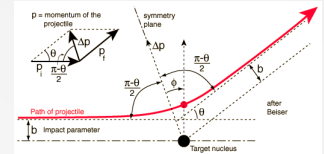


# Oddziaływanie Promieniowania Jonizującego z Materią

**Tomasz Szumlak, Agnieszka Obłąkowska-Mucha**

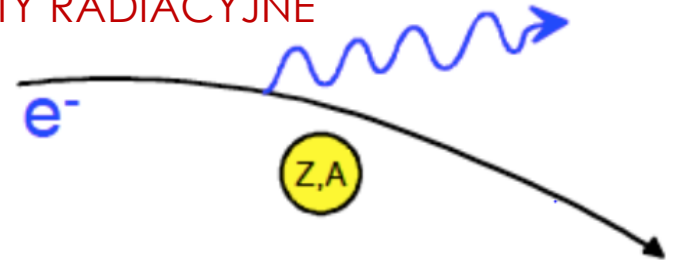
# Elektrony



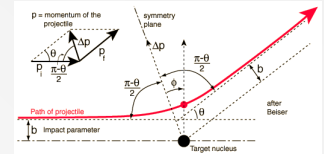
- ❑ Dla **niskich energii** (10-30 MeV) elektrony (i pozytony), podobnie jak ciężkie cząstki naładowane, tracą energię głównie na drodze jonizacji
- ❑ W przypadku elektronów mamy do czynienia ze zderzeniem takich samych nierozróżnialnych cząstek i zależność na stratę en. kin jest trochę inna.
- ❑ Straty energii dla elektronów słabo zależą od energii:  $-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle \sim \ln E$
- ❑ Powyżej, tak zwanej, energii krytycznej głównym mechanizmem strat energii jest **promieniowanie hamowania** (bremsstrahlung).
- ❑ Jest to proces emisji fotonów przez elektron przyspieszany w polu kulombowskim jądra

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{Brems} \propto \frac{E}{m^2}$$

STRATY RADIACYJNE



# Bremsstrahlung



- ❑ **Promieniowanie hamowania** jest emitowane przez szybkie naładowane cząstki.
- ❑ Jego mechanizm fizyczny związany jest z oddziaływaniem z jądrami atomowymi materiału czynnego
- ❑ Dla cząstek relatywistycznych, strata energii na drodze emisji promieniowania hamowania da się opisać równaniem:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{Brem} \approx 4\alpha N_A \frac{Z^2}{A} z^2 \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{mc^2}\right)^2 E \cdot \ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right)$$

Gdzie:  $Z$ ,  $A$  to liczby atomowa oraz masowa medium;  $z$ ,  $m$ ,  $E$  to ładunek, masa oraz energia cząstki penetrującej

- ❑ Straty energii na emisję PH, charakteryzują się zupełnie innymi własnościami niż straty jonizacyjne
  - ❑ **Liniowa** zależność od **energii** cząstek
  - ❑ **Odwrotnie proporcjonalne** do kwadratu **masy** cząstek

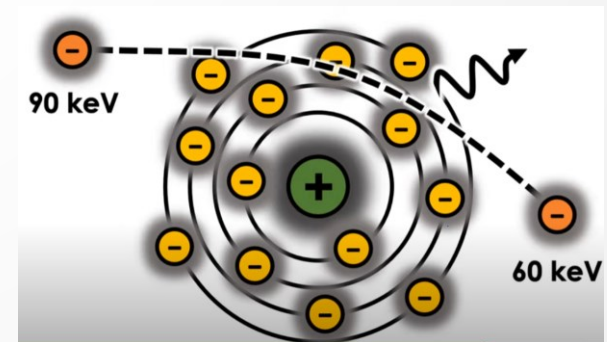
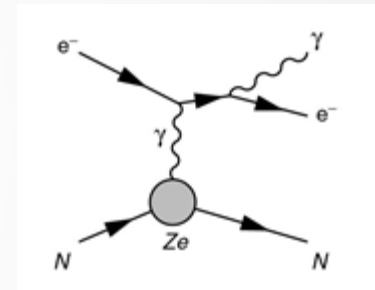
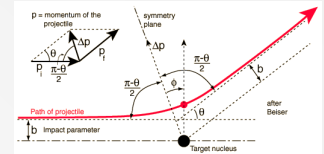
# Elektrony

- ❑ W zasadzie, elektrony „zawsze są relatywistyczne” i zakładamy, że dominującym sposobem oddziaływania z materią jest dla nich promieniowanie hamowania
- ❑ Inne cząstki naładowane również podlegają temu procesowi, ale jest on **silnie tłumiony przez masę cząstek** ( $m_e^2/m_\mu^2$ )

$$\left. \frac{dE}{dx}(E_c) \right|_{Brems} = \left. \frac{dE}{dx}(E_c) \right|_{Ion}$$

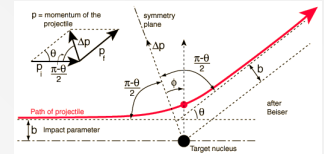
$E_c$  - energia krytyczna

- ❑ Straty radiacyjne są procesem konkurencyjnym dla jonizacji, energia dla której straty te są identyczne (definiowana zwykle dla elektronów) nazywa się **energiją krytyczną**  $E_c$



