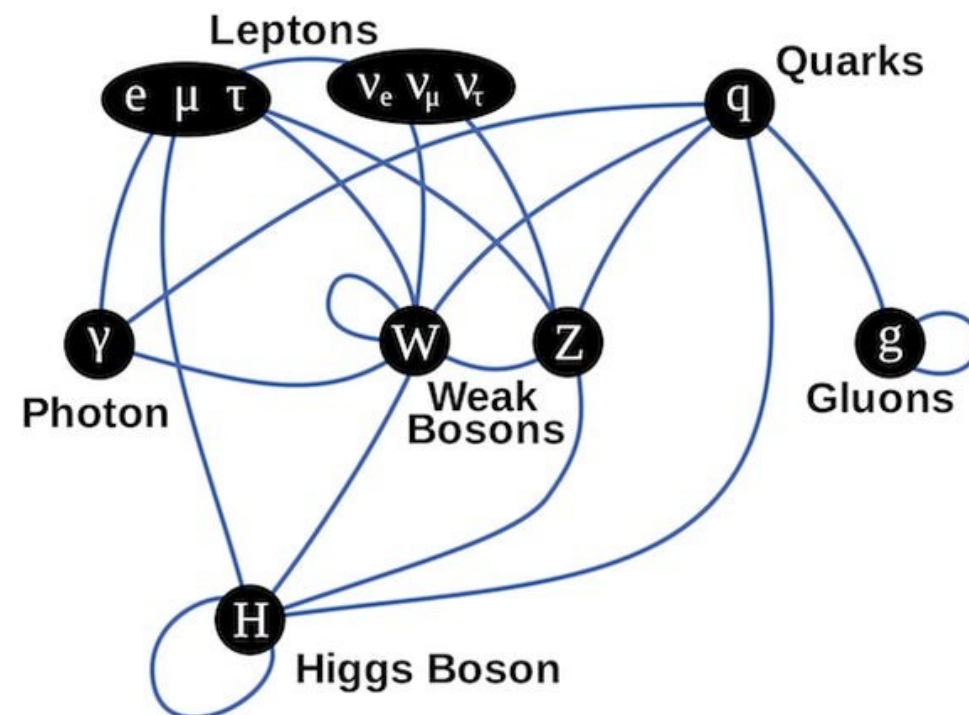
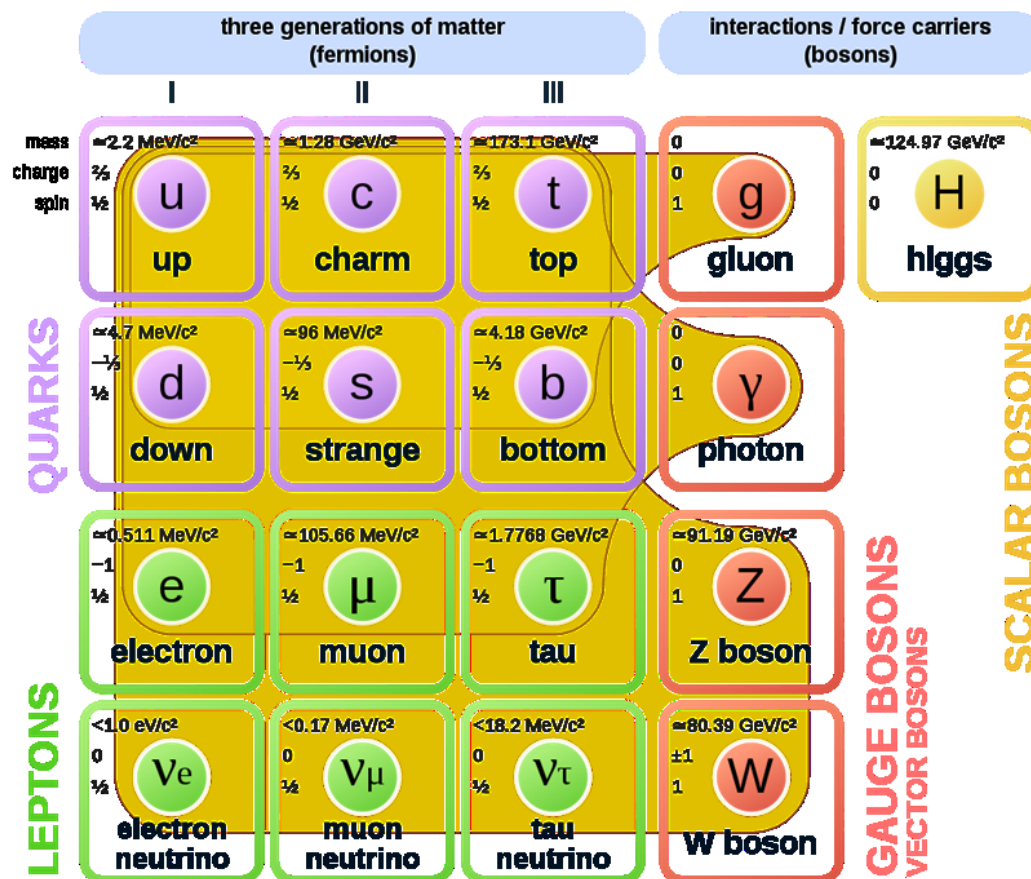
Multiplety hadronowe

Agnieszka Obłąkowska-Mucha

Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej  
Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek

# Model Standardowy na obrazkach (pierwszy wykład)

## Standard Model of Elementary Particles



Model Standardowy ma już 50 lat!

# Jak z kwarków zbudować hadrony

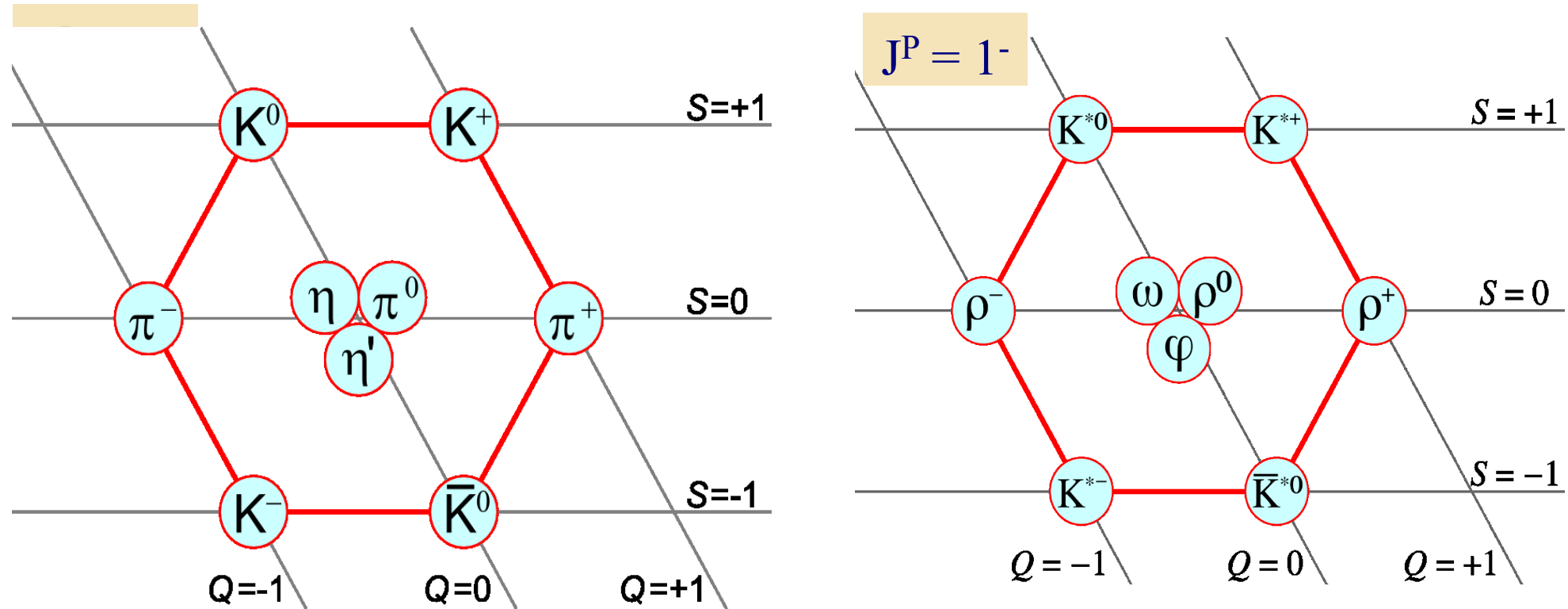
- W latach 30-tych znane były:  $p, n, e$ , potem miony i piony oraz neutrino.
- Odkrycie cząstek, które powstały w oddz. silnych, ale żyły zbyt długo ( $10^{-8}$  -  $10^{-9}$ s - czas charakterystyczny dla rozpadów słabych), np:  $\pi p \rightarrow K^0 \Lambda$  doprowadziło do hipotezy istnienia kwarka nowego rodzaju: dziwnego  $s$  i odkrycia wielu nowych stanów.
- Pojawiła się potrzeba ich klasyfikacji. Z trzech kwarków ( $u, d, s$  - grupa  $SU(3)$ ) można zbudować (w stanie podstawowym) 9 mezonów i 27 barionów:

$$q = \begin{cases} u & \text{mezony} & 3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8 \\ d \\ s & \text{bariony} & 3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 10 \end{cases}$$

- W połowie lat 60 obserwowana symetria w świecie znanych cząstek doprowadziła Gell-Manna i Zweig'a do hipotezy istnienia kwarków.
- Schemat ułożenia znanych hadronów w „multiplety” opisany jest przez Kwarkowy Model hadronów.
- Kwarki uważane były za obiekty czysto matematyczne, a ich funkcja falowa musiała odzwierciedlać własności hadronów i zasady zachowania, jakim podlegają.
- W Modelu Kwarkowym opisujemy hadrony składające się z trzech najbliższych kwarków  $u, d$  i  $s$ .
- Na początek zakłada się, że kwarki poruszają się z prędkościami **nierelatywistycznymi**

# Mezony

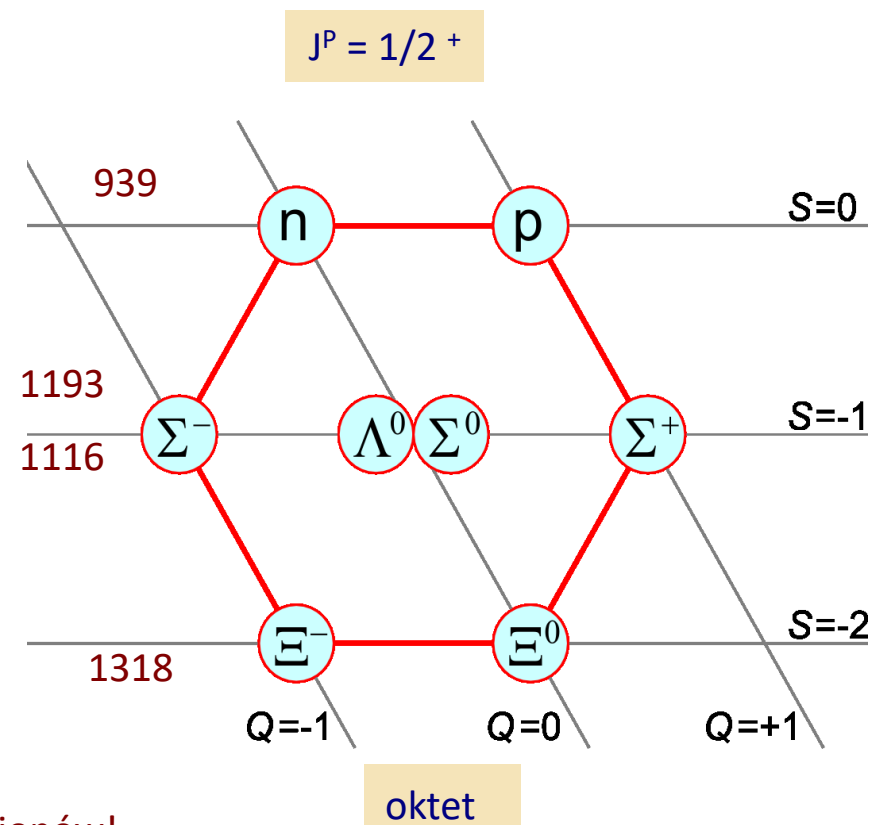
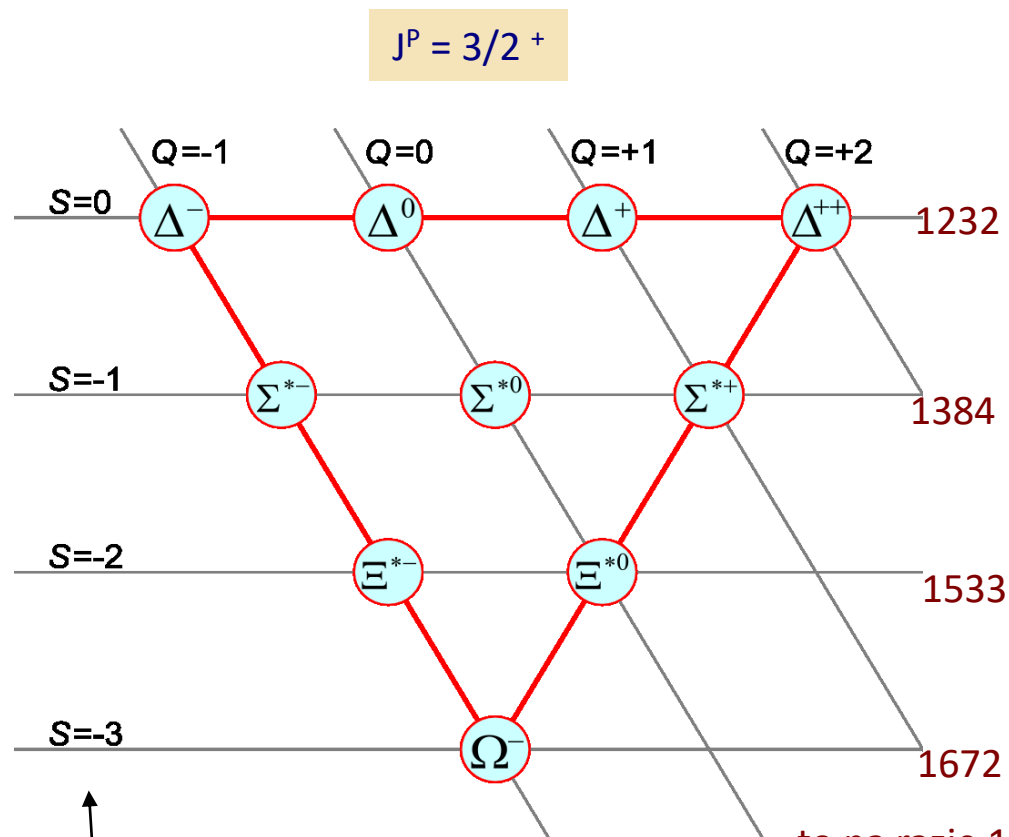
Klasyfikacja hadronów ze względu na SPIN (całkowity)  $J$  i parzystość  $P$



- Zakładając istnienie tylko trzech kwarków (u,d,s) można było wytłumaczyć całe spektrum.
- Pomiedzy multiplietami o różnej dziwności występuje (prawie) stała różnica mas, równa masie kwarka s.
- Różne stany ładunkowe mają niewielkie różnice mas (oddział. elektromagnetyczne).
- Będziemy konstruować „Reguły gry”, które tłumaczą takie ułożenie hadronów oraz brak około 9 barionów.

