

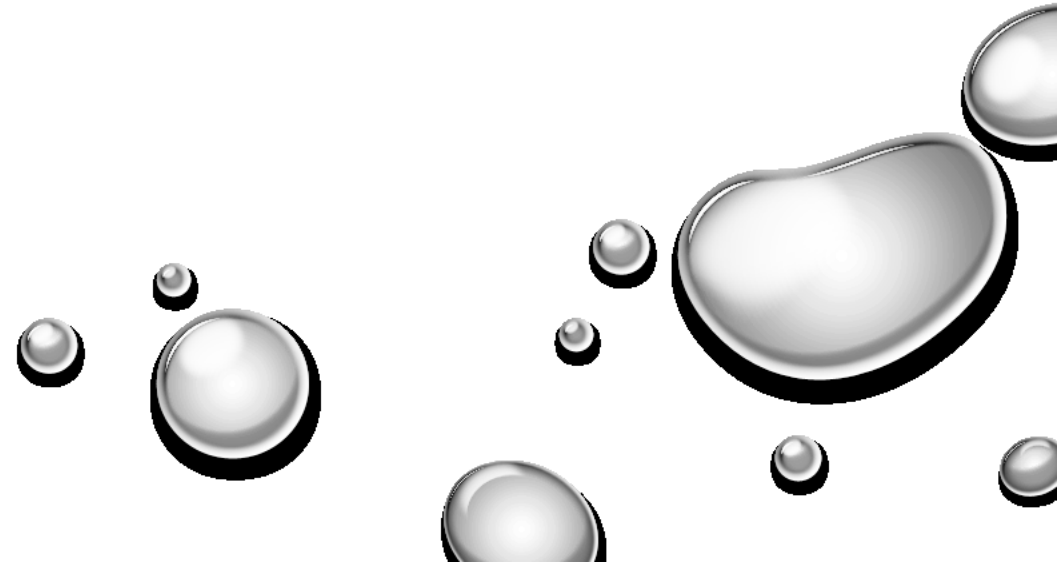


CZĄSTKI ELEMENTARNE I ODDZIAŁYWANIA

VII MODEL KWARKOWY

Agnieszka Obłąkowska-Mucha

<http://home.agh.edu.pl/~amucha/>
Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek
D11 p. 106



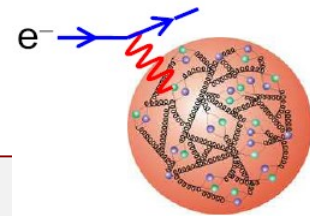
Struktura protonu

- Struktura protonu opisana została przy pomocy **funkcji struktury** $F_2(x, Q^2)$.
- Funkcja ta zależy od **partonowej funkcji gęstości (PDF)**, jest czuła na elektromagnetyczną część protonu.
- PDF jest to gęstość prawdopodobieństwa znalezienia partonu o określonym pędzie przy skali wyznaczonej wartością Q^2 .
- PDF jest również obliczana w oparciu o modele i porównywana z wynikami doświadczalnymi.
- Kwarki w protonie zachowują się jako elementarne, swobodne obiekty.
- Nie można ich obserwować jako swobodne cząstki, ponieważ są uwięzione w potencjale, którego wartość rośnie w miarę zwiększania odległości między kwarkami.

Model partonowy opisuje zatem hadrony w sposób dynamiczny, w zależności od transferu energii widać różne partony.

PARTONY = kwarki i gluony

R.Feynman 1969



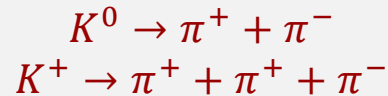
Funkcję struktury wyznacza się przeważnie dla protonu (ale również fotonu).

Tymczasem odkrywano zostały nowe cząstki, w których widać było nowy rodzaj kwarków.

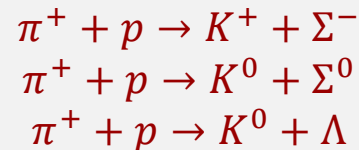
Równoległe do opisu językiem funkcji struktury rozwijany był Model Kwarkowy (M. Gell-Mann 1964) jako statyczny model budowy hadronów.

Trochę historii

- Lata 50-te: znana budowa jądra (protony, neutrony), rozpady i neutrino, teoria Yukawy, piony i miony, równanie Diraca i odkryte antycząstki.
- 1947 obserwacja cząstek o dziwnych właściwościach: powstawały w dużych ilościach i miały długi czas życia, stany neutralne rozpadały się na dwa piony, a naładowane na trzy piony:



- W następnych latach w eksperymentach ze zderzeniami pion-proton obserwowano produkcję nowych stanów:



- 1953 - M.Gell-Mann, Nishijima – wprowadzają nową liczbę kwantową, zwaną dziwnością (**strangeness**), która jest zachowana w oddziaływaniach silnych (a więc przy produkcji), ale nie jest zachowana w oddziaływaniach słabych (co tłumaczy długie życie).
- Kaony mają $s = +1$, Λ ma $s = -1$, piony i protony: $s = 0$.
- Liczba nowych stanów rosła... Doprowadziło to ułożenia wszystkich znanych stanów w multiplety (M. Gell-Mann, Eightfold Way, 1961) na wzór tablicy Mendelejewa.
- Od tamtych czasów nie ma lepszego pomysłu. Ostatnio poszukuje się cząstek „egzotycznych”, ale nie ma na nie przekonujących dowodów.

W rolach głównych

- W latach 30-tych znane były: p, n, e, potem miony i piony oraz neutrino.
- Odkrycie cząstek, które powstały w oddz. silnych, ale żyły zbyt długo (10^{-8} - 10^{-9} s - czas charakterystyczny dla rozpadów słabych), np: $\pi p \rightarrow K^0 \Lambda$ doprowadziło do hipotezy istnienia kwarka nowego rodzaju: dziwnego s i odkrycia wielu nowych stanów.
- Pojawiła się potrzeba ich klasyfikacji. Z trzech kwarków (u d s - grupa SU(3)) można zbudować (w stanie podstawowym) 9 mezonów i 27 barionów:

$$q = \begin{cases} u \\ d \\ s \end{cases} \quad \begin{array}{ll} \text{mezony} & 3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8 \\ \text{bariony} & 3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 10 \end{array}$$

W połowie lat 60 obserwowana symetria w świecie znanych cząstek doprowadziła Gell-Manna i Zweig'a do hipotezy istnienia kwarków.

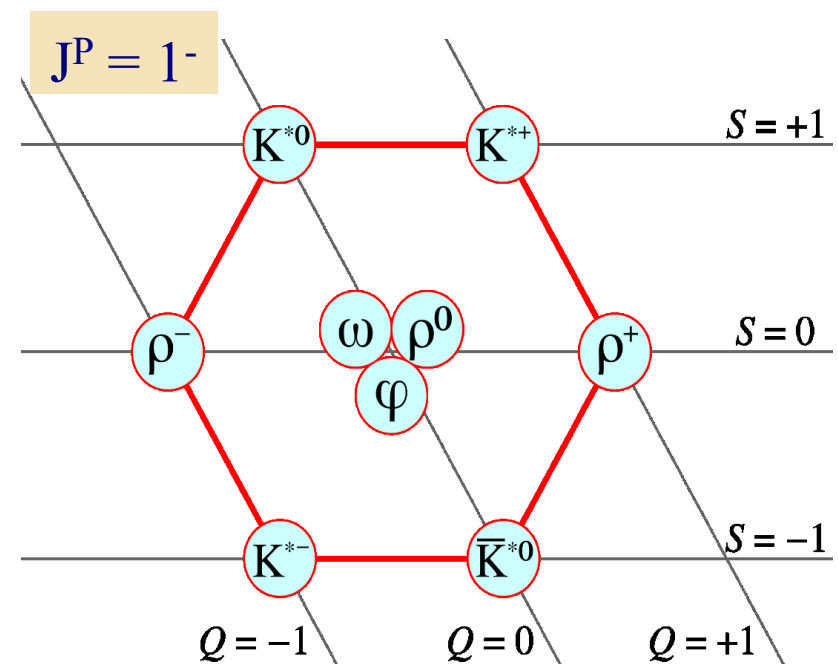
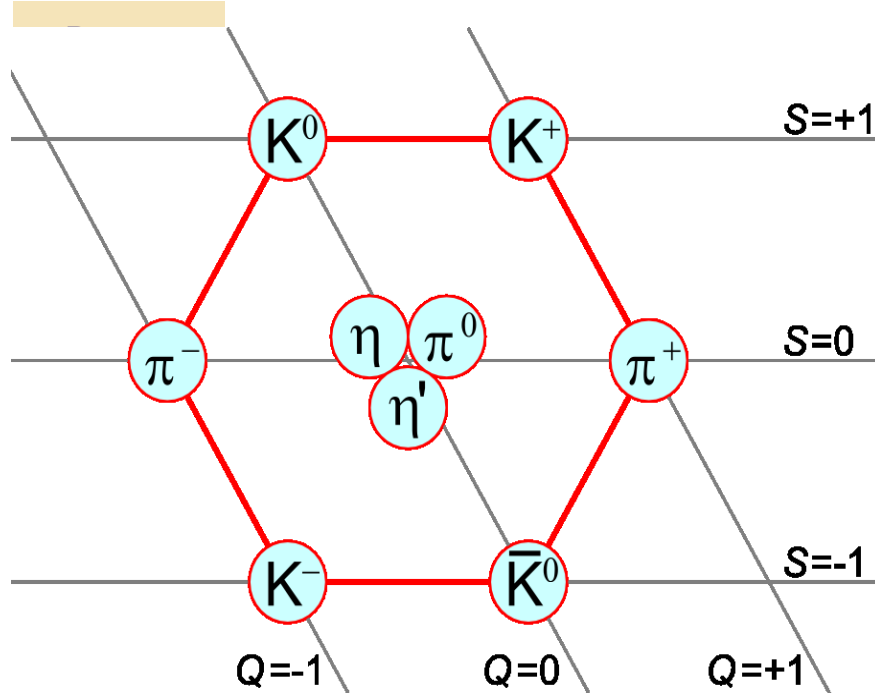
Schemat ułożenia znanych hadronów w „multiplety” opisany jest przez **Kwarkowy Model** hadronów.

