CZĄSTKI ELEMENTARNE I ODDZIAŁYWANIA

III ZŁOTA REGUŁA FERMIEGO

EKSPERYMENT VS TEORIA

JAK OPISAĆ CZĄSTKĘ? OD SCHRÖDINGERA DO DIRACA

Agnieszka Obłąkowska-Mucha

http://home.agh.edu.pl/~amucha/
Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek
D11 p. 106

Złota Reguła Fermiego

Złota reguła Fermiego podaje przepis na prawd-two przejścia dla reakcji na jednostkę czasu (w odniesieniu do 1. cząstki tarczy), czyli na W:

$$\boxed{W = \Gamma_{fi} = 2\pi \left|T_{fi}\right|^2 \varrho(E_i)}$$

$$\boxed{T_{fi} = \langle f|\widehat{H'}|i\rangle}$$

$$\left.\begin{array}{l} T_{fi} \text{ - element macierzowy amplitudy przejścia } i \to f, \\ \widehat{H'} \text{ - hamiltonian oddziaływania (fizyka!)} \end{array}\right\} \text{przewidywania, teoria!}$$

Szybkość przejścia zależy zatem od:

- macierzy przejścia (teoria oddziaływań, dynamika procesu) T_{fi},
- liczby dostępnych stanów (zasady zachowania), która zależy od kinematyki $\varrho(E_i)$
- postaci stanów $|i\rangle$ i $|f\rangle$ (np. funkcja falowa)

Złota Reguła Fermiego (FGR)

Alternatywna postać reguły:

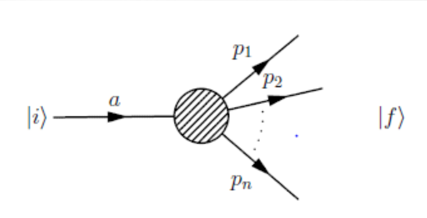
$$\boxed{\Gamma_{fi} = 2\pi \int \left|T_{fi}\right|^2 \delta\,(E_i - E)\; dn}$$

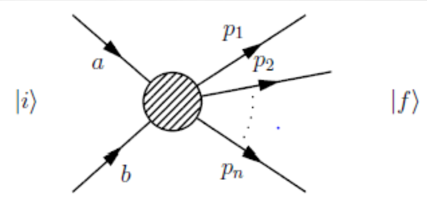
$$\Gamma_{fi} = 2\pi \left|T_{fi}\right|^2 \times (\textit{phase space})$$

FGR można wyprowadzić z równań relatywistycznych i nierelatywistycznych, dla zainteresowanych [1]:
ale lepiej rozważyć „nasze” (tzn. CEiO) problemy:

- rozpady
- rozproszenia

od strony doświadczalnej i teoretycznej





[1] https://web2.ph.utexas.edu/~schwitte/PHY362L/QMnote.pdf
M. Thomson, *Modern Particle Physics*
D.J.Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*, John Wiley @ Sons 1987, p. 198

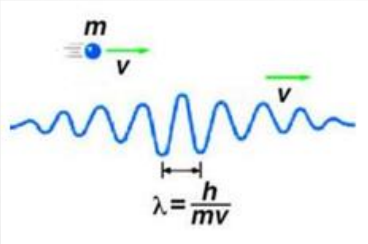
Równanie Schrödingera – funkcja falowa

- Stan układu określa funkcja falowa (zespolona): $\Psi(\vec{x},t) \equiv |\Psi\rangle$
- Cząstka swobodna opisywana jako pakiet falowy:

$$\Psi(\vec{x},t) = Ne^{i(\vec{p}\cdot\vec{x}-Et)} \text{ lub } \Psi(\vec{x},t) = Ne^{i(\vec{k}\cdot\vec{x}-\omega t)}$$

$$\vec{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar}$$

$$E = \hbar\omega$$



- W funkcji falowej „zaszyte" są informacje o energii i pędzie stanu.
- Interpretacja fizyczna funkcji falowej: $\rho(\vec{x},t) = \Psi^*\Psi d^3\vec{x}$ jest gęstością p-twa znalezienia cząstki w $d^3\vec{x}$.
- W przypadku nieoddziałujących cząstek opisanych jako fala płaska $\Psi(\vec{x},t) = Ne^{i(\vec{p}\cdot\vec{x}-Et)}$, p-two jest stałe:

$$\Psi^*\Psi = |N|^2$$

Równanie Schrödingera – funkcja falowa

- Energia i pęd stają się operatorami działającymi na funkcję falową $\vec{p} \to -i\nabla,\ E \to i\frac{\partial}{\partial t}$