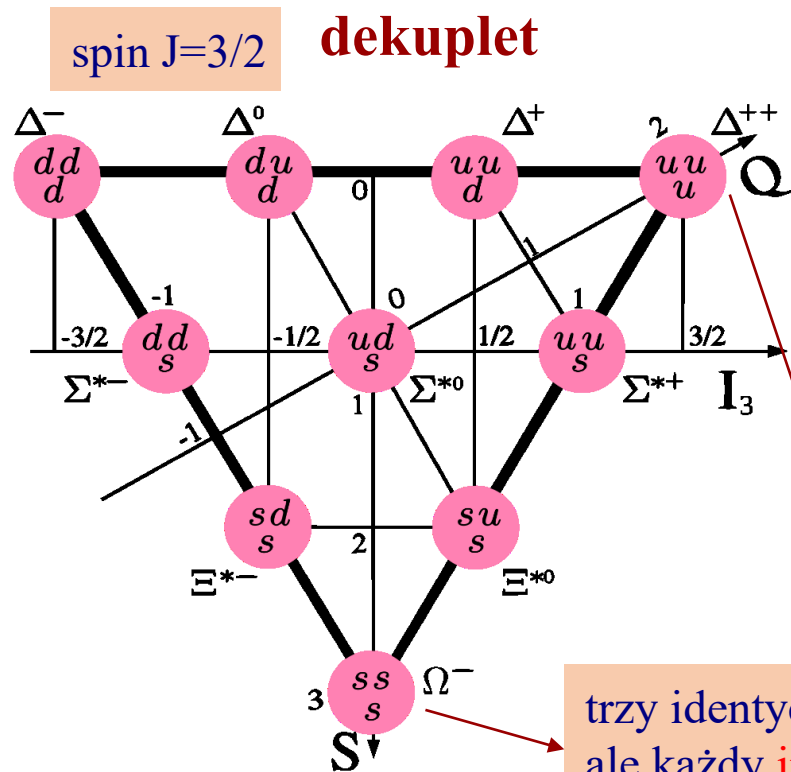
# Bariony

Trzy kwarki tworzą bariony (stany podstawowe):

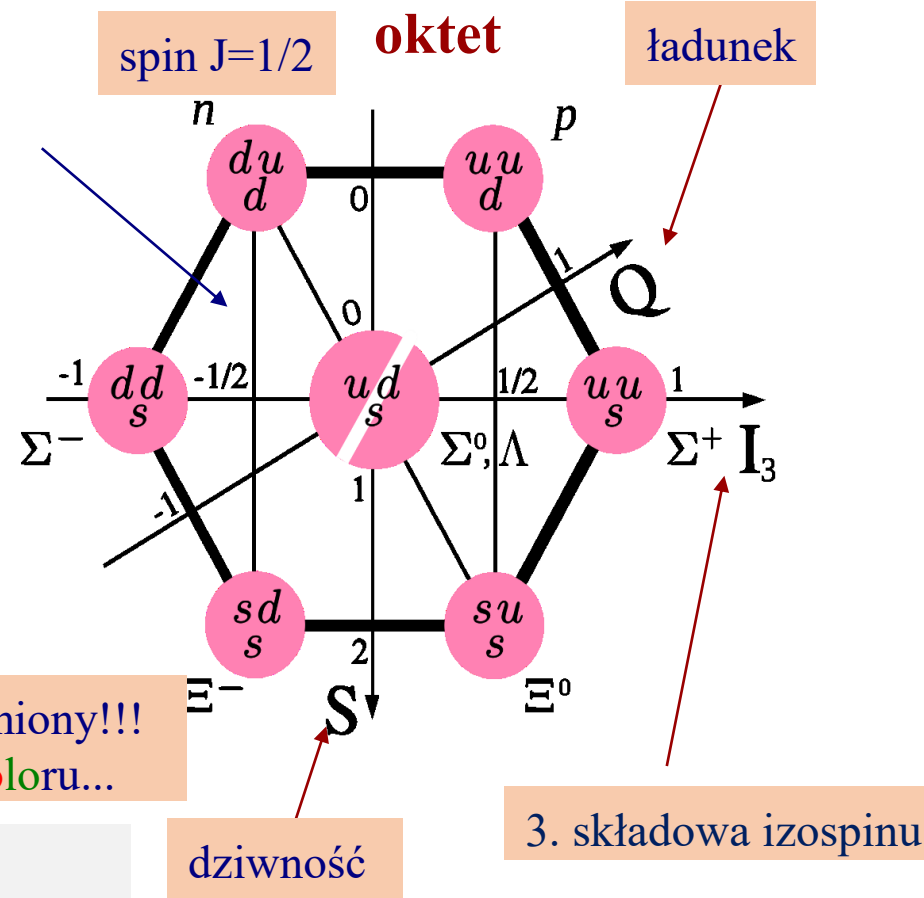


Jakie reguły (symetrie) pozwalają na takie uporządkowanie cząstek?  
1964 Gell-Mall, Zweig – pomysł kwarków i modelu kwarkowego.

## Model kwarkowy (powrót)



trzy identyczne fermiony!!!  
ale każdy innego koloru...



Model Kwarkowy dla trzech kwarków (u,d,s):

- opisywał obserwowane stany i przewidywał nowe,
- wyjaśniał ułożenie hadronów w multiplety,
- pozwalał na konstrukcję funkcji falowej,
- dlaczego nie obserwujemy pojedynczego kwarka?

## Co wiemy o spinach - ćwiczenie

- W przyrodzie możemy spotkać dwa rodzaje momentu pędu: jeden związany z ruchem jednego ciała z układu względem drugiego (orbitalny moment pędu  $L$ ), drugi – z własnym obrotem ciała (spin  $S$ ).

W mechanice klasycznej można zmierzyć jednocześnie wszystkie współrzędne momentu pędu.

W mechanice kwantowej można zmierzyć kwadrat długości momentu pędu i jedną współrzędną, przyjmuje się, że 3-cią współrzędną. Wynikiem są skwantowane wartości:  $l(l+1)\hbar^2$  (dla operatora  $\hat{L}^2$  i  $m_l\hbar$  (gdzie  $m_l = -l, -l+1 \dots -1, 0, 1, \dots, l-1, l$ ) dla operatora  $\hat{L}_z$ ).

Podobnie dla spinu – mierzymy  $S^2$  i  $S_z$ , a wynikiem są odpowiednio:  $s(s+1)\hbar^2$  i  $m_s\hbar$  (gdzie  $m_s = -s, -s+1 \dots -1, 0, 1, \dots, s-1, s$ ), a  $s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2} \dots$ .

Leptony, czy układ dwóch lub trzech kwarków mają określone spiny, ale moment pędu może przyjąć dowolną (byle skwantowaną) wartość.

- Stan spinowy cząstki można zapisać używając bracketów:  $|s m_s\rangle$ , np. stan spinowy elektronu lub kwarka o spinie  $1/2$  z trzecią składową  $1/2$ , czyli stan  $\uparrow$ , zapisujemy jako:  $\left|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\right\rangle$ . A zatem układ  $\uparrow\uparrow$  dwóch kwarków o spinach  $1/2$ , z trzecią składową  $1/2$  zapiszemy jako:

$$\left|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\right\rangle \left|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\right\rangle = |1 1\rangle$$

Proszę znaleźć i zapisać pozostałe stany spinowe dwóch kwarków.

- Proszę określić, jaki może być całkowity moment pędu mezonów i barionów, które złożone są odpowiednio z dwóch i trzech kwarków.

Całkowity moment pędu cząstki jest to wektorowa suma jej spinu i momentu pędu:  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ , ale jak dodajemy te wektory? W mechanice kwantowej nie znamy przecież wszystkich współrzędnych?

## Momenty pędu

**Orbitalny moment pędu**  $L$  (kręt) – moment pędu związany z ruchem obrotowym kwarków względem siebie, Kręt jest wielokrotnością  $\hbar$   $L = n \hbar$  i przyjmuje  $2l + 1$  stanów, np.  $L = 2, L_z = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

Stan o  $L = 0$  – stan podstawowy,

wyższe  $L > 0$  – wzbudzenia orbitalne

Całkowity moment pędu  $J$ :  $\vec{J} = \vec{S} + \vec{L}$ ;  $J = |L - S| \dots |L + S|$

Spin  $S$  cząstki złożonej = całkowitemu momentowi pędu  $J$  w jej układzie spoczynkowym

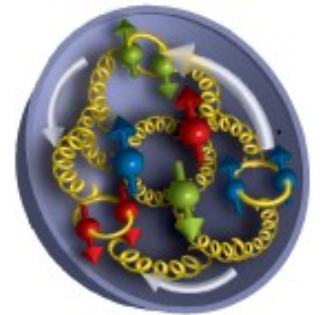
stan spinowy cząstki jest opisany przez podanie dwóch liczb kwantowych:

$$(s, s_z), s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \text{ a } s_z = -s, -s + 1, \dots, s - 1, s$$

układ dwóch fermionów może być opisany za pomocą bazy:

$$\left. \begin{aligned} |S = 1; S_3 = 1\rangle &= \uparrow\uparrow \\ |S = 1; S_3 = 0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow) \\ |S = 1; S_3 = -1\rangle &= \downarrow\downarrow \end{aligned} \right\} \text{TRYPLET, funkcje symetryczne (ćw)}$$

$$|S = 0; S_3 = 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \quad \left. \right\} \text{SINGLET, funkcja antysymetryczna}$$





## Spin układu dwóch fermionów

Nowa baza, w której wektory będą stanami własnymi operatora permutacji:

$$P_{12} |s_1, s_2\rangle = |s_2, s_1\rangle$$

$$|1, 1\rangle = |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle = \uparrow\uparrow$$

$$|1, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle + |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)$$

stany symetryczne wzgl  $1 \leftrightarrow 2$   
(na zad sprawdzić!)

$$|1, -1\rangle = |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle = \downarrow\downarrow$$

$$|0, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle - |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)$$

**MEZONY:** dwa kwarki o  $s=1/2$  i o ustawieniach:

stan antysymetryczny wzgl  $1 \leftrightarrow 2$

$$\uparrow\uparrow \quad S = 1 \text{ i } S_z = \{+1, 0, 1\} \quad \text{TRYPLET}$$

$$2 \otimes \bar{2} = 3 \oplus 1$$

$$\uparrow\downarrow \quad S = 0 \text{ i } S_z = 0 \quad \text{SINGLET}$$

Pomiar spinu cząstki:

1. pomiar przekrojów czynnych  $\sigma$  dla procesu typu  $a + b \rightarrow c + d$ . Zależy on od liczby dostępnych stanów spinowych:

$$\sigma(a + b \rightarrow c + d) \propto (2S_c + 1)(2S_d + 1)$$

2. mierząc rozkłady kątowe produktów jej rozpadu.

## Całkowity moment pędu mezonów

Mezony grupowane są w multipletach według ich spinu i krętu.

Gdy  $L = 0$   $S = 0$  mówimy o pseudoskalarach o  $J = 0$ ,

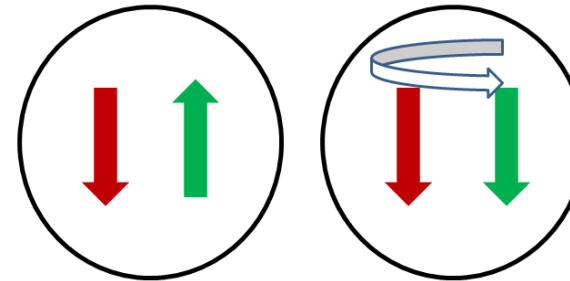
Orbitalne wzbudzenia z  $L = 1$ , to skalary o  $J = 0$  lub wektory aksjalne o  $J = 1$  lub  $J = 2$

|     | L | J       |
|-----|---|---------|
|     | 0 | 0       |
| S=0 | 1 | 1       |
|     | 2 | 2       |
|     | 0 | 1       |
| S=1 | 1 | 0, 1, 2 |
|     | 2 | 1, 2, 3 |

$$\vec{J} = \vec{S} + \vec{L}$$

$$J = |L - S| \dots |L + S|$$

Constituent-quark model



Pseudoscalar meson:  $L=0$  &  $S=0$

Scalar meson:  $L=1$  &  $S=1$ , &  $L+S=0$

## Operator parzystości przestrzennej

- Operator parzystości przestrzennej  $\hat{P}$  powoduje inwersję osi układu współrzędnych.
- Odwrócenie trzech osi odpowiada zmianie znaku jednej osi i obrotowi o  $180^\circ$ .
- Nazywana również odbiciem **zwierciadlanym**.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Inwersja przestrzenna - def: } \hat{P} \Psi(\vec{r}) = \Psi(-\vec{r}) \\ \text{Dla stanów własnych: } \hat{P} \Psi(\vec{r}) = p \Psi(\vec{r}) \end{array} \right\} \Psi(-\vec{r}) = p \Psi(\vec{r})$$

$$\text{A jak jeszcze raz: } \hat{P} \Psi(-\vec{r}) = p^2 \Psi(\vec{r}) \quad \Psi(\vec{r}) = p^2 \Psi(\vec{r})$$

$$\text{stąd parzystość: } p = \pm 1$$

Stan własny operatora  $\hat{P}$ , jest to wewnętrzna parzystość cząstki  $p$ .

- Dla układu parzystość (wewnętrzna) jest multiplikatywną liczbą kwantową:

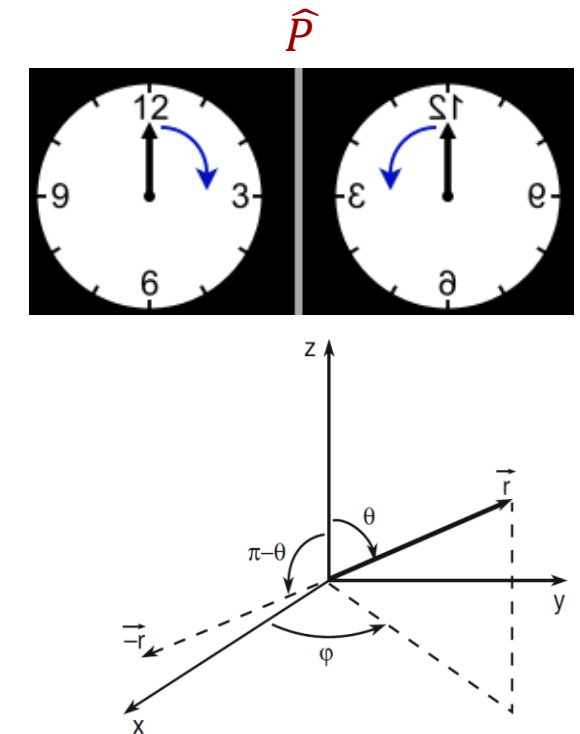
$$\Psi(AB) = \Psi(A)\Psi(B)$$

- Będziemy sprawdzać, czy parzystość jest zachowana w oddziaływaniach (tzn, czy  $\hat{P}$  komutuje z  $H$ ):

$\hat{P}$  jest zachowane w oddz. silnych i elektromagnetycznych,

$\hat{P}$  nie jest zachowana w oddz. słabych.

- Harmoniki sferyczne mają dobrze określoną parzystość  $p = (-1)^l$ : (zad)



## Parzystość mezonów

- Parzystość układu kwantowego zależy od parzystości ruchu względnego i parzystości składników.
- Układ 2 cząstek z krętem  $L$  ma parzystość:  $P = P_1 P_2 (-1)^L$   $P_{Tot} = P_{wew} P_{wzgl}$
- Zakł, że fermiony i antyfermiony mają przeciwne parzystości, (kwarki i leptony  $+1$ )  
Bozony i antybozony – te same parzystości, (foton, inne bozony pośredniczące  $-1$ )
- Zatem para kwark – antykwark ma parzystość  $(+1)(-1)(-1)^L = (-1)^{L+1}$   
stany o  $L = 0, 2, \dots$  mają  $P = -1$ ,  
stany o  $L = 1, 3, \dots$  mają  $P = +1$
- Parzystość wewn. protonu przyjmujemy  $P = +1$ .
- Innych cząstek liczymy lub wyznaczamy dośw.

|       | $L$ | $J$     | $P$  | $J^P$         |
|-------|-----|---------|------|---------------|
|       | 0   | 0       | $-1$ | $0 -$         |
| $S=0$ | 1   | $1$     | $+1$ | $1 +$         |
|       | 2   | 2       | $-1$ | $2 -$         |
|       | 0   | $1$     | $-1$ | $1 -$         |
| $S=1$ | 1   | 0, 1, 2 | $+1$ | $0+, 1+, 2 +$ |
|       | 2   | 1, 2, 3 | $-1$ | $1-, 2-, 3 -$ |

## Operator sprzężenia ładunkowego

**Sprzężenie ładunkowe**, zmienia znak ładunku i momentu magnetycznego (zależy od ładunku) na przeciwny.

Operator sprzężenia ładunkowego  $C$ , działając na funkcję falową, przyporządkowuje jej funkcję falową **antycząstki**:

def:  $\hat{C} \psi = \bar{\psi}$

dla stanów własnych:  $\hat{C} |\psi(p, \lambda)\rangle = \eta_C |\psi(p, \lambda)\rangle$

powtórne działanie operatorem:  $\hat{C} \hat{C} |\psi\rangle = \eta_C \hat{C} |\bar{\psi}\rangle = \eta_C \eta_C |\psi\rangle$

wartości własne:  $\eta_C = \pm 1$

Operator  $\hat{C}$  zmienia cząstkę (nawet elektrycznie obojętną) w jej antycząstkę. Jeżeli stan danej cząstki (jej funkcja falowa) jest stanem własnym  $\hat{C}$ , to cząstka = antycząstka

Stanami własnymi  $\hat{C}$  są tylko obojętne bozony.

Układ cząstka-antycząstka jest stanem własnym  $\hat{C}$ .

