

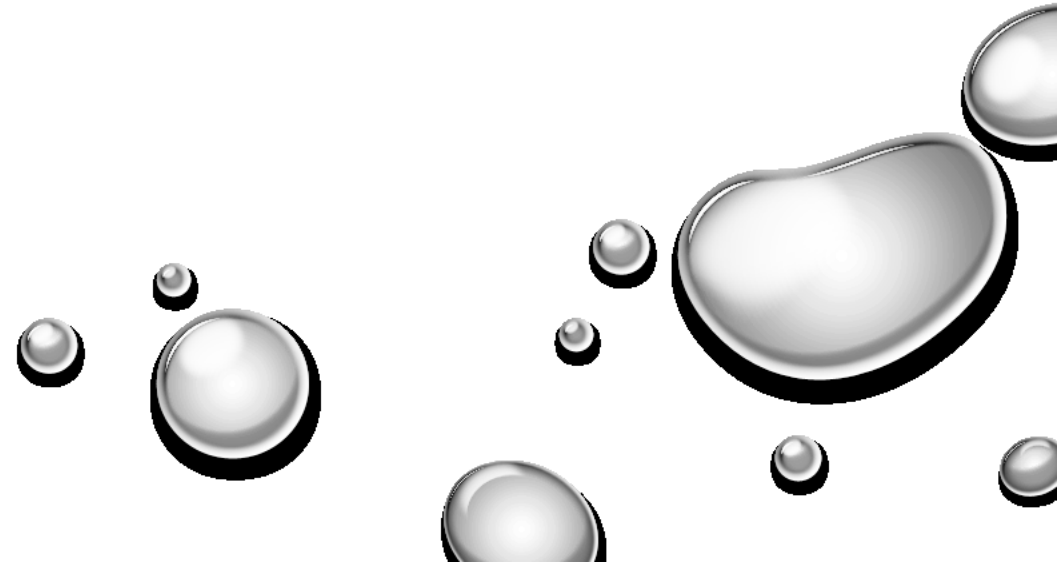


CZĄSTKI ELEMENTARNE I ODDZIAŁYWANIA

V ODDZIAŁYWANIA ELEKTROMAGNETYCZNE

Agnieszka Obłąkowska-Mucha

<http://home.agh.edu.pl/~amucha/>
Katedra Oddziaływań i Detekcji Cząstek
D11 p. 106



Jakimi równaniami opisujemy stan i ewolucję czasową cząstki?

- Stan cząstki – funkcja falowa: $\Psi(\vec{x}, t) = N e^{i(\vec{p} \cdot \vec{x} - Et)}$.

- Kinematyka:

Równanie Schrödingera: $i \frac{\partial \Psi(\vec{x}, t)}{\partial t} = -\frac{1}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(\vec{x}, t)}{\partial x^2} + \hat{V}(\vec{x}, t)$
opisuje cząstki nierelatywistyczne

Równanie Kleina-Gordana: $-\frac{\partial^2}{\partial t^2} \Psi + \nabla^2 \Psi = m^2 \Psi$ lub: $(-\partial^\mu \partial_\mu - m^2) \Psi = 0$
opisuje relatywistyczne bozony

Równanie Diraca: $(i\gamma^0 \frac{\partial}{\partial t} + i\vec{\gamma} \cdot \nabla - m) \Psi = 0$ lub $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \Psi = 0$
opisuje relatywistyczne fermiony

- Relatywistyczne fermiony występują jako rozwiązania Diraca w wersji „cząstki” i „antycząstki”

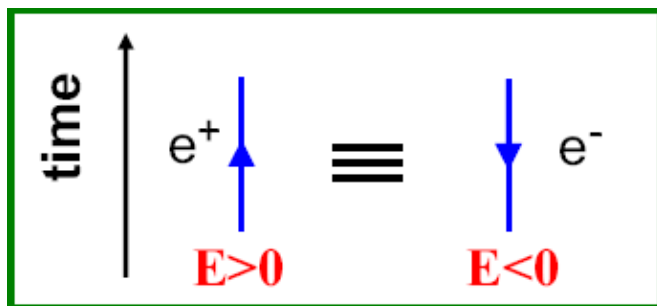
$$\psi = u_{1,2}(p^\mu) e^{-i(Et - \vec{p} \cdot \vec{x})}$$

$$\psi = u_{3,4}(p^\mu) e^{-i(Et - \vec{p} \cdot \vec{x})}$$

Interpretacja Feynmana

Rozwiązania r. Diraca:

są cząstkami o ujemnej energii
poruszającymi się **wstecz w czasie**

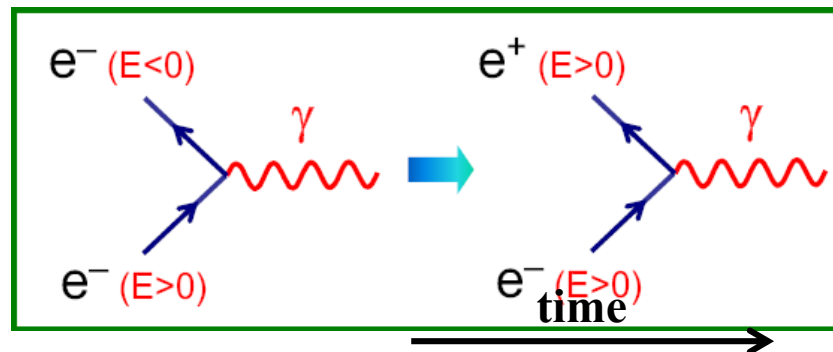


Uwaga: $\exp(-iEt) = \exp \{-i(-E)(-t)\}$

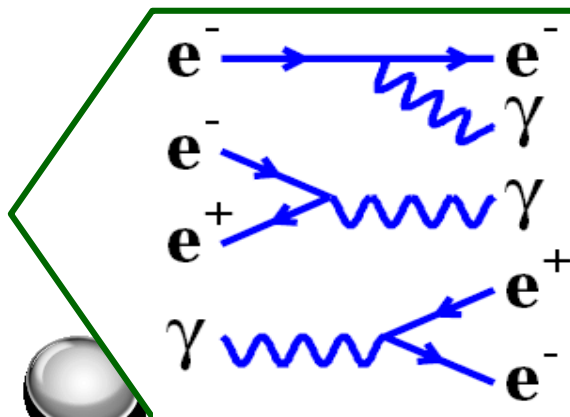
Feynman wprowadził graficzną interpretację
elementarnych procesów zachodzących pomiędzy
elektronami:

Podstawowe procesy:
(każdy zabroniony przez zas.zach.en i pędu)

LUB antycząstkami o dodatniej energii
propagującymi się w czasie „do przodu”.



Kierunek strzałki dla antycząstki - „do tyłu” w
czasie



Diagramy Feynmana – konstrukcja

Oddziaływanie zachodzi, gdy następuje:

wymiana energii i pędu między cząstkami,
kreacja lub anihilacja cząstek.