<https://www.youtube.com/watch?v=5RjBslO0pxg>

# Bremsstrahlung



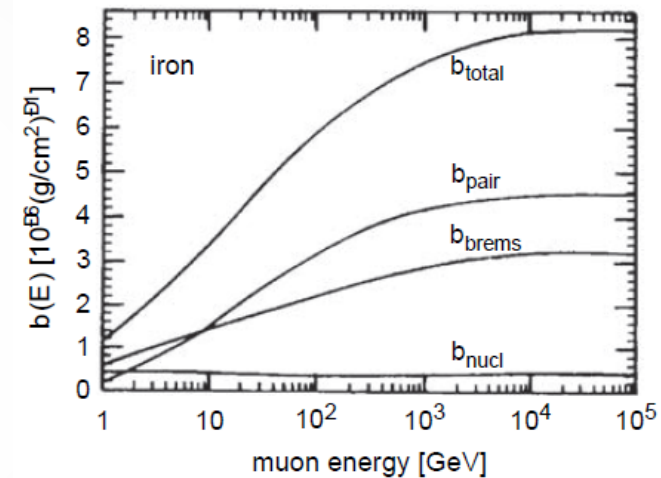
- ❑ Promieniowanie hamowania ma szczególne znaczenie dla elektronów (b. mała masa)

- ❑ Równanie ze s.3 można uprościć:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_B \approx 4\alpha N_A \frac{Z^2}{A} z^2 r_e^2 \mathbf{E} \cdot \ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right)$$

- ❑ Oraz dalej:

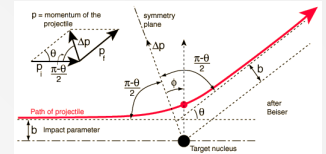
$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_B = \frac{\mathbf{E}}{X_0}$$



$X_0$ - droga radiacyjna [g/cm<sup>2</sup>], po przejściu  $X_0$  elektron ma  $1/e$  energii (63%)

- ❑ Równanie to formalnie definiuje **długość radiacyjną**  $X_0$
- ❑ Całkowanie daje nam **atenuację energii** naładowanych cząstek na drodze strat radiacyjnych

# Bremsstrahlung

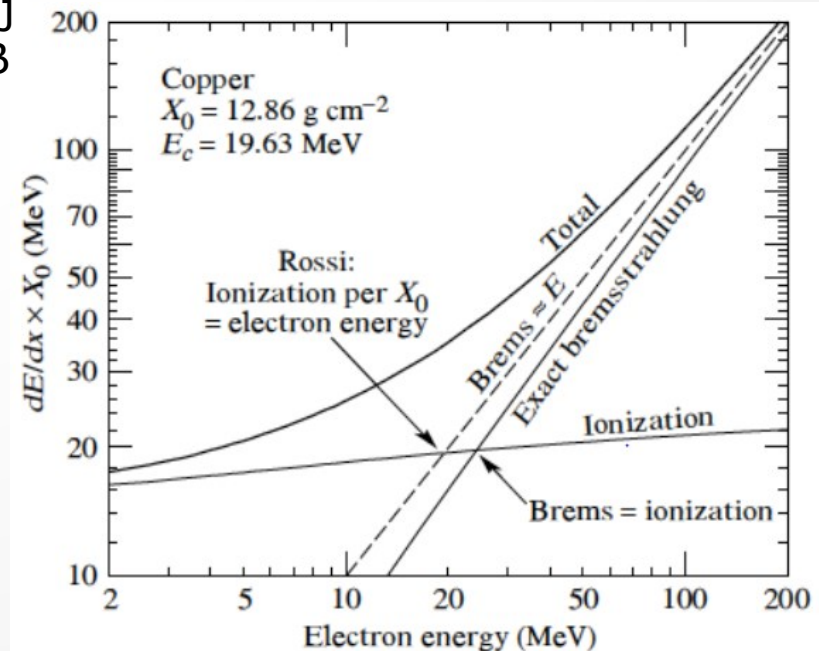


$$\left( -\frac{dE}{dx}(E_c) \right)_I = \left( -\frac{dE}{dx}(E_c) \right)_B$$

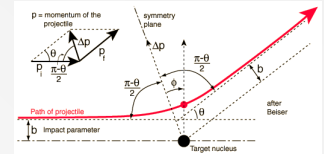
- ❑ Rozkład energii emitowanych fotonów hamowania jest odwrotnie proporcjonalny do ich energii  $\propto 1/E_\gamma$
- ❑ Fotony te są emitowane „do przodu”, rozkład kątowy można przybliżyć formułą  $\theta_\gamma \approx m_e c^2 / E$  (kąt zmniejsza się ze wzrostem energii)
- ❑ Numeryczne wartości energii krytycznej można wyznaczyć używając formuły BB oraz na straty hamowania, dla elektronów dostaniemy:

$$E_c = \frac{610}{Z + 1.24} [MeV]$$

$$\left( \frac{dE}{dx} \right)_B \cdot X_0 \approx E_c$$



# Bremsstrahlung



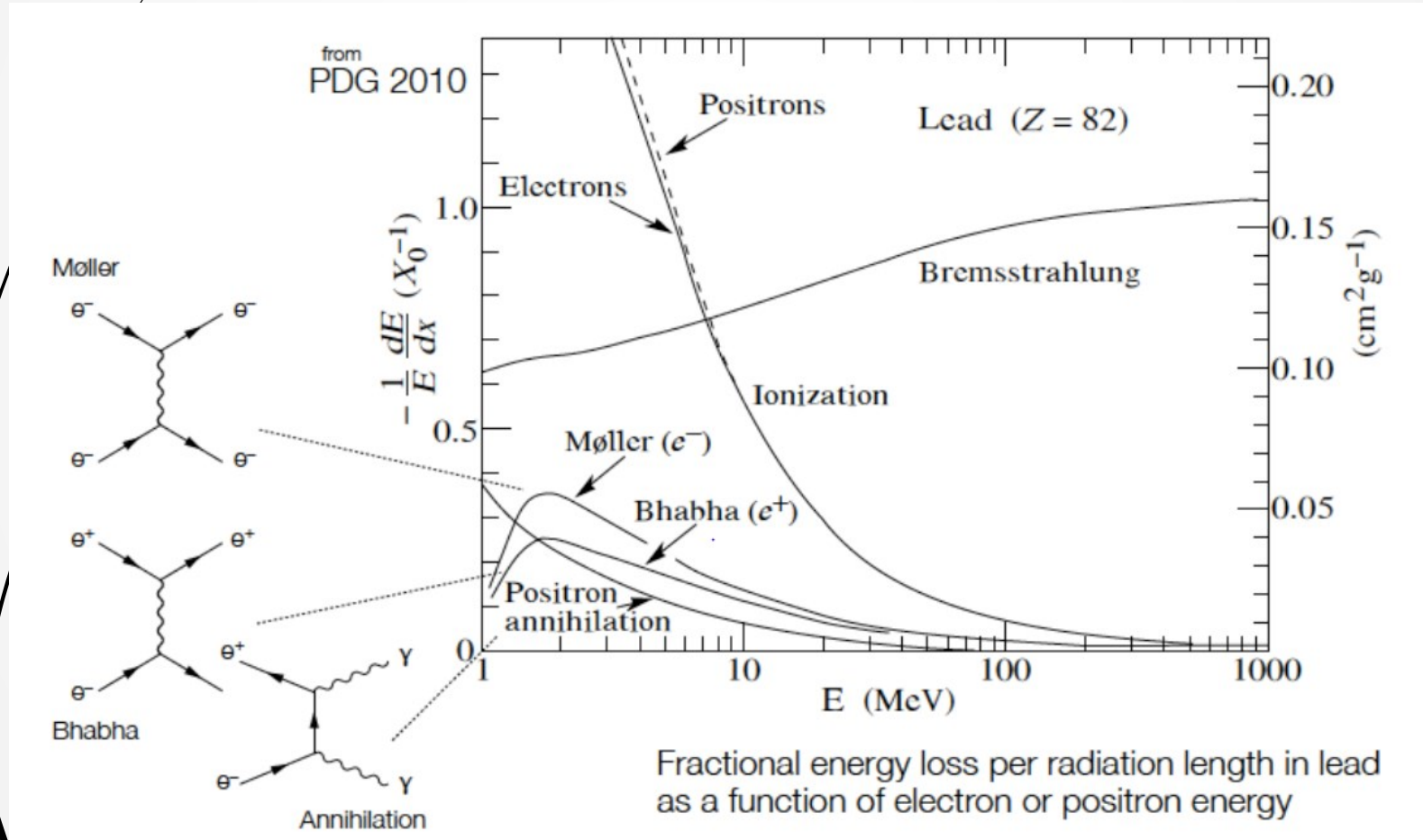
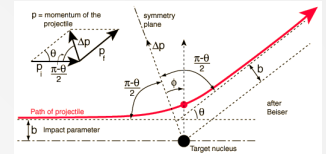
- ❑ Energie krytyczne (oraz długości radiacyjne!) skalują się tak jak kwadraty mas cząstek naładowanych, które podlegają hamowaniu
- ❑ Znając wartości energii krytycznej dla elektronów możemy wyznaczyć ją dla mionów (na przykład):

$$E_c^\mu \approx E_c^e \cdot \left( \frac{m_\mu}{m_e} \right)^2 = 890 \text{ GeV}$$

Material	$Z$	$A$	$X_0 [\text{g/cm}^2]$	$X_0 [\text{cm}]$	$E_c [\text{MeV}]$
Hydrogen	1	1.01	61.3	731 000	350
Helium	2	4.00	94	530 000	250
Lithium	3	6.94	83	156	180
Carbon	6	12.01	43	18.8	90
Nitrogen	7	14.01	38	30 500	85
Oxygen	8	16.00	34	24 000	75
Aluminium	13	26.98	24	8.9	40
Silicon	14	28.09	22	9.4	39
Iron	26	55.85	13.9	1.76	20.7

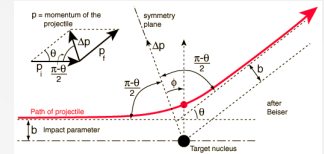


# Strata całkowita





# Strata całkowita



- ❑ W przeciwieństwie do „łagodnych” strat jonizacyjnych straty energii na drodze promieniowania hamowania, produkcji par oraz reakcji foto-jądrowych charakteryzują się **b. dużymi przekazami energii**

