




# CZĄSTKI ELEMENTARNE I ODDZIAŁYWANIA

V ODDZIAŁYWANIA ELEKTROMAGNETYCZNE

Agnieszka Obłąkowska-Mucha

<http://home.agh.edu.pl/~amucha/>  
Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek  
D11 p. 106



## Jakimi równaniami opisujemy stan i ewolucję czasową cząstki?

- Stan cząstki – funkcja falowa:  $\Psi(\vec{x}, t) = N e^{i(\vec{p} \cdot \vec{x} - Et)}$ .

- Kinematyka:

Równanie Schrödingera:  $i \frac{\partial \Psi(\vec{x}, t)}{\partial t} = -\frac{1}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(\vec{x}, t)}{\partial x^2} + \hat{V}(\vec{x}, t)$   
opisuje cząstki nierelatywistyczne

Równanie Kleina-Gordana:  $-\frac{\partial^2}{\partial t^2} \Psi + \nabla^2 \Psi = m^2 \Psi$  lub:  $(-\partial^\mu \partial_\mu - m^2) \Psi = 0$   
opisuje relatywistyczne bozony

Równanie Diraca:  $(i\gamma^0 \frac{\partial}{\partial t} + i\vec{\gamma} \cdot \nabla - m) \Psi = 0$  lub  $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \Psi = 0$   
opisuje relatywistyczne fermiony

- Relatywistyczne fermiony występują jako rozwiązania Diraca w wersji „cząstki” i „antycząstki”

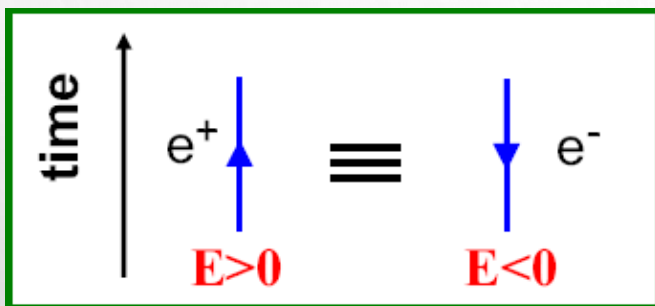
$$\psi = u_{1,2}(p^\mu) e^{-i(Et - \vec{p} \cdot \vec{x})}$$

$$\psi = u_{3,4}(p^\mu) e^{-i(Et - \vec{p} \cdot \vec{x})}$$

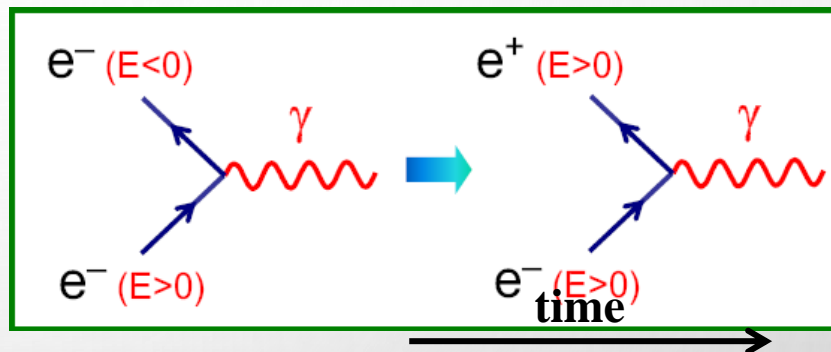
# Interpretacja Feynmana

Rozwiązania r. Diraca:

są **cząstkami o ujemnej energii** poruszającymi się **wstecz w czasie**



LUB **antycząstkami o dodatniej energii** propagującymi się w czasie „do przodu”.

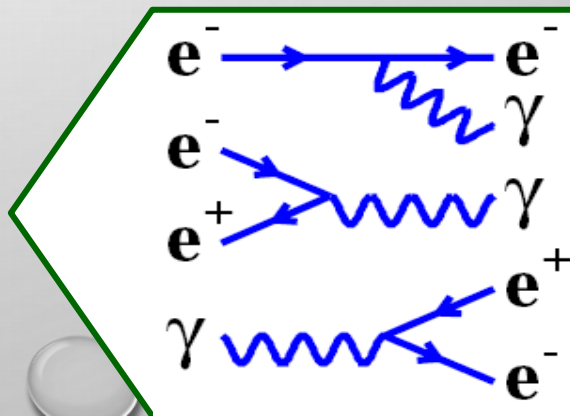


M. Thomson

*Uwaga:  $\exp(-iEt) = \exp\{-i(-E)(-t)\}$*

Feynman wprowadził graficzną interpretację elementarnych procesów zachodzących pomiędzy elektronami:

Podstawowe procesy:  
(każdy zabroniony przez zas.zach.en i pędu)



## Diagramy Feynmana – konstrukcja

Oddziaływanie zachodzi, gdy następuje:

wymiana energii i pędu między cząstkami,  
kreacja lub anihilacja cząstek.

Oddziaływanie zachodzi poprzez wymianę wirtualnych cząstek

Każde rzeczywiste oddziaływanie (np. **rozpraszanie** elektron-proton) składa się

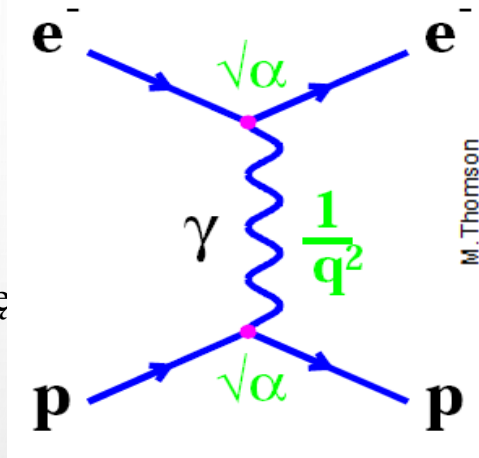
**dwóch linii zewnętrznych** reprezentujących funkcje falowe cząstek,  
**dwóch wierzchołków**, każdy proporcjonalny do siły oddziaływania,  
**linii wewnętrznej** opisującej wirtualną wymienianą cząstkę.

Werteksy i strzałki są tylko symbolami, nie reprezentują śladów cząstek w przestrzeni.

Diagramy czytamy od lewej do prawej strony (strzałka czasu) – z lewej strony mamy cząstki przed oddziaływaniem, z prawej – po nim (czasem konwencja biegu czasu góra-dół).

Z lewej strony wierzchołka - strzałka skierowana do wierzchołka oznacza cząstkę wchodzącą do oddziaływania, strzałka od wierzchołka reprezentuje antycząstkę wchodzącą do oddziaływania.

Z prawej strony (czyli po oddziaływaniu) – odpowiednio odwrotnie.



A teraz popatrzmy na niezwykle cechy diagramów Feynmana:



## Diagramy Feynmana – obracamy!

Oddziaływanie zachodzi, gdy następuje:

wymiana energii i pędu między cząstkami,  
kreacja lub anihilacja cząstek.