Kwarki uważane były za obiekty czysto matematyczne, a ich funkcja falowa musiała odzwierciedlać własności hadronów i zasady zachowania, jakim podlegają.

W Modelu Kwarkowym opisujemy hadrony składające się z trzech najbliższych kwarków u, d i s. Na początek zakłada się, że kwarki poruszają się z prędkościami **nierelatywistycznymi**

Mezony

Klasyfikacja hadronów ze względu na SPIN (całkowity) J i parzystość P



Zakładając istnienie tylko trzech kwarków (u,d,s) można było wytłumaczyć całe spektrum.

Pomiędzy multipletami o różnej dziwności występuje (prawie) stała różnica mas, równa masie kwarka s.

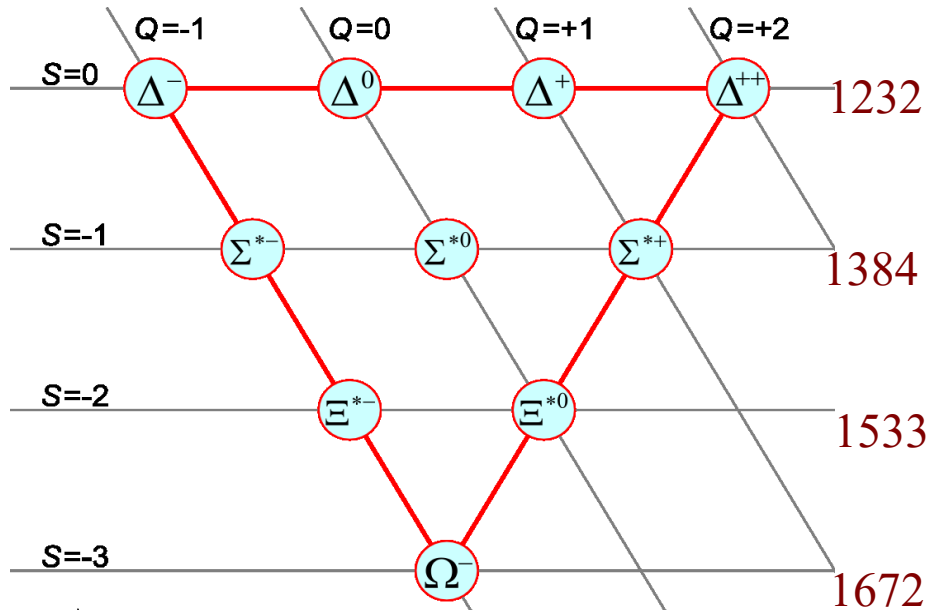
Różne stany ładunkowe mają niewielkie różnice mas (oddział. elektromagnetyczne).

Będziemy konstruować „Reguły gry”, które tłumaczą takie ułożenie hadronów oraz brak około 9 barionów.

Bariony

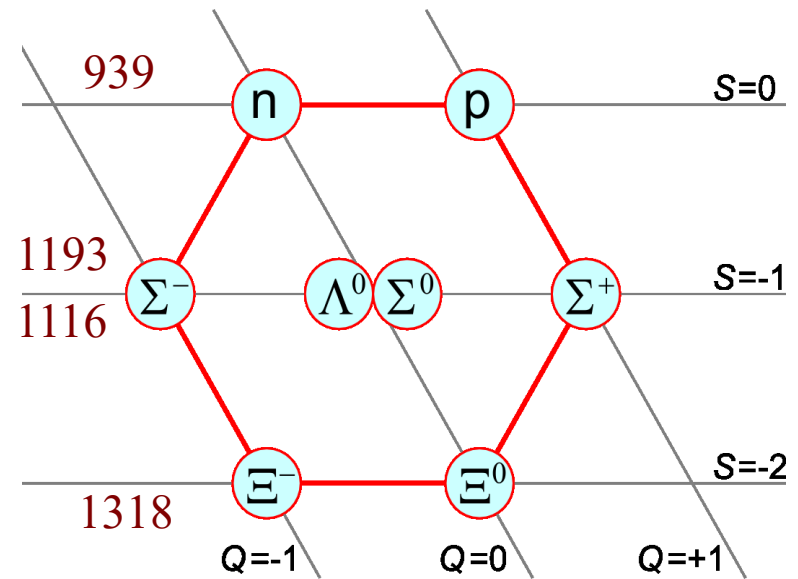
Trzy kwarki tworzą bariony (stany podstawowe):

$$J^P = 3/2^+$$



to na razie 18 barionów!

$$J^P = 1/2^+$$



oktet

dziwność

Jakie reguły (symetrie) pozwalają na takie uporządkowanie cząstek?
1964 Gell-Mall, Zweig – pomysł kwarków i modelu kwarkowego.

Czwarty element

Istnienie hadronów z 4. kwarkiem zostało przewidziane teoretycznie (w przeciwieństwie do kwarka s).

Oszacowano jego masę na ok. 2 GeV.

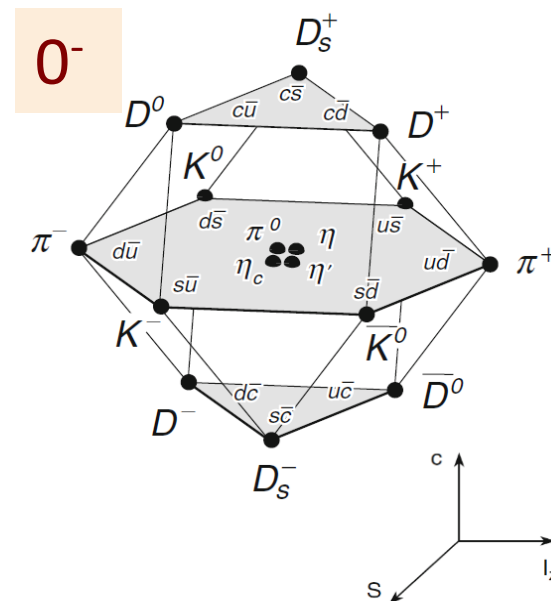
I pokolenie	Q	masa	II pokolenie	Q	masa
u	+2/3	0.35 GeV	c	+2/3	1.5 GeV
d	-1/3	0.35 GeV	s	-1/3	0.5 GeV

Charm – liczba kwantowa c jest zachowana w oddz. silnych i elm, nie zachowana w słabych (podobnie jak s).

Najlżejsze MEZONY POWABNE to skalary $D^0(cu), D^+(cd), D_s^+(cs)$

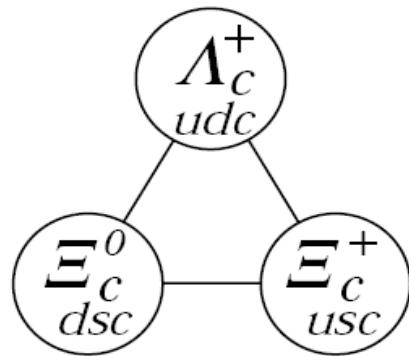
Mezony „czarmowe” wektorowe mają taki sam skład kwarkowy, ale spiny kwarków ustawione są równoległe: $D^{*0}(cu), D^{*+}(cd), D_s^{*+}(cs)$

Rozpady czarmowych mezonów zachodzą poprzez oddziaływania słabe $\tau \sim 10^{-12} \text{s}$, przeważnie na mezony dziwne (z kwarkiem s).