  Operator – obiekt przyporządkowujący jednej funkcji inną funkcję: $\hat{A}\,\Psi = a\,\Psi$

  Rezultatem pomiaru jest wartość własna operatora, czyli np. obserwabla opisana operatorem $\hat{A}$ daje pomiar a.

- Jeśli pomiar ma dać wielkość fizyczną, to:

  - wartość własna musi być rzeczywista
  - operator musi być hermitowski: $\hat{A}^{\dagger} = \hat{A}$

- Równania własne dla operatora pędu i energii:

$$\hat{p}\,\Psi = p\Psi \qquad -i\,\nabla\Psi = p\,\Psi$$

$$\hat{E}\,\Psi = E\Psi \qquad i\,\frac{\partial\Psi}{\partial t} = E\,\Psi$$

p i E to wartości własne operatorów $\hat{p}$ oraz $\hat{E}$

Równanie Schrödingera

- W mechanice klasycznej energia całkowita: $E = H = T + V = \frac{p^2}{2m} + V$

- Odpowiednio w mechanice kwantowej:

$$\boxed{i\frac{\partial \Psi(\vec{x},t)}{\partial t} = \hat{H}\Psi(\vec{x},t)}$$

Równanie Schrödingera (zależne od czasu)

Hamiltonian (nierelatywistyczny): $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hat{V} = -\frac{1}{2m}\nabla^2 + \hat{V}$

- 1-wymiarowe równanie Schrödingera:

$$\boxed{i\frac{\partial \Psi(\vec{x},t)}{\partial t} = -\frac{1}{2m}\frac{\partial^2 \Psi(\vec{x},t)}{\partial x^2} + \hat{V}(\vec{x},t)}$$

Równanie Schrödingera

- Ewolucja czasowa stanów w MK jest opisana zależnym od czasu r. Schrödingera.
- Dla stanów własnych Hamiltonianu ψ_i z wrt. własną energii E_i mamy:

$$\hat{H}\,\psi_i(\vec{x},t) = E_i\,\psi_i(\vec{x},t)$$

$$i\,\frac{\partial\,\psi_i(\vec{x},t)}{\partial t} = E_i\,\psi_i(\vec{x},t)$$

- Zatem można zapisać ewolucję czasową stanów własnych Hamiltonianu jako:

$$\psi_i(\vec{x},t) = \phi_i(\vec{x})\,e^{-iE_it}$$

Równanie Schrödingera

- Każdy stan $|\varphi\rangle$ może być zapisany jako kombinacja stanów własnych $\widehat{H}$, jako:

$$|\varphi\rangle = \sum_i c_i \,|\, \psi_i\rangle$$

- A jego ewolucja czasowa jako: $|\varphi(\vec{x},t)\rangle = \sum_i c_i\, \phi_i(\vec{x})\, e^{-iE_i t}$

Oscylacje zapachu (flavouru) w neutrinach i kwarkach

- Wartość własna operatora dla układu w stanie $|\Psi\rangle$ to: $\langle\hat{A}\rangle = \langle\Psi|\hat{A}|\Psi\rangle$

- Wartość własna dowolnego operatora $\hat{A}$, który komutuje z Hamiltonianiem $\widehat{H}$ jest stała (nie zależy od czasu, jest zachowana).

SYMETRIE !

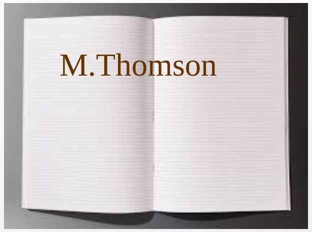
- Jeżeli układ jest w stanie własnym $\widehat{H}$, to wartość oczekiwana każdego operatora jest stała. Mówimy, że stany własne Hamiltonianu $\phi_i(\vec{x})$ są stanami stacjonarnymi.