Oddziaływanie zachodzi poprzez wymianę wirtualnej cząstki

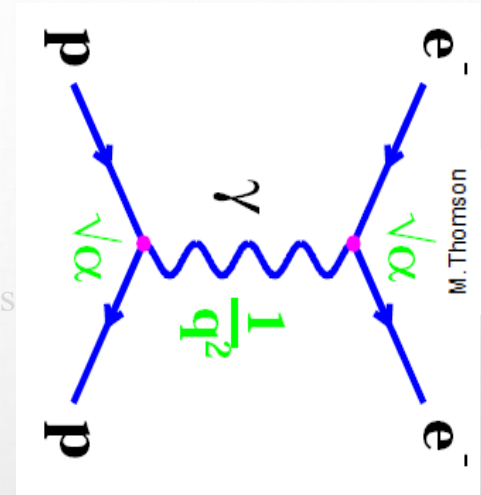
Każde rzeczywiste oddziaływanie (np. oddziaływanie elektron-proton) składa się

dwóch linii zewnętrznych i jednej wewnętrznej funkcje falowe cząstek,

dwóch wierzchołków proporcjonalny do siły oddziaływania,

linii wewnętrznej wirtualną wymienianą cząstkę.

Zamiast rozpraszania elektron – proton -  
proces opisujący anihilację protonów



Linie i strzałki – symbolami, nie reprezentują śladów cząstek w przestrzeni.

Diagramy czytamy od lewej do prawej strony (strzałka czasu) – z lewej strony mamy cząstki przed oddziaływaniem, z prawej – po nim (czasem konwencja biegu czasu góra-dół).

Z lewej strony wierzchołku strzałka skierowana do wierzchołka oznacza cząstkę dochodzącą do oddziaływania, strzałka od wierzchołka reprezentuje antycząstkę wychodzącą z oddziaływania.

Linie na diagramach Feynmana nie są śladami cząstek!

Używamy tu konwencji, że czas biegnie poziomo.

Pojedynczy wierzchołek nie reprezentuje rzeczywistego procesu fizycznego

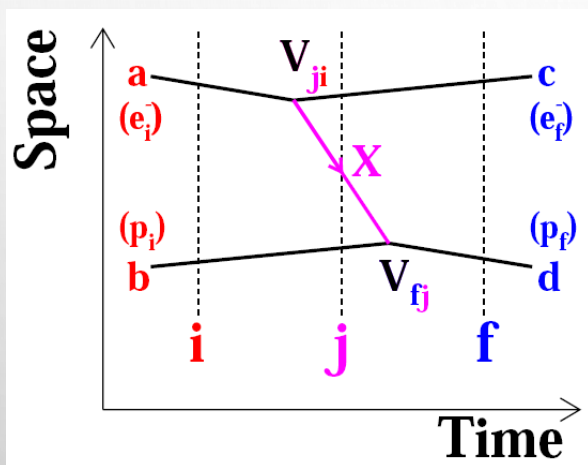
A teraz popatrzmy na niezwykle cechy diagramów Feynmana

## Diagramy Feynmana

W każdym wierzchołku oddziaływania jest zachowane pęd i wszystkie l.kw.

Diagramy Feynmana są graficznym przedstawieniem oddziaływań między cząstkami, zachodzących poprzez wymianę odpowiednich kwantów pól. Diagramy reprezentują amplitudy przejścia.

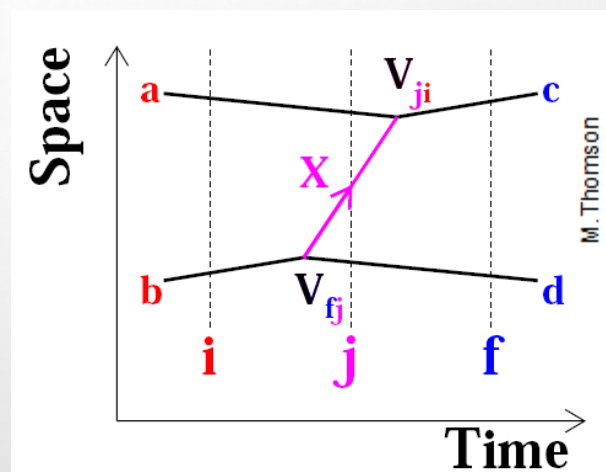
Rozpatrzmy jeden z procesów w czasoprzestrzeni:



Cząstka **a** emituje **X**, a cząstka **b** go pochłania.



oraz zupełnie inny proces:



Cząstka **b** emituje **X**, a cząstka **a** go pochłania.

Procesy te zależą od wyboru układu, a więc nie są niezmiennicze.

Skoro prowadzą do tego samego stanu końcowego – w mech. kwantowej trzeba je wysumować.

# Rozpraszanie

- Mamy proces 2-ciałowy, np. rozpraszanie elektron – proton.

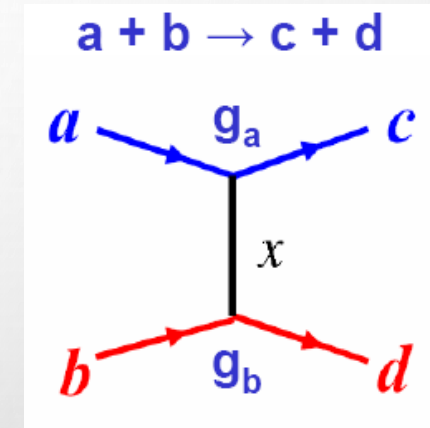
Prawdopodobieństwo zajścia procesu (Złota Reguła Fermiego)

$$\Gamma_{fi} = 2\pi |T_{fi}|^2 \varrho(E_f)$$

$$T_{fi} = \langle f | \widehat{H}' | i \rangle + \sum_{i \neq j} \frac{\langle f | \widehat{H}' | j \rangle \langle j | \widehat{H}' | i \rangle}{E_i - E_j} + \dots$$

Rozpraszanie na  
potencjale  $V_{fi}$

Rozpraszanie poprzez  
stan pośredni  $j$ :  $V_{ji}$  i  $V_{fj}$



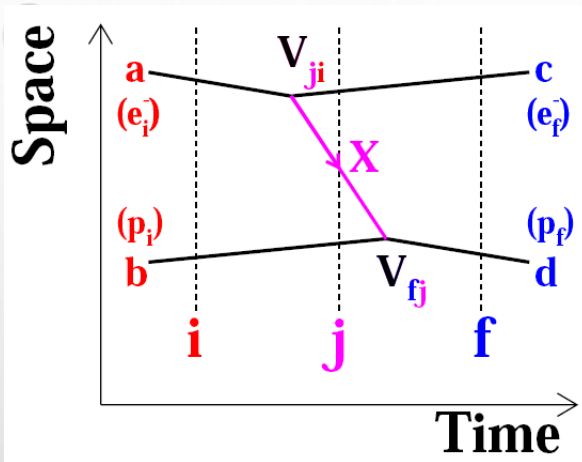
$$q^2 = (p_a - p_c)^2 = (E_a - E_c)^2 - (\vec{p}_a - \vec{p}_c)^2 \equiv t \leq 0$$

Rozpraszanie na potencjale:

przekaz pędu bez żadnego „medium”,

niezgodne z T.W – ruch źródła musi spowodować natychmiastową zmianę potencjału wszędzie dookoła

## Rozpraszanie – cząstka pośrednicząca



Stan początkowy – cząstka **a** i **b**,  
a emituje **X**  
w późniejszej chwili **X** jest pochłonięty  
przez **b**