Oddziaływanie zachodzi poprzez wymianę wirtualnych cząstek

Każde rzeczywiste oddziaływanie (np. **rozpraszanie** elektron-proton) składa się

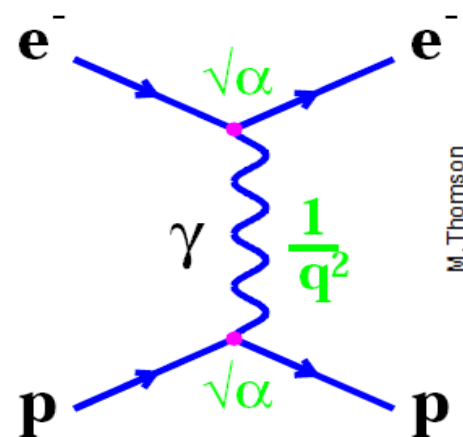
dwóch linii zewnętrznych reprezentujących funkcje falowe cząstek,
dwóch wierzchołków, każdy proporcjonalny do siły oddziaływania,
linii wewnętrznej opisującej wirtualną wymienianą cząstkę.

Werteksy i strzałki są tylko symbolami, nie reprezentują śladów cząstek w przestrzeni.

Diagramy czytamy od lewej do prawej strony (strzałka czasu) – z lewej strony mamy cząstki przed oddziaływaniem, z prawej – po nim (czasem konwencja biegu czasu góra-dół).

Z lewej strony wierzchołka - strzałka skierowana do wierzchołka oznacza cząstkę wchodzącą do oddziaływania, strzałka od wierzchołka reprezentuje antycząstkę wchodzącą do oddziaływania.

Z prawej strony (czyli po oddziaływaniu) – odpowiednio odwrotnie.



A teraz popatrzmy na niezwykle cechy diagramów Feynmana.

Diagramy Feynmana – obracamy!

Oddziaływanie zachodzi, gdy następuje:

wymiana energii i pędu między cząstkami,
kreacja lub anihilacja cząstek.

Oddziaływanie zachodzi poprzez wymianę wirtualnej cząstki

Każde rzeczywiste oddziaływanie (np. oddziaływanie elektron-proton) składa się

dwóch linii zewnętrznych i jednej wewnętrznej funkcje falowe cząstek,
dwóch wierzchołków proporcjonalny do siły oddziaływania,
linii wewnętrznej reprezentującej wirtualną wymienianą cząstkę.

Werteksy i strzałki – symbole, nie reprezentują śladów cząstek w przestrzeni.

Diagramy czytamy od lewej do prawej strony (strzałka czasu) – z lewej strony mamy cząstki przed oddziaływaniem, z prawej – po nim (czasem konwencja biegu czasu góra-dół).

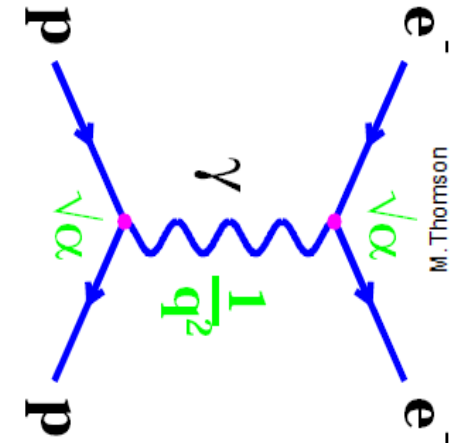
Z lewej strony wierzchołka - strzałka skierowana do wierzchołka oznacza cząstkę wchodzącą do oddziaływania, strzałka od wierzchołka reprezentuje antycząstkę wchodzącą do oddziaływania.

Linie na diagramach Feynmana nie są śladami cząstek!
Z prawej strony (czyli po oddziaływaniu) – odpowiednio odwrotnie.

Używamy tu konwencji, że czas biegnie poziomo.

Pojedynczy wierzchołek nie reprezentuje rzeczywistego procesu fizycznego

A teraz popatrzmy na niezwykle cechy diagramów Feynmana:

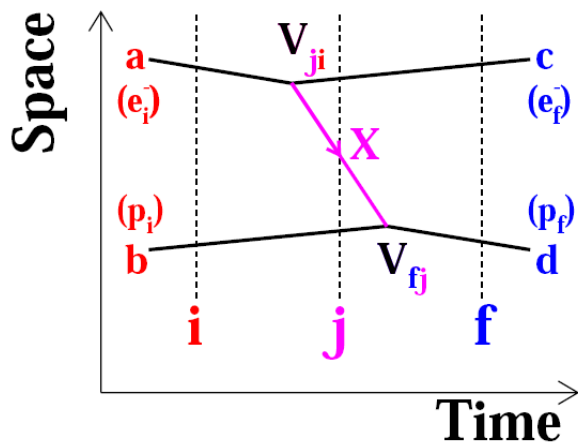


Diagramy Feynmana

W każdym wierzchołku oddziaływania jest zachowane pęd i wszystkie l.kw.

Diagramy Feynmana są graficznym przedstawieniem oddziaływań między cząstkami, zachodzących poprzez wymianę odpowiednich kwantów pól. Diagramy reprezentują amplitudy przejścia.

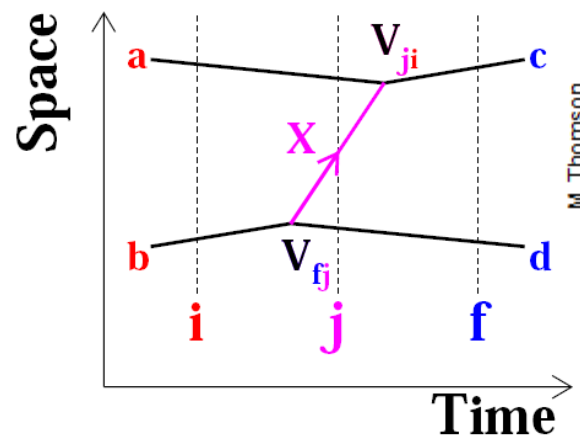
Rozpatrzmy jeden z procesów w czasoprzestrzeni:



Cząstka **a** emituje **X**, a cząstka **b** go pochłania.



oraz zupełnie inny proces:



Cząstka **b** emituje **X**, a cząstka **a** go pochłania.

Procesy te zależą od wyboru układu, a więc nie są niezmiennicze.

Skoro prowadzą do tego samego stanu końcowego – w mech. kwantowej trzeba je wysumować.

Rozpraszanie

Mamy proces 2-ciałowy, np. rozpraszanie elektron – proton.