- ❑ Duże fluktuacje statystyczne

- ❑ Trudno zdefiniować średnią stratę całkowitą

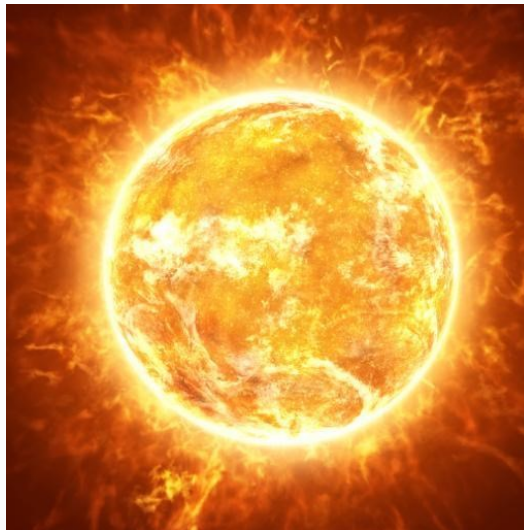
- ❑ Stratę całkowitą zapisujemy jako:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{tot} = \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{ion} + \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{brem} + \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{pair} + \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{photo}$$

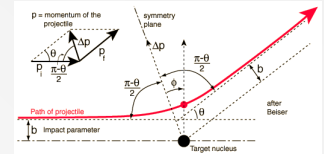
$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{tot} = \left(-\frac{dE}{dx}\right)_{ion} + b(Z, A, E) \cdot E$$

- ❑ Współczynniki b, znaleźć można w literaturze

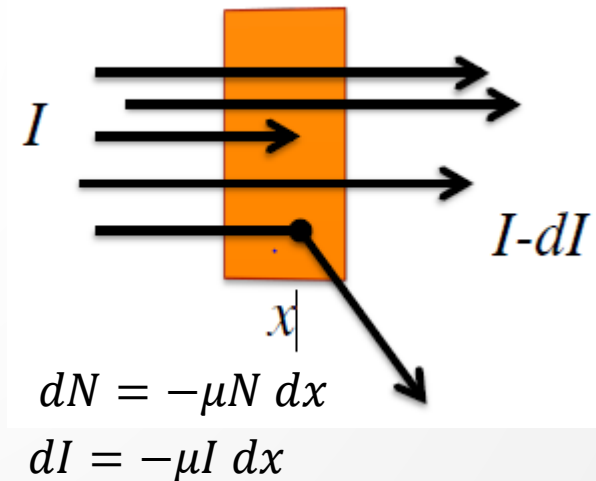
# Fotony



# A teraz fotony...

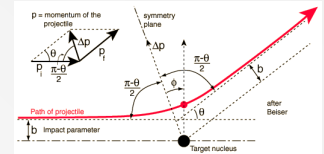


- ❑ Fizyka oddziaływania fotonów z materią różni dość zasadniczo od zjawisk związanych z jonizacją
- ❑ Detekcja fotonów (neutralne!) opiera się o wykorzystanie procesów, w których produkowane są cząstki wtórne posiadające ładunek (czyli, „the bottom line is” – jonizacja!)
- ❑ W każdym akcie oddziaływania foton albo „ulega zniszczeniu” (efekt fotoelektryczny, dysocjacja) albo przekazuje znaczą część swojej energii początkowej (rozproszenie Compton’a)



$\mu$ - liniowy współczynnik atenuacji (pr-two, że foton będzie zabsorbowany lub rozproszony)

# A teraz fotony...



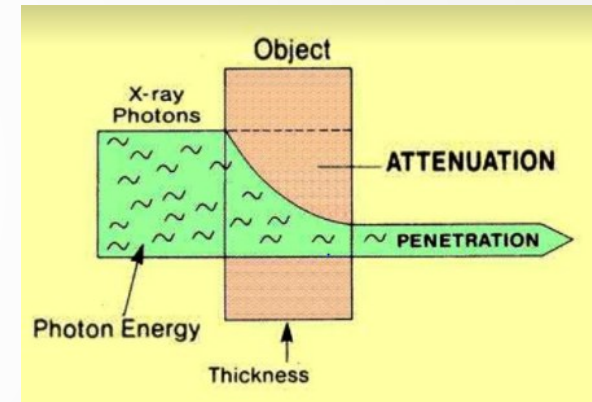
- ❑ Każde oddziaływanie fotonów jest dla nich katastrofalne (znikają).
- ❑ Ale zarówno X jak i  $\gamma$  są znacznie bardziej penetrujące niż naładowane cząstki.
- ❑ Brak możliwości wyznaczenia zasięgu, zamiast tego wprowadzamy pojęcie atenuacji (głębokość optyczna) wiązki fotonów:

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu x}$$

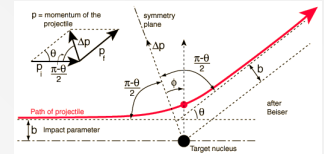
gdzie:  $\mu$  - masowy współczynnik atenuacji (MWA), czyli współczynnik liniowy podzielony przez gęstość:

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{N_A}{A} \sum_i \sigma_i = \frac{N_A}{A} (\sigma_{ph} + Z\sigma_{comp} + \sigma_{pair})$$

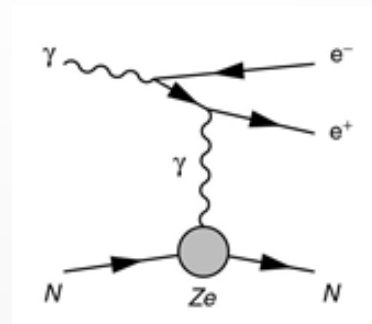
$$\mu \rightarrow \frac{\mu}{\rho} \left[ \frac{cm^2}{g} \right]$$