Stan pośredni – **b**, **c** i wymieniany **X**

Stan końcowy **c** i **d**

$$|i\rangle \rightarrow a + b$$

$$|j\rangle \rightarrow c + b + X$$

$$|f\rangle \rightarrow c + d$$

stan pośredni  $E_i \neq E_j$   
Pęd jest zachowany

lub inna kolejność  
w czasie (to już  
sprawia, że taki  
proces nie jest LI)

stan pośredniczący  
„pożycza” energię  
na czas dozwolony  
przez  $\Delta E \Delta t < 1$

$$T_{fi}^{ab} = \frac{\langle f|V|j\rangle\langle j|V|i\rangle}{E_i - E_j} = \frac{\langle d|V|b + X\rangle\langle c + X|V|a\rangle}{(E_a + E_b) - (E_c + E_X + E_b)}$$

II rząd rachunku zaburzeń

oddziaływanie w wierzchołku **ji** opisane jest elementem LI macierzowym  $M_{a \rightarrow c+X}$ :

$$V_{ji} = \langle c + X|V|a\rangle = \frac{M_{a \rightarrow c+X}}{(2E_a \cdot 2E_c \cdot 2E_X)^{1/2}}$$



## Pierwszy diagram

$$V_{ji} = \langle c + X | V | a \rangle = \frac{M_{a \rightarrow c+X}}{(2E_a \cdot 2E_c \cdot 2E_X)^{1/2}}$$

Przejście ze stanu  $a$  do  $c + X$  zachodzi poprzez niezmienniczy element macierzowy  $M_{a \rightarrow c+X}$ .

$M_{a \rightarrow c+X}$  opisuje podstawowe oddziaływanie, które zaszło w tym wierzchołku (elm, silne, słabe, etc).

$M_{a \rightarrow c+X}$  w najprostszej postaci może być skalarem (liczbą), który odzwierciedla siłę oddziaływania w tym wierzchołku, np.  $M_{a \rightarrow c+X} = g_a$ .

$$V_{ji} = \langle c + X | V | a \rangle = \frac{g_a}{(2E_a \cdot 2E_c \cdot 2E_X)^{1/2}}$$

W ten sam sposób mamy:  $M_{b+X \rightarrow d} = g_b$ , czyli dalej:

Np. w rozpraszaniu elektronów (oddz. elektromagnetyczne), wynosi ona:

$$g = e = \sqrt{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{137}}$$

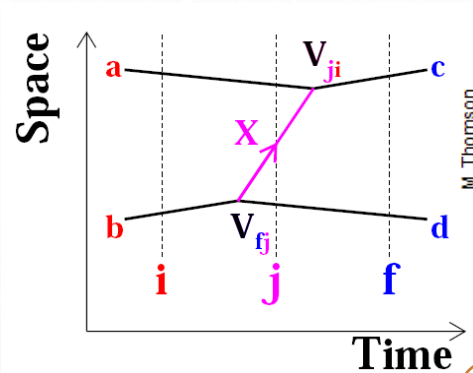
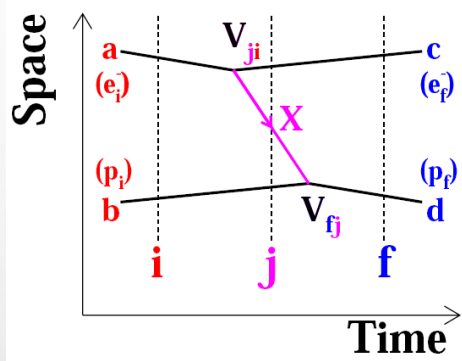
$$T_{fi}^{ab} = \frac{1}{2E_x} \frac{1}{(2E_a 2E_c 2E_b 2E_d)^{1/2}} \frac{g_a g_b}{(E_a - E_c - E_X)}$$

Ze ZRF mamy: 
$$M_{fi}^{ab} = (2E_a 2E_c 2E_b 2E_d 2E_X)^{1/2} T_{fi}^{ab}$$

$$M_{fi}^{ab} = \frac{1}{2E_x} \frac{g_a g_b}{(E_a - E_c - E_X)}$$

W MK całkowita amplituda to suma wszystkich możliwych przejść pomiędzy stanami...

## Suma dwóch diagramów



$$M_{fi}^{ab} = \frac{1}{E_x} \frac{g_a g_b}{(E_a - E_c - E_X)} + M_{fi}^{ba} = \frac{1}{E_x} \frac{g_a g_b}{(E_b - E_d - E_X)} = M_{fi} = \frac{g_a g_b}{(E_a - E_c)^2 - E_x^2}$$

W pojedynczym diagramie:

- wymieniana jest cząstka o masie  $m_x$  (dowolnej, nie jest to masa spocz), która spełnia:  
 $E_x^2 = p_x^2 + m_x^2$ ,
- w wierzchołkach zachowany jest pęd, ale nie jest zachowana energia:  $E_i \neq E_j$ , co jest dozwolone przez zas. nieoznaczoności

Dla obu diagramów sytuacja się zmienia:

- skoro:  $\vec{p}_X = \vec{p}_a - \vec{p}_c$  oraz  $\vec{p}_X = \vec{p}_b - \vec{p}_d$ , to mamy  $E_x^2 = \vec{p}_X^2 + m_x^2 = (\vec{p}_a - \vec{p}_c)^2 + m_x^2$ :

$$M_{fi} = \frac{g_a g_b}{(E_a - E_c)^2 - (\vec{p}_a - \vec{p}_c)^2 - m_x^2}$$

# Propagator

Dla obu diagramów, w różnej kolejności czasowej, element w postaci niezmienniczej:

$$M_{fi} = \frac{g_a g_b}{(E_a - E_c)^2 - (\vec{p}_a - \vec{p}_c)^2 - m_X^2} = \frac{g_a g_b}{(P_a - P_c)^2 - m_X^2}$$

gdy zapiszemy:  $P_a - P_c = q$

czteropędy cząstki początkowej i końcowej

to  $q$  rozumiane jest jako czteropęd wymienianej cząstki, co daje:

$$M_{fi} = \frac{g_a g_b}{q^2 - m_X^2}$$

„Masa” wymienianej cząstki X zależy od energii i pędu rozpraszanych cząstek.

czynnik

$$\frac{1}{q^2 - m_X^2}$$

nazywamy **PROPAGATOREM**

Co to oznacza?  $q^2 \neq m_X^2$  (nie ma ZZE)

element macierzowy oddziaływania z dwoma wierzchołkami zależy od:

- kwadratu przekazanego czteropędu,
- masy wymienianej cząstki,
- siły oddziaływania w każdym wierzchołku

W pojedynczym procesie emisji i absorpcji energia nie jest zachowana (gdy wymieniana cz. rzeczywista).

## Propagator wymienianej cząstki (wirtualnej)

Masa wymienianej cząstki X zależy od energii i pędu rozpraszanych cząstek. **Może być DOWOLNA.**  
Rozumiemy dlaczego?

Bo kwadrat czteropędu to kwadrat masy niezmienniczej, a tutaj mamy:  $q^2 = (p_a - p_c)^2$

Co to oznacza?

Wymieniana cząstka nie jest rzeczywista, tylko wirtualna (p. 1. wykład).

Co zyskałszy?

Wprowadzając cząstkę wirtualną, jako przenoszącą oddziaływanie, ratujemy zas. zach. energii w każdym wierzchołku diagramu. Po prostu masa wymienianej cząstki jest taka, jaka jest potrzebna do zachowania energii i pędu.