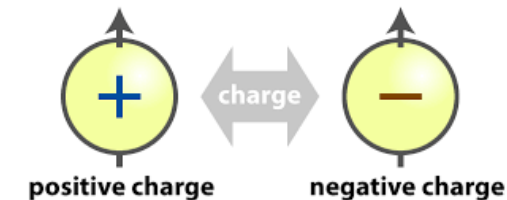
$$\hat{C} |f \bar{f}\rangle = \eta_C |\bar{f} f\rangle$$

W dodatku działanie  $\hat{C}$  jest takie samo, jak  $\hat{P}$ :

czyli zamienia fermiony miejscami...

można zatem napisać:

$$\hat{C} |f \bar{f}\rangle = (-1)^{l+s} |\bar{f} f\rangle$$



jeżeli:

$$|\bar{q} q\rangle = |\bar{q} q\rangle \text{ to } \eta_C = +1$$

$$|\bar{q} q\rangle = -|\bar{q} q\rangle \text{ to } \eta_C = -1$$

$$\hat{C} (\pi^0) = +(\pi^0)$$

$$\hat{C} (\gamma) = -(\gamma)$$

$$\hat{C} (e^-) = (e^+)$$

## Spektroskopia mezonów

| mezon                                    | S | L | J       | P  | J <sup>PC</sup>                                       | np                      |
|--|---|---|---------|----|---|-------------------------|
| pseudosklarny                            | 0 | 0 | 0       | -1 | 0 <sup>-+</sup>                                       | $\pi^0$                 |
| pseudowektorowy                          | 0 | 1 | 1       | +1 | 1 <sup>+-</sup>                                       | $h_1$                   |
|  | 0 | 2 | 2       | -1 | 2 <sup>-+</sup>                                       | $\eta_2$                |
| wektorowy                                | 1 | 0 | 1       | -1 | 1 <sup>--</sup>                                       | $\rho^0$                |
| skalarny<br>wektor aksjalny<br>tensorowy | 1 | 1 | 0, 1, 2 | +1 | 0 <sup>++</sup><br>1 <sup>++</sup><br>2 <sup>++</sup> | $a^0$<br>$a_1$<br>$f_2$ |

Notacja spektroskopowa:  $^{2S+1}L_J$

Stany  $L=0, 1, 2, 3$  oznaczamy jako S, P, D, F,

np. dla  $L=0$ ,  $^1S_0$  lub  $^3S_1$

$$\hat{P}(\vec{p}) = \hat{P}(m \, d\vec{r}/dt) = -\vec{p} \quad \text{wektor}$$

$$\hat{P}(\vec{M}) = \hat{P}(\vec{r} \times \vec{p}) = (-\vec{r}) \times (-\vec{p}) = \vec{M} \quad \text{pseudowektor}$$

## Operator permutacji

Rozważmy układ nierozróżnialnych cząstek.

Działanie operatora zamiany miejscami dwóch cząstek (**operator permutacji**):

Def:  $\hat{P} \psi(1,2) = \psi(2,1)$

Równanie własne:  $\hat{P} \psi(1,2) = \eta_P \psi(1,2)$

działamy drugi raz:  $\hat{P} \hat{P} \psi(1,2) = \hat{P} \eta_P \psi(2,1) = \eta_P \eta_P \psi(1,2)$

$$\psi(1,2) = \eta_P^2 \psi(1,2)$$

$$\eta_P = \pm 1$$

wartości własne:  $\eta_P = +1$  dla bozonów, czyli funkcja własna jest symetryczna;

$\eta_P = -1$  dla fermionów, funkcja własna - antysymetryczna

Stany złożone z nierozróżnialnych cząstek opisywane są tylko takimi kombinacjami liniowymi funkcji falowych, które nie zmieniają właściwości symetrii względem permutacji (zamiany) par cząstek

## Symetria przestrzenna funkcji falowej

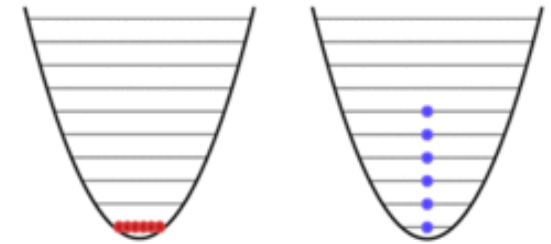
Układ dwóch fermionów opisany jest funkcją falową:  $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ ,

gdy są blisko siebie:  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = \vec{r}$

i podziałamy na fce falową operatorem permutacji:

$$\hat{P} \psi(\vec{r}, \vec{r}) = -\psi(\vec{r}, \vec{r}) = \psi(\vec{r}, \vec{r})$$

to warunek jest możliwy do spełnienia, gdy:  $\psi(\vec{r}, \vec{r}) = 0$



Dwa nierozróżnialne fermiony nie mogą przebywać w tym samym miejscu (zakaz Pauliego).

Jakie są własności symetrii f. falowej opisującej zbiór identycznych fermionów względem zamiany współrzędnych dowolnej pary?

Taka zamiana nie zmienia stanu kwantowego, czyli wartości  $|\Psi|^2$ .

Zatem funkcja falowa fermionów (**część przestrzenna**) powinna być antysymetryczna,  $\Psi \rightarrow -\Psi$ , a bozonów - symetryczna  $\Psi \rightarrow \Psi$ .

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2; S_1, S_2) = \phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \alpha(S_1, S_2)$$

Fcja falowa dwóch fermionów musi być antysymetryczna względem zamiany ich miejscami, spinowe stany **singletowe** mają **symetryczną** część przestrzenną, **trypletowe**- antysymetryczną (zad.)



## Funkcja falowa hadronów

Funkcja falowa opisuje całkowicie stan układu:  $\Psi(\vec{x}, t) \equiv |\Psi\rangle$

Pełna funkcja falowa hadronów :

$$\Psi(\text{pełna}) = \phi(\text{przestrzenna}) \alpha(\text{spinowa}) \chi(\text{zapachowa}) \eta(\text{kolorowa})$$

„zamiana miejscami”

ustawienie spinu kwarków

kwarki: u, d, s

kwarki mogą być w trzech kolorach

Co to właściwie znaczy, że hadrony zbudowane są z kwarków?

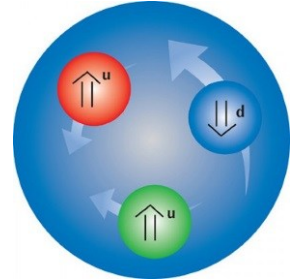
Funkcje falową hadronów buduje się z funkcji falowej kwarków.

Oznaczmy:  $|u\rangle \equiv \Psi_u$   $|p\rangle \equiv \Psi_p$ , to:  $|p\rangle \equiv |uud\rangle$

Ale czasem trudniej:  $|\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$  - złożone kombinacje funkcji falowych kwarków

Np., gdy mezony mają być neutralne kolorowo to:  $\eta(\text{kolor}) = \frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})$

Inne reguły i symetrie stawiają dodatkowe ograniczenia na postać funkcji falowej.



## Funkcja falowa hadronów – część flavorowa

Zaczniemy od budowy funkcji falowej dla trzech najbliższych kwarków (u, d, s)

$$m(u) \sim 0.3 \text{ GeV}$$

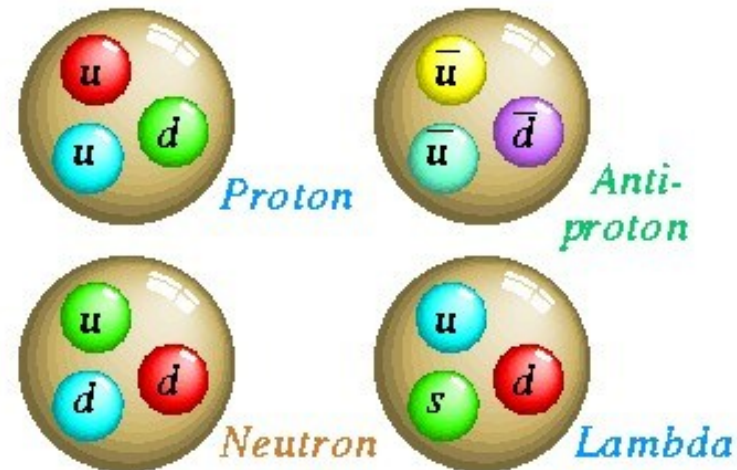
$$m(d) \sim 0.3 \text{ GeV}$$

$$m(s) \sim 0.5 \text{ GeV}$$

$$\chi(\text{zapachowa}) \propto |uds\rangle$$

Kwarki są uwięzione w mezonach  $q\bar{q}$  (9 cząstek)

lub w barionach  $qqq$  - 27 stanów?



## Stany spinowe układu trzech kwarków

BARIONY: trzy kwarki

$$\uparrow\uparrow\uparrow \quad S = \frac{3}{2} \quad \text{ i } S_Z = \left\{ +\frac{3}{2}; +\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{3}{2} \right\}$$

$$\uparrow\uparrow\downarrow \quad S = \frac{1}{2} \quad \text{ i } S_Z = \left\{ +\frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\}$$

$$\uparrow\downarrow\downarrow \quad S = -\frac{1}{2} \quad \text{ i } S_Z = \left\{ +\frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\}$$

$$2 \otimes 2 \otimes 2 = 4 \oplus 2 \oplus 2$$

Jak konstruować funkcję o wymaganej symetrii?

Skoro mamy  $\psi(1,2)$ , która spełnia RS, to funkcja  $\psi(2,1)$  również musi je spełniać.

A zatem:

$$\psi_{sym} = A\{\psi(1,2) + \psi(2,1)\}$$

$$\psi_{antysym} = A\{\psi(1,2) - \psi(2,1)\}$$

*sprawdzamy!*

## Funkcja falowa hadronów

Konstrukcja funkcji falowej uwzględniać własności symetrii:

- dla mezonów – symetryczna wzgl. zamiany kwarków,
- dla barionów – antysymetryczna.

$$\Psi(\vec{q}) = \phi(\vec{r}) \alpha(s) \chi(\text{zapach}) \eta(\text{kolor})$$

Część opisująca zapach – jest symetryczna ( bo hadrony są neutralne kolorowo)

$$\eta(\text{kolor}) = \frac{1}{\sqrt{3}} (r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})$$

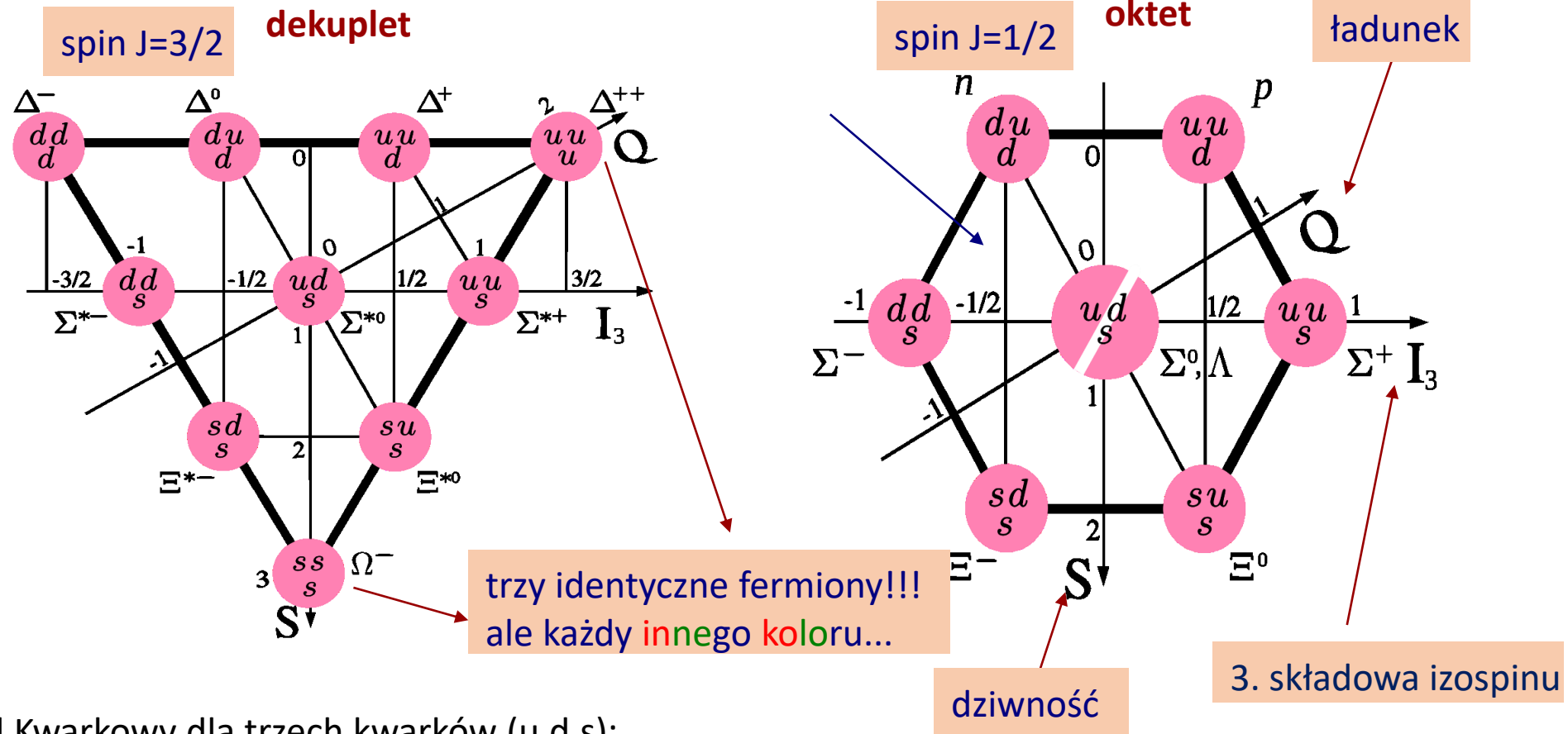
Pozostała część funkcji – iloczyn części spinowej i zapachowej musi mieć dobrze określoną symetrię.

Żmudna procedura prowadzi do np:

$$|p \uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} ( 2u \uparrow u \uparrow d \downarrow - u \uparrow u \downarrow d \uparrow - u \downarrow u \uparrow d \uparrow + \\ 2u \uparrow d \downarrow u \uparrow - u \uparrow d \uparrow u \downarrow - u \downarrow d \uparrow u \uparrow + \\ 2d \downarrow u \uparrow u \uparrow - d \uparrow u \downarrow u \uparrow - d \uparrow u \uparrow u \uparrow )$$

Warunki symetrii ograniczają liczbę najbliższych barionów do 18 stanów (oktet i dekuplet), chociaż teoretycznie mogłoby ich występować 27!

## Model kwarkowy



Model Kwarkowy dla trzech kwarków (u,d,s):

- opisywał obserwowane stany i przewidywał nowe,
- wyjaśniał ułożenie hadronów w multiplety,
- pozwalał na konstrukcję funkcji falowej,
- dlaczego nie obserwujemy pojedynczego kwarka?

## Model kwarkowy - bariony

Baryon angular momentum quantum numbers for  $L = 0, 1, 2, 3$

| Spin ( $S$ )  | Orbital angular momentum ( $L$ ) | Total angular momentum ( $J$ )                       | Parity ( $P$ )<br>(See below) | Condensed notation ( $J^P$ )                                 |
|---------------|----------------------------------|--|-------------------------------|--|
| $\frac{1}{2}$ | 0                                | $\frac{1}{2}$  | +                             | $\frac{1}{2}^+$  |
|               | 1                                | $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$                           | -                             | $\frac{3}{2}^-, \frac{1}{2}^-$                               |
|               | 2                                | $\frac{5}{2}, \frac{3}{2}$                           | +                             | $\frac{5}{2}^+, \frac{3}{2}^+$                               |
|               | 3                                | $\frac{7}{2}, \frac{5}{2}$                           | -                             | $\frac{7}{2}^-, \frac{5}{2}^-$                               |
| $\frac{3}{2}$ | 0                                | $\frac{3}{2}$  | +                             | $\frac{3}{2}^+$  |
|               | 1                                | $\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$              | -                             | $\frac{5}{2}^-, \frac{3}{2}^-, \frac{1}{2}^-$                |
|               | 2                                | $\frac{7}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$ | +                             | $\frac{7}{2}^+, \frac{5}{2}^+, \frac{3}{2}^+, \frac{1}{2}^+$ |
|               | 3                                | $\frac{9}{2}, \frac{7}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}$ | -                             | $\frac{9}{2}^-, \frac{7}{2}^-, \frac{5}{2}^-, \frac{3}{2}^-$ |

Poszukiwaniem i badaniem różnych stanów zajmuje się **SPEKTROSKOPIA**

<http://en.wikipedia.org/wiki/Baryon>

## Model kwarkowy – widmo mas

### Nierelatywistyczny model kwarkowy:

1. Energia kinetyczna kwarków o wiele mniejsza niż ich masy spoczynkowe.

Założenie to jest poprawne dla stanów kwarków powabnych i pięknych (c i b).

Dla stanów lekkich kwarków (u, d, s) czasem daje dobre wyniki.

2. Rozwiązanie równania Schrödingera z potencjałem oddziaływania kwark-kwark (QCD)

$$V(r) = \frac{a}{r} + br$$

$a/r$  – człon typu kulombowskiego, wynika z oddz. między dwoma kwarkami przez wymianę gluonu, dominuje dla **małych**  $r$ ,

$br$  – człon liniowy uwzględniający uwięzienie kwarków w hadronach; dominuje dla **dużych**  $r$ .