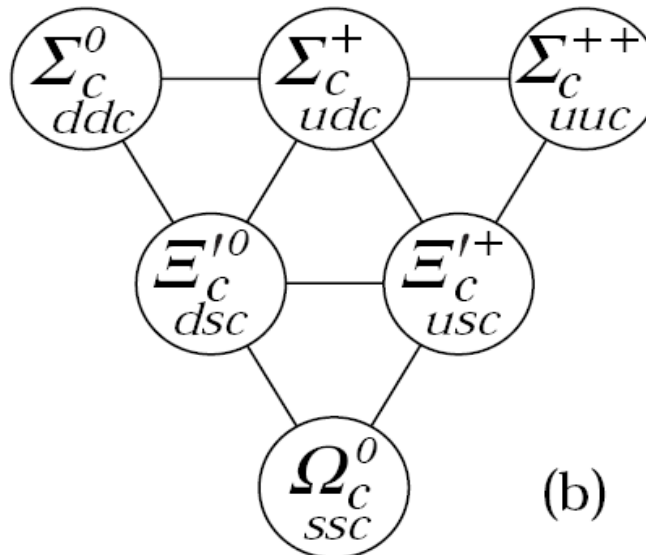


Czwarty kwark

- W roku 1974, niezależnie w dwóch ośrodkach, potwierdzono istnienie czwartego, bardzo ciężkiego kwarka c (powabnego)...
- Model Kwarków został rozszerzony o następne multiplety, ale zachwiana (złamana) została prosta struktura różnic mas (degeneracja mas, oddziaływania spin-spin i spin-orbita).



(a)

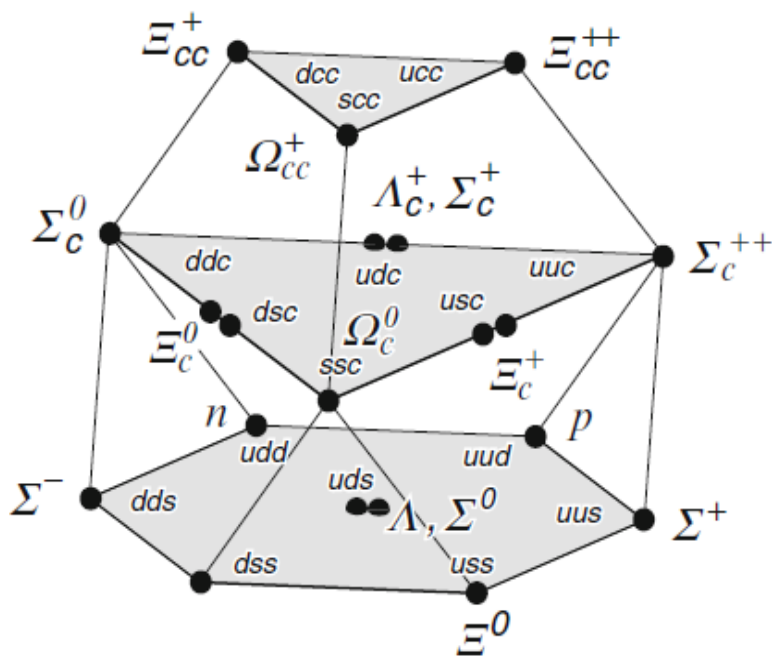


(b)

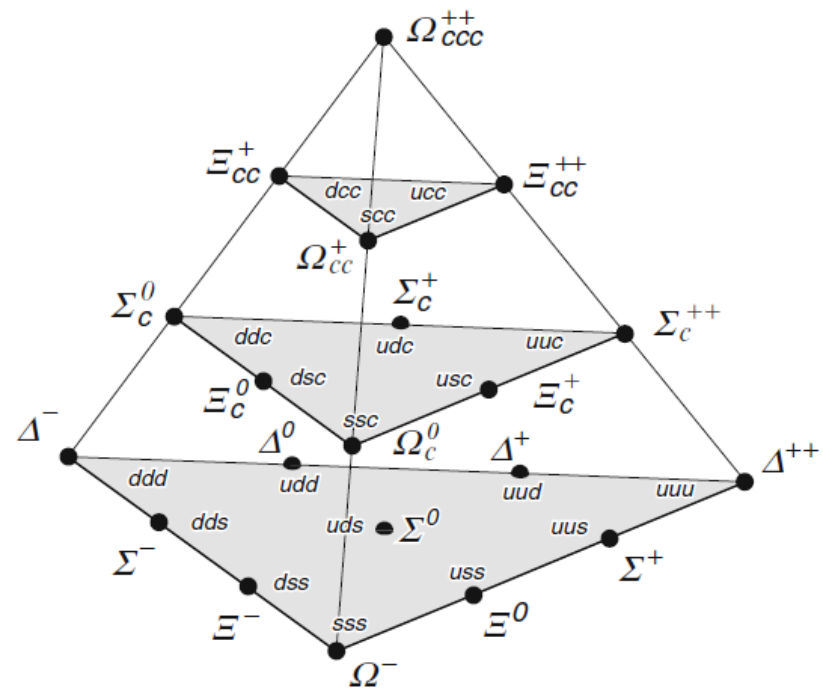
spoiler alert

Czwarty kwark - multiplety

$$J^P = 1/2^+$$



$$J^P = 3/2^+$$



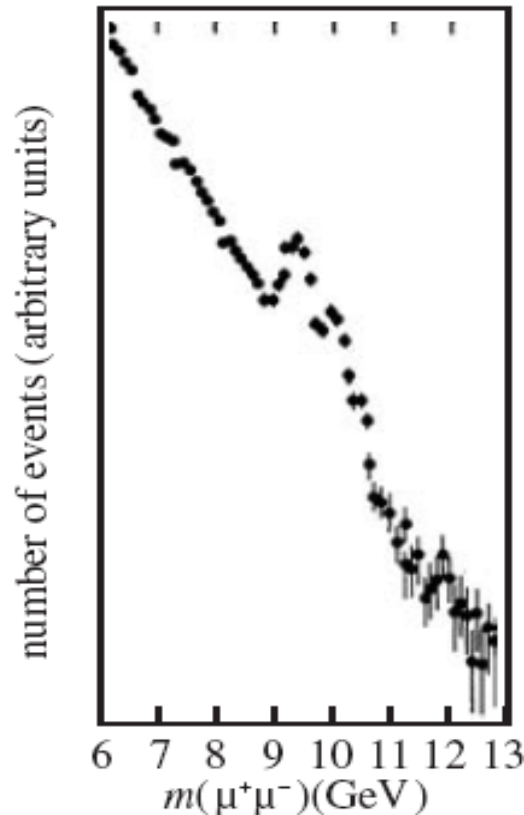
Trzecie pokolenie

Skoro mieliśmy trzy pokolenia leptonów, powinno być również 3. pokolenie kwarków. W 1977 w Tevatronie odkryto stan związany kwarków b anty-b.

$$p + (Cu, Pt) \rightarrow \mu^+ \mu^- + X$$

Nazwano ten stan $\Upsilon(9460)$

Oszacowano $m(b) = 4.7 \text{ GeV}$

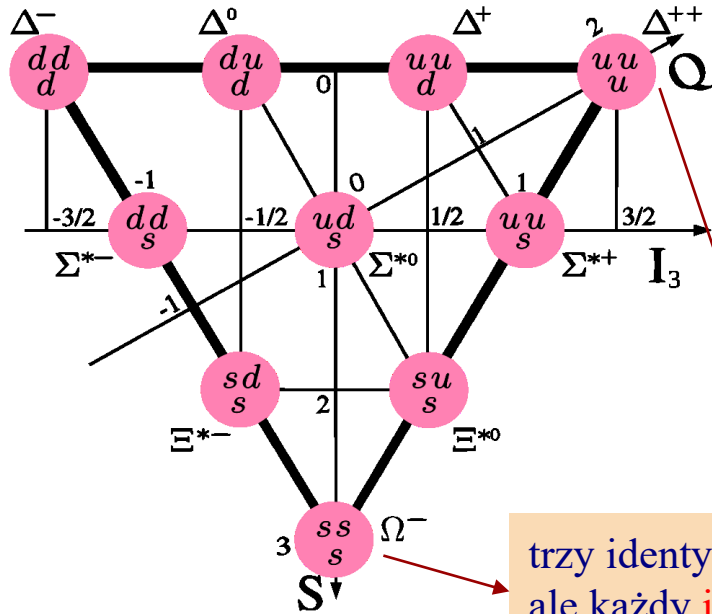


no i odkrywano nowe stany....

