



CZĄSTKI ELEMENTARNE I ODDZIAŁYWANIA

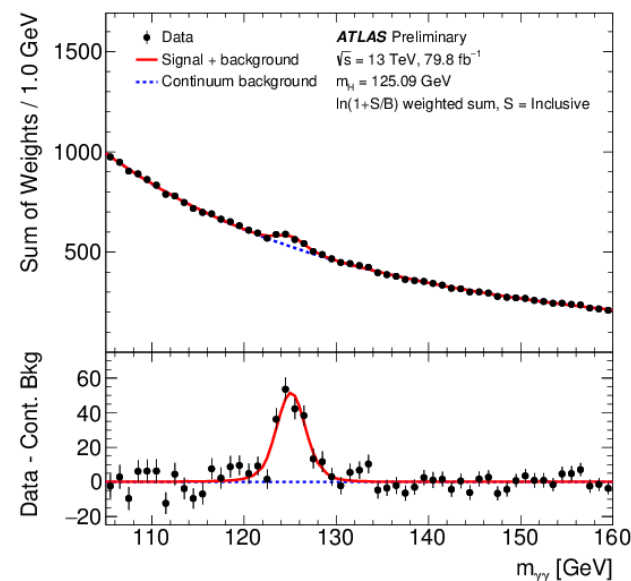
III ZŁOTA REGUŁA FERMIEGO EKSPERYMENT VS TEORIA

Agnieszka Obłąkowska-Mucha

<http://home.agh.edu.pl/~amucha/>
Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek
D11 p. 106

Czy było oddziaływanie?

- Jak można zbadać oddziaływania? Generalnie mamy dwa scenariusze:
- Rozpraszamy (zderzamy) cząstki – szukamy stanów końcowych, ich energii i rozkładów kątowych.
- Badamy rozpady cząstek (czy zaszły, jak szybko, na jakie stany końcowe)
- Wynikiem analizy jest bardzo często histogram masy niezmienniczej szukanego stanu końcowego.
- Jaki jest związek takiego rozkładu z teorią?
 1. Liczba obserwowanych przypadków (*szybkość reakcji na cząstkę tarczy*) proporcjonalna jest do przekroju czynnego σ : $R = L\sigma\mathcal{E}$.
 2. Przekrój czynny jest miarą prawdopodobieństwa zajścia procesu, a zatem powinno się go dać obliczyć z teorii.
- Eksperymentalnie mierzymy:
 - szybkość rozpadu cząstek (decay rates)
 - przekroje czynne



Przekrój czynny jest parametrem łączącym doświadczenie i teorię

Experiment and Theory

❑ *It doesn't matter how beautiful your theory is, it doesn't matter how smart you are. If it doesn't agree with experiment, it's wrong.*

Richard P. Feynman

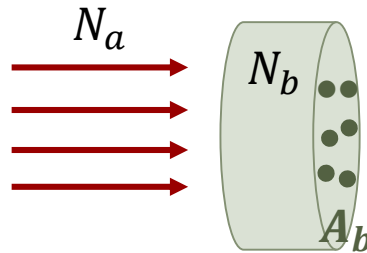
❑ *A theory is something nobody believes except the person who made it,*

An experiment is something everybody believes except the person who made it.

Albert Einstein

Strumień cząstek czyli flux

- Rozważamy zderzenia wiązek cząstek z tarczą.
- Doświadczalnie rejestrujemy liczbę przypadków w jednostce czasu, czyli *rate*: $R = dN/dt$.
- Obliczymy, jaki jest *rate* w stosunku do jednej cząstki z wiązki i z tarczy.



Wiązka – cząstki tego samego typu „a” (elektrony, pozytony, protony, jony, ...) poruszające się w tym samym kierunku o zbliżonej energii.

gęstość cząstek: $n_a = N_a/V$

natężenie wiązki I_a to liczba cząstek w jednostce czasu: $I_a = \frac{N_a}{t}$

strumień (właściwie powinno się to nazywać *gęstość strumienia*) cząstek (**flux**) Φ_a to liczba cząstek padających na tarczę w jedn. czasu na jedn. powierzchni (por. świetłość):

$$\Phi_a = \frac{N_a}{A t}$$

Przekrój czynny na oddziaływanie

- **Tarcza** – kawałek materiału, złożony z jąder, nukleonów, elektronów czy kwarków. Charakteryzowany:

gęstością $n_b = \frac{N_b}{V}$ [cząstek/objętość],

N_b – całkowitą liczbą cząstek- „centrów rozpraszania”

- Przekrój czynny σ - miara prawdopodobieństwa oddziaływania, geometrycznie – powierzchnia „centrów rozpraszania”, jeśli cząstka trafi w tę powierzchnię, to zajdzie oddziaływanie,

1 barn = 10^{-28} m² – powierzchnia jądra o A=100 (uranu)