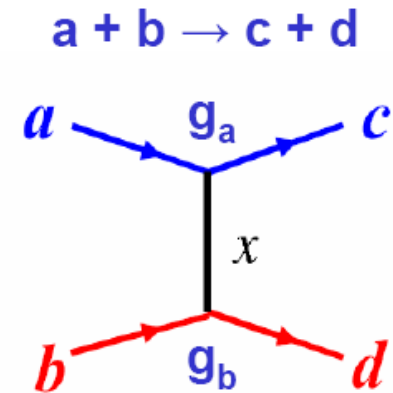
Prawdopodobieństwo zajścia procesu (Złota Reguła Fermiego)

$$\Gamma_{fi} = 2\pi |T_{fi}|^2 \varrho(E_f)$$

$$T_{fi} = \langle f | \widehat{H}' | i \rangle + \sum_{i \neq j} \frac{\langle f | \widehat{H}' | j \rangle \langle j | \widehat{H}' | i \rangle}{E_i - E_j} + \dots$$

Rozpraszanie na
potencjale V_{fi}

Rozpraszanie poprzez
stan pośredni j : V_{ji} i V_{fj}



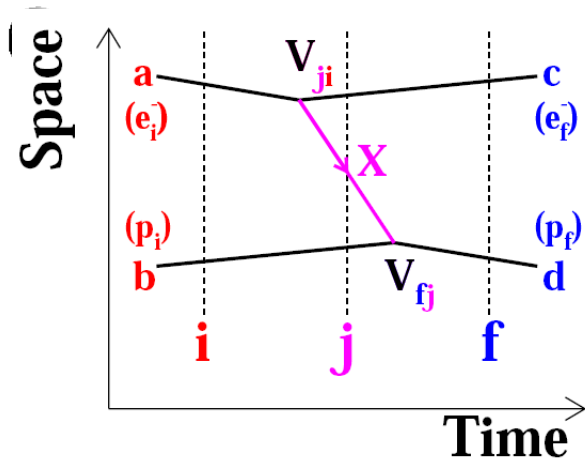
$$q^2 = (p_a - p_c)^2 = (E_a - E_c)^2 - (\vec{p}_a - \vec{p}_c)^2 \equiv t \leq 0$$

Rozpraszanie na potencjale:

przekaz pędu bez żadnego „medium”,

niezgodne z T.W – ruch źródła musi spowodować natychmiastową zmianę potencjału wszędzie dookoła

Rozpraszanie – cząstka pośrednicząca



Stan początkowy – cząstka **a** i **b**,
a emituje **X**
w późniejszej chwili **X** jest pochłonięty
przez **b**

Stan pośredni – **b**, **c** i wymieniany **X**

Stan końcowy **c** i **d**

$$|i\rangle \rightarrow a + b$$

$$|j\rangle \rightarrow c + b + X$$

$$|f\rangle \rightarrow c + d$$

stan pośredni $E_i \neq E_j$
Pęd jest zachowany

lub inna kolejność
w czasie (to już
sprawia, że taki
proces nie jest LI)

stan pośredniczący
„pożycza” energię
na czas dozwolony
przez $\Delta E \Delta t < 1$

$$T_{fi}^{ab} = \frac{\langle f|V|j\rangle\langle j|V|i\rangle}{E_i - E_j} = \frac{\langle d|V|b + X\rangle\langle c + X|V|a\rangle}{(E_a + E_b) - (E_c + E_X + E_b)}$$

II rząd rachunku zaburzeń

oddziaływanie w wierzchołku **ji** opisane jest elementem LI macierzowym $M_{a \rightarrow c+X}$:

$$V_{ji} = \langle c + X|V|a\rangle = \frac{M_{a \rightarrow c+X}}{(2E_a \cdot 2E_c \cdot 2E_X)^{1/2}}$$

Pierwszy diagram

$$V_{ji} = \langle c + X | V | a \rangle = \frac{M_{a \rightarrow c+X}}{(2E_a \cdot 2E_c \cdot 2E_X)^{1/2}}$$

Przejście ze stanu a do $c + X$ zachodzi poprzez niezmienniczy element macierzowy $M_{a \rightarrow c+X}$.

$M_{a \rightarrow c+X}$ opisuje podstawowe oddziaływanie, które zaszło w tym wierzchołku (elm, silne, słabe, etc).

$M_{a \rightarrow c+X}$ w najprostszej postaci może być skalar (liczbą), który odzwierciedla siłę oddziaływania w tym wierzchołku, np. $M_{a \rightarrow c+X} = g_a$.

$$V_{ji} = \langle c + X | V | a \rangle = \frac{g_a}{(2E_a \cdot 2E_c \cdot 2E_X)^{1/2}}$$

W ten sam sposób mamy: $M_{b+X \rightarrow d} = g_b$, czyli dalej:

Np. w rozpraszaniu elektronów (oddz. elektromagnetyczne), wynosi ona:

$$g = e = \sqrt{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{137}}$$

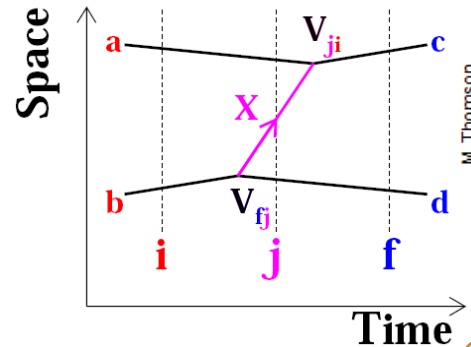
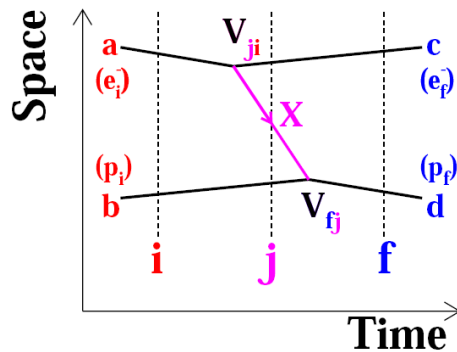
$$T_{fi}^{ab} = \frac{1}{2E_x} \frac{1}{(2E_a 2E_c 2E_b 2E_d)^{1/2}} \frac{g_a g_b}{(E_a - E_c - E_X)}$$

Ze ZRF mamy:
$$M_{fi}^{ab} = (2E_a 2E_c 2E_b 2E_d 2E_X)^{1/2} T_{fi}^{ab}$$

$$M_{fi}^{ab} = \frac{1}{2E_x} \frac{g_a g_b}{(E_a - E_c - E_X)}$$

W MK całkowita amplituda to suma wszystkich możliwych przejść pomiędzy stanami...