Propagator i  $q^2$  zależą od czteropędów rozpraszanych cząstek,

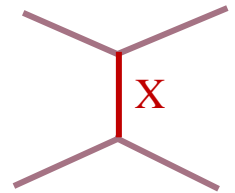
$q^2$  nie jest masą rzeczywistej cząstki X:  $q^2 \neq m_X^2$ , ale można go policzyć.

np. dla rozproszenia:

$$q^2 = (p_a - p_c)^2 = (E_a - E_c)^2 - (\vec{p}_a - \vec{p}_c)^2 \equiv t \leq 0$$

gdy  $m_X^2 = 0$ , to propagator  $\frac{1}{q^2 - m_X^2} \rightarrow \frac{1}{q^2}$  opisuje oddziaływanie poprzez wymianę fotonu (wirtualnego), czyli oddziaływanie elektromagnetyczne.

Wymieniane cząstki nie są rejestrowane bezpośrednio, a widać jedynie SKUTEK ich działalności (wymianę pędu i energii)



# Wirtualność

## CZĄSTKA RZECZYWISTA

swobodna,  
o masie spoczynkowej  $M$ ,  
energia całkowita w układzie  
środku masy  $E_{CMS} = M$

po transformacji do innego układu:

$$E^2 = p^2 + m^2$$

Gdy taka jest zależność pomiędzy masą a energią-  
cząstka na powłoce masy (on-mass shell)



## CZĄSTKA WIRTUALNA

istnieje jako oddziaływanie,  
jedynie przez czas dany zasadą Heisenberga,

$$\Delta t \Delta E \geq \hbar$$

a zasięg odwrotnie proporcjonalny do masy:

$$R = c\Delta t = c\hbar/m$$

energia nie jest ściśle określona

Kwadrat czteropędu jest różny od kwadratu masy  
spoczynkowej (off-mass shell)

$$E^2 \neq p^2 + m^2$$

Ma masę zależną od czteropędów  
oddziałujących cząstek,

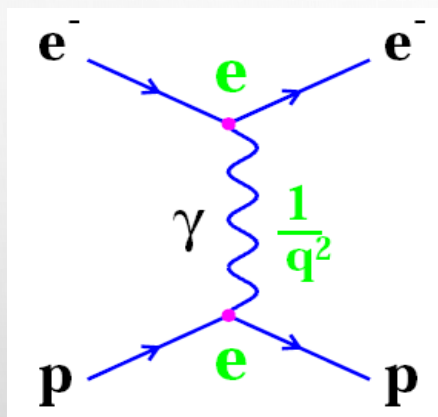
Cząstką wirtualną może być dowolny stan (foton,  
elektron, neutrino, bozony W i Z, również kwarki i  
nowe nieodkryte stany)



## Wymiana wirtualnego fotonu

- Element macierzowy  $M_{fi}$  faktoryzuje się na trzy czynniki, np. w:

### ROZPRASZANIU



prąd elektronu

propagator fotonu

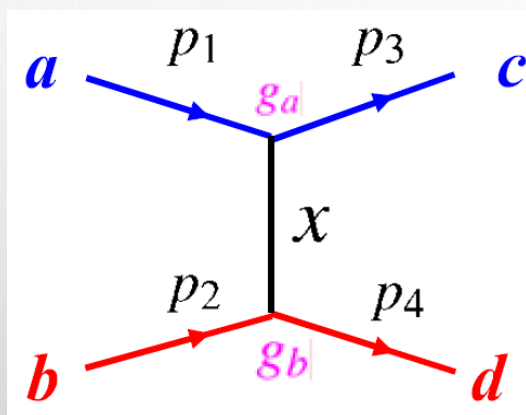
prąd protonu

$$M \propto \alpha (p_1 + p_2) \frac{1}{q^2} (p_3 + p_4)$$

- Każdy wierzchołek opisuje prawdopodobieństwo emisji fotonu. Jest ono proporcjonalne do propagatora fotonu.
- Propagator określa, jak bardzo cząstka jest wirtualna (poza powłoką). Im większa wirtualność, tym mniejsza szansa produkcji takiej cząstki.
- Jednocześnie najbardziej prawdopodobna jest emisja fotonu mało wirtualnego ( $q^2 = 0$  – fotony prawie-rzeczywiste)

## Rozpraszanie

Czteropęd  $q$ , niesiony przez wirtualną cząstkę, obliczony z zas. zach en. i pędu w wierzchołkach, może być zarówno dodatni, jak i ujemny:



### ROZPRASZANIE

przekaz czteropędu:

$$q = p_3 - p_1 = p_4 - p_2$$

$$q^2 = (E_3 - E_1)^2 - (\vec{p}_3 - \vec{p}_1)^2 \equiv t \leq 0$$

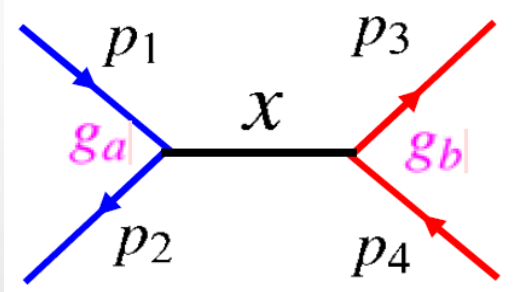
(t-channel)

$$p_1 = (E_1, \vec{p}_1); \quad p_3 = (E_3, \vec{p}_3)$$

$$q^2 < 0$$

„przestrzenny” (space-like) procesy emisji i absorpcji  
zachodzą w tym samym czasie

# Anihilacja



energia w ukł. śr. masy

$$q = p_1 + p_2 = p_3 + p_4 \equiv s > 0 \quad (\text{s-channel})$$

$$q^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 \approx 4E^2$$

„czasowy” (time-like) składowa „czasowa” jest większa niż przestrzenna

procesy anihilacji i kreacji zachodzą w tym samym miejscu

- $\sqrt{t}$  i  $\sqrt{s}$  reprezentują masy cząstek wirtualnych.
- W kanale „t” masa cząstki wirtualnej jest urojona, w „s” rzeczywista.
- W kanale „s” - gdy masa wymienianej cząstki jest (prawie) równa masie spoczynkowej rzeczywistej cząstki (np.  $J/\psi$ ), prawdopodobieństwo zajścia takiego procesu rośnie rezonansowo....

**JEST TO FIZYCZNA PODSTAWA EKSPERYMENTÓW ZE ZDERZENIAMI**

# Oddziaływanie elektromagnetyczne

---

Cząstki obdarzone ładunkiem elektrycznym oddziałują elektromagnetycznie:

1. siły wiążące elektrony z jądrem atomowym (atomy),
2. siły międzycząsteczkowe w cieczech i ciałach stałych.

Klasycznie oddziaływania są skutkiem działania sił, które pochodzą z pól: elektrycznego i magnetycznego. Cząstki są również źródłami tych pól –  $V(r)$

## ELEKTRODYNAMIKA KWANTOWA:

Kwantowa teoria pola opisująca procesy elektromagnetyczne, która umożliwia obliczenie z bardzo dużą precyzją przekrojów czynnych na w/w procesy.

QED - siły są skutkiem wymiany wirtualnej cząstki – kwantów pola.

Pole jest układem kwantowym złożonym z fotonów, które oddziałują z ładunkiem elektrycznym.