State	Quark	$M \text{ (MeV)}$	Γ/τ	J^{PC}	I
$\Upsilon(1^1S_3)$	$b\bar{b}$	9460	54 keV	1^{--}	0
$\Upsilon(2^1S_3)$	$b\bar{b}$	10023	32 keV	1^{--}	0
$\Upsilon(3^1S_3)$	$b\bar{b}$	10355	20 keV	1^{--}	0
$\Upsilon(4^1S_3)$	$b\bar{b}$	10580	20 MeV	1^{--}	0
B^+	$u\bar{b}$	5279	1.6 ps	0^-	1/2
B^0	$d\bar{b}$	5279	1.5 ps	0^-	1/2
B_s^0	$s\bar{b}$	5368	1.5 ps	0^-	0
B_c^+	$c\bar{b}$	6286	0.5 ps	0^-	0

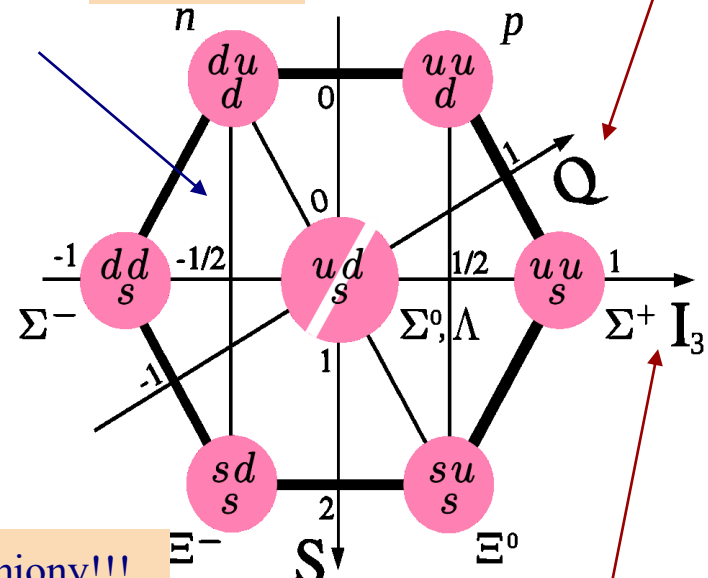
Model kwarkowy (powrót)

spin $J=3/2$ **dekuplet**



trzy identyczne fermiony!!!
ale każdy innego koloru...

spin $J=1/2$ **oktet**



dziwność

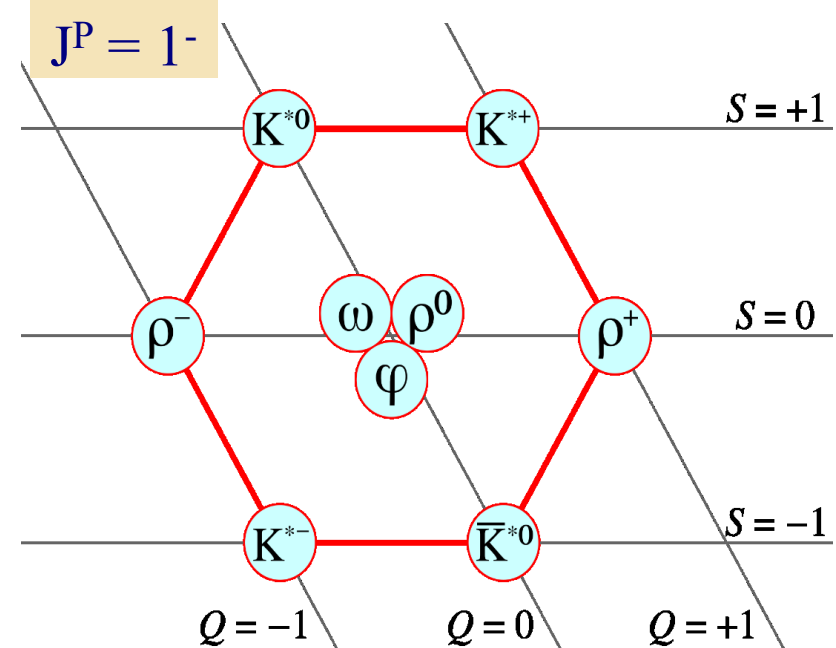
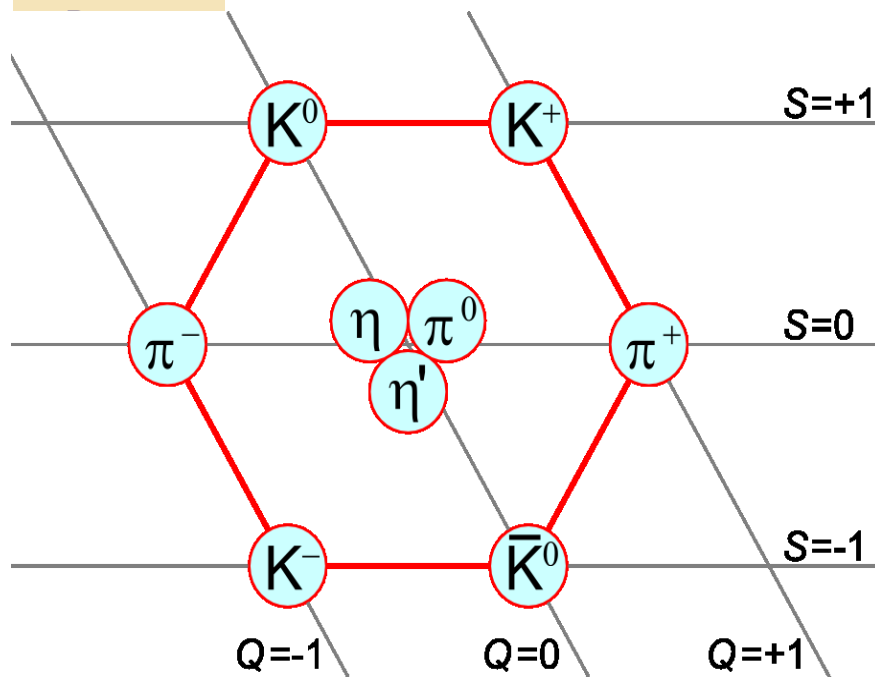
3. składowa izospinu

Model Kwarkowy dla trzech kwarków (u,d,s):

- opisywał obserwowane stany i przewidywał nowe,
- wyjaśniał ułożenie hadronów w multiplety,
- pozwalał na konstrukcję funkcji falowej,
- dlaczego nie obserwujemy pojedynczego kwarka?

Mezony

Klasyfikacja hadronów ze względu na SPIN (całkowity) J i parzystość P



Zakładając istnienie tylko trzech kwarków (u,d,s) można było wytłumaczyć całe spektrum. Pośród multipletów o różnej dziwności występuje (prawie) stała różnica mas, równa masie kwarka s. Różne stany ładunkowe mają niewielkie różnice mas (oddział. elektromagnetyczne). Będziemy konstruować „Reguły gry”, które tłumaczą takie ułożenie hadronów oraz brak około 9 barionów.

Co wiemy o spinach - ćwiczenie

- W przyrodzie możemy spotkać dwa rodzaje momentu pędu: jeden związany z ruchem jednego ciała z układu względem drugiego (orbitalny moment pędu L), drugi – z własnym obrotem ciała (spin S).

W mechanice klasycznej można zmierzyć jednocześnie wszystkie współrzędne momentu pędu.

W mechanice kwantowej można zmierzyć kwadrat długości momentu pędu i jedną współrzędną, przyjmuje się, że 3-cią współrzędną. Wynikiem są skwantowane wartości: $l(l+1)\hbar^2$ (dla operatora \hat{L}^2 i $m_l\hbar$ (gdzie $m_l = -l, -l+1 \dots -1, 0, 1, \dots, l-1, l$) dla operatora \hat{L}_z).

Podobnie dla spinu – mierzymy S^2 i S_z , a wynikiem są odpowiednio: $s(s+1)\hbar^2$ i $m_s\hbar$ (gdzie $m_s = -s, -s+1 \dots -1, 0, 1, \dots, s-1, s$), a $s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2} \dots$).

Leptony, czy układ dwóch lub trzech kwarków mają określone spiny, ale moment pędu może przyjąć dowolną (byle skwantowaną) wartość.

- Stan spinowy cząstki można zapisać używając braketów: $|s m_s\rangle$, np. stan spinowy elektronu lub kwarka o spinie $1/2$ z trzecią składową $1/2$, czyli stan \uparrow , zapisujemy jako: $\left|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\right\rangle$. A zatem układ $\uparrow\uparrow$ dwóch kwarków o spinach $1/2$, z trzecią składową $1/2$ zapiszemy jako:

$$\left|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\right\rangle \left|\frac{1}{2} \frac{1}{2}\right\rangle = |1 \ 1\rangle$$

Proszę znaleźć i zapisać pozostałe stany spinowe dwóch kwarków.