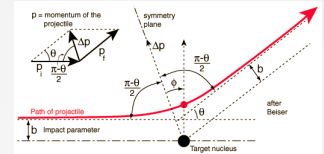
# Fotony



- ❑ **Trzy** główne sposoby oddziaływania – silna zależność od energii
  - ❑ **Efekt fotoelektryczny** dla fotonów o energiach  $\sim keV$  (maksymalna energia wiązań elektronów w atomach)
  - ❑ **Rozproszenie Compton'a** (kwazi-stacjonarny elektron)  $\sim MeV$
  - ❑ **Dysocjacja** do pary elektron-pozyton (**kreacja par**) dominuje dla fotonów o energiach  $> 10 MeV$
- ❑ Uwaga – dysocjacja fotonu może zajść jedynie w polu elektrostatycznym jądra atomowego – zasady zachowania, energia odrzutu
- ❑ Oddziaływanie elektronów i fotonów (o dużych energiach) jest opisane przez tzw. **długość radiacyjną**  $X_0$  ( $\sim cm$ )

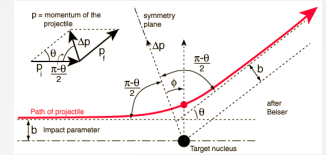


# Główni aktorzy



- ❑ Przekroje czynne występujące w zależności opisującej MWA zależą silnie od energii fotonów
  - ❑ Uwaga! Nie można zdefiniować dla fotonów „zasięgu” w materiale czynnym
- ❑ W zależności od energii możemy wyróżnić trzy zakresy w których dominują inne zjawiska
  - ❑ **Niskie energie** ( $100 \text{ keV} \geq E_\gamma \geq E_{jon}$ ) dominuje efekt fotoelektryczny:  $\gamma + atom \rightarrow atom^* + e^-$
  - ❑ **Energie**  $E_\gamma \sim 1 \text{ MeV}$ , dla których dominuje efekt Compton'a (rozproszenie na quasi-stacjonarnym elektronie atomowym):  $\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$
  - ❑ Dla wysokich energii  $E_\gamma \gg 1 \text{ MeV}$  dominuje produkcja par (dysocjacja fotonu):  $\gamma + j.at. \rightarrow e^- + e^+ + j.at.$

# Efekt fotoelektryczny



- ❑ Elektrony atomowe są zdolne do całkowitego pochłonięcia fotonów (swobodne nie – **zasady zachowania!**)
- ❑ W procesie musi uczestniczyć **jądro atomowe** – z uwagi na to, absorpcja przez elektrony znajdujące się w **powłoce K** jest wyjątkowo duża (~ 80% całkowitego przekroju czynnego)
- ❑ Całkowity przekrój czynny (przybliżenie Borna), można zapisać jako:

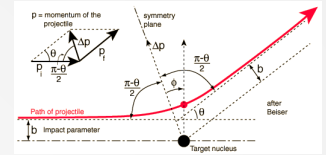
$$\sigma_{foto}^K = \left( \frac{32}{\epsilon^7} \right)^{1/2} \alpha^4 \mathbf{Z^5} \sigma_{Th}^e \left[ \frac{cm^2}{atom} \right]$$

gdzie:  $\epsilon$  – zredukowana energia fotonu:  $\epsilon = E_\gamma / m_e c^2$ ,  $\sigma_{Th}^e$  - to elastyczny przekrój czynny na rozpraszanie fotonów na elektronach:  $\sigma_{Th}^e = \frac{8}{3} \pi r_e^2$

- ❑ Mechanizm fizyczny efektu fotoelektrycznego jest pojęciowo prosty i posiada jasną „interpretację klasyczną”, jednakże prowadzi on do szeregu ciekawych efektów wtórnych



# Efekt fotoelektryczny

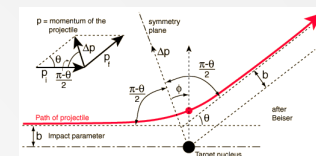


- ❑ Wzbudzony atom może wyemitować, np. z powłoki  $K$ , elektron – to „puste” miejsce może zostać zajęte przez elektron z wyżej powłoki czemu towarzyszy emisja fotonów promieniowania charakterystycznego  $X$
- ❑ Energię tego promieniowania daje prawo Moseley’a:

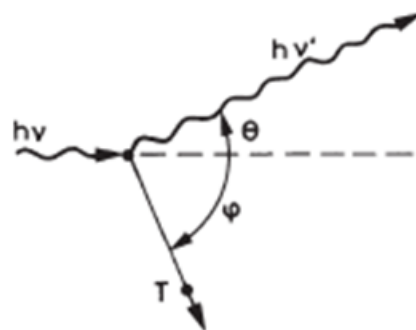
$$E = Ry(Z - 1)^2 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \rightarrow E(K_{\alpha}) = \frac{3}{4} Ry(Z - 1)^2$$

- ❑ Procesem konkurencyjnym do emisji promieniowania  $X$  jest usunięcie kolejnego elektronu – tzw. efekt Auger’a
  - ❑ Elektrony Auger’a charakteryzują się dyskretnym widmem
  - ❑ Ich energia nie jest w żaden sposób związana z energią pierwotnych fotonów

# Efekt Compton'a



- ❑ Zakładamy, że energia wiązania elektronu jest pomijalnie mała w porównaniu z energią fotonu