- Wiązka cząstek „a” o prędkości v_a wpada na tarczę o powierzchni A_b , w czasie dt cząstka a przecina region A_b , w którym jest

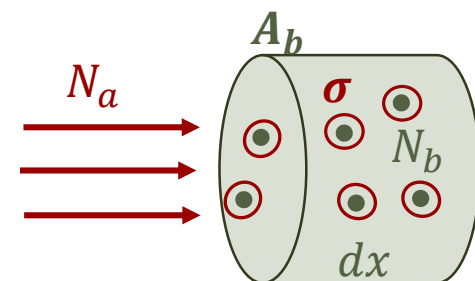
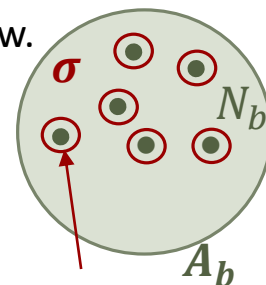
$$dN = \frac{N_b}{V} A_b dx = n_b A_b v_a dt \text{ cząstek } b$$

prawdopodobieństwo oddziaływania (geometryczne) procesu jest to efektywne pole powierzchni:

$$P = \frac{\sigma}{A_b} = n_b v_a A_b dt \frac{\sigma}{A_b} = n_b v_a \sigma dt$$

a szybkość reakcji:

$$r_a = \frac{dP}{dt} = n_b v_a \sigma$$



Prawdopodobieństwo reakcji

Dla wiązki N_a cząstek a w objętości V : $R_a = r_a n_a V = n_b v_a \sigma n_a V$

$$\left. \begin{aligned} n_a &= \frac{N_a}{V} = \frac{N_a}{A v_a t} \\ n_b &= \frac{N_b}{V} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} R_a &= \frac{N_a}{A v t} v_a \frac{N_b}{V} \sigma V \\ R_a &= \Phi_a N_b \sigma \end{aligned}$$

$$R_a = \underbrace{\frac{N_a}{A t}} N_b \sigma$$

Φ_a strumień cząstek a

Szybkość (prawdopodobieństwo) reakcji (oddziaływania) zależy od strumienia cząstek początkowych i od przekroju czynnego tej reakcji.

Problem: strumień cząstek (flux) nie jest niezmienniczy lorentzowsko, dla każdego procesu należy go wyznaczać oddzielnie.

W CEiO badamy:

- stany związane
- rozproszenia
- rozpady

równanie Schrödingera

przekrój czynny

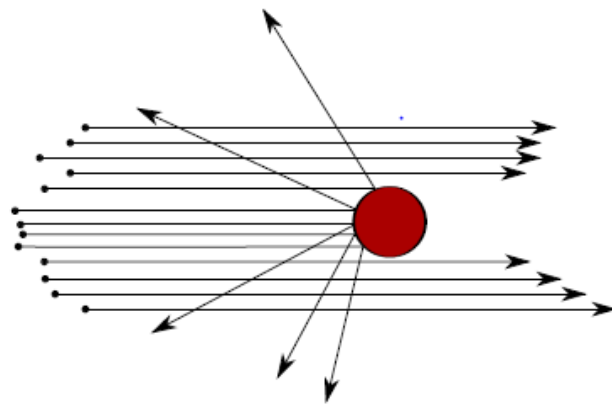
(mean) lifetime,

Przekrój czynny (rozproszenia)

Przekrój czynny jest to zatem:

$$\sigma = \frac{\text{Liczba zdarzeń na liczbę cząstek tarczy/czas}}{\text{strumień cząstek "a"}}$$

$$= \frac{W}{\text{strumień wejściowy}}$$



Częstość (rate):

$$R = \frac{dN}{dt} = \text{strumień} \times \text{liczba cząstek tarczy} \times \text{przekrój czynny}$$

strumień = liczba cząstek padających / jednostkę czasu i powierzchni

$$R = \Phi_a \sigma$$

Szybkość reakcji Γ_{if} (transition rate, transition probability) na jednostkę czasu: może być obliczona na podstawie Złotej Reguły Fermiego (następny wykład).