### FAKTY doświadczalne:

1.  $m(\rho^+) > m(\pi^+)$  (770 MeV vs 140 MeV), a ten sam skład {u -anty d}  
- mezony te różnią się orientacją spinów:  $\uparrow\uparrow$  S=1 i S=0  $\uparrow\downarrow$  (oddz. spin-spin)
2. oddz. spinu elektronu z polem magnetycznym protonu (rozszerzenie nadsubtelne  $\sim \alpha_{elm}$ ),
3. oddz. pomiędzy kwarkami a gluonami (kolorowe  $\sim \alpha_s$ )

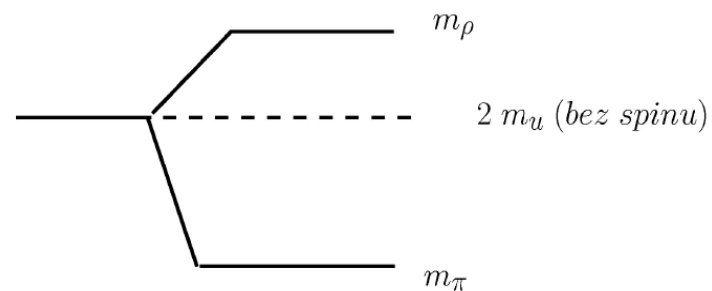
## Masy hadronów

Przyczynki do mas hadronów:

1. Masy **konstytuentne** kwarków (liczone jako ułamek masy hadronu – masa z oddziaływaniem),
2. Efekty związane z kulombowskim oddz. kwarków (rzędu 1-2 MeV),
3. Rozszczepienie nadsubtelne:
  - oddz. momentów magnetycznych ( $\Delta m = 1-2$  MeV),
  - kolorowe oddz. magnetyczne – przesunięcie poziomów energetycznych dla kwarków.

Formuła masowa (A- stała):

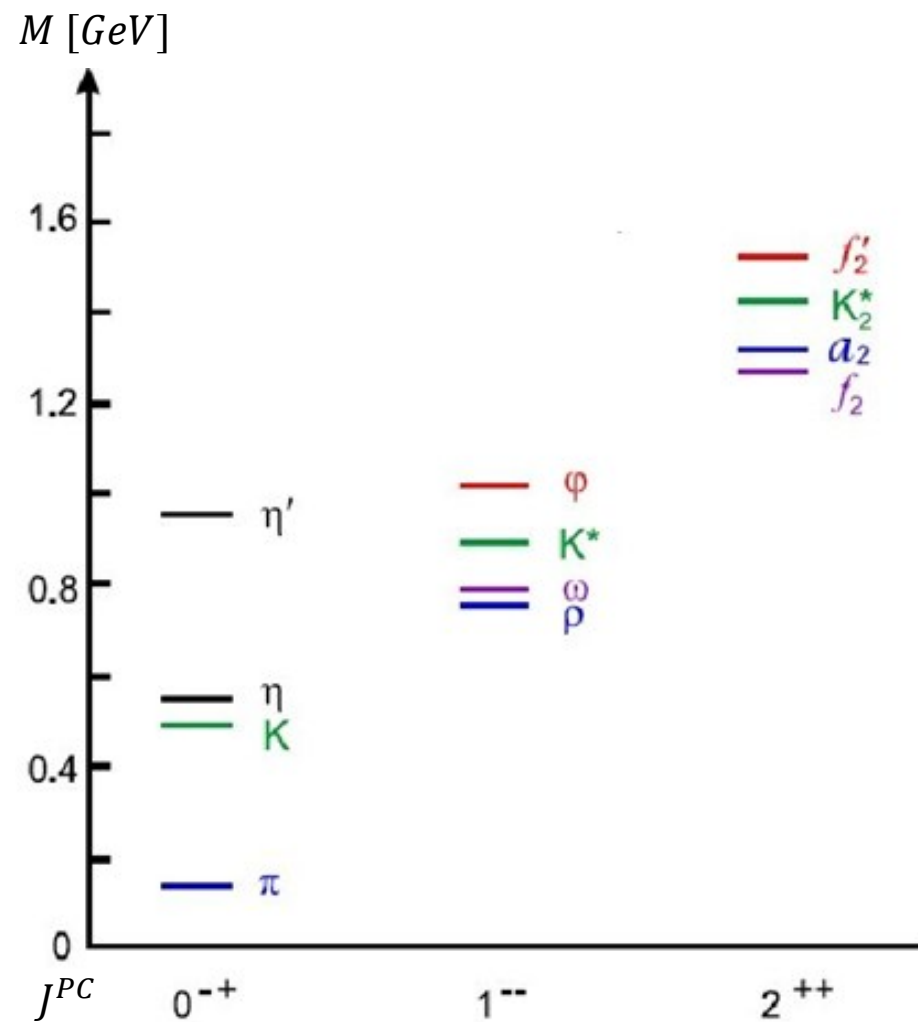
$$M_{q\bar{q}} = m_1 + m_2 + A \frac{\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2}{m_1 m_2}$$



A co z masą barionów?



## Cząstka jako poziom energetyczny w Modelu Kwarkowym



Atom wodoru o masie rzędu 1 GeV – różnica energii pomiędzy powłokami mała (eV) i widzimy stany o różnych energiach jako jeden stan

Dla stanów związanych kwarków, rozszczepienia tak duże, że widoczne są nowe cząstki.

## Masy hadronów

W eksperymentach z rozproszeniami wysokoenergetycznych cząstek udaje się oddzielić masę kwarka od chmury gluonów. Dostajemy w ten sposób tzw. masę prądową („gołą”):

| kwark | masa prądowa [MeV] | masa konstytuentna [MeV] |
|-------|--------------------|--------------------------|
| u     | 1.5-3.3            | 330                      |
| d     | 3,5-6              | 330                      |
| s     | 80-130             | 500                      |
| c     | 1150-1350          | 1600                     |
| b     | 4100-4400          | 4200                     |
| t     | 170 900            | 171 000                  |

**masa konstytuentna =  
masa prądowa  
+ pole gluonowe**

np proton:  $m=938$  MeV

„goła” masa 3 kwarków = 11 MeV

Gluony są bezmasowe, ale przenoszą energię.

Dla lekkich kwarków  $m$  prądowa <  $m$  konstytuentnej.

Dla ciężkich kwarków – wynik zależy od skali i przyjętych modeli.

## Masy hadronów

Masy hadronów policzone z formuły masowej i wyznaczone doświadczalnie są ze sobą zgodne:

|           | masa obliczona [MeV] | masa zmierzona [MeV] |                   |
|-----------|----------------------|----------------------|-------------------|
| $\pi$     | 140                  | 138                  | } mezony skalarne |
| $K$       | 484                  | 496                  |                   |
| $\rho$    | 780                  | 770                  | } wektorowe       |
| $\omega$  | 939                  | 939                  |                   |
| $\Lambda$ | 1116                 | 1114                 |                   |
| $\Sigma$  | 1193                 | 1179                 |                   |

## Model kwarkowy - podsumowanie

---

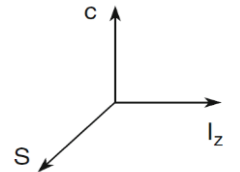
### Nierelatywistyczny model kwarkowy:

- Energia kinetyczna kwarków o wiele mniejsza niż ich masy spoczynkowe.
  - Założenie to jest poprawne dla stanów kwarków powabnych i pięknych (c i b).
  - Dla stanów lekkich kwarków (u, d, s) czasem daje dobre wyniki.
- Model kwarkowy może uporządkować mezony i bariony w multiplety.
- Model kwarkowy przewiduje masy i momenty magnetyczne hadronów (zgadza się z dośw.)
- Model kwarkowy musi zostać rozszerzony po odkryciu cięższych kwarków.

## Czwarty element

Istnienie hadronów z 4. kwarkiem zostało **przewidziane teoretycznie** (w przeciwieństwie do kwarka s).  
Oszacowano jego masę na ok. 2 GeV.

| I pokolenie | Q    | masa     | II pokolenie | Q    | masa    |
|-------------|------|----------|--------------|------|---------|
| u           | +2/3 | 0.35 GeV | c            | +2/3 | 1.5 GeV |
| d           | -1/3 | 0.35 GeV | s            | -1/3 | 0.5 GeV |

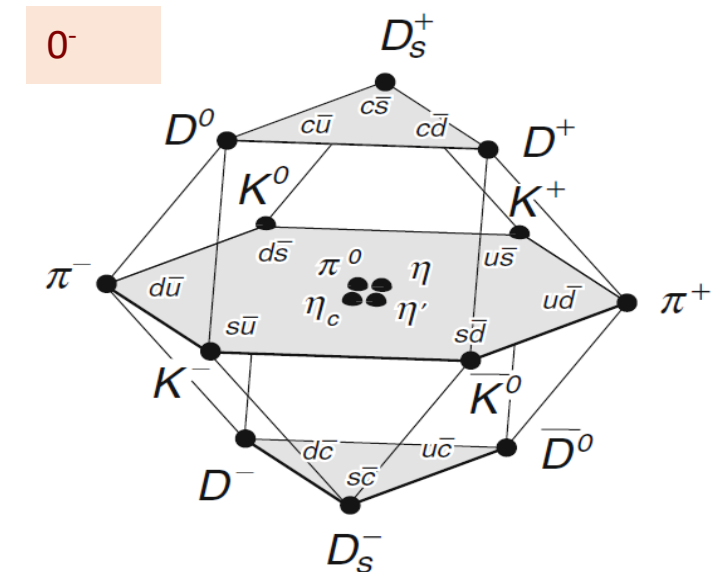


**Charm** – liczba kwantowa c jest zachowana w oddz. silnych i elm,  
nie zachowana w słabych (podobnie jak s).

Najlżejsze MEZONY POWABNE to skalary  $D^0(cu)$ ,  $D^+(cd)$ ,  $D_s^+(cs)$

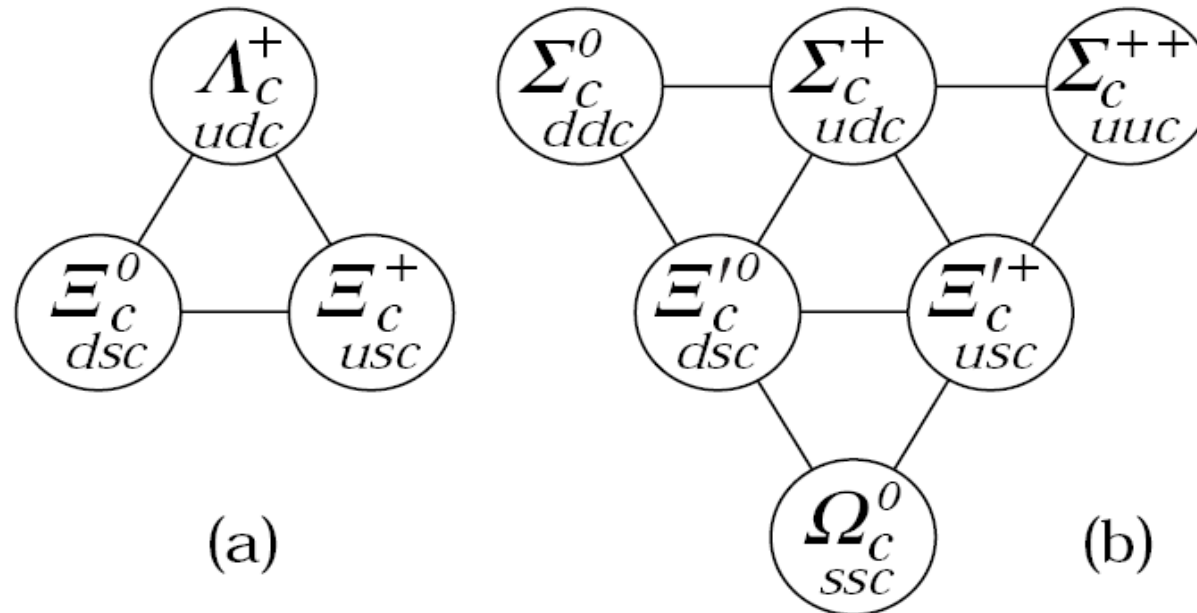
Mezony „czarmowe” wektorowe mają taki sam skład kwarkowy, ale spiny kwarków ustawione są równolegle:  $D^{*0}(cu)$ ,  $D^{*+}(cd)$ ,  $D_s^{*+}(cs)$

Rozpady czarmowych mezonów zachodzą poprzez **oddziaływania słabe**  
 $\tau \sim 10^{-12}s$ , przeważnie na mezony dziwne (z kwarkiem s).



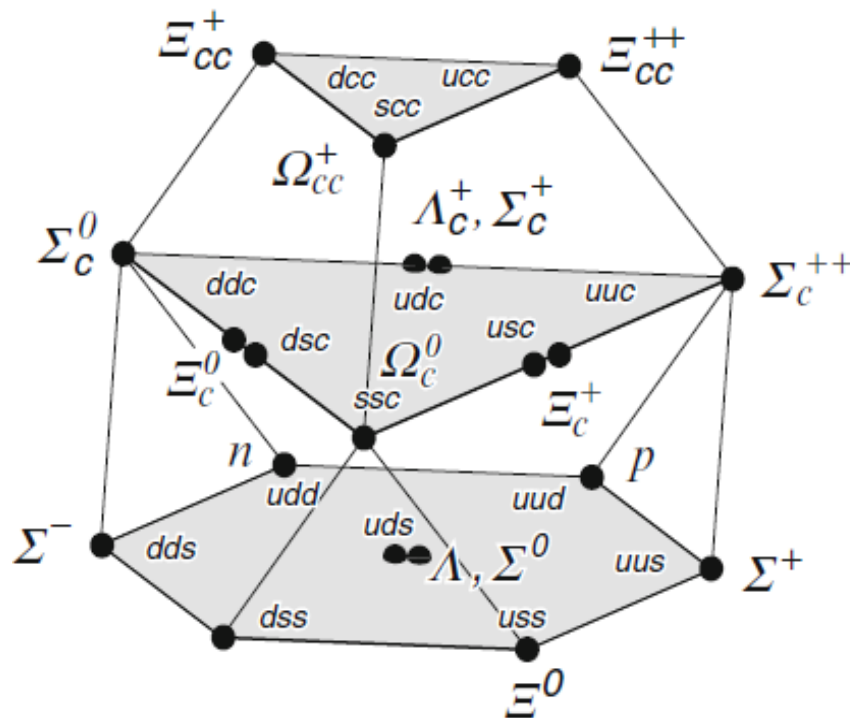
## Czwarty kwark – powabny (charm)

- W roku 1974, niezależnie w dwóch ośrodkach, potwierdzono istnienie czwartego, bardzo ciężkiego kwarka c (powabnego)...
- Model Kwarków został rozszerzony o następne multiplety, ale zachwiana (złamana) została prosta struktura różnic mas (degeneracja mas, oddziaływania spin-spin i spin-orbita).

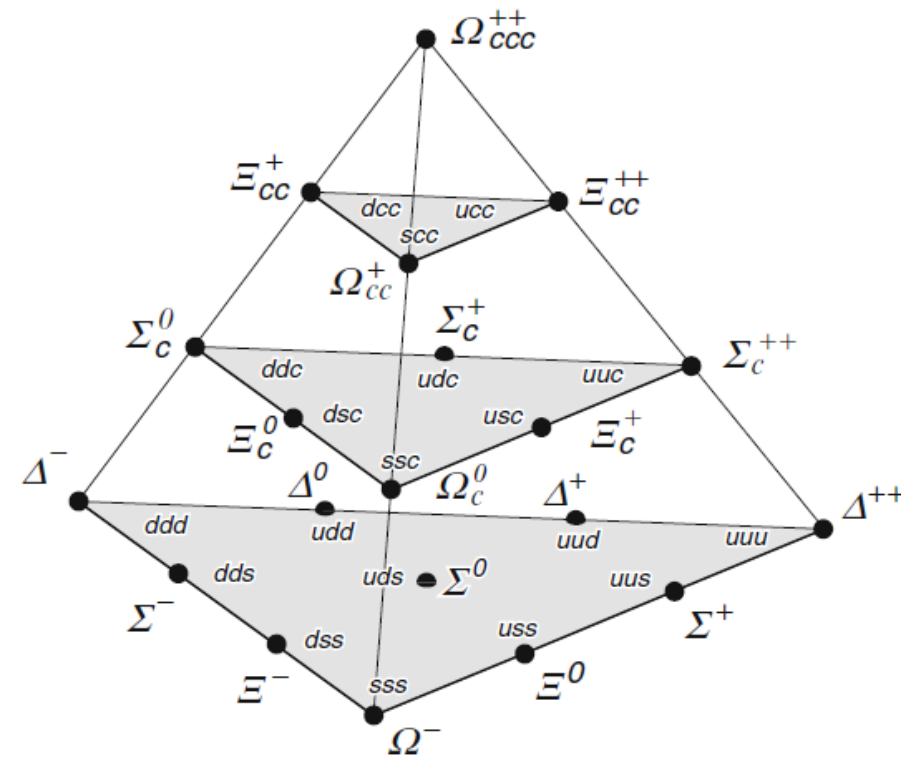


# Czwarty kwark – multiplety czarmowe

$$J^P = 1/2^+$$



$$J^P = 3/2^+$$

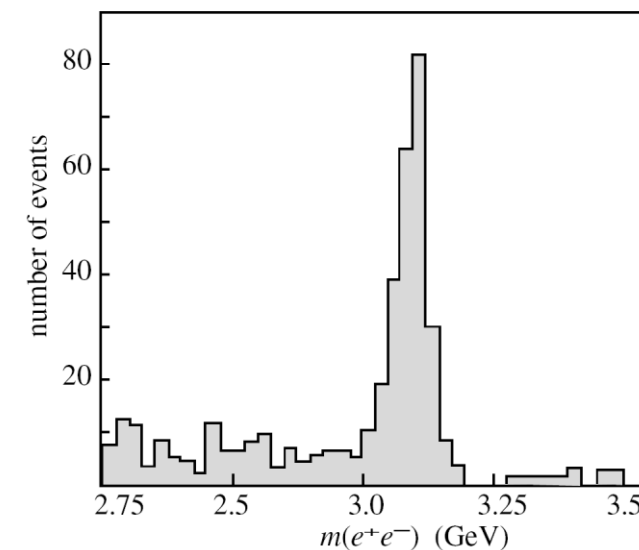


## Dwa odkrycia

- W 1974 roku w Brookhaven badano produkcję nowej cząstki  $J$  w zderzeniach protonów przy najwyższych (wtedy) energiach:  $\sqrt{s} = 3.1$  GeV w procesie:

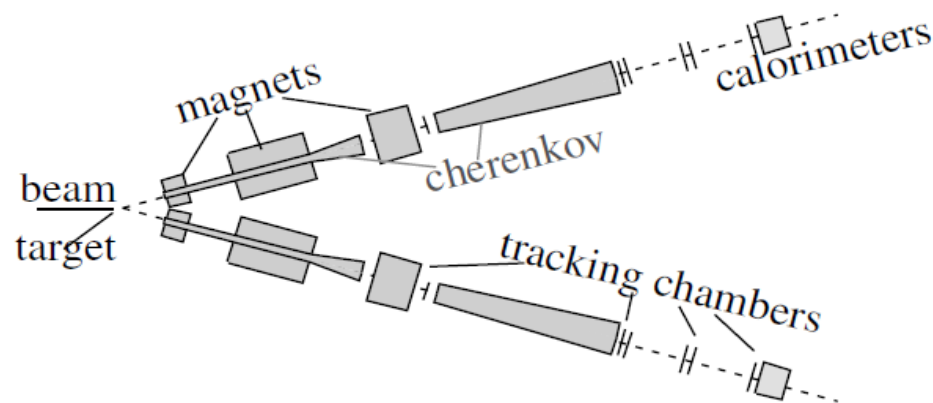
$$p + N \rightarrow J + X \rightarrow e^+ + e^- + X$$

- Stan  $X$  był dowolny, ale badana cząstka  $J$  miała znane liczby kwantowe i miała się rozpadać na elektron i pozyton.
- Spektrometr został dedykowany poszukiwaniom wektorowej cząstki o liczbach kwantowych fotonu  $J^{PC} = 1^{--}$  rozpadającej się na  $e^+e^-$ .



$$J(3097)$$

$$J^{PC} = 1^{--}$$

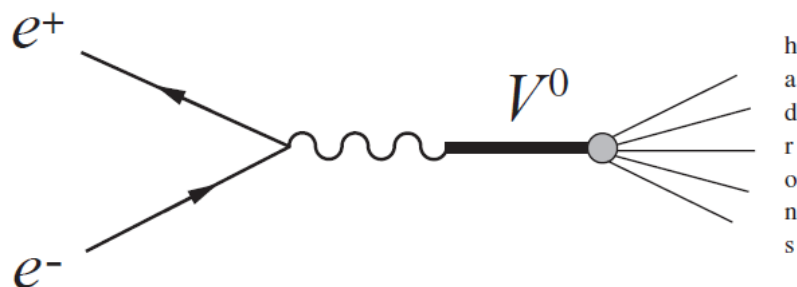


Przypadek taki pojawiał się raz na milion.  
Najważniejsze-separacja pionów – progowe  
liczniki Czerenkowa i kalorymetr



## Dwa odkrycia – jedna cząstka

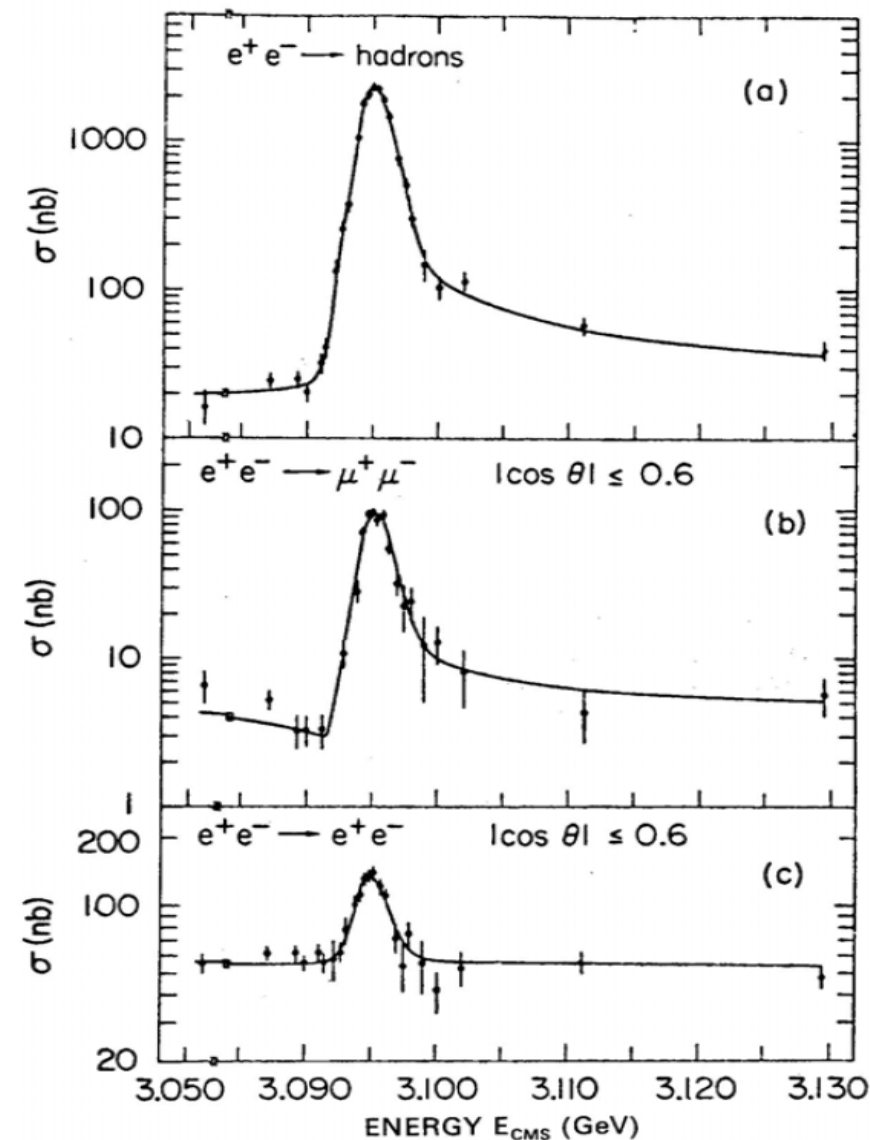
**Jednocześnie** SPEAR na SLACu – akceleratorze  $e^+ e^-$  pracującym przy  $\sqrt{s}=8$  GeV zdecydowano o obniżeniu energii do ok. 3 GeV. Zaobserwowano znaczny rezonans w stanach końcowych z hadronami, mionami i elektronami:



Skoro dwa eksperymenty odkryły ten sam stan, to dano mu nazwę:

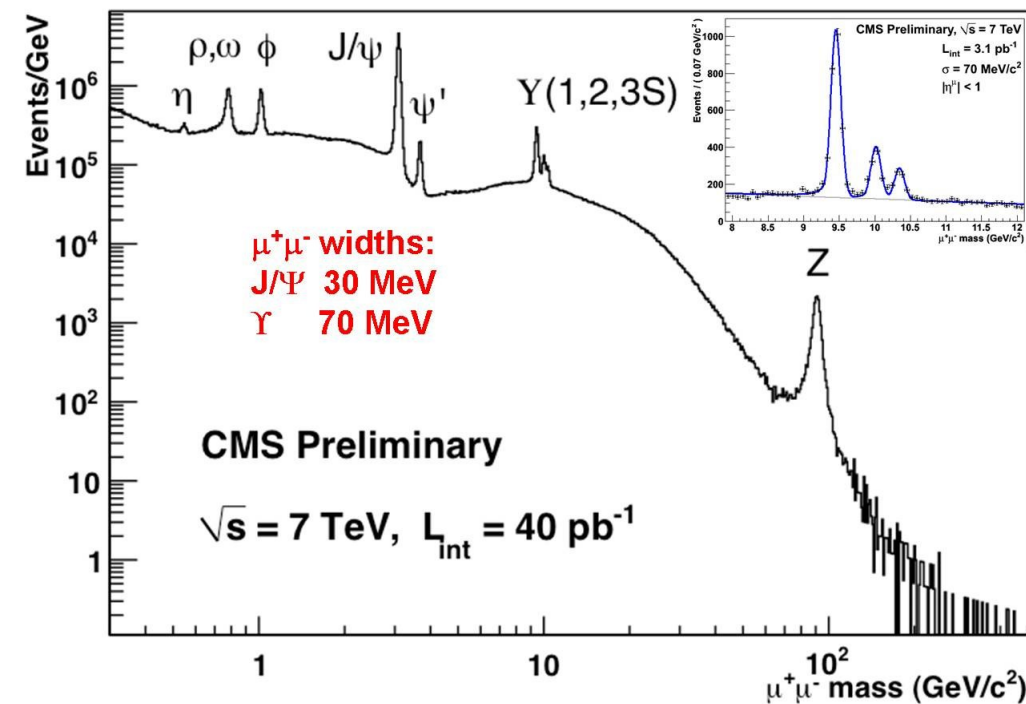
$J/\Psi$  (3097)  
 $J^{PC} = 1^{--}$

Dygresja o REZONANSACH



## Rezonanse

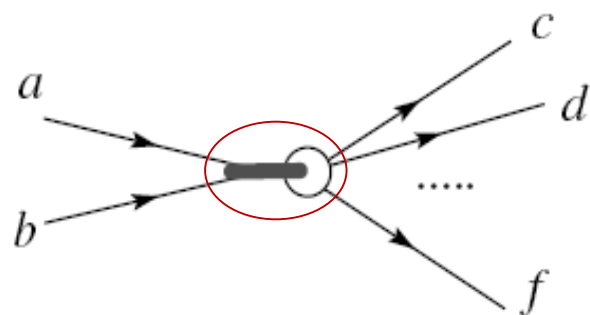
- Dotychczas omawiane cząstki miały na tyle długi czas życia, że mogły być obserwowane bezpośrednio.
- Jeśli masa hadronu jest wystarczająco duża, aby rozpadł się on poprzez oddziaływania silne – nawet w czasie  $10^{-24}$ s to rozpadają się w miejscu powstania (prawie).
- O takich stanach mówimy **REZONASE**.



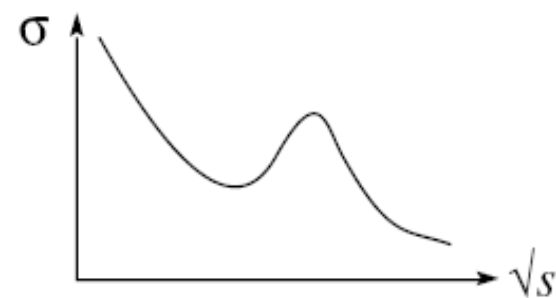
## Rezonanse

Ewidencja rezonansów możliwa jest poprzez:

- obserwację maksimum w procesie produkcji

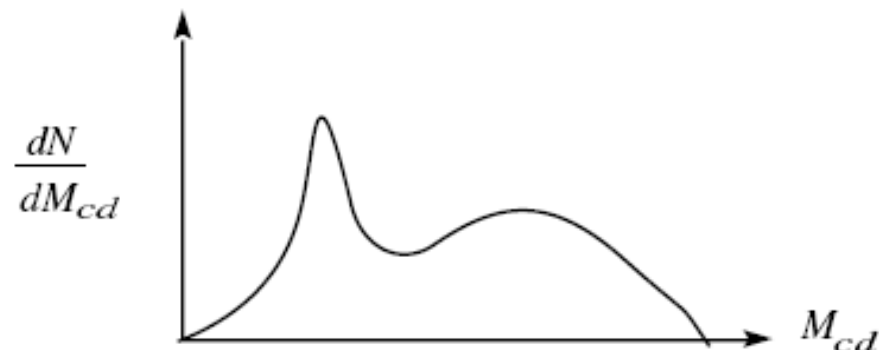
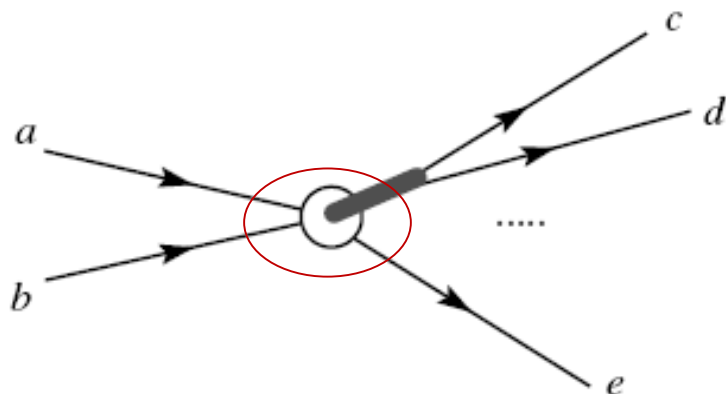


LUB



- obserwację maksimum na spektrum masy niezmienniczej stanów końcowych:

$$M_{cd} = \sqrt{(E_c + E_d)^2 - (\vec{p}_c + \vec{p}_d)^2}$$



## Krzywa rezonansowa

Funkcja falowa rozpadającego się stanu:

$$\Psi(t) = \Psi(0)e^{-iE_R t} e^{-t/2\tau} = \Psi(0) e^{-t(iE_R + \Gamma/2)} \quad \tau = 1/\Gamma$$

Po czasie „0” stan o energii  $E_R$  ewoluuje w czasie i może się rozpaść – prawd. znalezienia cząstki po czasie  $t$ :

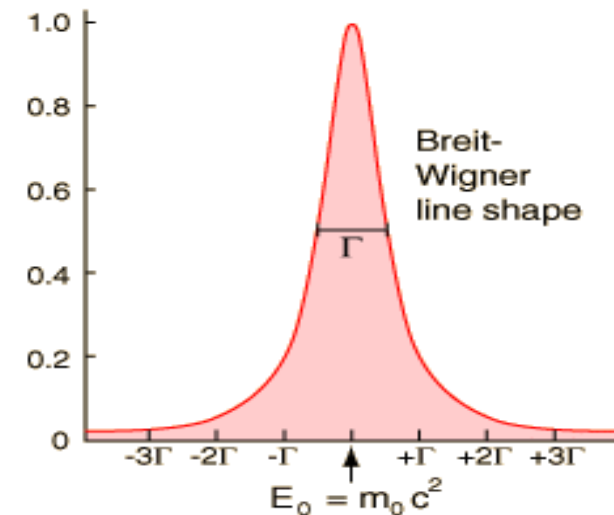
$$I(t) = \Psi^* \Psi = \Psi(0)^2 e^{-t/\tau}$$

Zależność energetyczna jest transformatą Fouriera wykładniczej zależności od czasu (zad\*):

$$\Psi(E) = \int \Psi(t) e^{iEt} dt = \Psi(0) \int e^{-t[\Gamma/2 + iE_R - iE]} dt$$

$$= \frac{K}{(E_R - E) - i\Gamma/2}$$

$$\sigma(E) = \Psi(E) \Psi^*(E) = \sigma_{max} \frac{\Gamma^2/4}{(E - E_R)^2 + \Gamma^2/4}$$



## Rezonanse

Wzór Breita-Wignera (nierelatywistyczny) , z uwzględnieniem spinu wszystkich cząstek:

$$\sigma(E) = \frac{(2J + 1)}{(2s_a + 1)(2s_b + 1)} \frac{4\pi}{E^2} \frac{\Gamma_i \Gamma_f}{(E - M_R)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

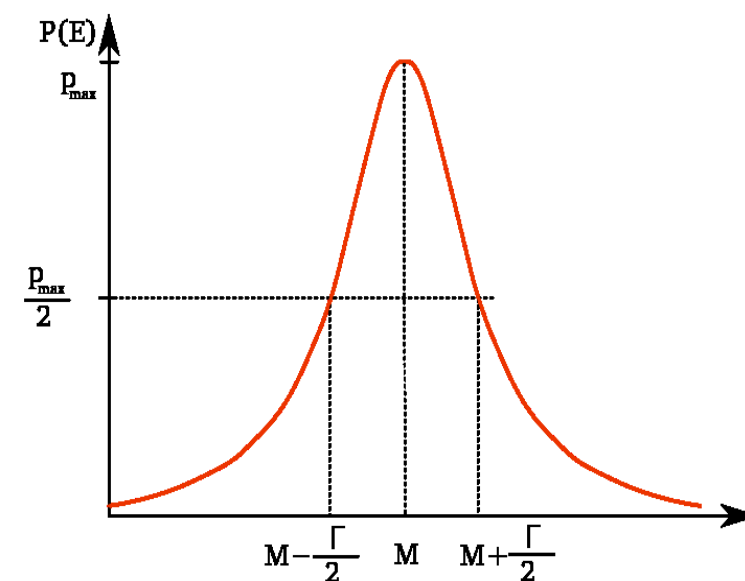
Wzór relatywistyczny (prawie identyczny kształt):

$$\sigma(E) = \sigma_{max} \frac{M^2 \Gamma^2}{(s - M^2)^2 + M^2 \Gamma^2}$$

Parametry rezonansów:

$M$  – masa,  $\Gamma$ - szerokość,  $J$  – całkowity spin,

$\Gamma_i, \Gamma_f$  – szerokości cząstkowe stanów początkowego i końcowych.