Krótką historia:

1900 – pierwsze kwantowanie Planca (emisja kwantów i ciało doskonale czarne)

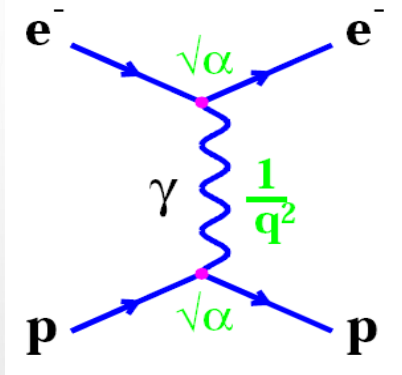
1905 – efekt fotoelektryczny wg Einsteina

1922 – efekt Comptona

~1930 – Heisenberg, Pauli - kwantowa teoria pola

1940-50 – R. Feynman, J. Schwinger, S. Tomanaga (Nobel 1965r) – formalizm QED

## Podstawowe procesy

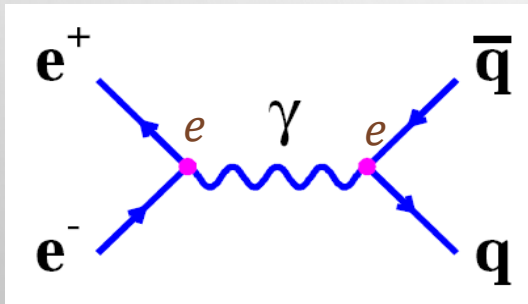


$$M_{ep} = \langle \psi_c | V | \psi_a \rangle \overbrace{\frac{1}{q^2 - m_X^2}}^{\text{propagator}} \langle \psi_d | V | \psi_b \rangle$$

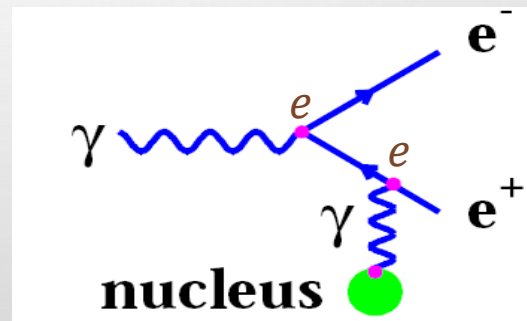
siła oddziaływania w wierzchołkach  $\propto e = \sqrt{\alpha}$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$$

Anihilacja elektron-pozyton



$$\begin{aligned} M_{ee} &\propto e Q_q e \\ |M_{ee}|^2 &\propto Q_q^2 e^4 \\ \sigma &\propto Q_q^2 \alpha^2 \end{aligned}$$

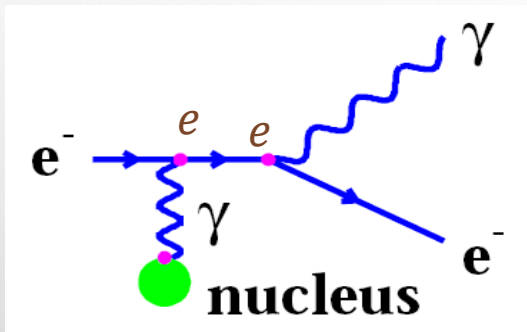


$$\begin{aligned} M &\propto ee Ze \\ |M|^2 &\propto Z^2 e^6 \\ \sigma &\propto Z^2 \alpha^3 \end{aligned}$$



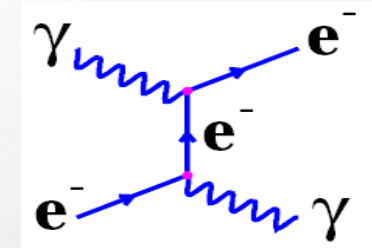
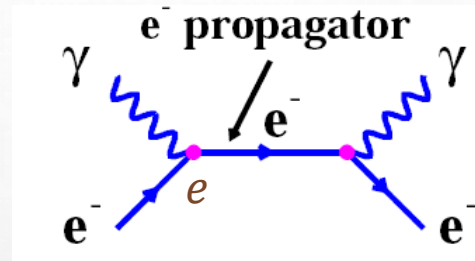
## To również procesy elektromagnetyczne

### Promieniowanie hamowania



$$\begin{aligned} M &\sim Z e \cdot e \cdot e \\ |M|^2 &\sim Z^2 e^6 \\ \sigma &\sim (4\pi)^3 Z^2 \alpha^6 \end{aligned}$$

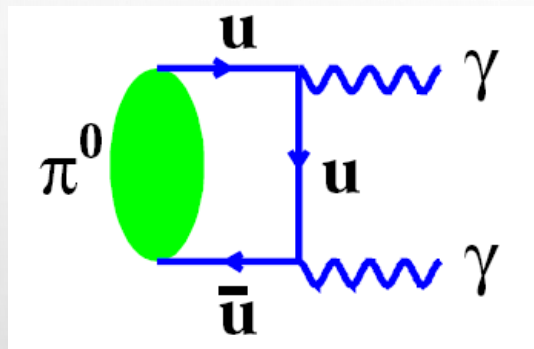
### Efekt Comptona



$$\begin{aligned} M &\sim e \cdot e \\ |M|^2 &\sim e^4 \\ \sigma &\sim (4\pi)^2 \alpha^2 \end{aligned}$$

I te również...

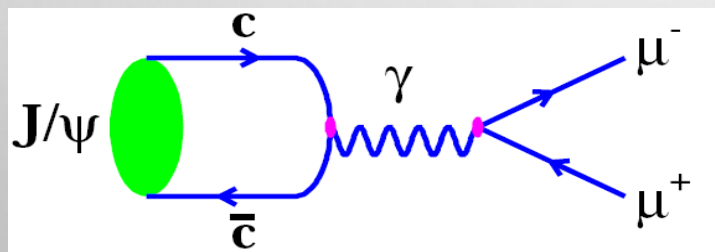
Rozpad  $\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma$



$$M \sim Q_u e \cdot Q_u e$$

$$|M|^2 \sim Q_u^4 e^4$$

$$\sigma \sim (4\pi)^2 Q_u^4 \alpha^2$$

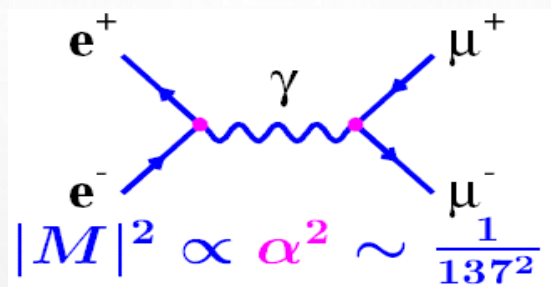


$$\sigma_{elm} \sim 10^{-2} \text{ mb}$$

$$\tau_{elm} \sim 10^{-25} \text{ s}$$

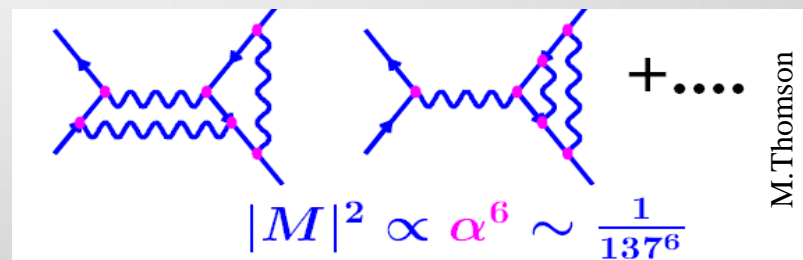
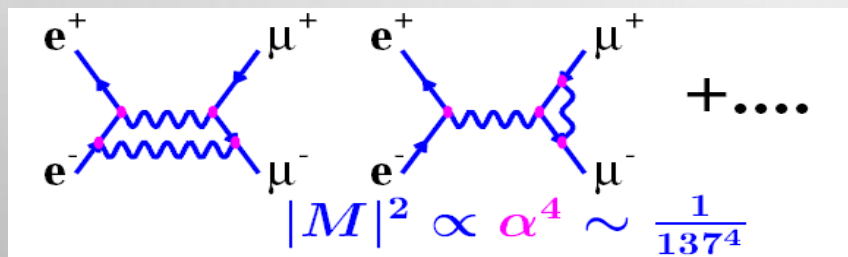
## Każdy ładunek może emitować foton!