Pamiętamy, że świetlność to liczba cząstek wiązki na jednostkę czasu na powierzchnię, a zatem:

$$R_a = \mathcal{L} \sigma$$

Rozpady

Rozpady są to procesy typu $a \rightarrow b + c + d$

W rozpadach interesuje nas:

- (średni) czas życia,
- sposób rozpadu,
- prawdopodobieństwo rozpadu

czas życia:

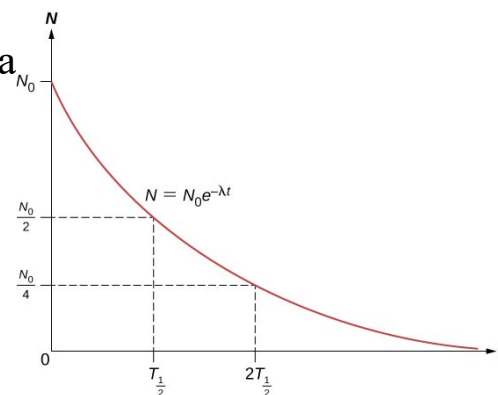
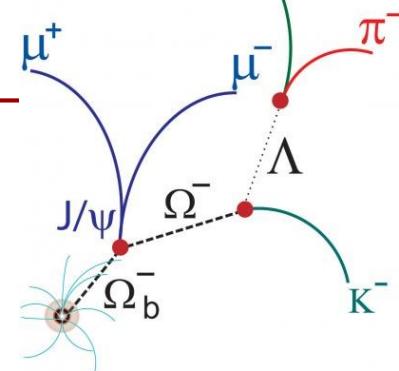
rozpad ma charakter stochastyczny – każdy mion (np.) ma inną długość życia (nawet mion w spoczynku) i p-two rozpadu nie zależy od długości życia (rozpady eksponencjalne nie mają „pamięci”),

- można mówić p-twie na jedn.czasu, że mion się rozpadnie, czyli o *decay rate* Γ^* ,
- dla wielu obserwowanych mionów: $dN = -\Gamma N dt$

$$N(t) = N(0) e^{-\Gamma t} = N(0) e^{\frac{-t}{\tau}}$$

- mówimy o **średnim** czasie życia zgodnie z: $\tau = \frac{1}{\Gamma}$

** Γ jest to współcz. proporc. między aktualną liczbą cząstek (jąder, atomów) a szybkością, z którą ta liczba maleje i praktycznie oznacza prawdopodobieństwo procesu*



Rozpady

Jeżeli cząstka rozpada się na i – sposobów, to:

$$dN = -N \Gamma_1 dt - N \Gamma_2 dt - \dots = -N \sum_i \Gamma_i = -N \Gamma dt$$

gdzie całkowita szybkość rozpadu jest sumą wszystkich *rozpadów parcyjnych*:

$$\Gamma = \sum_i \Gamma_i$$

a względna częstość rozpadu (*Branching Ratio, Branching Fraction*): $BR(i) = \frac{\Gamma_i}{\Gamma}$

2019 Review of Particle Physics.

M. Tanabashi *et al.* (Particle Data Group), Phys. Rev. D **98**, 030001 (2018) and 2019 update.

STRANGE MESONS

($S = \pm 1$, $C = B = 0$)

$K^+ = u \bar{s}$, $K^0 = d \bar{s}$, $\bar{K}^0 = \bar{d} s$, $K^- = \bar{u} s$, similarly for K^* 's

K_S^0 $I(J^P) = 1/2(0^-)$

Mode

Fraction (Γ_i / Γ)

▼ Hadronic modes

Γ_1	$\pi^0 \pi^0$	$(30.69 \pm 0.05)\%$
Γ_2	$\pi^+ \pi^-$	$(69.20 \pm 0.05)\%$
Γ_3	$\pi^+ \pi^- \pi^0$	$(3.5_{-0.9}^{+1.1}) \times 10^{-7}$

Zderzenia i rozproszenia

Zderzenia są to procesy typu $a + b \rightarrow c + d$

Obserwable doświadczalne:

- energia, pędy każdej (lub nie każdej) cząstki,
- kierunki lotu, polaryzacje,
- kąty w układzie lab, CMS,
- ...



Przekrój czynny:

- **inkluzywny** - gdy interesuje nas jedynie jedna obserwabl, nie znamy energii i pędów wszystkich cząstek, całkujemy po pozostałych, np. przekrój czynny na produkcję cząstek z dużym pędem poprzecznym, produkcję czarnu, itp.
- **ekskluzywny** – wszystkie parametry są zmierzone.

W wyniku zderzenia mogą powstać różne stany końcowe:

$$a + b \rightarrow \begin{cases} a + b & \text{elastyczne} \\ c_1 + d_1 & \\ c_i + d_i + e_i & \text{nieelastyczne} \end{cases}$$

są to różne kanały reakcji,
na każdy kanał jest określony parcjalny
przekrój czynny: σ_i

$$\sigma_{tot} = \sum \sigma_i$$

Zderzenia i rozproszenia (IRL)

W zderzeniach chodzi przede wszystkim o to, żeby trafić....