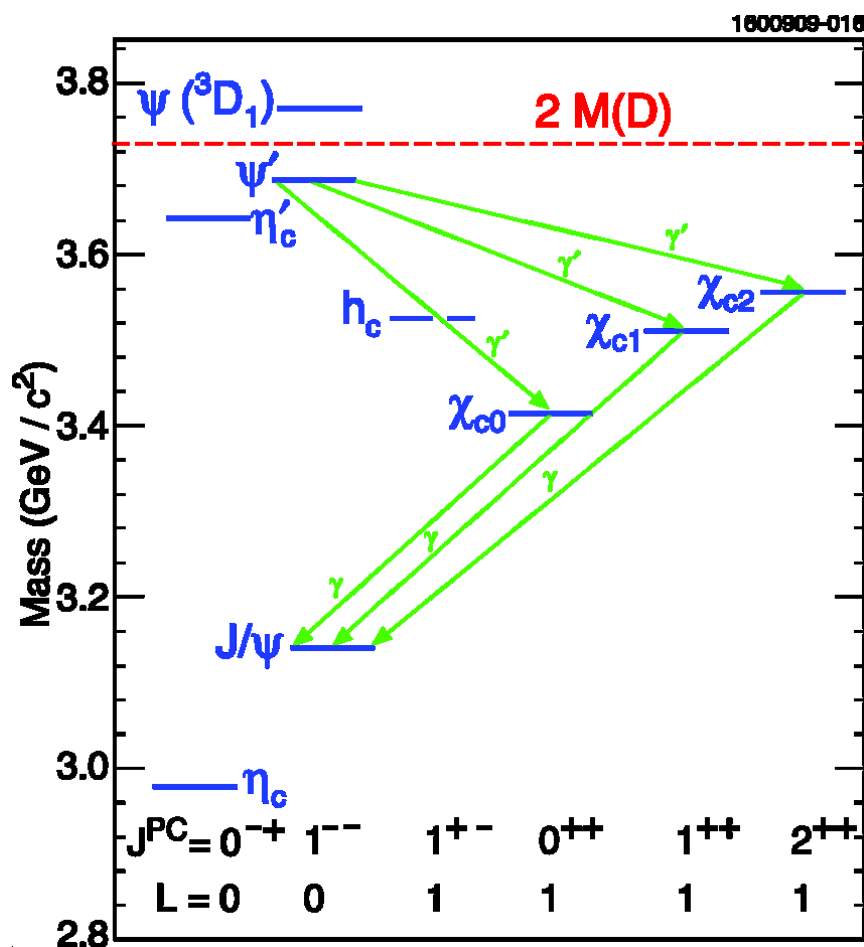
$$\sigma(E) = \frac{3\pi}{s} \frac{\Gamma_e \Gamma_f}{(E - M_R)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

wracając do powabu:

## Czarmonium

Odkryta cząstka była niezwykle wąska. Obecna wartość:  $\Gamma(J/\psi) \sim 87$  keV

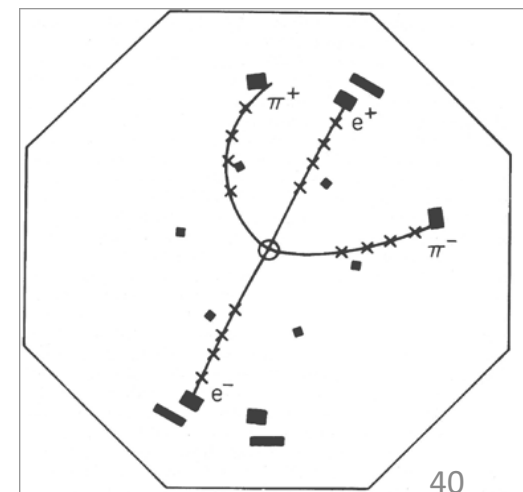
Po dokładniejszych skanach przy stopniowo zmienianej energii odkrywane były nowe stany, wszystkie o małej szerokości.



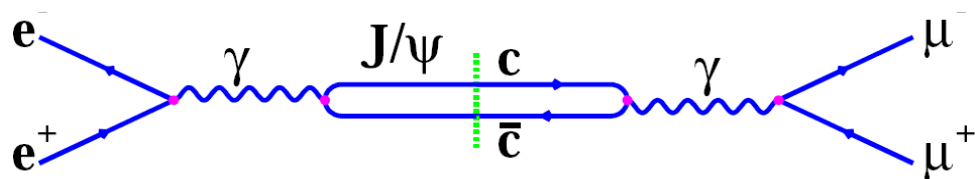
Z rozkładów doświadczalnych obserwowana szerokość ok. 3 MeV wynika z rozdzielczości detektorów, ale wyznaczenie przekroju czynnego umożliwia wyznaczenie szerokości (splot-konwolucja).

Rozpad  $J/\psi$  na dwa powabne mezony jest niemożliwy (zbyt mała masa) – rozpad na lekkie cząstki (np. leptony) zachodzi b. rzadko

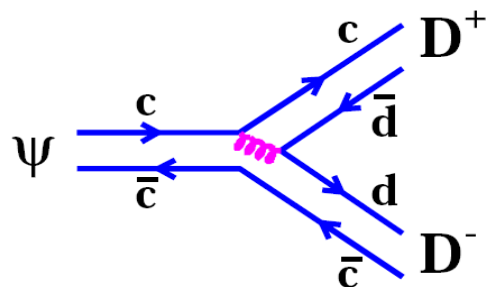
śląd cząstek w przypadku wyjaśnia nazwę  $\psi$



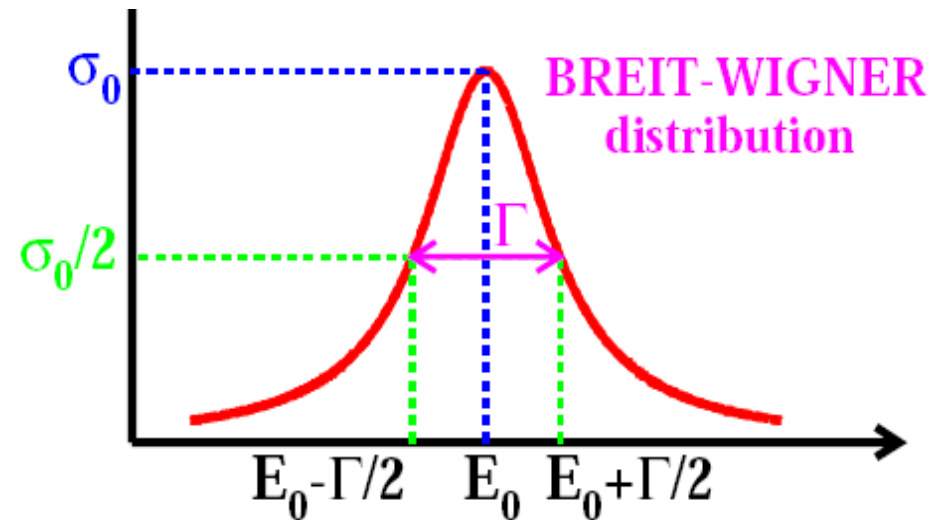
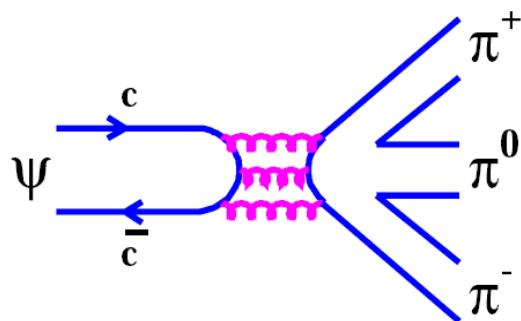
## Szerokość rezonansu



IF  $m(\psi) > 2m(D)$



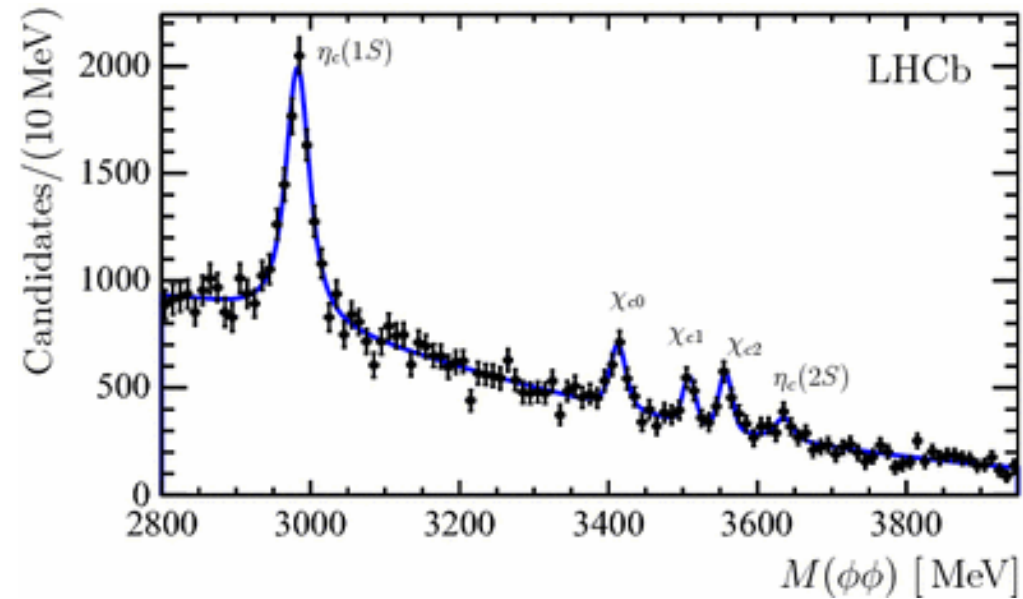
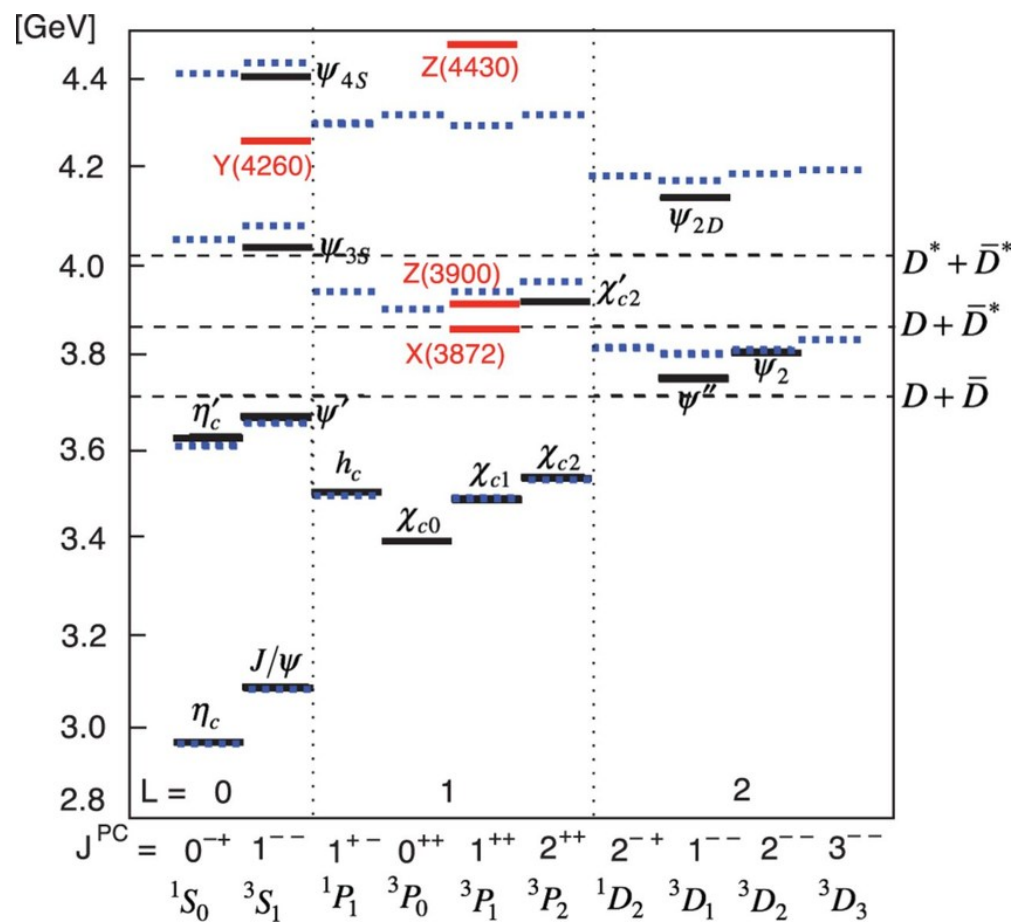
IF  $m(\psi) < 2m(D)$



Rozpad na mezony D dozwolony - normalna szerokość dla rozpadów silnych,  $\Gamma(\psi'')=24 \text{ MeV}$

Diagramy z niepołączonymi liniami są silnie tłumione - reguła Zweiga- (trzy gluony) - **rozpad tłumiony – mała szerokość**

# Spektrum czarmonium





# Trzecie pokolenie – kwark piękny (b)

Skoro mieliśmy trzy pokolenia leptonów, powinno być również 3. pokolenie kwarków.  
 W 1977 w Tevatronie odkryto stan związany kwarków b anty-b.

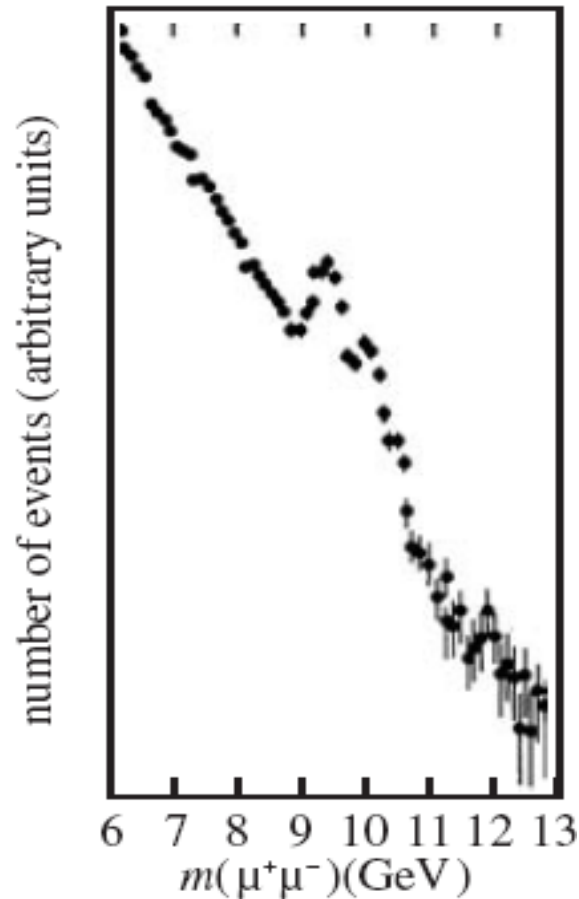
$$p + (Cu, Pt) \rightarrow \mu^+ \mu^- + X$$

Nazwano ten stan  $\Upsilon(9460)$

Oszacowano  $m(b) = 4.7 \text{ GeV}$

no i odkrywano nowe

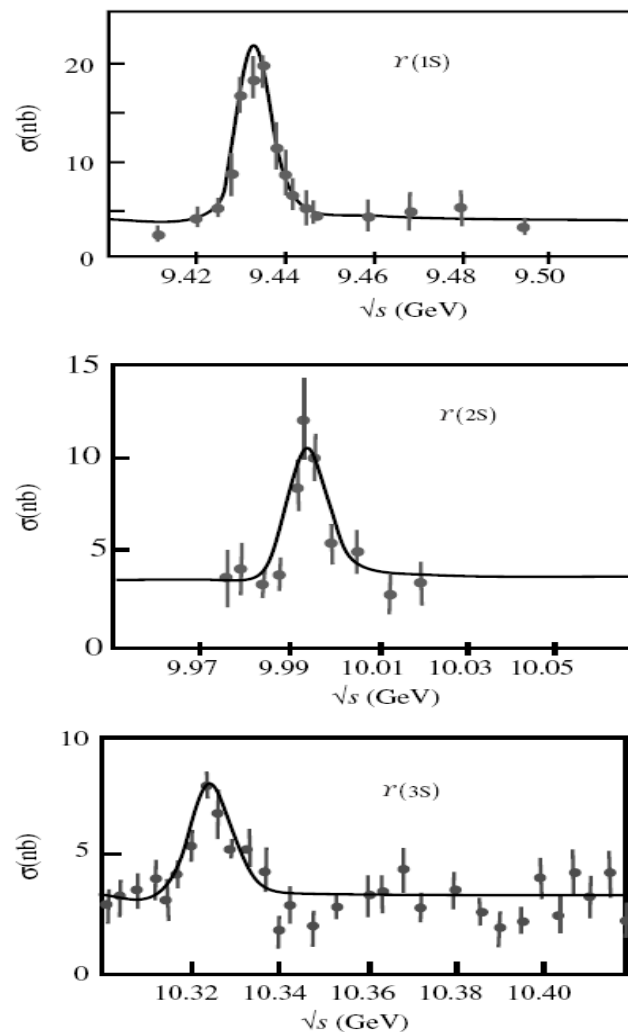
stany....