- Proszę określić, jaki może być całkowity moment pędu mezonów i barionów, które złożone są odpowiednio z dwóch i trzech kwarków.

Całkowity moment pędu cząstki jest to wektorowa suma jej spinu i momentu pędu: $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$, ale jak dodajemy te wektory? W mechanice kwantowej nie znamy przecież wszystkich współrzędnych?

Momenty pędu

Orbitalny moment pędu L (kręt) – moment pędu związany z ruchem obrotowym kwarków względem siebie, Kręt jest wielokrotnością \hbar $L = n \hbar$ i przyjmuje $2l + 1$ stanów, np. $L = 2, L_z = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

Stan o $L = 0$ – stan podstawowy,

wyższe $L > 0$ – wzbudzenia orbitalne

Całkowity moment pędu J : $\vec{J} = \vec{S} + \vec{L}$; $J = |L - S| \dots |L + S|$

Spin S cząstki złożonej = całkowitemu momentowi pędu J w jej układzie spoczynkowym

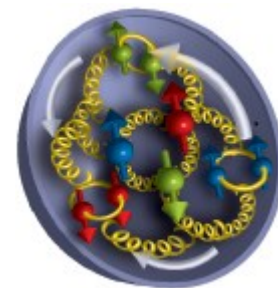
stan spinowy cząstki jest opisany przez podanie dwóch liczb kwantowych:

$$(s, s_z), s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \text{ a } s_z = -s, -s + 1, \dots, s - 1, s$$

układ dwóch fermionów może być opisany za pomocą bazy:

$$\left. \begin{aligned} |S = 1; S_3 = 1\rangle &= \uparrow\uparrow \\ |S = 1; S_3 = 0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow) \\ |S = 1; S_3 = -1\rangle &= \downarrow\downarrow \end{aligned} \right\} \text{TRYPLET, funkcje symetryczne (ćw)}$$

$$|S = 0; S_3 = 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \quad \text{SINGLET, funkcja antysymetryczna}$$



Spin układu dwóch fermionów

Nowa baza, w której wektory będą stanami własnymi operatora permutacji:

$$|1, 1\rangle = |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle = \uparrow\uparrow$$

$$|1, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle + |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)$$

$$|1, -1\rangle = |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle = \downarrow\downarrow$$

$$|0, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle - |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)$$

stan antysymetryczny wzgl $1 \leftrightarrow 2$

$$P_{12} |s_1, s_2\rangle = |s_2, s_1\rangle$$

stany symetryczne wzgl $1 \leftrightarrow 2$
(na zad sprawdzić!)

MEZONY: dwa kwarki o $s=1/2$ i o ustawieniach:

$$\uparrow\uparrow \quad S = 1 \text{ i } S_z = \{+1, 0, 1\} \quad \text{TRYPLET} \quad 2 \otimes \bar{2} = 3 \oplus 1$$

$$\uparrow\downarrow \quad S = 0 \text{ i } S_z = 0 \quad \text{SINGLET}$$

Pomiar spinu cząstki:

1. pomiar **przekrojów czynnych** σ dla procesu typu $a + b \rightarrow c + d$. Zależy on od liczby dostępnych stanów spinowych:

$$\sigma(a + b \rightarrow c + d) \propto (2S_c + 1)(2S_d + 1)$$

2. mierząc rozkłady kątowe produktów jej rozpadu.

Całkowity moment pędu mezonów

Mezony grupowane są w multipletach według ich spinu i krętu.

Gdy $L = 0$ $S = 0$ mówimy o pseudoskalarach o $J = 0$,

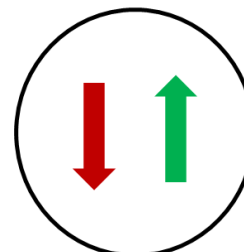
Orbitalne wzbudzenia z $L = 1$, to skalary o $J = 0$ lub wektory aksjalne o $J = 1$ lub $J = 2$

	L	J
	0	0
$S=0$	1	1
	2	2
	0	1
$S=1$	1	0, 1, 2
	2	1, 2, 3

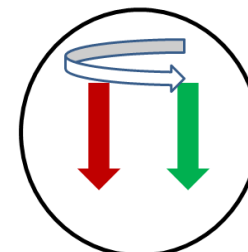
$$\vec{J} = \vec{S} + \vec{L}$$

$$J = |L - S| \dots |L + S|$$

Constituent-quark model



Pseudoscalar meson: $L=0$ & $S=0$



Scalar meson: $L=1$ & $S=1$, & $L+S=0$

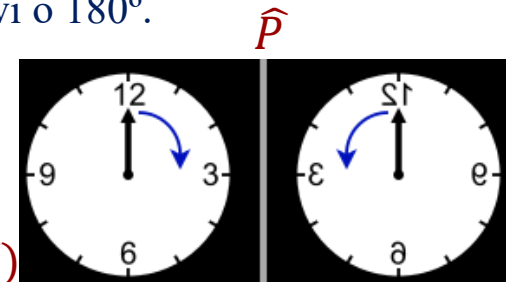
Operator parzystości przestrzennej

- Operator parzystości przestrzennej \hat{P} powoduje inwersję osi układu współrzędnych.
- Odwrócenie trzech osi odpowiada zmianie znaku jednej osi i obrotowi o 180° .
- Nazywana również odbiciem **zwierciadlanym**.

Inwersja przestrzenna - def: $\hat{P} \Psi(\vec{r}) = \Psi(-\vec{r})$

Dla stanów własnych: $\hat{P} \Psi(\vec{r}) = p \Psi(\vec{r})$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{P} \Psi(\vec{r}) = \Psi(-\vec{r}) \\ \hat{P} \Psi(\vec{r}) = p \Psi(\vec{r}) \end{array} \right\} \Psi(-\vec{r}) = p \Psi(\vec{r})$$



A jak jeszcze raz: $\hat{P} \Psi(-\vec{r}) = p^2 \Psi(\vec{r}) \quad \Psi(\vec{r}) = p^2 \Psi(\vec{r})$

stąd parzystość: $p = \pm 1$

Stan własny operatora \hat{P} , jest to wewnętrzna parzystość cząstki p .

- Dla układu parzystość (wewnętrzna) jest multiplikatywną liczbą kwantową:

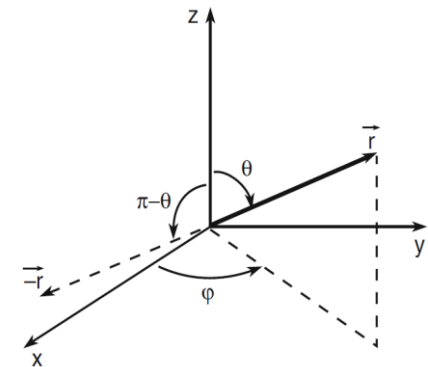
$$\Psi(AB) = \Psi(A)\Psi(B)$$

- Będziemy sprawdzać, czy parzystość jest zachowana w oddziaływaniach (tzn. \hat{P} komutuje z H):

\hat{P} jest zachowane w oddz. silnych i elektromagnetycznych,

\hat{P} nie jest zachowana w oddz. słabych.

- Harmoniki sferyczne mają dobrze określoną parzystość $p = (-1)^l$: (zad)



Parzystość mezonów

- Parzystość układu kwantowego zależy od parzystości ruchu względnego i parzystości składników.

- Układ 2 cząstek z krętem L ma parzystość $P = P_1 P_2 (-1)^L$

$$P_{Tot} = P_{wew} P_{wzgl}$$

- Zakł, że fermiony i antyfermiony mają przeciwne parzystości, (kwarki i leptony $+1$)
Bozony i antybozony – te same parzystości, (foton, inne bozony pośredniczące -1)
- Zatem para kwark – antykwark ma parzystość $(+1)(-1)(-1)^L = (-1)^{L+1}$

stany o $L = 0, 2, \dots$ mają $P = -1$,

stany o $L = 1, 3, \dots$ mają $P = +1$

- Parzystość wewn. protonu przyjmujemy $P = +1$.
- Innych cząstek liczymy lub wyznaczamy dośw.

	L	J	P	J^P
	0	0	-1	$0 -$
$S=0$	1	1	$+1$	$1 +$
	2	2	-1	$2 -$
	0	1	-1	$1 -$
$S=1$	1	0, 1, 2	$+1$	$0+, 1+, 2+$
	2	1, 2, 3	-1	$1-, 2-, 3-$

Operator sprzężenia ładunkowego

Sprzężenie ładunkowe, zmienia znak ładunku i momentu magnetycznego (zależy od ładunku) na przeciwny. Spin bez zmiany.