Suma dwóch diagramów



$$M_{fi}^{ab} = \frac{1}{E_x} \frac{g_a g_b}{(E_a - E_c - E_X)} + M_{fi}^{ba} = \frac{1}{E_x} \frac{g_a g_b}{(E_b - E_d - E_X)} = M_{fi} = \frac{g_a g_b}{(E_a - E_c)^2 - E_x^2}$$

W pojedynczym diagramie:

- wymieniana jest cząstka o masie m_x (dowolnej, nie jest to masa spocz), która spełnia:
 $E_x^2 = p_x^2 + m_x^2$,
- w wierzchołkach zachowany jest pęd, ale nie jest zachowana energia: $E_i \neq E_j$, co jest dozwolone przez zas. nieoznaczoności

Dla obu diagramów sytuacja się zmienia:

- skoro: $\vec{p}_X = \vec{p}_a - \vec{p}_c$ oraz $\vec{p}_X = \vec{p}_b - \vec{p}_d$, to mamy $E_x^2 = \vec{p}_X^2 + m_x^2 = (\vec{p}_a - \vec{p}_c)^2 + m_x^2$:

$$M_{fi} = \frac{g_a g_b}{(E_a - E_c)^2 - (\vec{p}_a - \vec{p}_c)^2 - m_x^2}$$

Propagator

Dla obu diagramów, w różnej kolejności czasowej, element w postaci niezmienniczej:

$$M_{fi} = \frac{g_a g_b}{(E_a - E_c)^2 - (\vec{p}_a - \vec{p}_c)^2 - m_X^2} = \frac{g_a g_b}{(P_a - P_c)^2 - m_X^2}$$

gdy zapiszemy: $P_a - P_c = q$

czteropędy cząstki początkowej i końcowej

to q rozumiane jest jako czteropęd wymienianej cząstki, co daje:

$$M_{fi} = \frac{g_a g_b}{q^2 - m_X^2}$$

„Masa” wymienianej cząstki X zależy od energii i pędu rozpraszanych cząstek.

Co to oznacza? $q^2 \neq m_X^2$ (nie ma ZZE)

czynnik $\frac{1}{q^2 - m_X^2}$ nazywamy **PROPAGATOREM**

element macierzowy oddziaływania z dwoma wierzchołkami zależy od:

- kwadratu przekazanego czteropędu,
- masy wymienianej cząstki,
- siły oddziaływania w każdym wierzchołku

W pojedynczym procesie emisji i absorpcji energia nie jest zachowana (gdy wymieniana cz. rzeczywista).

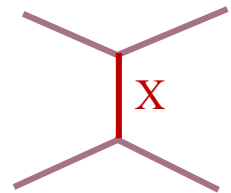
Propagator wymienianej cząstki (wirtualnej)

(Masa wymienianej cząstki X zależy od energii i pędu rozpraszanych cząstek. **Może być DOWOLNA.** Rozumiemy dlaczego?

Bo kwadrat czteropędu to kwadrat masy niezmienniczej, a tutaj mamy: $q^2 = (p_a - p_c)^2$

Co to oznacza?

Wymieniana cząstka nie jest rzeczywista, tylko wirtualna (p. 1. wykład).



Co zyskailiśmy?

Wprowadzając cząstkę wirtualną, jako przenoszącą oddziaływanie, ratujemy zas. zach. energii w każdym wierzchołku diagramu. Po prostu masa wymienianej cząstki jest taka, jaka jest potrzebna do zachowania energii i pędu.

Propagator i q^2 zależą od czteropędów rozpraszanych cząstek,

q^2 nie jest masą rzeczywistej cząstki X: $q^2 \neq m_X^2$, ale można go policzyć.

np. dla rozproszenia:

$$q^2 = (p_a - p_c)^2 = (E_a - E_c)^2 - (\vec{p}_a - \vec{p}_c)^2 \equiv t \leq 0$$

gdy $m_X^2 = 0$, to propagator $\frac{1}{q^2 - m_X^2} \rightarrow \frac{1}{q^2}$ opisuje oddziaływanie poprzez wymianę fotonu (wirtualnego), czyli oddziaływanie elektromagnetyczne.

Wymieniane cząstki nie są rejestrowane bezpośrednio, a widać jedynie SKUTEK ich działalności (wymianę pędu i energii)

Wirtualność

CZĄSTKA RZECZYWISTA

swobodna,
o masie spoczynkowej M ,
energia całkowita w układzie
środku masy $E_{CMS} = M$

po transformacji do innego układu:

$$E^2 = p^2 + m^2$$

Gdy taka jest zależność pomiędzy masą a energią-
cząstka na powłoce masy (on-mass shell)



CZĄSTKA WIRTUALNA

istnieje jako oddziaływanie,
jedynie przez czas dany zasadą Heisenberga,

$$\Delta t \Delta E \geq \hbar$$

a zasięg odwrotnie proporcjonalny do masy:

$$R = c\Delta t = c\hbar/m$$

energia nie jest ściśle określona

Kwadrat czteropędu jest różny od kwadratu masy
spoczynkowej (off-mass shell)

$$E^2 \neq p^2 + m^2$$

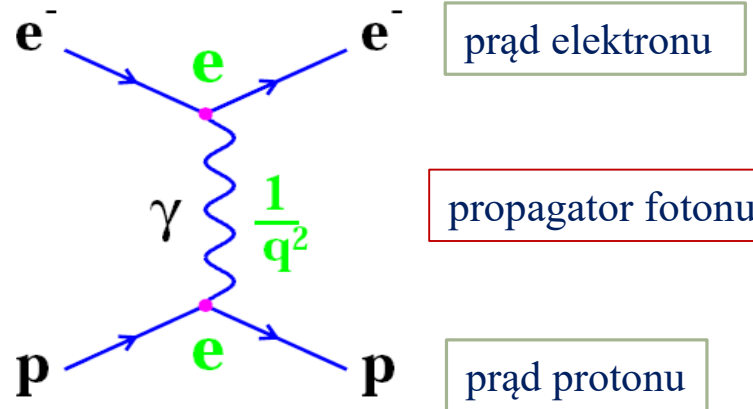
Ma masę zależną od czteropędów
oddziałujących cząstek,

Cząstką wirtualną może być dowolny stan (foton,
elektron, neutrino, bozony W i Z, również kwarki i
nowe nieodkryte stany)

Wymiana wirtualnego fotonu

- Element macierzowy M_{fi} faktoryzuje się na trzy czynniki, np. w:

ROZPRASZANIU

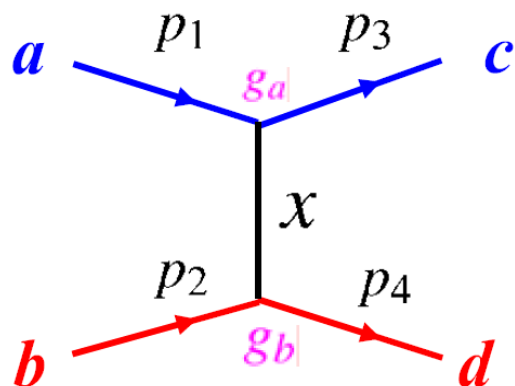


$$M \propto \alpha (p_1 + p_2) \frac{1}{q^2} (p_3 + p_4)$$

- Każdy wierzchołek opisuje prawdopodobieństwo emisji fotonu. Jest ono proporcjonalne do propagatora fotonu.
- Propagator określa, jak bardzo cząstka jest wirtualna (poza powłoką). Im większa wirtualność, tym mniejsza szansa produkcji takiej cząstki.
- Jednocześnie najbardziej prawdopodobna jest emisja fotonu mało wirtualnego ($q^2 = 0$ – fotony prawie-rzeczywiste)