FGR – przykład

Rozpady $\boldsymbol{a} \to \mathbf{1} + \mathbf{2}$:

W pierwszym rzedzie rachunku zaburzeń amplituda przejścia:

$$T_{fi} = \langle \psi_1 \psi_2 | \widehat{H'} | \psi_a \rangle = \int \psi_1^* \psi_2^* \, \widehat{H'} \, \psi_a \, d^3x \qquad \int \psi^* \, \psi \, d^3x = 1$$



A w przybliżeniu Borna stan początkowy i końcowy reprezentowany jest przez falę:

$$\psi(\vec{x}, t) = A \, e^{i\,(\vec{p}\cdot\vec{x} - Et)}$$

Niezmiennicza lorentzowsko postać ZRF jest nieco inna, funkcja falowa jest znormalizowana do całkowitej energii:

$$\int \psi'^* \, \psi' d^3x = 2E \quad \text{czyli:} \quad \psi' = \sqrt{2E}\,\psi$$

element przestrzeni transformuje się jak:

$$dV \to dV' = \gamma\, dV$$

TL energii:

$$E \to E' = \gamma E$$

gęstość pr-twa:

$$|\psi(x)|^2 \to |\psi'(x)|^2 = |\psi(x)|^2/\gamma$$

czyli: $|\psi'(x)|^2 = (2E)^{-1/2} |\psi(x)|^2$

Ogólnie dla procesu typu: $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + \cdots \to \mathbf{1} + \mathbf{2} + \cdots$

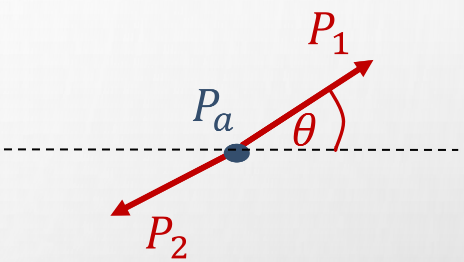
Niezmienniczy lorentzowsko element macierzowy liczony dla niezmienniczej fcji falowej ma postać:

$$M_{fi} = \langle \psi'_1 \psi'_2 \ldots | \widehat{H'} | \psi'_a \psi'_b \ldots \rangle = (2E_1 \cdot 2E_2 \cdot \cdots 2E_a \cdot 2E_b \;\cdot\; \ldots)^{1/2} T_{fi}$$

FGR dla rozpadu

Dla rozpadu dwuciałowego $\boldsymbol{a \rightarrow 1 + 2}$ Złota Reguła Fermiego jest w postaci:

$$\Gamma_{fi} = 2\pi \int \left|T_{fi}\right|^2 \delta\,(E_a - E_1 - E_2)\ dn$$



Liczba dozwolonych stanów:

$$dn = (2\pi)^3 \delta^3(\overrightarrow{p_a} - \overrightarrow{p_1} - \overrightarrow{p_2})\ \frac{d^3\overrightarrow{p_1}}{(2\pi)^3} \frac{d^3\overrightarrow{p_2}}{(2\pi)^3}$$

A w postaci niezmienniczej:

$$\Gamma_{fi} = \frac{(2\pi)^4}{2E_a} \int \left|M_{fi}\right|^2 \delta^3(\overrightarrow{p_a} - \overrightarrow{p_1} - \overrightarrow{p_2})\ \frac{d^3\overrightarrow{p_1}}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3\overrightarrow{p_2}}{(2\pi)^3 2E_2}$$

Gdzie:

$$\left|\boldsymbol{M_{fi}}\right|^2 = (2E_a\ 2E_1\ 2E_2)\ \left|\boldsymbol{T_{fi}}\right|^2$$

p-two rozpadu jest odwrotnie prop. do energii:

$$\Gamma_{fi} \propto \frac{1}{E_a},$$

… co daje: $$\boldsymbol{\Gamma_{fi} = \frac{p^*}{32\pi^2 m_1^2} \int \left|M_{fi}\right|^2 d\Omega}$$