Operator sprzężenia ładunkowego C , działając na funkcję falową, przyporządkowuje jej funkcję falową **antycząstki**:

$$\text{def: } \hat{C} \psi = \bar{\psi}$$

$$\text{dla stanów własnych: } \hat{C}|\psi(p, \lambda)\rangle = \eta_C |\psi(p, \lambda)\rangle$$

$$\text{powtórne działanie operatorem: } \hat{C}\hat{C}|\psi\rangle = \eta_C \hat{C}|\bar{\psi}\rangle = \eta_C \eta_C |\psi\rangle$$

$$\text{wartości własne: } \eta_C = \pm 1$$

Operator \hat{C} zmienia cząstkę (nawet elektrycznie obojętną) w jej antycząstkę. Jeżeli stan danej cząstki (jej funkcja falowa) jest stanem własnym \hat{C} , to cząstka = antycząstka

Stanami własnymi \hat{C} są tylko obojętne bozony.

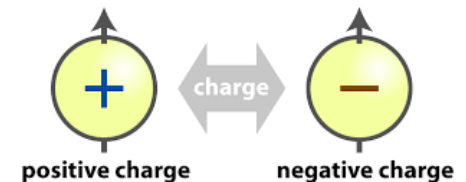
$$\text{Układ cząstka-antycząstka jest stanem własnym } \hat{C}. \quad \hat{C}|f\bar{f}\rangle = \eta_C |\bar{f}f\rangle$$

W dodatku działanie \hat{C} jest takie samo, jak \hat{P} :

czyli zamienia fermiony miejscami...

można zatem napisać:

$$\hat{C}|f\bar{f}\rangle = (-1)^{l+s} |\bar{f}f\rangle$$



jeżeli:

$$|\bar{q}q\rangle = |\bar{q}q\rangle \text{ to } \eta_C = +1$$

$$|\bar{q}q\rangle = -|\bar{q}q\rangle \text{ to } \eta_C = -1$$

$$\hat{C}(\pi^0) = +(\pi^0)$$

$$\hat{C}(\gamma) = -(\gamma)$$

$$\hat{C}(e^-) = (e^+)$$

Spektroskopia mezonów

mezon	S	L	J	P	J ^{PC}	np
pseudosklarny	0	0	0	-1	0 ⁻⁺	π^0
pseudowektorowy	0	1	1	+1	1 ⁺⁻	h_1
	0	2	2	-1	2 ⁻⁺	η_2
wektorowy	1	0	1	-1	1 ⁻⁻	ρ^0
skalarny wektor aksjalny tensorowy	1	1	0, 1, 2	+1	0 ⁺⁺ 1 ⁺⁺ 2 ⁺⁺	a^0 a_1 f_2

Notacja spektroskopowa: $^{2S+1}L_J$

Stany $L=0, 1, 2, 3$ oznaczamy jako S, P, D, F,

np. dla $L=0$, 1S_0 lub 3S_1

$$\hat{P}(\vec{p}) = \hat{P}(m \, d\vec{r}/dt) = -\vec{p} \quad \text{wektor}$$

$$\hat{P}(\vec{M}) = \hat{P}(\vec{r} \times \vec{p}) = (-\vec{r}) \times (-\vec{p}) = \vec{M} \quad \text{pseudowektor}$$

Operator permutacji

Rozważmy układ nierozróżnialnych cząstek.

Działanie operatora zamiany miejscami dwóch cząstek (**operator permutacji**):

Def: $\hat{P} \psi(1,2) = \psi(2,1)$

Równanie własne: $\hat{P} \psi(1,2) = \eta_P \psi(1,2)$

działamy drugi raz: $\hat{P} \hat{P} \psi(1,2) = \hat{P} \eta_P \psi(2,1) = \eta_P \eta_P \psi(1,2)$

$$\psi(1,2) = \eta_P^2 \psi(1,2)$$

$$\eta_P = \pm 1$$

wartości własne: $\eta_P = +1$ dla bozonów, czyli funkcja własna jest symetryczna;
 $\eta_P = -1$ dla fermionów, funkcja własna - antysymetryczna

Stany złożone z nierozróżnialnych cząstek opisywane są tylko takimi kombinacjami liniowymi funkcji falowych, które nie zmieniają właściwości symetrii względem permutacji (zamiany) par cząstek

Symetria przestrzenna funkcji falowej

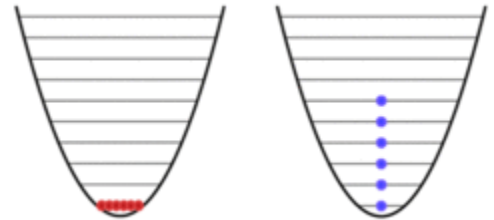
Układ dwóch fermionów opisany jest funkcją falową: $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$,

gdy są blisko siebie: $\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = \vec{r}$

i podziałamy na f. falową operatorem permutacji:

$$\hat{P} \psi(\vec{r}, \vec{r}) = -\psi(\vec{r}, \vec{r}) = \psi(\vec{r}, \vec{r})$$

to warunek jest możliwy do spełnienia, gdy: $\psi(\vec{r}, \vec{r}) = 0$



Dwa nierozróżnialne fermiony nie mogą przebywać w tym samym miejscu (zakaz Pauliego).

Jakie są własności symetrii f. falowej opisującej zbiór identycznych fermionów względem zamiany współrzędnych dowolnej pary?

Taka zamiana nie zmienia stanu kwantowego, czyli wartości $|\Psi|^2$.

Zatem funkcja falowa fermionów (część przestrzenna) powinna być antysymetryczna, $\Psi \rightarrow -\Psi$, a bozonów - symetryczna $\Psi \rightarrow \Psi$.

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2; S_1, S_2) = \phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \alpha(S_1, S_2)$$

Fcja falowa dwóch fermionów musi być antysymetryczna względem zamiany ich miejscami, spinowe stany singletowe mają symetryczną część przestrzenną, trypletowe- antysymetryczną (zad.)

Funkcja falowa hadronów

Funkcja falowa opisuje całkowicie stan układu: $\Psi(\vec{x}, t) \equiv |\Psi\rangle$

Pełna funkcja falowa hadronów :

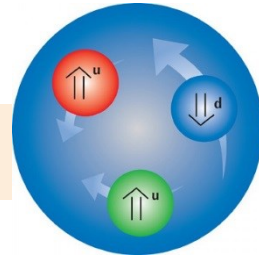
$$\Psi(\text{pełna}) = \phi(\text{przestrzenna}) \alpha(\text{spinowa}) \chi(\text{zapachowa}) \eta(\text{kolorowa})$$

„zamiana miejscami”

ustawienie spinu kwarków

kwarki: u, d, s

kwarki mogą być w trzech kolorach



Co to właściwie znaczy, że hadrony zbudowane są z kwarków?

Funkcje falową hadronów buduje się z funkcji falowej kwarków.

Oznaczmy: $|u\rangle \equiv \Psi_u$; $|p\rangle \equiv \Psi_p$, to: $|p\rangle \equiv |uud\rangle$

Ale czasem trudniej: $|\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$ - złożone kombinacje funkcji falowych kwarków

Np., gdy mezony mają być neutralne kolorowo to: $\eta(\text{kolor}) = \frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})$

Inne reguły i symetrie stawiają dodatkowe ograniczenia na postać funkcji falowej.

Funkcja falowa hadronów – część flavorowa

Zacniemy od budowy funkcji falowej dla trzech najlżejszych kwarków (u, d, s)

$$m(u) \sim 0.3 \text{ GeV}$$

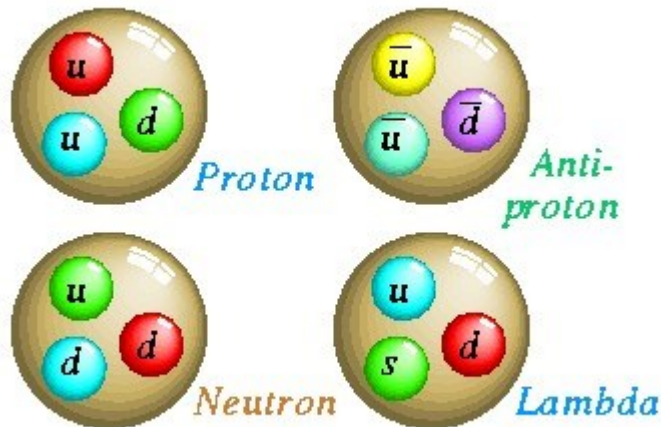
$$m(d) \sim 0.3 \text{ GeV}$$

$$m(s) \sim 0.5 \text{ GeV}$$

$$\chi(\text{zapachowa}) \propto |uds\rangle$$

Kwarki są uwięzione w mezonach $q\bar{q}$ (9 cząstek)

lub w barionach qqq - 27 stanów?