Rozpraszanie

Czteropęd q , niesiony przez wirtualną cząstkę, obliczony z zas. zach en. i pędu w wierzchołkach, może być zarówno dodatni, jak i ujemny:



ROZPRASZANIE

przekaz czteropędu:

$$q = p_3 - p_1 = p_4 - p_2$$

$$q^2 = (E_3 - E_1)^2 - (\vec{p}_3 - \vec{p}_1)^2 \equiv t \leq 0$$

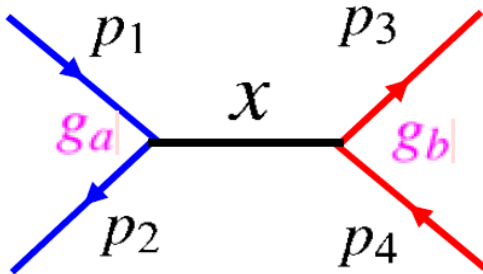
(t-channel)

$$p_1 = (E_1, \vec{p}_1); \quad p_3 = (E_3, \vec{p}_3)$$

$$q^2 < 0$$

„przestrzenny” (space-like) procesy emisji i absorpcji
zachodzą w tym samym czasie

Anihilacja



energia w ukł. śr. masy

$$q = p_1 + p_2 = p_3 + p_4 \equiv s > 0 \quad (\text{s-channel})$$

$$q^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 \approx 4E^2$$

„czasowy” (time-like) składowa „czasowa” jest większa niż przestrzenna

procesy anihilacji i kreacji zachodzą w tym samym miejscu

- \sqrt{t} i \sqrt{s} reprezentują masy cząstek wirtualnych.
- W kanale „t” masa cząstki wirtualnej jest urojona, w „s” rzeczywista.
- W kanale „s” - gdy masa wymienianej cząstki jest (prawie) równa masie spoczynkowej rzeczywistej cząstki (np. J/ψ), prawdopodobieństwo zajścia takiego procesu rośnie rezonansowo....

JEST TO FIZYCZNA PODSTAWA EKSPERYMENTÓW ZE ZDERZENIAMI

Oddziaływanie elektromagnetyczne

Cząstki obdarzone ładunkiem elektrycznym oddziałują elektromagnetycznie:

1. siły wiążące elektrony z jądrem atomowym (atomy),
2. siły międzycząsteczkowe w cieczech i ciałach stałych.

Klasycznie oddziaływania są skutkiem działania sił, które pochodzą z pól: elektrycznego i magnetycznego. Cząstki są również źródłami tych pól – $V(r)$

ELEKTRODYNAMIKA KWANTOWA:

Kwantowa teoria pola opisująca procesy elektromagnetyczne, która umożliwia obliczenie z bardzo dużą precyzją przekrojów czynnych na w/w procesy.

QED - siły są skutkiem wymiany wirtualnej cząstki – kwantów pola.

Pole jest układem kwantowym złożonym z fotonów, które oddziałują z ładunkiem elektrycznym.

Krótką historia:

1900 – pierwsze kwantowanie Planca (emisja kwantów i ciało doskonale czarne)

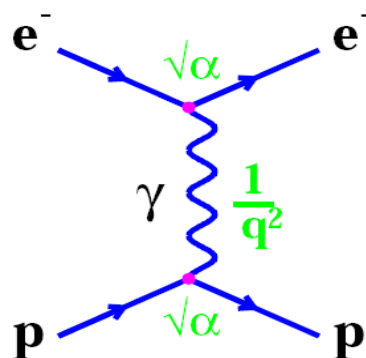
1905 – efekt fotoelektryczny wg Einsteina

1922 – efekt Comptona

~1930 – Heisenberg, Pauli - kwantowa teoria pola

1940-50 – R. Feynman, J. Schwinger, S. Tomonaga (Nobel 1965r) – formalizm QED

Podstawowe procesy

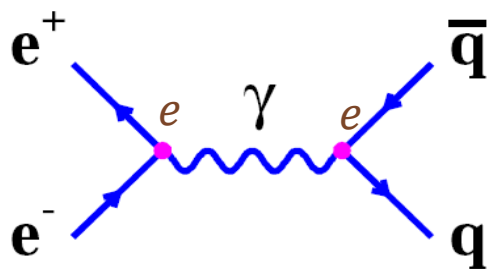


$$M_{ep} = \langle \psi_c | V | \psi_a \rangle \overbrace{\frac{1}{q^2 - m_X^2}}^{\text{propagator}} \langle \psi_d | V | \psi_b \rangle$$

siła oddziaływania w wierzchołkach $\propto e = \sqrt{\alpha}$

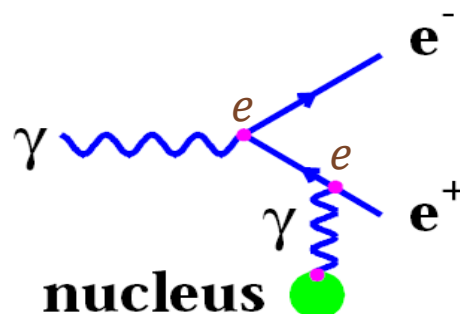
$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$$

Anihilacja elektron-pozyton



$$\begin{aligned} M_{ee} &\propto e Q_q e \\ |M_{ee}|^2 &\propto Q_q^2 e^4 \\ \sigma &\propto Q_q^2 \alpha^2 \end{aligned}$$

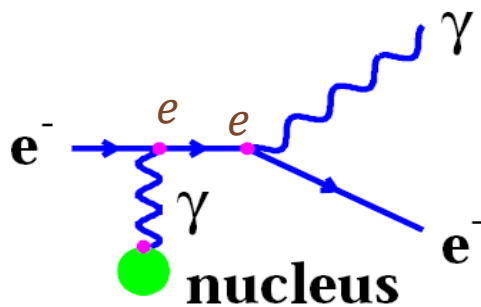
Kreacja par elektron-pozyton



$$\begin{aligned} M &\propto ee Ze \\ |M|^2 &\propto Z^2 e^6 \\ \sigma &\propto Z^2 \alpha^3 \end{aligned}$$