Na razie patrzyliśmy tylko na najniższy rząd w rachunkach – procesy z dwoma wierzchołkami:

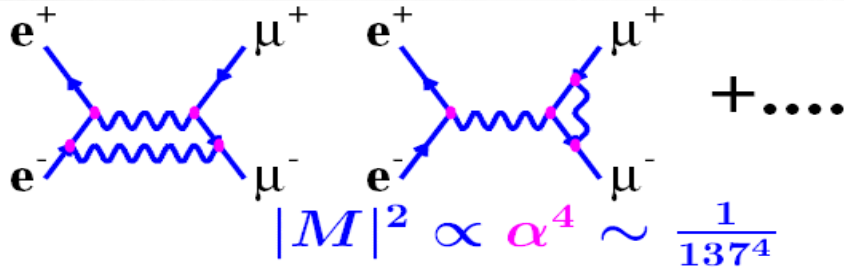


$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$$

ale są też procesy wyższych rzędów:

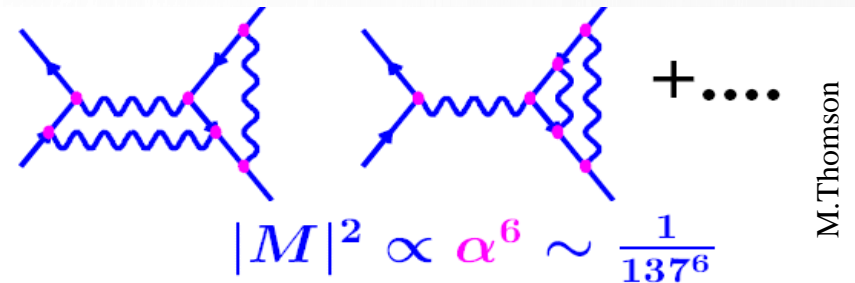


## Radiacja, radiacja....



Two Feynman diagrams for the process  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ . The left diagram shows a photon exchange between the electron and muon lines. The right diagram shows a Z boson exchange. Both diagrams are followed by an ellipsis indicating higher-order terms.

$$|M|^2 \propto \alpha^4 \sim \frac{1}{137^4}$$



Two Feynman diagrams for the process  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  at the one-loop level. The left diagram shows a photon exchange with a fermion loop. The right diagram shows a Z boson exchange with a fermion loop. Both diagrams are followed by an ellipsis indicating higher-order terms.

$$|M|^2 \propto \alpha^6 \sim \frac{1}{137^6}$$

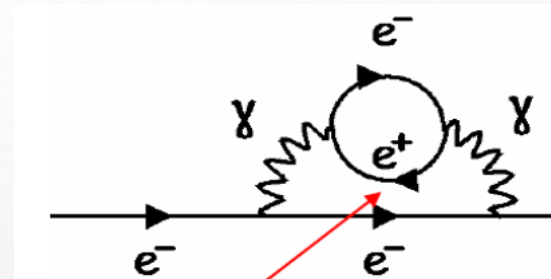
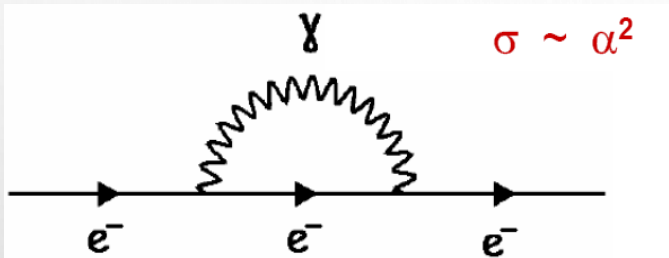
M.Thomson

### RACHUNEK ZABURZEŃ

1. Dla danego procesu rysujemy wszystkie możliwe diagramy:
2. Liczymy amplitudę na każdy namalowany proces (nieskończenie dużo amplitud?)
3. Całkowita amplituda jest sumą amplitud dla poszczególnych diagramów. Trzeba uważać na efekty pochodzące z interferencji pomiędzy amplitudami.
4. Przekrój czynny zależy od kwadratu amplitudy (i od przestrzeni fazowej), problem interferencji.
5. Zakładając, że  $\alpha$  jest mała, dominujący wkład do szeregu perturbacyjnego ma najniższy („leading order”) diagram.

## Diagramy „energii własnej”

Problem pojawia się, gdy zauważymy, że elektron może nieustająco emitować i pochłaniać foton. A foton może fluktuować na parę elektron-pozyton. Wszystko wirtualnie.



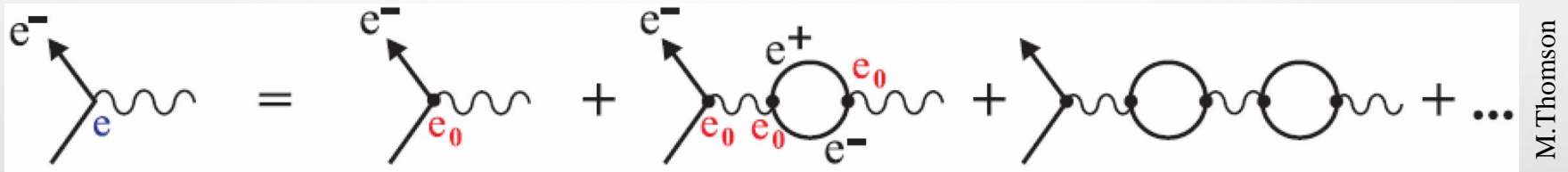
elektron emituje i pochłania wirtualną parę elektron-pozyton

KWANTOWE FLUKTUACJE prowadzą do efektów tzw. **polaryzacji próżni**.



## Diagramy „energii własnej”

- Na diagramach linie elektronowe odpowiadają „gołym” elektronom, a ładunek, który jest w wierzchołku elektron – foton nazywany jest „gołym”  $e_0$ ,
- Natomiast w każdym oddziaływaniu mamy cząstki ubrane w chmurę cząstek wirtualnych  $e_{exp}$  – diagramy „energii własnej”, czyli „samooddziaływania”, a ładunek ma charakter „efektywny”.



- Skoro wymieniane są pętle leptonów, to siła oddziaływania może zależeć od ich masy (a tak nie jest)
- Element macierzowy opisujący jedną pętlę ma postać:

$$\mathcal{M} = i \left( \frac{g}{2\pi} \right)^4 \frac{1}{[(p_1 - p_3)^2 - m_C^2 c^2]^2} \int \frac{1}{[(p_1 - p_3 - q)^2 - m_A^2 c^2](q^2 - m_B^2 c^2)} d^4 q$$

- Całkowanie go jest dosyć niewdzięczne:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{q^4} q^3 dq = \ln |q|^\infty = \infty$$

ponieważ prowadzi do logarytmicznych rozbieżności dla bardzo dużych  $q^2$ .