- ❑ Stosunek energii fotonu rozproszonego do energii początkowej

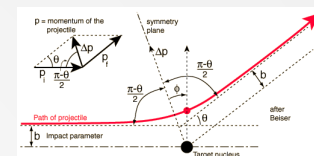
$$\frac{E'_\gamma}{E_\gamma} = \frac{1}{1 + \epsilon (1 - \cos(\theta_\gamma))}$$

$$\epsilon = \frac{E_\gamma}{m_e c^2}$$

- ❑ Przekrój czynny opisujący rozproszenie Comptona może być przybliżony formułą:

$$\sigma_C^e \propto \frac{\ln(\epsilon)}{\epsilon}$$

# Efekt Compton'a



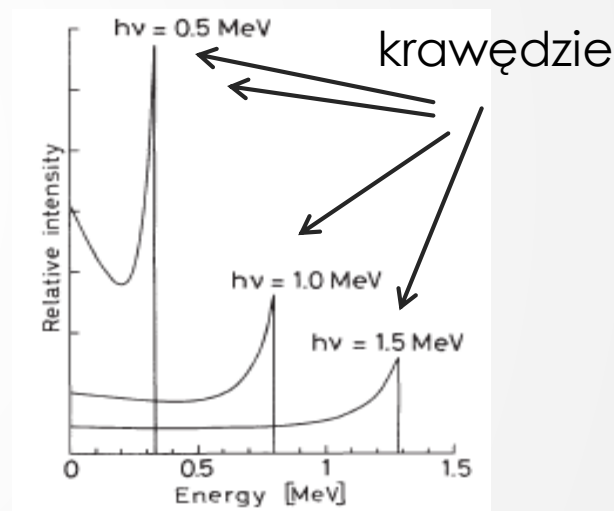
□ Energia odrzutu elektronu:  $T_e = E_\gamma - E'_\gamma = E_\gamma \frac{\epsilon(1 - \cos \theta)}{1 + \epsilon(1 - \cos \theta)}$

$$T_{e \max} = h\nu \frac{2\epsilon}{1 + 2\epsilon} \quad \text{dla } \theta = \pi \quad \epsilon = \frac{E_\gamma}{m_e c^2}$$

- energia przekazana przez foton:

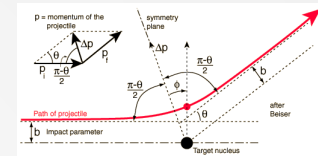
$$\Delta E = E_\gamma - T_{e \max} = E_\gamma \frac{1}{1 + 2\epsilon}$$

- krawędzie na widmie elektronów pochodzą od fotonów rozproszonych wstecz:



fotony mogą nie zostać zaabsorbowane w ośrodku i uniknąć detekcji, a gdy rozproszą się „wstecz” tracą najwięcej energii, którą zyskują elektrony – stąd maksima na widmie energii elektronów

# Kreacja par



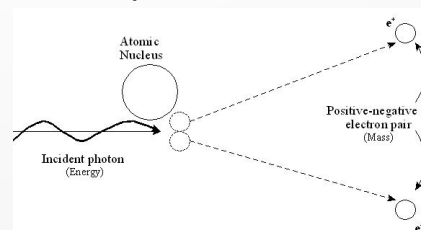
- ❑ Dysocjacja fotonów jest efektem progowym – energia fotonów musi osiągnąć pewną minimalną wartość:

$$E_{\gamma} \geq 2m_e c^2 + 2 \frac{m_e^2}{m_{j.at.}} c^2$$

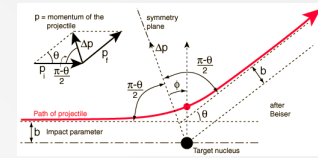
- ❑ W przypadku praktycznych urządzeń do detekcji, zawsze będziemy zakładać, że proces kreacji par odbywa się w polu jądra atomowego oraz, że kreowanymi cząstkami są elektrony
- ❑ Dla dużych energii fotonów, przekrój czynny zapiszemy jako:

$$\sigma_p \approx \frac{7}{9} 4\alpha r_e^2 Z^2 \ln \frac{183}{Z^{1/3}} = \frac{7}{9} \frac{A}{N_A} \frac{1}{X_0}$$

- ❑ Rozkład kątowy produkowanych elektronów jest bardzo wąski, charakterystyczny kąt rozwarcia opisujący ten rozkład można przybliżyć jako:  $\vartheta \approx m_e c^2 / E_{\gamma}$