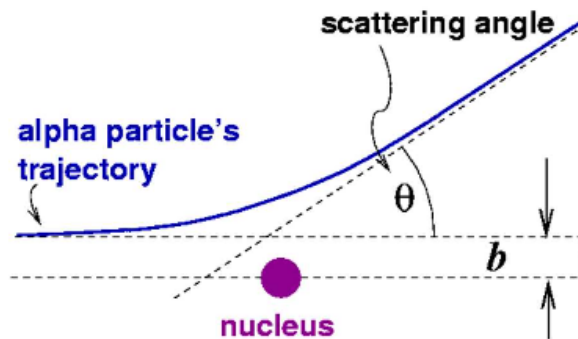
- ✓ czyli najważniejszy jest rozmiar tarczy,
- ✓ ale również prędkość pocisku,
- ✓ liczba pocisków,
- ✓ a także typ oddziaływania (coulombowskie, jądrowe, magnetyczne),
- ✓ czy obecność rezonansów, które są chętnie tworzone (por. fizykę reaktorów)

Zderzenia cząstek i zderzenia z tarczą prowadzą do rozprożeń:

- **elastycznych** – ten sam stan końcowy, co początkowy, zachowana energia (kinetyczna) i pęd;
- **nieelastycznych** – stan końcowy i początkowe różnią się, pęd nie jest zachowany.

Strumień początkowy – liczba cząstek początkowych na jednostkę czasu i powierzchni.

Strumień rozproszony – liczba cząstek rozproszonych w kącie bryłowym $d\Omega$ w jednostce czasu.



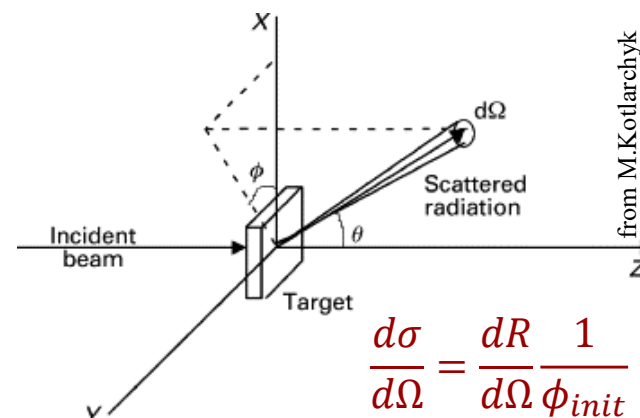
Rozproszenia

A jeśli interesuje nas (lub możemy tyle zmierzyć) różniczkowy przekrój czynny:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \equiv \frac{\phi_{scatt}}{\phi_{init}}$$

to całkowity przekrój czynny (LI):

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$$



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dR}{d\Omega} \frac{1}{\phi_{init}}$$

Zadania CEiD:

- zmierzyć i obliczyć:

przekrój czynny

decay rates

- pamiętając o zasadach zachowania (en i pędu, innych l.kwantowych)

Złota Reguła Fermiego

Złota reguła Fermiego podaje przepis na prawd-two przejścia dla reakcji na jednostkę czasu (w odniesieniu do 1. cząstki tarczy), czyli na W :

$$W = \Gamma_{fi} = 2\pi |T_{fi}|^2 \varrho(E_i)$$

$$T_{fi} = \langle f | \widehat{H}' | i \rangle$$

T_{fi} - element macierzowy amplitudy przejścia $i \rightarrow f$,
 \widehat{H}' - hamiltonian oddziaływania (fizyka!) } przewidywania, teoria!

Szybkość przejścia zależy zatem od:

- macierzy przejścia (teoria oddziaływań, dynamika procesu) T_{fi} ,
- liczby dostępnych stanów (zasady zachowania), która zależy od kinematyki $\varrho(E_i)$
- postaci stanów $|i\rangle$ i $|f\rangle$

Złota Reguła Fermiego (FGR)

Alternatywna postać reguły:

$$\Gamma_{fi} = 2\pi \int |T_{fi}|^2 \delta(E_i - E) dn$$

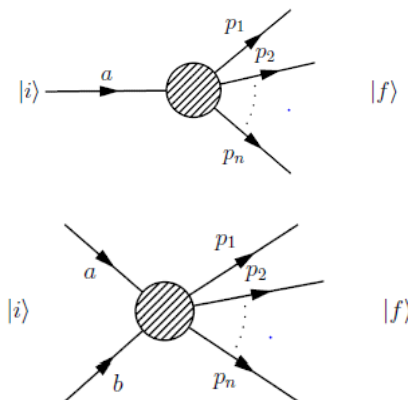
$$\Gamma_{fi} = 2\pi |T_{fi}|^2 \times (\textit{phase space})$$

FGR można wyprowadzić z równań relatywistycznych i nierelatywistycznych, dla zainteresowanych [1]:

ale lepiej rozważyć „nasze” (tzn. CEiO) problemy:

- rozpad
- rozproszenia

od strony doświadczalnej i teoretycznej



[1] <https://web2.ph.utexas.edu/~schwitte/PHY362L/QMnote.pdf>

M. Thomson, *Modern Particle Physics*

D.J.Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*, John Wiley & Sons 1987, p. 198