## Renormalizacja

- Z powodu wirtualnych pętli masa i ładunek elektronu stają się nieskończone – zgodnie z zas. nieoznaczoności, na krótką chwilę, pęd wirtualnych cząstek może być nieskończony.

$$\int \frac{dq}{q} \sim \ln q$$

- 20 lat trwało rozwiązanie tego problemu.
- Polega ono na zastosowaniu najpierw procedury regularyzacji zastosowanej przy obliczeniu powyższej całki, tzn. wprowadza się dodatkowy czynnik zawierający (bardzo dużą) masę, który powoduje, że całka dąży do 1.
- Dzięki temu całka separuje się na dwie części: w jednej są zbieżne czynniki zależne od  $M$ , w drugiej pozostaje problem – nieskończone rozbieżności w granicy  $M \rightarrow \infty$ .
- Okazuje się jednak, że w czynniku rozbieżnym pojawiają się dodatkowe zależności masy i sił sprzężenia:

$$\begin{aligned} M_{exp}(q^2) &= m_0 + \delta_M \\ e_{exp}(q^2) &= e_0 + \delta_e(q^2) \end{aligned}$$

- Spychologia problemu? nooooo, trochę, bo teraz  $\delta_M$  i  $\delta_e$  są nieskończone, ale ich różnica staje się skończona i mierzalna.
- Kolejny krok, to już tylko zrozumienie, że jesteśmy w stanie zmierzyć  $M_{exp}$  i  $e_{exp}$  w funkcji  $q^2$ .
- Nieskończone poprawki albo obliczmy, albo.... ignorujemy.

## Renormalizacja

- W ten sposób przeddefiniowaliśmy masę i ładunek elektronu, poprzez przemnożenie ich przez bezwymiarowy czynnik zawierający rozbieżną całkę, policzoną dla znanej wartości ładunku :

$$e_{exp}(q^2) = I(q^2) \cdot e_0$$

- zamiast „gołej” masy (i ładunku) w obliczeniach pojawiają się wartości zmierzone.

Procedura ta nazywa się: **renormalizacja**.

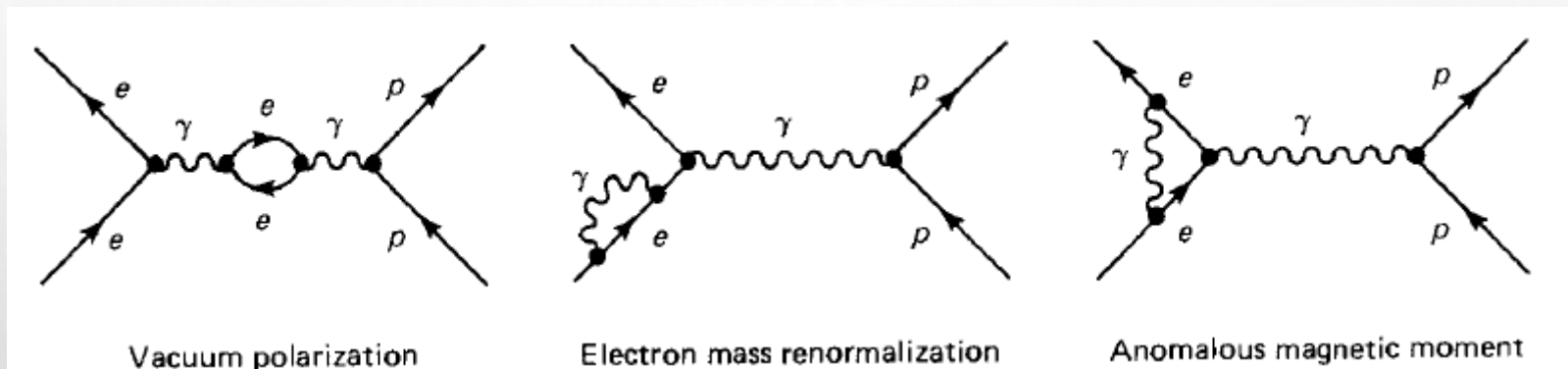
- Inaczej można powiedzieć, że renormalizacja jest procedurą matematyczną pozwalającą na odjęcie od nieskończonego ładunku gołego elektronu nieskończonego ładunku otaczającej go próżni, tak aby w wyniku otrzymać obserwowaną w doświadczeniach wartość skończoną.
- Teoria jest renormalizowalna wtedy, gdy nieskończoności w diagramach dowolnego rzędu (dowolnie skomplikowanych) można usunąć za pomocą skończonej liczby parametrów doświadczalnych.
- Wyjaśnione zostało przesunięcie Lamba (1947) – przesunięcie poziomów elektronu w atomie wodoru spowodowane oddziaływaniem elektronu z polem wytworzonym przez ten sam elektron.

Ceną za renormalizację jest uzależnienie pomiaru ładunki i masy od przekazu czteropędu  $q^2$ .

Czyli „efektywny” ładunek zależy od rodzaju eksperymentu????

## Poprawki wyższych rzędów

Wyjaśnione zostało przesunięcie Lamba (1947) – przesunięcie poziomów elektronu w atomie wodoru spowodowane oddziaływaniem elektronu z polem wytworzonym przez ten sam elektron.



Produkcja par elektron-pozyton prowadząca do ekranowania ładunku.

Emisja fotonu powoduje, że energia elektronu fluktuuje.

Zmiana ładunku elektronu wpływa na moment magnetyczny.

Efekty te są bardzo niewielkie, ale mieralne!

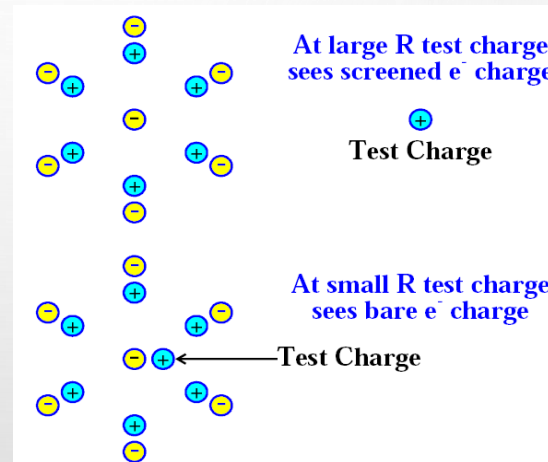
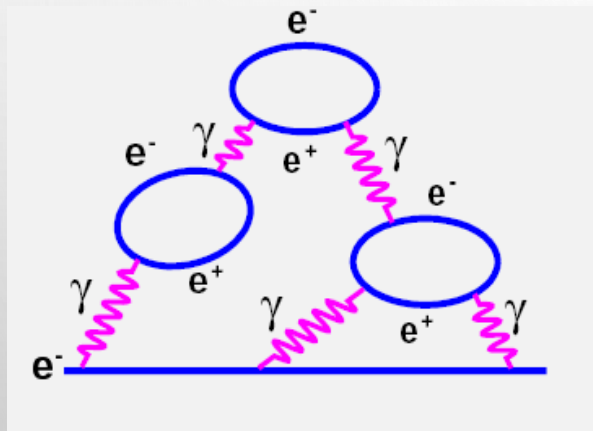


## Polaryzacja próżni

Stała sprzężenia  $\alpha = \frac{e^2}{2\pi}$  określa siłę oddziaływania, ale z powodu samooddziaływania  $\alpha$  nie jest stałą!