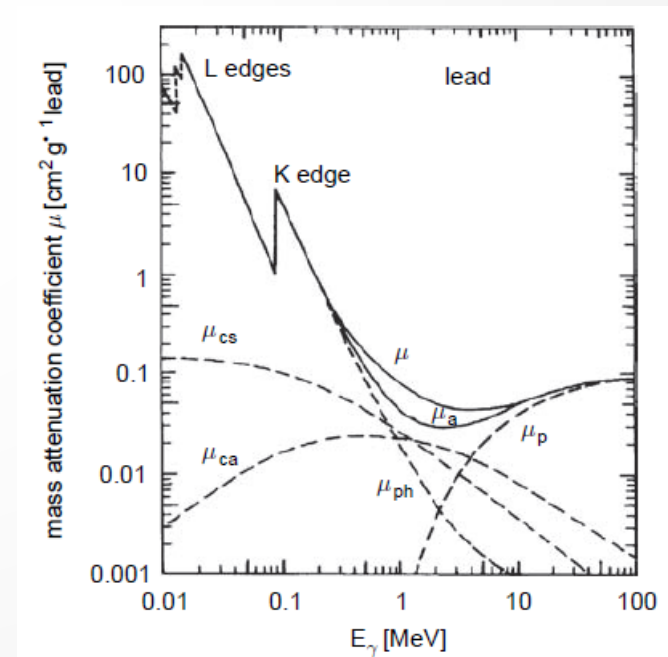
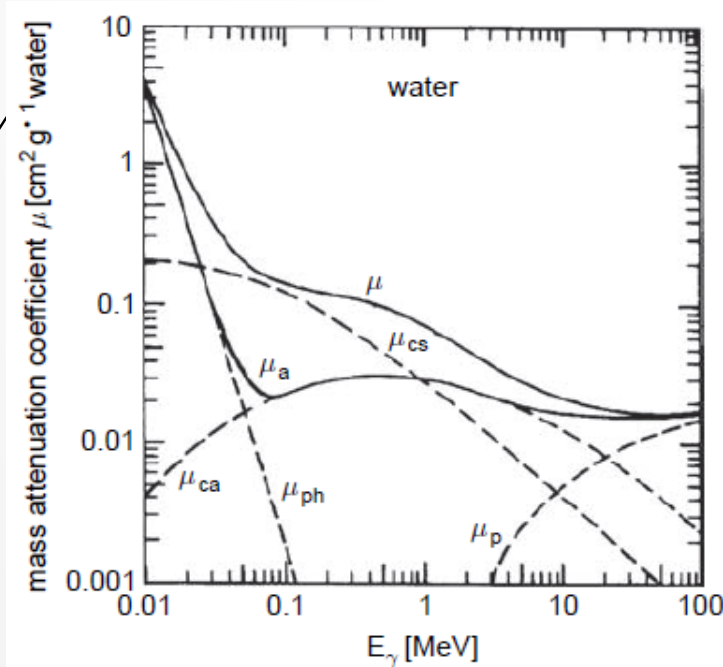
# Całkowita absorpcja



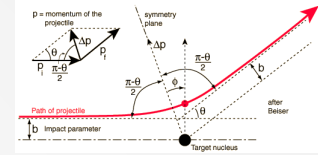
$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu x}$$

$$\mu = \frac{N_A}{A} \sum_i \sigma_i$$

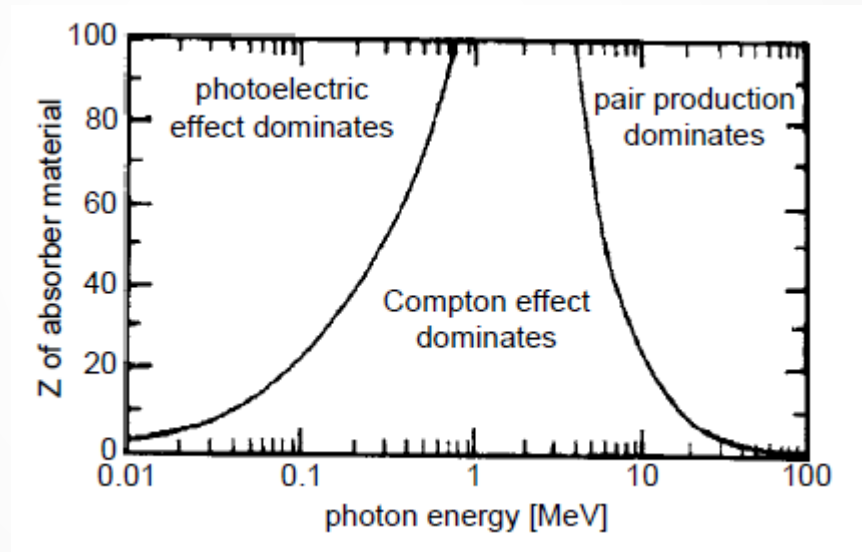
- ❑ Oddziaływanie fotonów z materią może być podsumowane poprzez podanie masowych współczynników atenuacji w funkcji energii fotonów



# Całkowita absorpcja

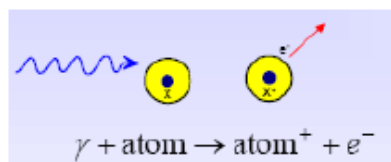


- ❑ Poszczególne „składowe” oddziaływań można również uszeregować w/g względnej istotności w funkcji energii fotonów

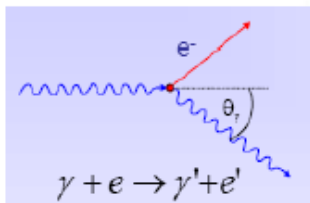


$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{N_A}{A} \sum_i \sigma_i = \frac{N_A}{A} (\sigma_{ph} + Z\sigma_{Comp} + \sigma_{pair})$$

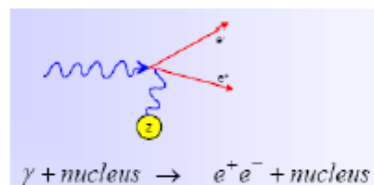
Gammas



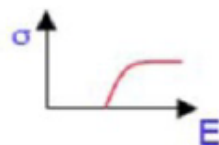
• Photoelectric effect



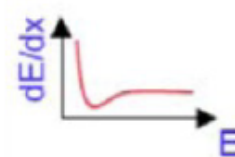
• Compton effect



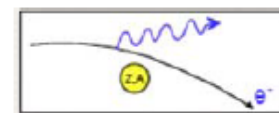
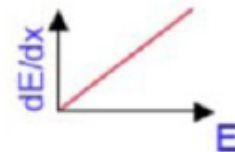
• Pair production