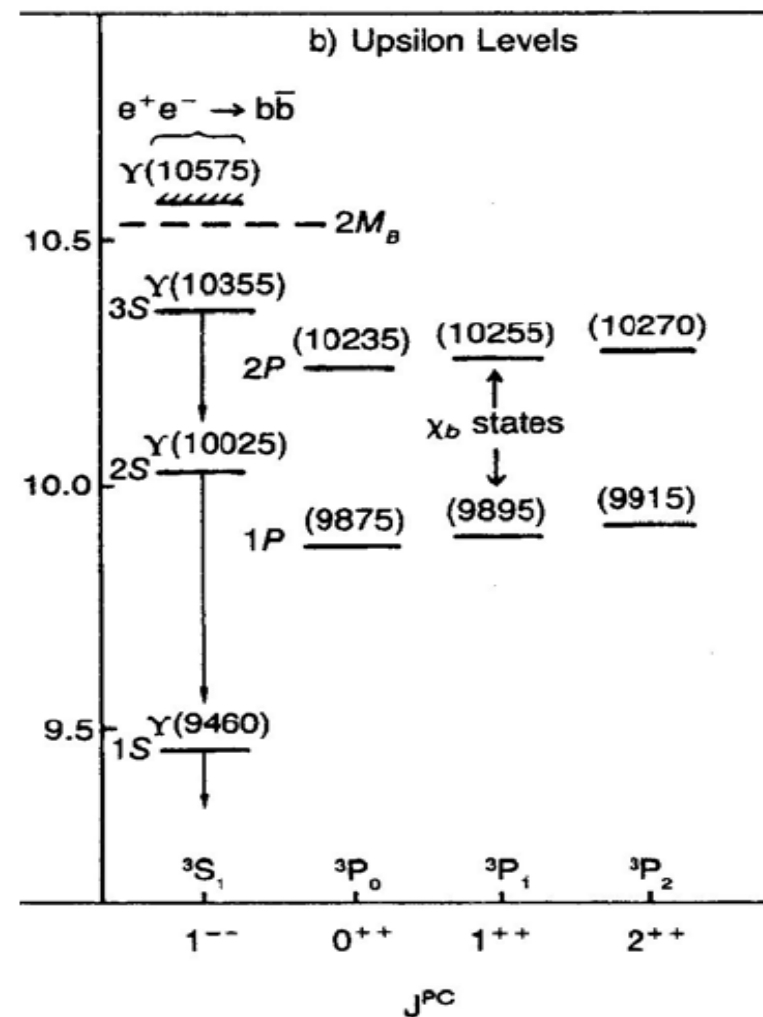
| State              | Quark      | $M$ (MeV) | $\Gamma/\tau$ | $J^{PC}$ | $I$ |
|--------------------|------------|-----------|---------------|----------|-----|
| $\Upsilon(1^1S_3)$ | $b\bar{b}$ | 9460      | 54 keV        | $1^{--}$ | 0   |
| $\Upsilon(2^1S_3)$ | $b\bar{b}$ | 10023     | 32 keV        | $1^{--}$ | 0   |
| $\Upsilon(3^1S_3)$ | $b\bar{b}$ | 10355     | 20 keV        | $1^{--}$ | 0   |
| $\Upsilon(4^1S_3)$ | $b\bar{b}$ | 10580     | 20 MeV        | $1^{--}$ | 0   |
| $B^+$              | $u\bar{b}$ | 5279      | 1.6 ps        | $0^-$    | 1/2 |
| $B^0$              | $d\bar{b}$ | 5279      | 1.5 ps        | $0^-$    | 1/2 |
| $B_s^0$            | $s\bar{b}$ | 5368      | 1.5 ps        | $0^-$    | 0   |
| $B_c^+$            | $c\bar{b}$ | 6286      | 0.5 ps        | $0^-$    | 0   |

# Bottonium

Późniejsze wyniki (CLEO 1980):



## Spektrum „bottonium”

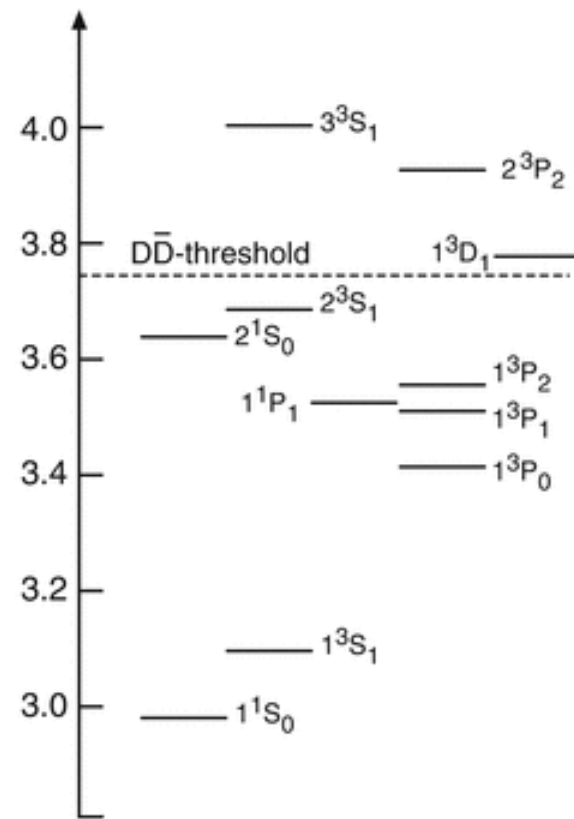


## Model potencjalny

Odkrycie dwóch stanów związanych ciężkich kwarków i ich całego spektrum porównuje się do układu pozytonium (elektron – pozyton), który oddziałuje ze sobą poprzez potencjał kulombowski

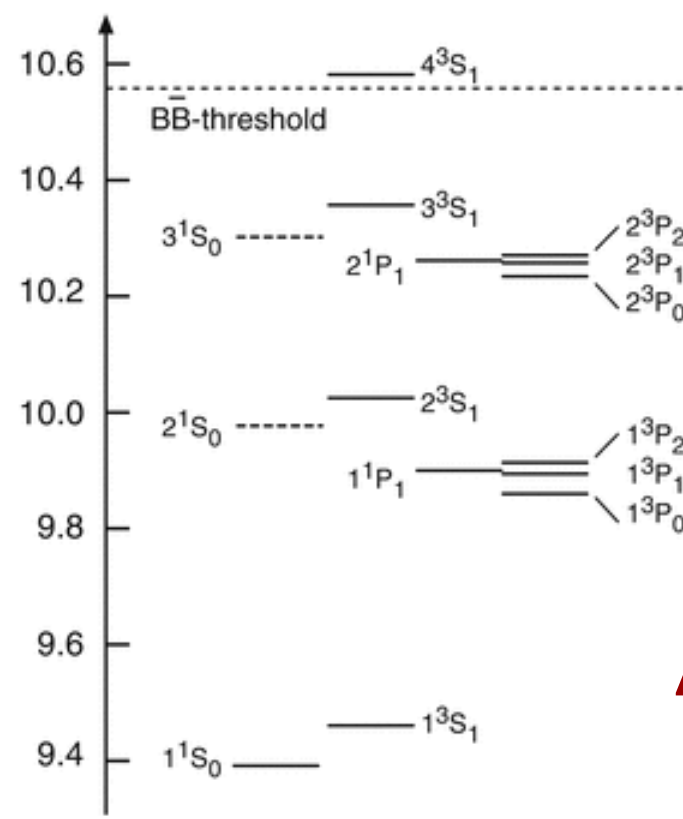
$$V_{em} = -\frac{\alpha_{em}}{r}.$$

Mass [GeV/  $c^2$ ]



Charmonium

Mass [GeV/  $c^2$ ]



Bottomonium

A zatem część potencjału przy małych odległościach (nierelatywistyczną, bo kwarki ciężkie) oddz. silnych można zapisać jako:

$$V_{QCD} = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r}$$

$$\Delta E_s \simeq 500 \text{ MeV}$$

## Ostatni element

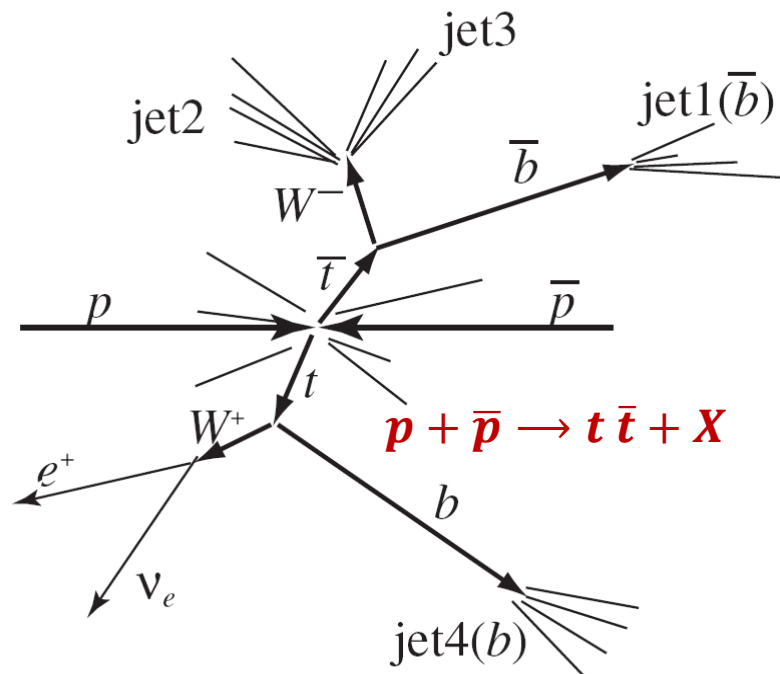
$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} +\frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{matrix}$$

Poszukiwanie „brata” kwarka b o ładunku  $Q=+2/3$  zajęło 20 lat.

Kwark t miał być bardzo ciężki i produkowany musiał być w parach.

1995 roku w Tevatronie ogłoszono 27 przypadków przy  $\sqrt{s} = 2$  TeV w procesie:  $p + \bar{p} \rightarrow t \bar{t} + X$

$$\begin{aligned} t &\rightarrow W^+ + b \rightarrow W^+ + \text{jet}(\bar{b}) & W &\rightarrow e \nu_e \\ \bar{t} &\rightarrow W^- + \bar{b} \rightarrow W^- + \text{jet}(b) & W &\rightarrow q \bar{q} \rightarrow \text{jet } 2 + \text{jet } 3 \end{aligned}$$

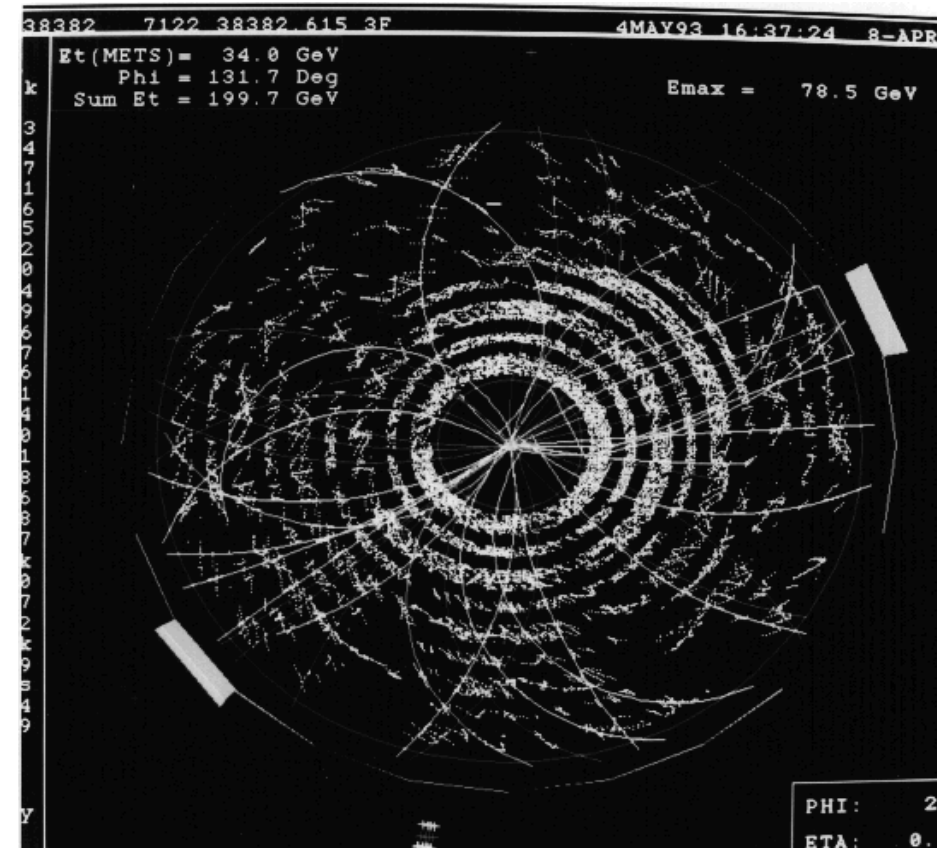
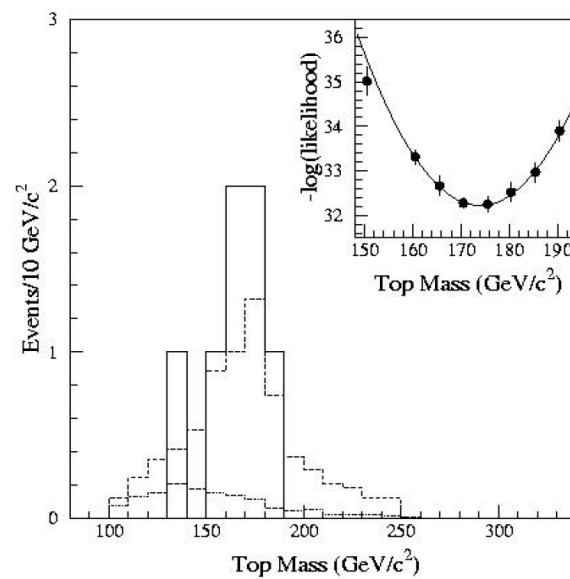
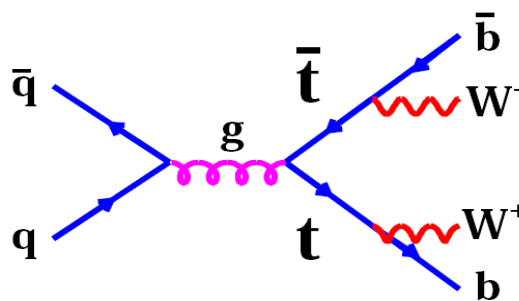
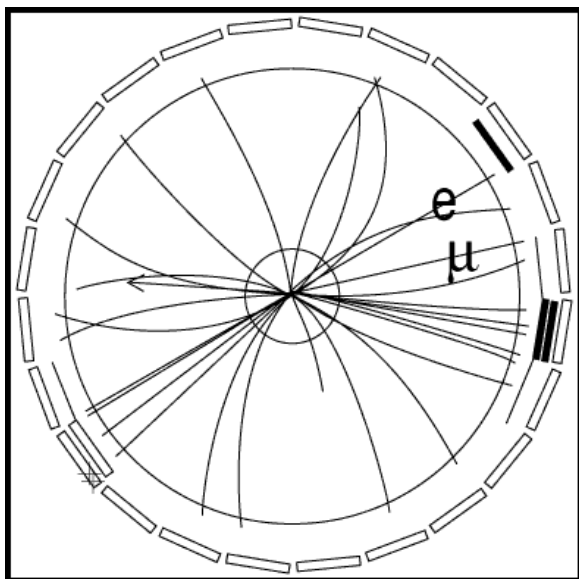


Szuka się:

- jeden elektron (mion),
- jedno neutrino,
- 4 pęki hadronów (2 z b),

tu widać „przemianę” kwarka t w kwark b – jest to możliwe TYLKO w oddziaływaniach słabych

# Topowy przypadek



## Kwark t

---

Masa t mogła być wyznaczona **bezpośrednio** poprzez masę produktów jego rozpadu:

$$M(t) = 174.2 \pm 3.3 \text{ GeV}$$

Kwark t jest tak ciężki, że zanim utworzy stan związany, ulega rozpadowi.