Stany spinowe układu trzech kwarków

BARIONY: trzy kwarki

$$\uparrow\uparrow\uparrow \quad S = \frac{3}{2} \quad \text{ i } S_Z = \left\{ +\frac{3}{2}; +\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{3}{2} \right\}$$

$$\uparrow\uparrow\downarrow \quad S = \frac{1}{2} \quad \text{ i } S_Z = \left\{ +\frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\}$$

$$\uparrow\downarrow\downarrow \quad S = -\frac{1}{2} \quad \text{ i } S_Z = \left\{ +\frac{1}{2}; -\frac{1}{2} \right\} \qquad 2 \otimes 2 \otimes 2 = 4 \oplus 2 \oplus 2$$

Jak konstruować funkcję o wymaganej symetrii?

Skoro mamy $\psi(1,2)$, która spełnia RS, to funkcja $\psi(2,1)$ również musi je spełniać.

A zatem:

$$\psi_{sym} = A\{\psi(1,2) + \psi(2,1)\}$$

$$\psi_{antysym} = A\{\psi(1,2) - \psi(2,1)\}$$

Sprawdzamy!

Funkcja falowa hadronów

Konstrukcja funkcji falowej uwzględniać własności symetrii:

- dla mezonów – symetryczna wzgl. zamiany kwarków,
- dla barionów – antysymetryczna.

$$\Psi(\vec{q}) = \phi(\vec{r}) \alpha(s) \chi(\text{zapach}) \eta(\text{kolor})$$

Część opisująca zapach – jest symetryczna (bo hadrony są neutralne kolorowo)

$$\eta(\text{kolor}) = \frac{1}{\sqrt{3}} (r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})$$

Pozostała część funkcji – iloczyn części spinowej i zapachowej musi mieć dobrze określoną symetrię.

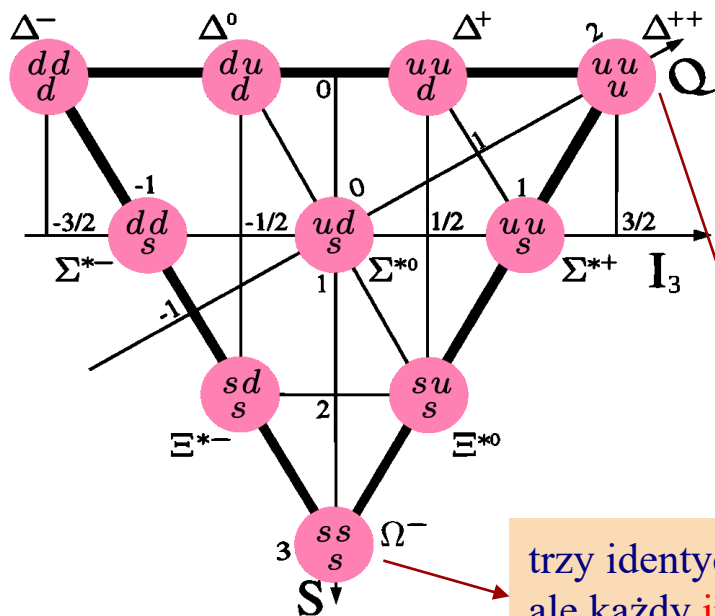
Żmudna procedura prowadzi do np:

$$|p \uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} (2u \uparrow u \uparrow d \downarrow - u \uparrow u \downarrow d \uparrow - u \downarrow u \uparrow d \uparrow + \\ 2u \uparrow d \downarrow u \uparrow - u \uparrow d \uparrow u \downarrow - u \downarrow d \uparrow u \uparrow + \\ 2d \downarrow u \uparrow u \uparrow - d \uparrow u \downarrow u \uparrow - d \uparrow u \uparrow u \uparrow)$$

Warunki symetrii ograniczają liczbę najlżejszych barionów do 18 stanów (oktet i dekuplet), chociaż teoretycznie mogłoby ich występować 27!

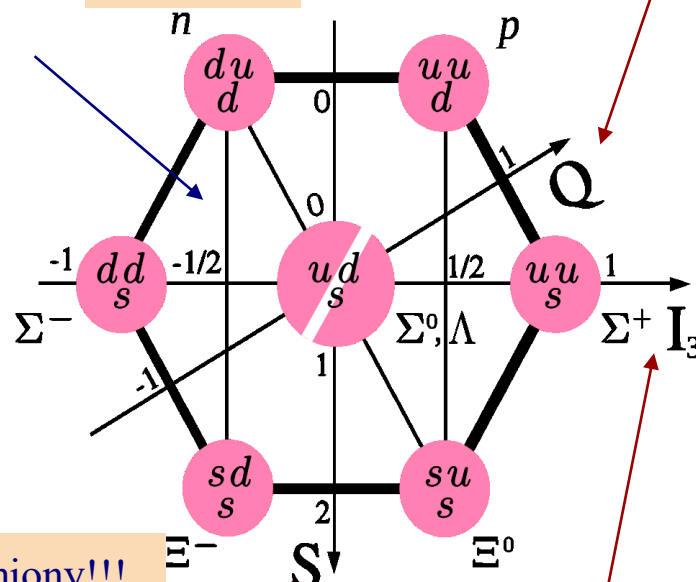
Model kwarkowy

spin $J=3/2$ **dekuplet**



trzy identyczne fermiony!!!
ale każdy **innego koloru**...

spin $J=1/2$ **oktet**



dziwność

3. składowa izospinu

Model Kwarkowy dla trzech kwarków (u,d,s):

- opisywał obserwowane stany i przewidywał nowe,
- wyjaśniał ułożenie hadronów w multiplety,
- pozwalał na konstrukcję funkcji falowej,
- dlaczego nie obserwujemy pojedynczego kwarka?

Model kwarkowy - bariony

Baryon angular momentum quantum numbers for $L = 0, 1, 2, 3$

Spin (S)	Orbital angular momentum (L)	Total angular momentum (J)	Parity (P) (See below)	Condensed notation (J^P)
$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	+	$\frac{1}{2}^+$
	1	$\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$	-	$\frac{3}{2}^-, \frac{1}{2}^-$
	2	$\frac{5}{2}, \frac{3}{2}$	+	$\frac{5}{2}^+, \frac{3}{2}^+$
	3	$\frac{7}{2}, \frac{5}{2}$	-	$\frac{7}{2}^-, \frac{5}{2}^-$
$\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	+	$\frac{3}{2}^+$
	1	$\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$	-	$\frac{5}{2}^-, \frac{3}{2}^-, \frac{1}{2}^-$
	2	$\frac{7}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$	+	$\frac{7}{2}^+, \frac{5}{2}^+, \frac{3}{2}^+, \frac{1}{2}^+$
	3	$\frac{9}{2}, \frac{7}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}$	-	$\frac{9}{2}^-, \frac{7}{2}^-, \frac{5}{2}^-, \frac{3}{2}^-$

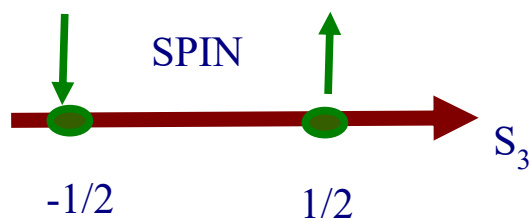
Poszukiwaniem i badaniem różnych stanów zajmuje się SPEKTROSKOPIA

Izospin

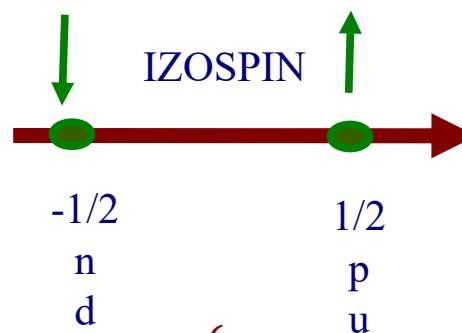
W 1932 roku Heisenberg- podobieństwo pomiędzy protonem a neutronem w oddz. silnych pozwala na traktowanie ich jako tej samej cząstki, której ładunek elektryczny jest pewną formą wzbudzeń zwanych potem **izospinem**.