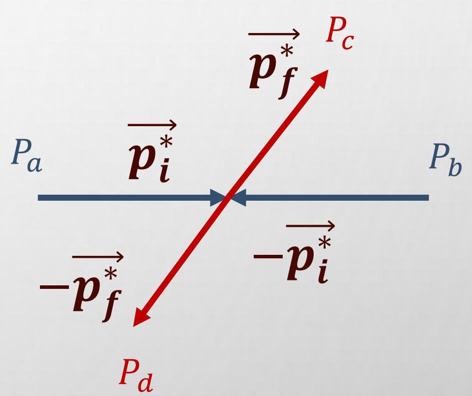
FGR dla rozproszenia

Dla rozproszenia $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}\rightarrow \boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}$ Złota Reguła Fermiego jest w postaci:

$$\sigma=\frac{(2\pi)^4}{2E_a 2E_b(v_a+v_b)}\int\left|M_{fi}\right|^2\delta(E_a+E_b-E_c-E_d)\,\delta^3(\overrightarrow{p_a}+\overrightarrow{p_b}-\overrightarrow{p_c}-\overrightarrow{p_d})\,\frac{d^3\overrightarrow{p_c}}{(2\pi)^3 2E_c}\,\frac{d^3\overrightarrow{p_d}}{(2\pi)^3 2E_d}$$

$$E_a+E_b=\sqrt{s}$$

$$\overrightarrow{p_a}+\overrightarrow{p_b}=0 \text{ (w CMS)}$$



… co daje:

$$\sigma=\frac{(2\pi)^{-2}}{p_i^*\sqrt{s}}\int\left|M_{fi}\right|^2\delta\left(\sqrt{s}-E_c-E_d\right)\,\delta^3(\overrightarrow{p_c}+\overrightarrow{p_d})\,\frac{d^3\overrightarrow{p_c}}{2E_c}\frac{d^3\overrightarrow{p_d}}{2E_d}$$

…….

$$\sigma=\frac{1}{64\pi^2 s}\frac{p_f^*}{p_i^*}\int\left|M_{fi}\right|^2 d\Omega^*$$

a dla rozproszeń elastycznych $\boldsymbol{p}_i^*=\boldsymbol{p}_f^*$ mamy:

$$\boldsymbol{\sigma}=\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{64\pi^2 s}}\int\left|\boldsymbol{M}_{fi}\right|^2 \boldsymbol{d\Omega}^*$$

uwaga!

Business plan

Mamy już zatem zakreślony (prosty) plan działania w FWE:

1. Formujemy teorię (hamiltonian)
2. Określamy zasady zachowania
3. Liczymy elementy macierzy przejścia $\boldsymbol{M_{fi}}$ i szerokość rozpadu $\boldsymbol{\Gamma_{fi}}$ (szybkość reakcji).
4. Budujemy eksperyment i mierzymy przekrój czynny $\boldsymbol{\sigma}$.
5. Porównujemy nasze przewidywanie z doświadczeniem.

Prawdopodobieństwo reakcji

DOŚWIADCZENIE

Złota Reguła Fermiego

$$\Gamma_{fi} = 2\pi \left|T_{fi}\right|^2 \varrho(E_i)$$

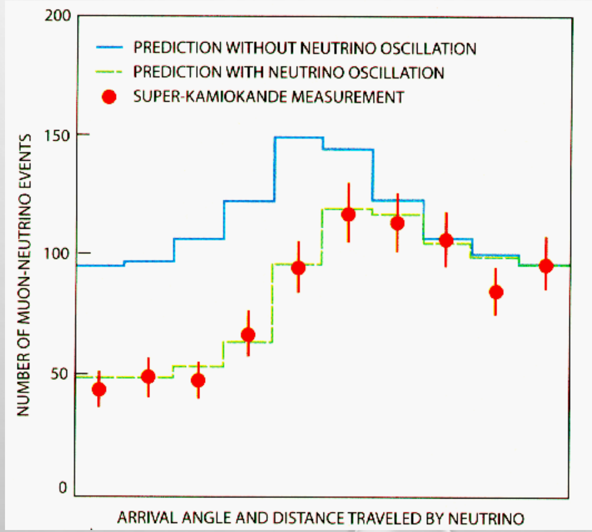
$$T_{fi} = \langle f|\widehat{H'}|i\rangle$$

szybkość rozpadu Γ, przekrój czynny σ, stosunki rozgałęzień BR

Przewidywania teoretyczne

akcelerator:
wiązka cząstek (energia, świetlność), strumień
detektory: pomiar pędu i energii, identyfikacja, topologia przypadku (wierzchołki produkcji i rozpadu), zasady zachowania

hamiltonian, symetrie



Podsumowanie FGR

1. Strumień cząstek
2. Przekrój czynny
3. Złota reguła Fermiego
    - prawdopodobieństwo przejścia,
    - amplituda przejścia,
    - gęstość stanów.
4. Szerokość rozpadu, branching fraction (stosunek rozgałęzień).