Jego czas życia jest krótszy niż typowy czas hadronizacji.

Brak „toponium” !

Brak top - hadronów.

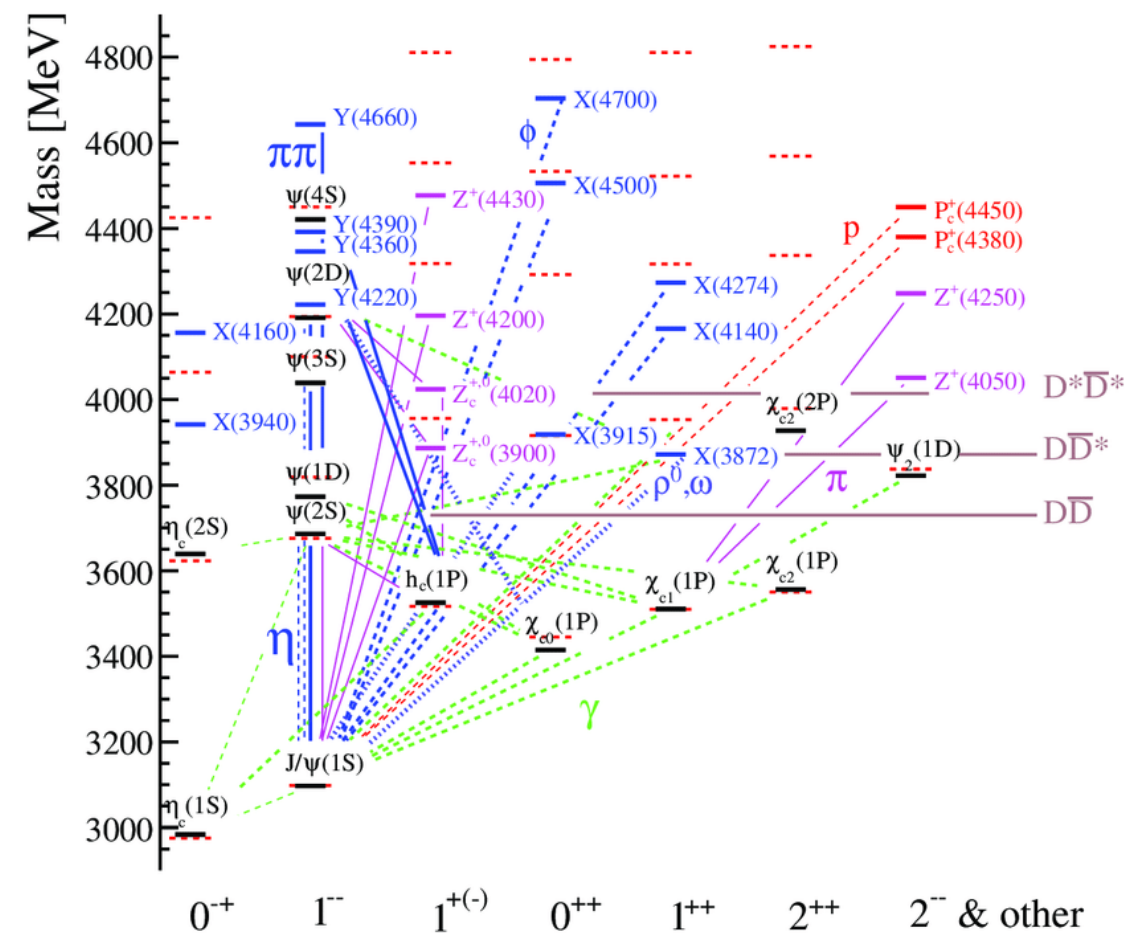
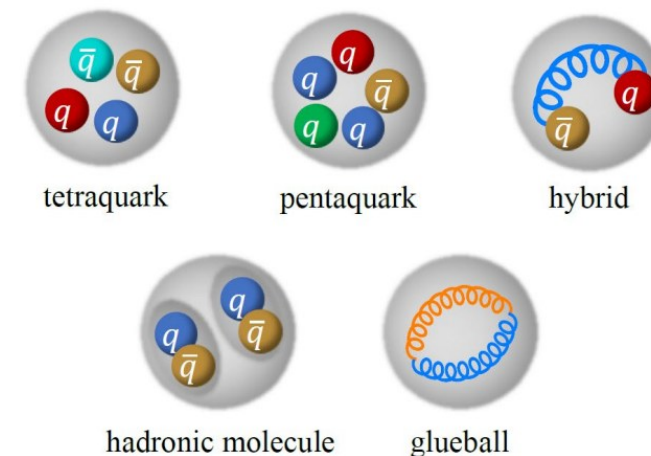
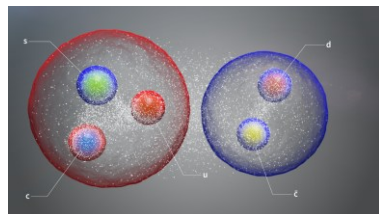
# Hadrony (nie)standardowe

- „Exotic”: mesons or baryons with „exotic” quantum number ( $J^{PC}$  cannot be formed from  $qqq$  or  $q\bar{q}$ ).

1974 discovery of charmonium  $J/\psi, \psi', \chi_{c0,1,2},$

1977 – bottonium  $\Upsilon$ ,  $\Upsilon'$ ,  $\Upsilon'''$ .

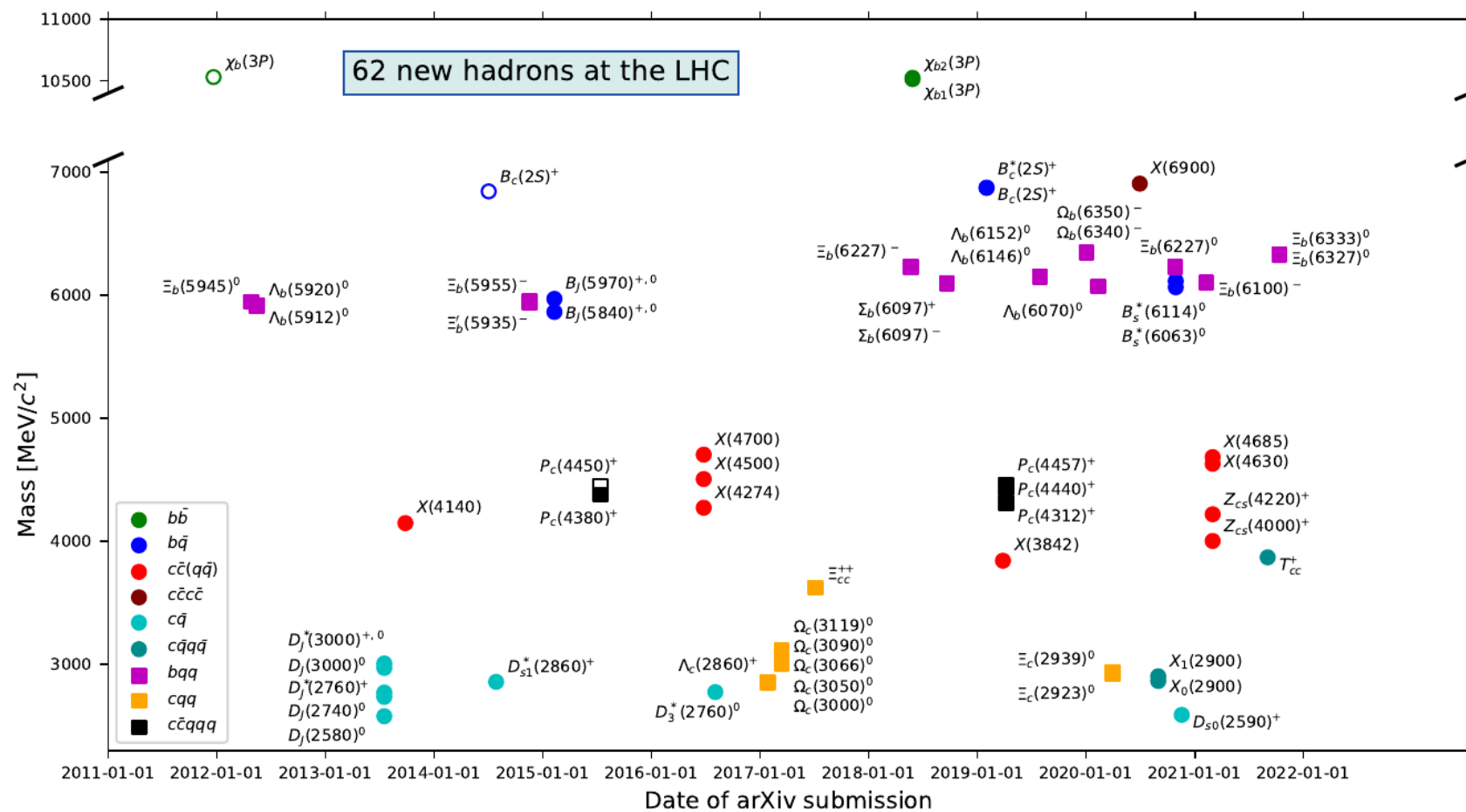
- Both systems have masses and widths in agreement with the potential model.
- If new state does not fit – it must contain a substructure more complex than  $Q\bar{Q}$





# Stany egzotyczne

Number of intriguing states:  $Z(4430)^\pm$ ,  $P_c(4380)$ ,  $P_c(4450)$  and  $> 20$  other.





# Stany egzotyczne - nazwy

PDG – no rule for exotic states.

Idea of the proposal:

- T for tetra, P for pentaquark
- Superscript: indication of izospin, parity and G-parity
- Subscript: heavy quark content.
- no change in name if not unambiguously declared exotic

| Minimal quark content | Current name      | $I^G, J^{PC}$                | Proposed name                   |
|-----------------------|-------------------|------------------------------|---------------------------------|
| $c\bar{c}$            | $\chi_{c1}(3872)$ | $I^G = 0^+, J^{PC} = 1^{++}$ | $\chi_{c1}(3872)$               |
| $c\bar{c}ud$          | $Z_c(3900)^+$     | $I^G = 1^+, J^P = 1^+$       | $T_{\psi 1}^b(3900)^+$          |
| $c\bar{c}u\bar{d}$    | $X(4100)^+$       | $I^G = 1^-$                  | $T_{\psi}(4100)^+$              |
| $c\bar{c}u\bar{d}$    | $Z_c(4430)^+$     | $I^G = 1^+, J^P = 1^+$       | $T_{\psi 1}^b(4430)^+$          |
| $c\bar{c}(s\bar{s})$  | $\chi_{c1}(4140)$ | $I^G = 0^+, J^{PC} = 1^{++}$ | $\chi_{c1}(4140)$               |
| $c\bar{c}u\bar{s}$    | $Z_{cs}(4000)^+$  | $I = \frac{1}{2}, J^P = 1^+$ | $T_{\psi s 1}^{\theta}(4000)^+$ |
| $c\bar{c}u\bar{s}$    | $Z_{cs}(4220)^+$  | $I = \frac{1}{2}, J^P = 1^?$ | $T_{\psi s 1}(4220)^+$          |
| $c\bar{c}c\bar{c}$    | $X(6900)$         | $I^G = 0^+, J^{PC} = ?^{?+}$ | $T_{\psi\psi}(6900)$            |
| $cs\bar{u}\bar{d}$    | $X_0(2900)$       | $J^P = 0^+$                  | $T_{cs 0}(2900)^0$              |
| $cs\bar{u}\bar{d}$    | $X_1(2900)$       | $J^P = 1^-$                  | $T_{cs 1}(2900)^0$              |
| $cc\bar{u}\bar{d}$    | $T_{cc}(3875)^+$  |                              | $T_{cc}(3875)^+$                |
| $bb\bar{u}\bar{d}$    | $Z_b(10610)^+$    | $I^G = 1^+, J^P = 1^+$       | $T_{\chi 1}^b(10610)^+$         |
| $c\bar{c}uud$         | $P_c(4312)^+$     | $I = \frac{1}{2}$            | $P_{\psi}^N(4312)^+$            |
| $c\bar{c}uds$         | $P_{cs}(4459)^0$  | $I = 0$                      | $P_{\psi s}^{\Lambda}(4459)^0$  |

$P_{cs}$  is a possible  $J/\psi$  resonance

$c$  indicates  $c\bar{c}$  content,

$s$ -open strangeness,

$$N: I = \frac{1}{2}, \Lambda: I = \frac{3}{2}$$

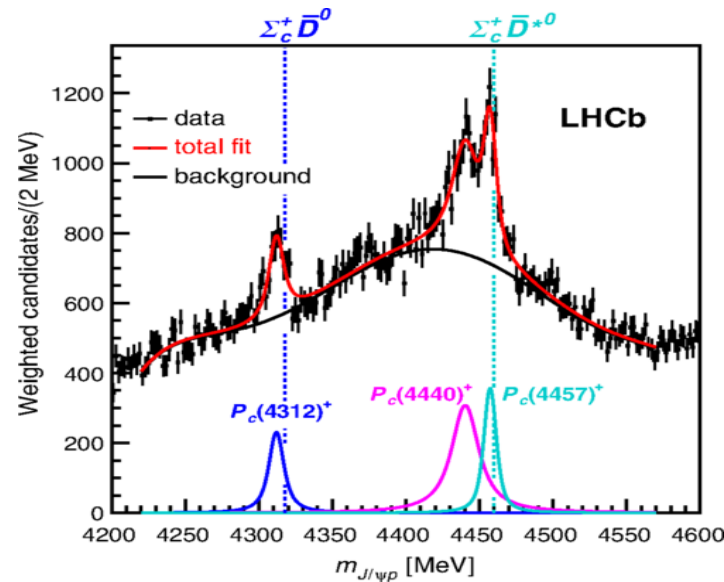
# Stany egzotyczne - historia

2003 Belle sees  $X(3872)$  in  $B^+ \rightarrow J/\psi K^+ \pi^+ \pi^-$  (by accident).

2005 Belle searched for  $X(3872)$  in  $B^+ \rightarrow J/\psi K^+ \omega$  but found  $Y(3940)$ .

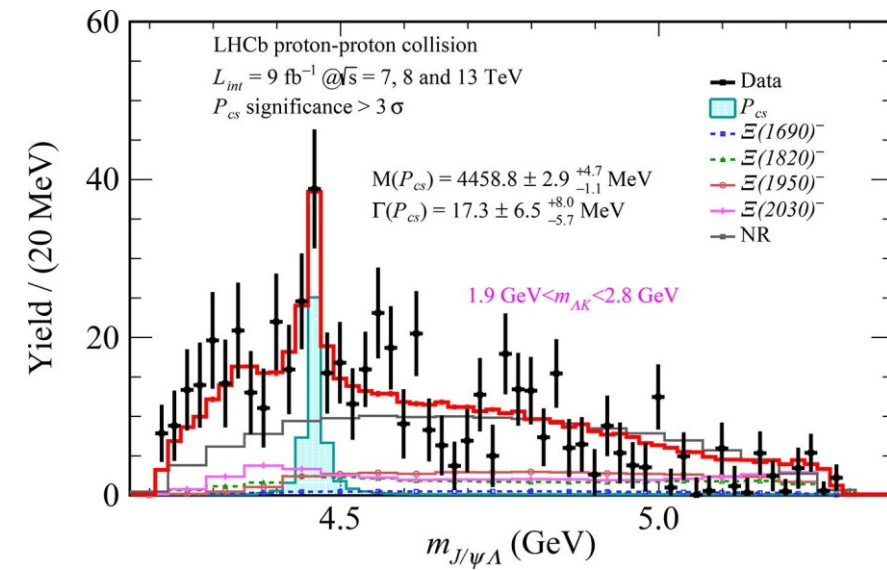
2005 BaBar searched for  $X(3872)$  in  $e^+ e^- \rightarrow X(3872)$  but found  $Y(4260)$ .

2015-19 LHCb  $P_\psi^N(4312)^+ c\bar{c}uud$  in  $\Lambda_b \rightarrow J/\psi p K$  (+ 2 peaks)



[PRL 122, 222001 \(2019\)](#)

2021  $3.1\sigma$  evidence for  $P_{\psi s}^\Lambda(4459) c\bar{c}uds$  in  $\Xi_b^- \rightarrow J/\psi \Lambda K$



[Sci.Bull. 66 \(2021\) 1278-1287](#)

# Stany egzotyczne

- First observation of  $B^+ \rightarrow D_s^+ D_s^- K^+$
- LHCb:  $9 \text{ fb}^{-1}$
- Reconstruction:
  - $D_s^+ \rightarrow K^+ K^- \pi^+$
- Selection similar to  $B \rightarrow \bar{D} D_s^+ \pi$ 
  - $N_{\text{sig}} = 360 \pm 22$
  - Purity: 84%
- Near-threshold  $D_s^+ D_s^-$  enhancement
  - $X(3960)$  - near-threshold peak
  - $X(4140)$  - dip at about 4.14 GeV via interference