To również procesy elektromagnetyczne

Promieniowanie hamowania

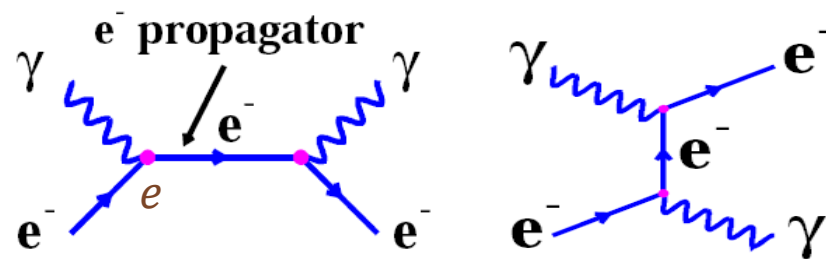


$$M \sim Z e \cdot e \cdot e$$

$$|M|^2 \sim Z^2 e^6$$

$$\sigma \sim (4\pi)^3 Z^2 \alpha^6$$

Efekt Comptona



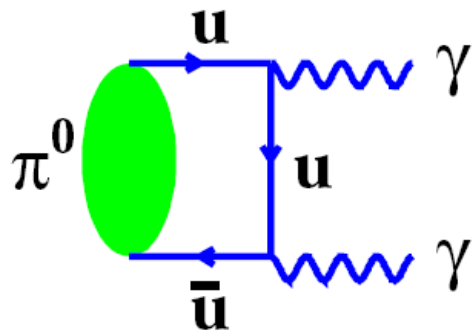
$$M \sim e \cdot e$$

$$|M|^2 \sim e^4$$

$$\sigma \sim (4\pi)^2 \alpha^2$$

I te również...

Rozpad $\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma$

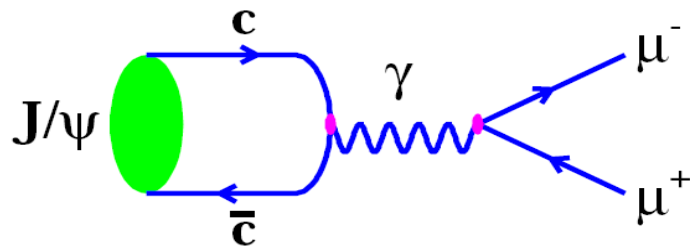


$$M \sim Q_u e \cdot Q_u e$$

$$|M|^2 \sim Q_u^4 e^4$$

$$\sigma \sim (4\pi)^2 Q_u^4 \alpha^2$$

M. Thomson



$$\sigma_{elm} \sim 10^{-2} \text{ mb}$$

$$\tau_{elm} \sim 10^{-25} \text{ s}$$

Każdy ładunek może emitować foton!

Na razie patrzyliśmy tylko na najniższy rząd w rachunkach – procesy z dwoma wierzchołkami:

$$|M|^2 \propto \alpha^2 \sim \frac{1}{137^2}$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$$

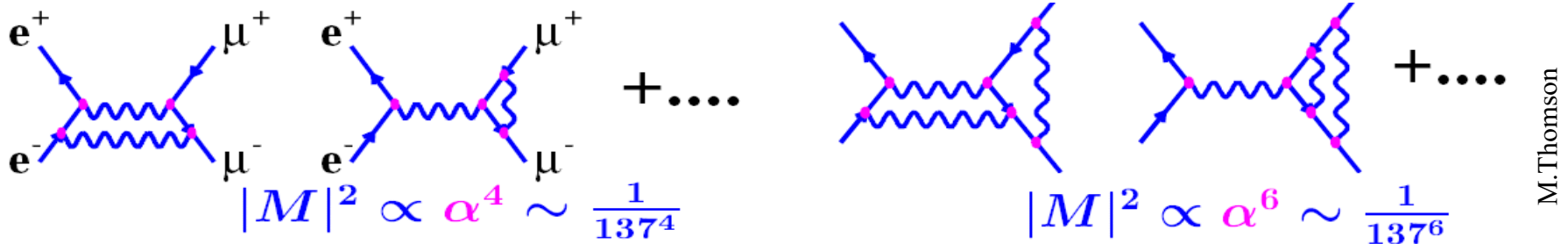
ale są też procesy wyższych rzędów:

$$|M|^2 \propto \alpha^4 \sim \frac{1}{137^4}$$

$$|M|^2 \propto \alpha^6 \sim \frac{1}{137^6}$$

M. Thomson

Radiacja, radiacja....

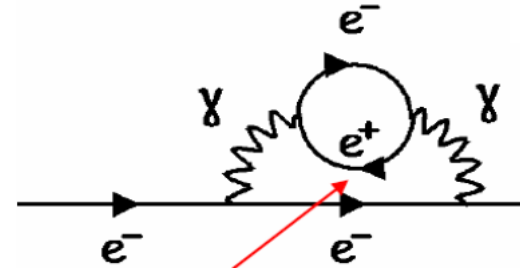
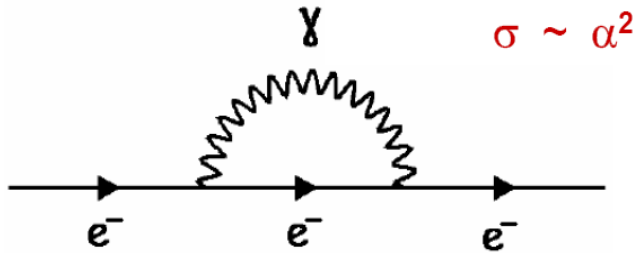


RACHUNEK ZABURZEŃ

1. Dla danego procesu rysujemy wszystkie możliwe diagramy:
2. Liczymy amplitudę na każdy namalowany proces (nieskończenie dużo amplitud?)
3. Całkowita amplituda jest sumą amplitud dla poszczególnych diagramów. Trzeba uważać na efekty pochodzące z interferencji pomiędzy amplitudami.
4. Przekrój czynny zależy od kwadratu amplitudy (i od przestrzeni fazowej), problem interferencji.
5. Zakładając, że α jest mała, dominujący wkład do szeregu perturbacyjnego ma najniższy („leading order”) diagram.

Diagramy „energii własnej”

Problem pojawia się, gdy zauważymy, że elektron może nieustająco emitować i pochłaniać foton. A foton może fluktuować na parę elektron-pozyton. Wszystko wirtualnie.

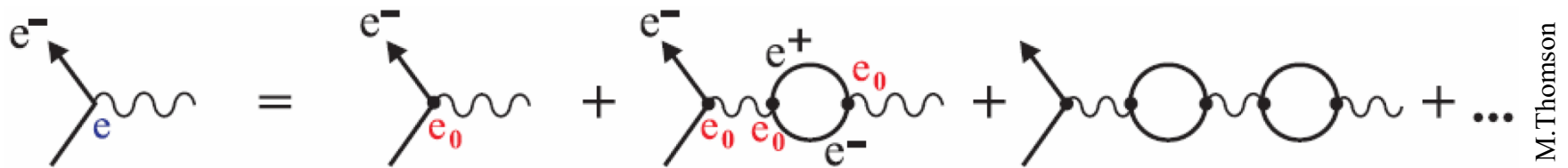


elektron emituje i pochłania wirtualną parę elektron-pozyton

KWANTOWE FLUKTUACJE prowadzą do efektów tzw. **polaryzacji próżni**.