Równanie Kleina-Gordona

- Równanie Schrödingera nie jest relatywistyczne (niezmiennicze lorentzowsko), ma pochodne czasowe i przestrzenne różnych rzędów.

- Wykorzystamy: $E^2 - p^2 = m^2$ lub: $p^\mu p_\mu - m^2 = 0$
- Podstawimy operatory energii i pędu: $-\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Psi + \nabla^2\Psi = m^2\Psi$ lub: $\left(-\partial^\mu\partial_\mu - m^2\right)\psi = 0$
- Dostajemy równanie Kleina-Gordona
- Jego rozwiązaniem jest również fala płaska: $\Psi(\vec{x},t) = Ne^{i(\vec{p}\cdot\vec{x}-Et)}$

  Ale są dodatnie i ujemne energie: $E = \pm\sqrt{p^2 - m^2}$
- Równanie K-G jest niezmiennicze, ale daje niefizyczne rozwiązania (ujemne energie i gęstości p–twa)
- Jak podstawimy $m \to 0$, to mamy „zwykłe” równanie falowe.
- Dla części przestrzennej – rozwiązaniem jest potencjał Yukawy.
- R. K-G opisuje propagację relatywistycznych bozonów.
  - ✓Wykorzystane jest do opisu oddziaływania jako wymiany bozonów
  - ✓Zasięg tego oddziaływania zależy od masy wymienianego bozonu.

Wstawimy jako stan stacjonarny potencjał Yukawy:
$\varphi(x) = -\frac{g^2}{4\pi}\frac{e^{-mr}}{r}$.
Rozwiążemy r. KG, w współrzędnych sferycznych $\nabla^2 = \cdots$

Równanie Diraca

- Równanie Diraca (1928) opisuje ewolucję czasową funkcji falowej, jak w równaniu Schrödingera:
  - z opisem ujemnej energii,
  - z zachowaniem niezmienniczości wzgl. transformacji Lorenza,
  - z rozwiązaniami dla fermionów.
- R.D. jest „pierwiastkiem” z R.K-G….. $-\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Psi + \nabla^2\Psi = m^2\Psi$

$$\left(i\gamma^0\frac{\partial}{\partial t} + i\vec{\gamma}\cdot\nabla - m\right)\psi = 0$$

czyli zgrabniej: $\boldsymbol{(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = 0}$

- Czynniki (macierze) $\gamma^\mu = (\gamma^0, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3)$ są nieznane, ale należy je wyznaczyć tak, aby spełniły warunki niezmienniczości, a RD stało się r. K-G.

$$\psi^\dagger\left(-i\gamma^0\frac{\partial}{\partial t} - i\vec{\gamma}\cdot\nabla - m\right)\left(i\gamma^0\frac{\partial}{\partial t} + i\vec{\gamma}\cdot\nabla - m\right)\psi = 0$$

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma^\mu} \\ -\boldsymbol{\sigma^\mu} & 0 \end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{\sigma^\mu}$ - (spinowe) macierze Pauliego

Równanie Diraca $\quad (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$

- Pełna postać równania Diraca: $\left(i\gamma^0 \frac{\partial}{\partial t} + i\vec{\gamma}\cdot\nabla - m\right)\psi = 0$

$$\begin{pmatrix} i\frac{\partial}{\partial t} - m & 0 & i\frac{\partial}{\partial z} & i\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & i\frac{\partial}{\partial t} - m & i\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} & -i\frac{\partial}{\partial z} \\ -i\frac{\partial}{\partial z} & -i\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} & -i\frac{\partial}{\partial t} - m & 0 \\ -i\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial y} & i\frac{\partial}{\partial z} & 0 & -i\frac{\partial}{\partial t} - m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi^1 \\ \psi^2 \\ \psi^3 \\ \psi^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Rozwiązania RD są w postaci funkcji falowej przemnożonej przez funkcję zależną od energii i pędu:

$$\psi(x^\mu) = u(p^\mu)e^{-i(Et-\vec{p}\cdot\vec{x})}$$

Rozwiązania równania Diraca

… where:

$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{p_z}{E+m} \\ \frac{p_x+ip_y}{E+m} \end{pmatrix} \quad u_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{p_x-ip_y}{E+m} \\ \frac{-p_z}{E+m} \end{pmatrix} \quad u_3 = \begin{pmatrix} \frac{p_z}{E-m} \\ \frac{p_x+ip_y}{E-m} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad u_4 = \begin{pmatrix} \frac{p_x-ip_y}{E-m} \\ \frac{-p_z}{E-m} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

electron with energy

$$E = +\sqrt{m^2+p^2}$$

$$\psi = u_{1,2}(p^\mu)\, e^{-i(Et-\vec{p}\cdot\vec{x})}$$

positron with energy

$$E = -\sqrt{m^2+p^2}$$

$$\psi = u_{3,4}(p^\mu)\, e^{-i(Et-\vec{p}\cdot\vec{x})} \qquad p^\mu = (E,\vec{p})$$

Now we can take F-S interpretation of antiparticles as particles with positive energy (propagating backwards in time), and change the negative energy solutions $u_{3,4}$ to represent positive antiparticle (positron) spinors $v_{1,2}$:

$$\left.\begin{aligned} v_1(E,\vec{p})\, e^{-i(Et-\vec{p}\cdot\vec{x})} &\equiv u_4(-E,-\vec{p})e^{-i(-Et+\vec{p}\cdot\vec{x})} = u_4(-E,-\vec{p})e^{i(Et-\vec{p}\cdot\vec{x})} \\ v_2(E,\vec{p})\, e^{-i(Et-\vec{p}\cdot\vec{x})} &\equiv u_3(-E,-\vec{p})e^{-i(-Et+\vec{p}\cdot\vec{x})} = u_3(-E,-\vec{p})e^{i(Et-\vec{p}\cdot\vec{x})} \end{aligned}\right\}$$

reversing the sign of E and p

The u and v are solutions of:

$$E = +\sqrt{m^2+p^2}$$

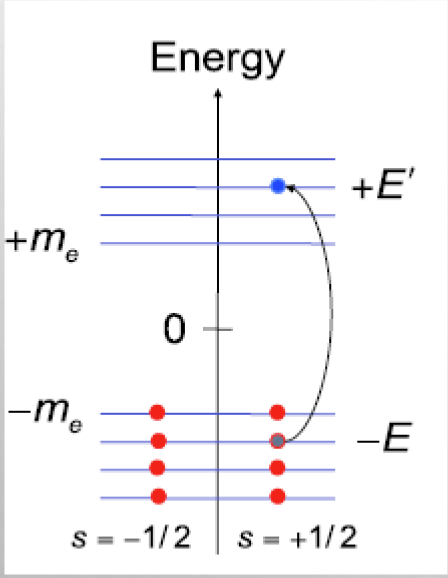
$$\boldsymbol{(i\gamma^\mu p_\mu - m)u = 0} \text{ and } \boldsymbol{(i\gamma^\mu p_\mu + m)v = 0}$$

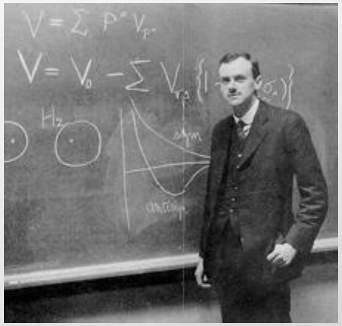
Dirac’s interpretation of negative solutions

Four solutions of the Dirac equation for a particle at rest:

$$\psi_1 = \begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix} e^{-imt} \quad \psi_2 = \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix} e^{-imt} \quad \psi_3 = \begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix} e^{+imt} \quad \psi_4 = \begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix} e^{+imt}$$

describe two different state of a fermion (↑↓) with $E = m$ and $E = -m$





Dirac’s Interpretation:

- Vacuum (fully filled) represents a „sea” of negative energy particles.
- According to Dirac: holes in this „sea” represent antiparticles.
- If energy $2E$ is provided to the vacuum:

  one electron (negative charge, positive energy) and one hole (positive charge, negative energy are created.
- This picture fails for bosons!