• Ionisation



• Bremsstrahlung



Electrons



# Droga radiacyjna – dwa określenia

Dominujące procesy dla energii > kilku MeV:

## Fotony – produkcja par

Absorption coefficient:

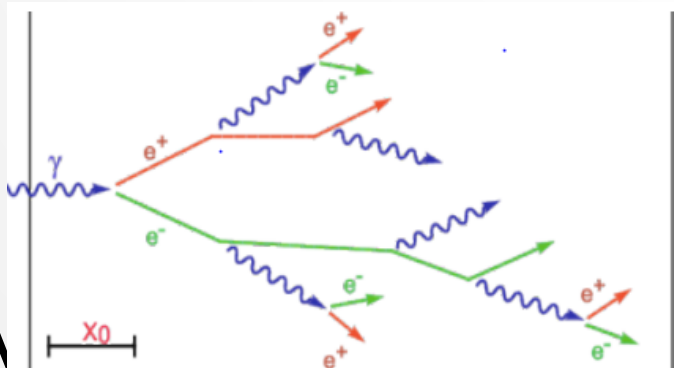
$$\mu = n\sigma = \rho \frac{N_A}{A} \cdot \sigma_{\text{pair}} = \frac{7}{9} \frac{\rho}{X_0}$$

$X_0$  = radiation length in [g/cm<sup>2</sup>]

$$X_0 = \frac{A}{4\alpha N_A Z^2 r_e^2 \ln \frac{183}{Z^{1/3}}}$$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{7E}{9X_0}$$

$X_0$  to 7/9 średniej drogi, na której foton konwertuje na  $e^+e^-$

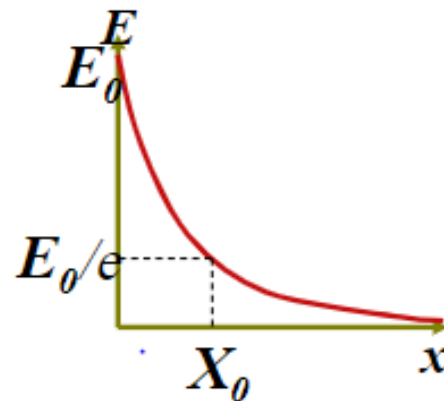


## Elektrony – prom. hamowania

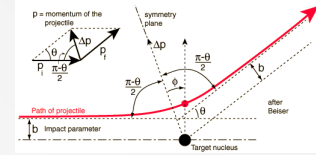
$$\frac{dE}{dx} = 4\alpha N_A \frac{Z^2}{A} r_e^2 \cdot E \ln \frac{183}{Z^{1/3}} = \frac{E}{X_0}$$

$$\rightarrow E = E_0 e^{-x/X_0}$$

$X_0$  to średnia droga, na której elektron traci (1-1/e) energii



# Oddziaływania hadronów



- ❑ Naładowane hadrony oddziałują również silnie (jądrowo).
- ❑ Są to głównie oddziaływania nieelastyczne, ale  $\sigma_{el}$  i  $\sigma_{inel}$  zależą silnie od energii, a  $\sigma_{tot} \approx 100 \text{ mb}$  dla 2 GeV-10 TeV.

$$\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sigma_{inel}$$

- ❑ Mierzimy *średnią długość interakcji*  $\lambda_I$ , która charakteryzuje absorpcję hadronu w materii:

$$N = N_0 e^{-x/\lambda_I}$$

- ❑ Długość interakcji można wyznaczyć z  $\sigma_{inel}$ :  $\lambda_I = \frac{A}{N_{AP} \sigma_{inel}}$

- ❑ Długość kolizji:  $\lambda_T = \frac{A}{N_{AP} \sigma_{Total}}$

- ❑ Generalnie  $\lambda_I$ ,  $\lambda_T$  są dużo większe od  $X_0$

Material	$Z$	$A$	$\sigma_{\text{total}}$ [barn]	$\sigma_{\text{inel}}$ [barn]	$\lambda_T \cdot \rho$ [g/cm <sup>2</sup> ]	$\lambda_I \cdot \rho$ [g/cm <sup>2</sup> ]
Hydrogen	1	1.01	0.0387	0.033	43.3	50.8
Helium	2	4.0	0.133	0.102	49.9	65.1
Beryllium	4	9.01	0.268	0.199	55.8	75.2
Carbon	6	12.01	0.331	0.231	60.2	86.3
Nitrogen	7	14.01	0.379	0.265	61.4	87.8
Oxygen	8	16.0	0.420	0.292	63.2	91.0
Aluminium	13	26.98	0.634	0.421	70.6	106.4
Silicon	14	28.09	0.660	0.440	70.6	106.0
Iron	26	55.85	1.120	0.703	82.8	131.9
Copper	29	63.55	1.232	0.782	85.6	134.9
Tungsten	74	183.85	2.767	1.65	110.3	185
Lead	82	207.19	2.960	1.77	116.2	194
Uranium	92	238.03	3.378	1.98	117.0	199