Diagramy „energii własnej”

- Na diagramach linie elektronowe odpowiadają „gołym” elektronom, a ładunek, który jest w wierzchołku elektron – foton nazywany jest „gołym” e_0 ,
- Natomiast w każdym oddziaływaniu mamy cząstki ubrane w chmurę cząstek wirtualnych e_{exp} – diagramy „energii własnej”, czyli „samooddziaływania”, a ładunek ma charakter „efektywny”.



- Skoro wymieniane są pętle leptonów, to siła oddziaływania może zależeć od ich masy (a tak nie jest)
- Element macierzowy opisujący jedną pętlę ma postać:

$$\mathcal{M} = i \left(\frac{g}{2\pi} \right)^4 \frac{1}{[(p_1 - p_3)^2 - m_C^2 c^2]^2} \int \frac{1}{[(p_1 - p_3 - q)^2 - m_A^2 c^2](q^2 - m_B^2 c^2)} d^4 q$$

- Całkowanie go jest dosyć niewdzięczne:

$$\int_0^\infty \frac{1}{q^4} q^3 dq = \ln q|^\infty = \infty$$

ponieważ prowadzi do logarytmicznych rozbieżności dla bardzo dużych q^2 .

Renormalizacja

- Z powodu wirtualnych pętli masa i ładunek elektronu stają się nieskończone – zgodnie z zas. nieoznaczoności, na krótką chwilę, pęd wirtualnych cząstek może być nieskończony.

$$\int \frac{dq}{q} \sim \ln q$$

- 20 lat trwało rozwiązanie tego problemu.
- Polega ono na zastosowaniu najpierw procedury regularyzacji zastosowanej przy obliczeniu powyższej całki, tzn. wprowadza się dodatkowy czynnik zawierający (bardzo dużą) masę, który powoduje, że całka dąży do 1.
- Dzięki temu całka separuje się na dwie części: w jednej są zbieżne czynniki zależne od M , w drugiej pozostaje problem – nieskończone rozbieżności w granicy $M \rightarrow \infty$.
- Okazuje się jednak, że w czynniku rozbieżnym pojawiają się dodatkowe zależności masy i sił sprzężenia:

$$\begin{aligned} M_{exp}(q^2) &= m_0 + \delta_M \\ e_{exp}(q^2) &= e_0 + \delta_e \end{aligned}$$

$$\int_{m^2}^{\infty} \frac{dx}{x} \rightarrow \int_{m^2}^{M^2} \frac{dx}{x} = \ln \frac{M^2}{m^2}$$

- Spychologia problemu? nooooo, trochę, bo teraz δ_M i δ_e są nieskończone, ale ich różnica staje się skończona i mierzalna.
- Kolejny krok, to już tylko zrozumienie, że jesteśmy w stanie zmierzyć M_{exp} i e_{exp} w funkcji q^2 .
- Nieskończone poprawki albo obliczymy, albo.... ignorujemy.

Renormalizacja

- W ten sposób przeddefiniowaliśmy masę i ładunek elektronu, poprzez przemnożenie ich przez bezwymiarowy czynnik zawierający rozbieżną całkę, policzoną dla znanej wartości ładunku :

$$e_{exp}(q^2) = I(q^2) \cdot e_0$$

zamiast „gołej” masy (i ładunku) w obliczeniach pojawiają się wartości zmierzone.

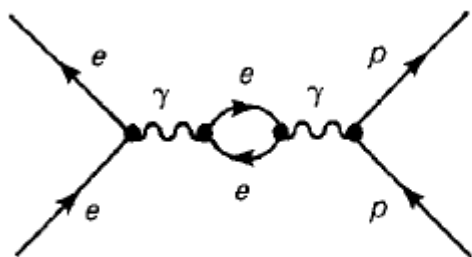
Procedura ta nazywa się: **renormalizacja**.

- Inaczej można powiedzieć, że renormalizacja jest procedurą matematyczną pozwalającą na odjęcie od nieskończonego ładunku gołego elektronu nieskończonego ładunku otaczającej go próżni, tak aby w wyniku otrzymać obserwowaną w doświadczeniach wartość skończoną.
- Teoria jest renormalizowalna wtedy, gdy nieskończoności w diagramach dowolnego rzędu (dowolnie skomplikowanych) można usunąć za pomocą skończonej liczby parametrów doświadczalnych.
- Wyjaśnione zostało przesunięcie Lamba (1947) – przesunięcie poziomów elektronu w atomie wodoru spowodowane oddziaływaniem elektronu z polem wytworzonym przez ten sam elektron.

Ceną za renormalizację jest uzależnienie pomiaru ładunki i masy od przekazu czteropędu q^2 .
Czyli „efektywny” ładunek zależy od rodzaju eksperymentu????

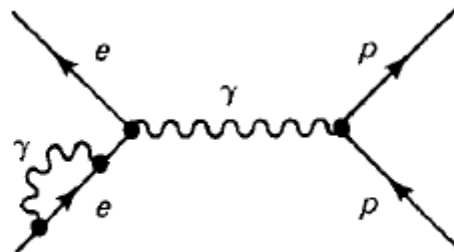
Poprawki wyższych rzędów

Wyjaśnione zostało przesunięcie Lamba (1947) – przesunięcie poziomów elektronu w atomie wodoru spowodowane oddziaływaniem elektronu z polem wytworzonym przez ten sam elektron.



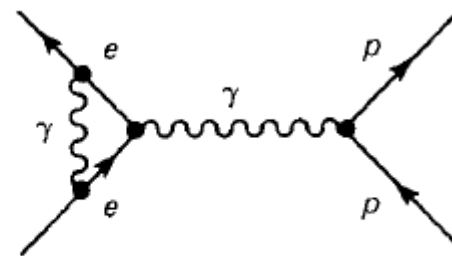
Vacuum polarization

Produkcja par elektron-pozyton prowadząca do ekranowania ładunku.



Electron mass renormalization

Emisja fotonu powoduje, że energia elektronu fluktuuje.



Anomalous magnetic moment

Zmiana ładunku elektronu wpływa na moment magnetyczny.

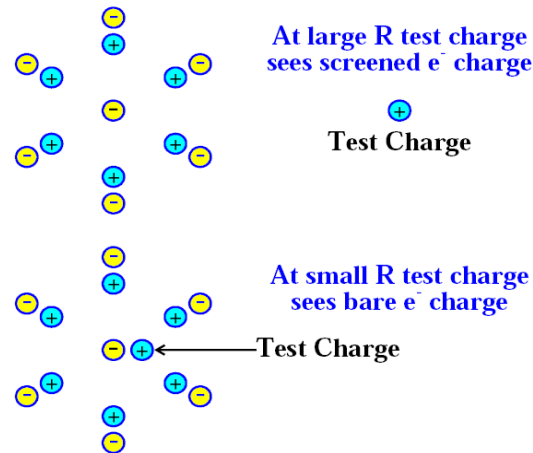
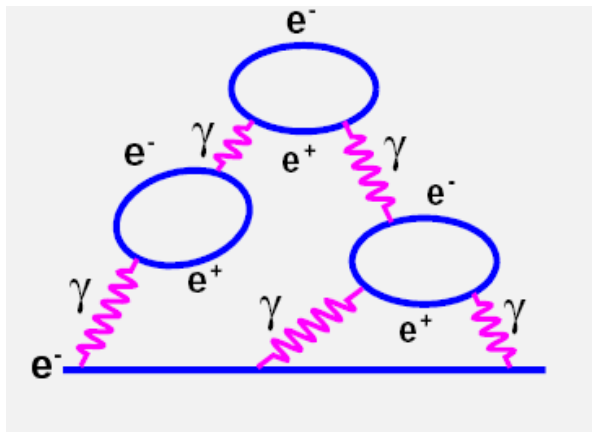
Efekty te są bardzo niewielkie, ale mierzalne!