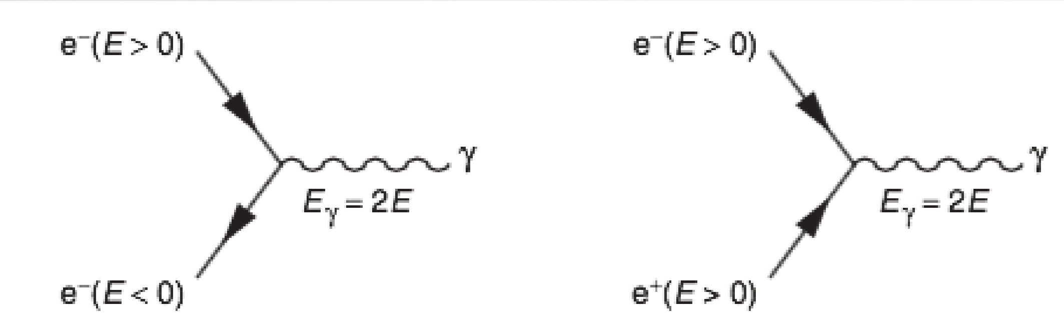
Stuckelberg-Feynman interpretation

Stückelberg (1941)-Feynman (1948) interpretation of antiparticles*:

- consider the negative energy solution as *running backwards in time* and re-label it as *antiparticle*, with *positive* energy, going forward in time

$$e^{-i[(-E)(-t)-(-\vec{p})\cdot(-\vec{x})]} = e^{-i[Et-\vec{p}\cdot\vec{x}]}$$

- emission of $E > 0$ antiparticle = absorption of particle $E < 0$



***Feynman–Stueckelberg interpretation** [Wikipedia]
By considering the propagation of the negative energy modes of the electron field backward in time, Ernst Stueckelberg reached a pictorial understanding of the fact that the particle and antiparticle have equal mass **m** and spin **J** but opposite charges **q**. This allowed him to rewrite perturbation theory precisely in the form of diagrams. Richard Feynman later gave an independent systematic derivation of these diagrams from a particle formalism, and they are now called Feynman diagrams. Each line of a diagram represents a particle propagating either backward or forward in time. This technique is the most widespread method of computing amplitudes in quantum field theory today.
Since this picture was first developed by Stueckelberg,[5] and acquired its modern form in Feynman's work,[6] it is called the **Feynman–Stueckelberg interpretation** of antiparticles to honor both scientists.

Podsumowanie I:

zadaniem teoretyka jest opisanie cząstek i oddziaływań.

I. Do opisu mikroświata stosujemy zasady mechaniki kwantowej.

II. W mechanice kwantowej cząstka opisywana jest jako fala, a jej ewolucja czasowa poprzez równanie Schrödingera.

III. Przeważnie jednak cząstki są relatywistyczne i takie podejście nie wystarcza.
Równanie Kleina-Gordona jako relatywistyczna wersja r. Schrödingera:

- opisuje cząstki relatywistyczne,
- nadaje się tylko do bozonów,
- nie interpretuje stanów z ujemnymi energiami,
- ale za to wnioski płynące z tego równania pozwalają na utożsamienie bozonów (np. fotonu, czy cząstki masywnej) z potencjałem wytworzonym przez cząstki (i to zarówno kulombowskim, jak i Yukawy).

Równanie Diraca:

- wyprowadzone zostało jako „matematycznie bardziej poprawne" równanie Schrödingera:
- jest lorentzowsko niezmiennicze,
- opisuje cząstki relatywistyczne,
- w rozwiązaniach widać stany o niezerowych spinach i ich różne ustawienia.
- teoretycznie przewidziane zostały antycząstki,

Rola Feynmana:

- interpretacja stanów z ujemną energią w r. Diraca,
- wprowadzenie graficznej reprezentacji procesów (najpierw elektromagnetycznych),
- był jednym z twórców Elektrodynamiki Kwantowej (QFT).