1964 – Model Kwarków – izospin pochodzi od podobnej masy kwarków u i d, cząstki z nich zbudowane mają podobne masy, a różnią się jedynie ładunkiem $u(+2/3)$, $d(-1/3)$, np.:

$$\begin{cases} N^+ (p) = |uud\rangle \\ N^0 (n) = |udd\rangle \end{cases} \quad \begin{aligned} m &\sim 1 \text{ GeV} \\ m_n - m_p &= 939.6 \text{ MeV} - 938.3 \text{ MeV} = 1.3 \text{ MeV} \end{aligned}$$



$$S = \frac{1}{2}; \quad S_z = \begin{cases} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{cases}$$



$$I = \frac{1}{2}; \quad I_3 = \begin{cases} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$p = \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle$$

$$n = \left| \frac{1}{2} -\frac{1}{2} \right\rangle$$

Izospin

PIONY:

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi^+ \\ \pi^0 \\ \pi^- \end{array} \begin{array}{l} u \bar{d} \\ 1/\sqrt{2}(u \bar{u} - d \bar{d}) \\ \bar{u} d \end{array} \right\} m \sim 140 \text{ MeV} \quad I = 1; \quad I_3 = \begin{Bmatrix} +1 \\ 0 \\ -1 \end{Bmatrix}$$

BARIONY:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta^{++} \\ \Delta^+ \\ \Delta^0 \\ \Delta^- \end{array} \begin{array}{l} uuu \\ uud \\ udd \\ ddd \end{array} \right\} m \sim 1232 \text{ MeV} \quad I = \frac{3}{2}; \quad I_3 = \begin{Bmatrix} +3/2 \\ +1/2 \\ -1/2 \\ -3/2 \end{Bmatrix}$$

Na podobieństwo spinu można napisać stany nukleon-nukleon:

$$\begin{aligned} |I = 1; I_3 = 1\rangle &= pp, \\ |I = 1; I_3 = 0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(pn + np), \\ |I = 1; I_3 = -1\rangle &= nn, \\ |I = 0; I_3 = 0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(pn - np), \end{aligned}$$

Oddziaływania silne zachowują izospin I i nie rozróżniają I_3 (nie rozróżniają między n a p).
Nie wszystkie oddziaływania zachowują opisane liczby kwantowe

$$\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$$

Model kwarkowy – widmo mas

Nierelatywistyczny model kwarkowy:

1. Energia kinetyczna kwarków o wiele mniejsza niż ich masy spoczynkowe.

Założenie to jest poprawne dla stanów kwarków powabnych i pięknych (c i b).

Dla stanów lekkich kwarków (u, d, s) czasem daje dobre wyniki.

2. Rozwiązanie równania Schrödingera z potencjałem oddziaływania kwark-kwark (QCD)

$$V(r) = \frac{a}{r} + br$$

a/r – człon typu kulombowskiego, wynika z oddz. między dwoma kwarkami przez wymianę gluonu, dominuje dla **małych** r ,

br – człon liniowy uwzględniający uwięzienie kwarków w hadronach; dominuje dla **dużych** r .

FAKTY doświadczalne:

1. $m(\rho^+) > m(\pi^+)$ (770 MeV vs 140 MeV), a ten sam skład {u -anty d}

- mezony te różnią się orientacją spinów: $\uparrow\uparrow$ S=1 i S=0 $\uparrow\downarrow$ (oddz. spin-spin)

2. oddz. spinu elektronu z polem magnetycznym protonu (rozszerzenie nadsubtelne $\sim \alpha_{elm}$),

3. oddz. pomiędzy kwarkami a gluonami (kolorowe $\sim \alpha_s$)

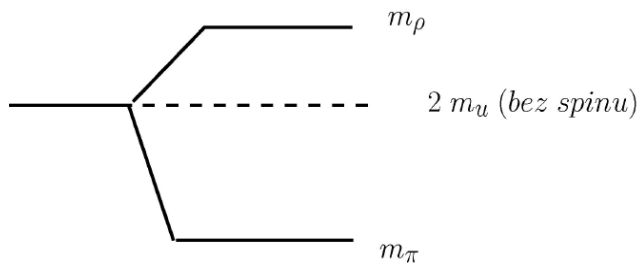
Masy hadronów

Przyczynki do mas hadronów:

1. Masy **konstyтуentne** kwarków (liczone jako ułamek masy hadronu – masa z oddziaływaniem),
2. Efekty związane z kulombowskim oddz. kwarków (rzędu 1-2 MeV),
3. Rozszczepienie nadsubtelne:
 - oddz. momentów magnetycznych ($\Delta m = 1-2$ MeV),
 - kolorowe oddz. magnetyczne – przesunięcie poziomów energetycznych dla kwarków.

Formuła masowa (A- stała):

$$M_{q\bar{q}} = m_1 + m_2 + A \frac{\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2}{m_1 m_2}$$

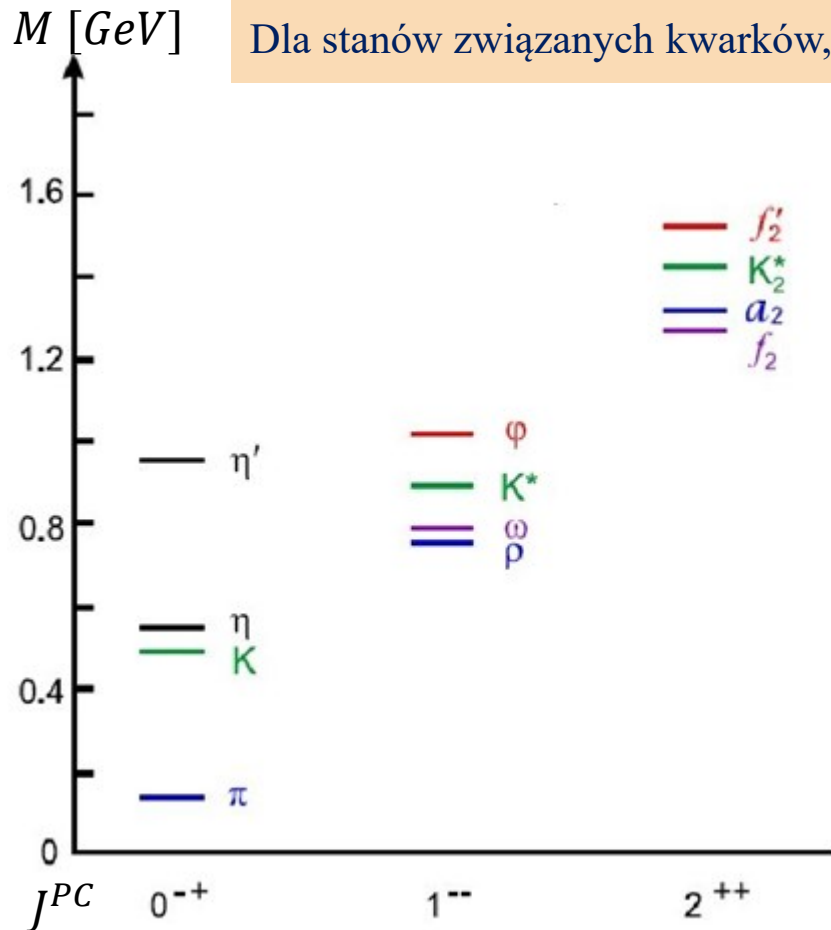


A co z masą barionów?

Cząstka jako poziom energetyczny w Modelu Kwarkowym

Atom wodoru o masie rzędu 1 GeV – różnica energii pomiędzy powłokami mała (eV) i widzimy stany o różnych energiach jako jeden stan

Dla stanów związanych kwarków, rozszczepienia tak duże, że widoczne są nowe cząstki.



Masy hadronów

W eksperymentach z rozproszeniami wysokoenergetycznych cząstek udaje się oddzielić masę kwarka od chmury gluonów. Dostajemy w ten sposób tzw. masę prądową („gołą”):

kwark	masa prądowa [MeV]	masa konstytuentna [MeV]
u	1.5-3.3	330
d	3,5-6	330
s	80-130	500
c	1150-1350	1600
b	4100-4400	4200
t	170 900	171 000

**masa konstytuentna =
masa prądowa
+ pole gluonowe**

np proton: $m = 938 \text{ MeV}$

„goła” masa 3 kwarków = 11 MeV

Gluony są bezmasowe, ale przenoszą energię.

Dla lekkich kwarków $m_{\text{prądowa}} < m_{\text{konstytuentnej}}$.

Dla ciężkich kwarków – wynik zależy od skali i przyjętych modeli.

Masy hadronów

Masy hadronów policzone z formuły masowej i wyznaczone doświadczalnie są ze sobą zgodne:

	masa obliczona [MeV]	masa zmierzona [MeV]	
π	140	138	} mezony skalarne
K	484	496	
ρ	780	770	} wektorowe
ω	939	939	
Λ	1116	1114	
Σ	1193	1179	

Model kwarkowy - podsumowanie

Nierelatywistyczny model kwarkowy:

- Energia kinetyczna kwarków o wiele mniejsza niż ich masy spoczynkowe.
 - Założenie to jest poprawne dla stanów kwarków powabnych i pięknych (c i b).
 - Dla stanów lekkich kwarków (u, d, s) czasem daje dobre wyniki.
- Model kwarkowy może uporządkować mezony i bariony w multiplety.
- Model kwarkowy przewiduje masy i momenty magnetyczne hadronów (zgadza się z dośw.)
- Model kwarkowy musi zostać rozszerzony po odkryciu cięższych kwarków.