Polaryzacja próżni

Stała sprzężenia $\alpha = \frac{e^2}{2\pi}$ określa siłę oddziaływania, ale z powodu samooddziaływania α nie jest stałą!

Rozważmy elektron – fluktuacje kwantowe prowadzą do powstania chmury wirtualnych par elektron- pozyton

$$\alpha(q^2) = \frac{\alpha(\mu^2)}{1 - \alpha(\mu^2) \frac{1}{3\pi} \ln\left(\frac{q^2}{\mu^2}\right)}$$



- próżnia zachowuje się jak dielektryk, pary są spolaryzowane,
- przy dużych odległościach - „goły” ładunek jest ekranowany,
- pojawia się problem pomiaru ładunku

Biegąca stała sprzężenia

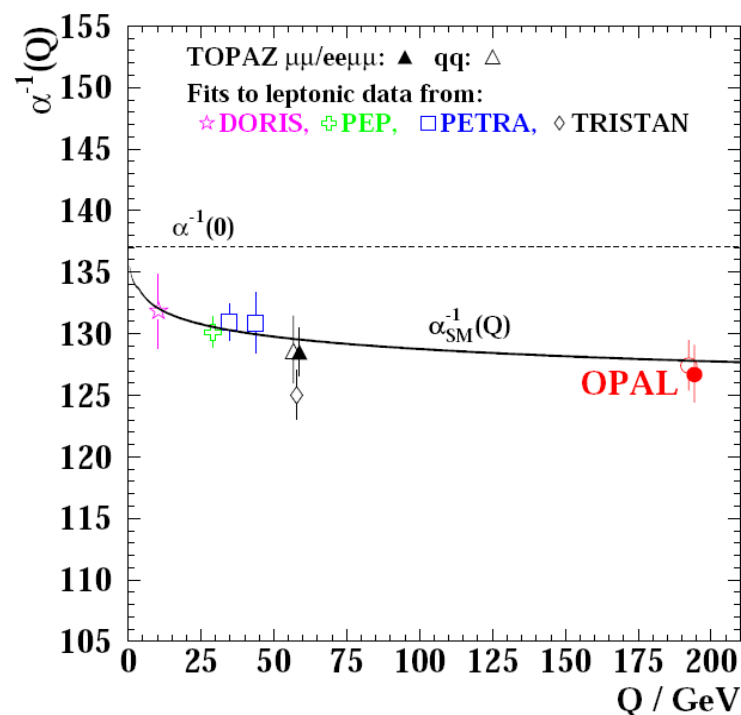
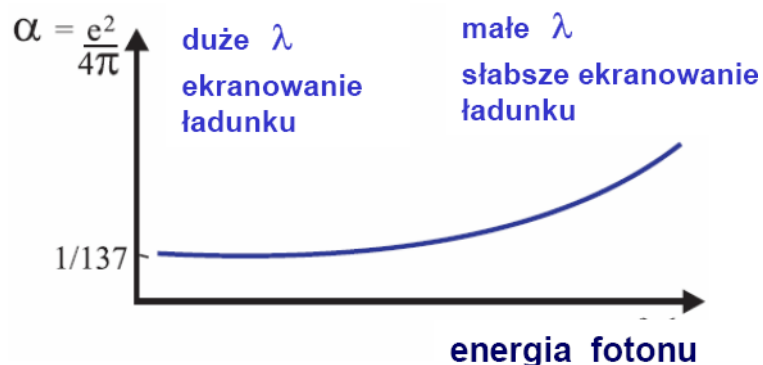
- Stałą sprzężenia α wyznacza się eksperymentalnie w zależności od q^2 .
- Duże q^2 oznacza wysoką energię próbkującego fotonu i jego krótszą długość fali.

Daje to próbkowanie z mniejszej odległości – foton widzi większy ładunek elektronu (wkład od polaryzacji próżni jest mniejszy)

α rośnie (b. powoli) w miarę zbliżania się do gołego ładunku (i wzrostu q^2)

gdy $q^2 \rightarrow 0$ (duże odległości) - $\alpha = 1/137$,

przy $q^2 = (100 \text{ GeV})^2 = m^2(Z^0)$ $\alpha(m_{Z^0}) = 1/128$



Moment magnetyczny

- Moment magnetyczny cząstki zależy od jej ładunku, a dla punkowego ładunku o spinie 1/2: $g=2$ (Dirac)
- Skoro ładunek zależy od biegnącej stałej – moment również.
- Ale moment magnetyczny można bardzo dokładnie zmierzyć – badając jego oddziaływanie z polem magnetycznym.
- Jednocześnie teoretycy z wysoką precyzją liczą poprawki wyższych rzędów w QED, łącznie z wymianą ciężkich cząstek, itp.
- Otrzymany wynik:

$$g = 2 + \frac{\alpha}{\pi} - 0.32848 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + \dots$$

$$\frac{g-2}{2} = (1159652307 \pm 110) \times 10^{-12}$$

wynik teoretyczny

$$(1159652193 \pm 10) \times 10^{-12}$$

wartość doświadczalna

oznacza wniosek, że QED jest bardzo precyzyjną teorią oddziaływań elektromagnetycznych.

Podsumowanie

WNIOSEK I: Właściwa teoria:

opisuje dotychczasowe wyniki doświadczalne,
pozwała przewidywać nowe efekty, które są jej weryfikacją.

Elektrodynamika kwantowa:

- I. Jest to kwantowa teoria oddziaływań elektromagnetycznych.
- II. Opisuje oddziaływanie jako wymianę wirtualnych bozonów pośredniczących.
- III. Oparta o perturbacyjny rachunek zaburzeń, którego coraz wyższe rzędy znajdują potwierdzenie w coraz bardziej precyzyjnych wynikach doświadczalnych.
- IV. Przewidziane przez QED efekty kwantowej polaryzacji próżni zostały zmierzone w doświadczeniu:
biegnąca stała sprzężenia,
moment magnetyczny elektronu.
- V. Nie ma żadnych wyników niezgodnych z QED.
- VI. Struktura QED posłużyła jako wzór dla kwantowej teorii oddziaływań silnych oraz słabych.
- VII. Próbuje się stworzyć również kwantową teorię oddziaływań grawitacyjnych.