Rozważmy elektron – fluktuacje kwantowe prowadzą do powstania chmury wirtualnych par elektron- pozyton

$$\alpha(q^2) = \frac{\alpha(\mu^2)}{1 - \alpha(\mu^2) \frac{1}{3\pi} \ln\left(\frac{q^2}{\mu^2}\right)}$$



- próżnia zachowuje się jak dielektryk, pary są spolaryzowane,
- przy dużych odległościach - „goły” ładunek jest ekranowany,
- pojawia się problem pomiaru ładunku



## Biegąca stała sprzężenia

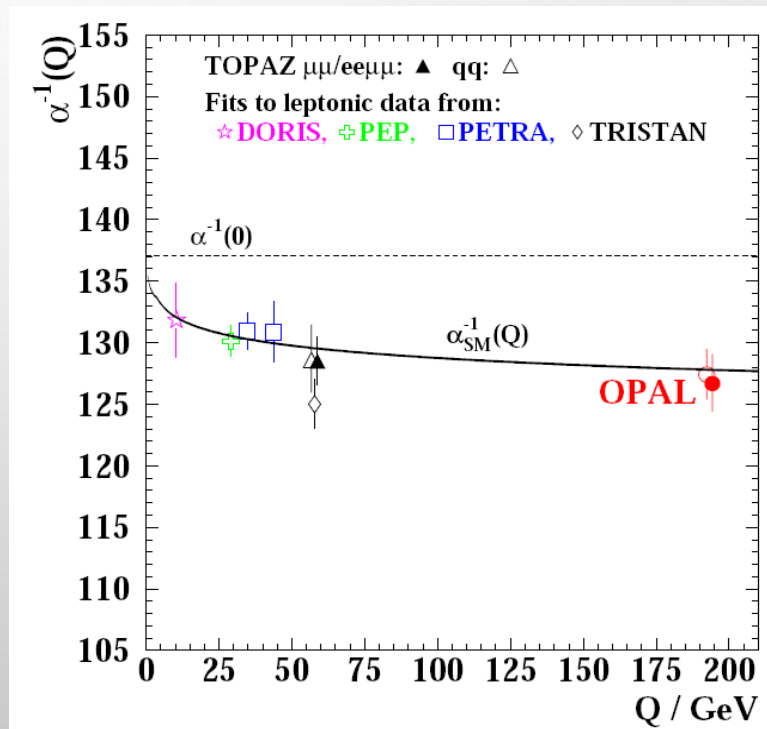
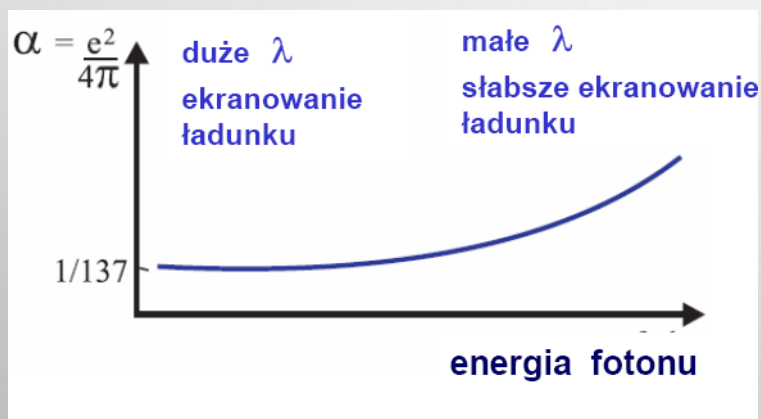
- Stałą sprzężenia  $\alpha$  wyznacza się eksperymentalnie w zależności od  $q^2$ .
- Duże  $q^2$  oznacza wysoką energię próbkującego fotonu i jego krótszą długość fali.

Daje to próbkowanie z mniejszej odległości – foton widzi większy ładunek elektronu (wkład od polaryzacji próżni jest mniejszy)

$\alpha$  rośnie (b. powoli) w miarę zbliżania się do gołego ładunku (i wzrostu  $q^2$ )

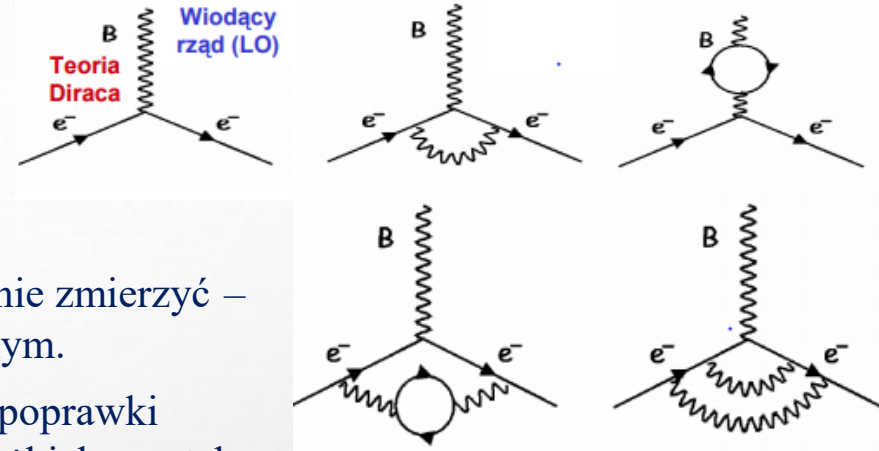
gdy  $q^2 \rightarrow 0$  (duże odległości) -  $\alpha = 1/137$ ,

przy  $q^2 = (100 \text{ GeV})^2 = m^2(Z^0)$   $\alpha(m_{Z^0}) = 1/128$



# Moment magnetyczny

- Moment magnetyczny cząstki zależy od jej ładunku, a dla punkowego ładunku o spinie 1/2:  $g=2$  (Dirac)
- Skoro ładunek zależy od biegnącej stałej – moment również.
- Ale moment magnetyczny można bardzo dokładnie zmierzyć – badając jego oddziaływanie z polem magnetycznym.
- Jednocześnie teoretycy z wysoką precyzją liczą poprawki wyższych rzędów w QED, łącznie z wymianą ciężkich cząstek, itp.
- Otrzymany wynik:



$$g = 2 + \frac{\alpha}{\pi} - 0.32848 \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^2 + \dots$$

$$\frac{g - 2}{2} = (1159652307 \pm 110) \times 10^{-12}$$

wynik teoretyczny

$$(1159652193 \pm 10) \times 10^{-12}$$

wartość doświadczalna

oznacza wniosek, że QED jest bardzo precyzyjną teorią oddziaływań elektromagnetycznych.

## Podsumowanie

---

### **WNIOSEK I: Właściwa teoria:**

opisuje dotychczasowe wyniki doświadczalne,  
pozwała przewidywać nowe efekty, które są jej weryfikacją.

### **Elektrodynamika kwantowa:**

- I. Jest to kwantowa teoria oddziaływań elektromagnetycznych.
- II. Opisuje oddziaływanie jako wymianę wirtualnych bozonów pośredniczących.
- III. Oparta o perturbacyjny rachunek zaburzeń, którego coraz wyższe rzędy znajdują potwierdzenie w coraz bardziej precyzyjnych wynikach doświadczalnych.
- IV. Przewidziane przez QED efekty kwantowej polaryzacji próżni zostały zmierzone w doświadczeniu:  
**biegnąca stała sprzężenia,**  
**moment magnetyczny elektronu.**
- V. Nie ma żadnych wyników niezgodnych z QED.
- VI. Struktura QED posłużyła jako wzór dla kwantowej teorii oddziaływań silnych oraz słabych.
- VII. Próbuje się stworzyć również kwantową teorię oddziaływań grawitacyjnych.