

## Cząstki elementarne i oddziaływania

### ZADANIA III

#### Model Kwarkowy

1. Stan spinowy cząstki można zapisać używając bracketów:  $|s\ m_s\rangle$ , np. stan spinowy elektronu lub kwarka o spinie  $1/2$  z trzecią składową  $1/2$ , czyli stan  $\uparrow$ , zapisujemy jako:  $|\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\rangle$ . A zatem układ  $\uparrow\uparrow$  dwóch kwarków o spinach  $1/2$ , z trzecią składową  $1/2$  zapiszemy jako:

$$|\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\rangle |\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\rangle = |1\ 1\rangle$$

Proszę znaleźć i zapisać pozostałe stany spinowe dwóch kwarków.

2. Proszę określić, jaki może być całkowity moment pędu mezonów i barionów, które złożone są odpowiednio z dwóch i trzech kwarków.

Całkowity moment pędu cząstki jest to wektorowa suma jej spinu i momentu pędu:  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ , ale jak dodajemy te wektory? W mechanice kwantowej nie znamy przecież wszystkich współrzędnych?

Używając bracketów, zapytamy: jakie są możliwe momenty pędu  $|jm\rangle$  układu złożonego ze stanów  $|j_1\ m_1\rangle$  oraz  $|j_2\ m_2\rangle$ ? Trzecie składowe dodają się łatwo:  $m = m_1 + m_2$ , ale co z długością całkowitego momentu pędu  $\vec{J} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2$ ?

Jak  $\vec{J}_1$  i  $\vec{J}_2$  są równoległe, ich długości się dodadzą, gdy antyrównoległe – odejmą. Czyli długość  $\vec{J}$  może on przyjąć każdą całkowitą wartość  $j$  z przedziału:  $j = |j_1 - j_2|, |j_1 - j_2| + 1, \dots, |j_1 + j_2| - 1, |j_1 + j_2|$ .

Odpowiedź na pytanie z początku zadania jest intuicyjna, gdy kwarki mają zerowy orbitalny moment pędu  $L$ . W przypadku ogólnym konieczna jest znajomość znajdowania tych stanów przy pomocy tablic ze współczynnikami Clebsha-Gorgana\*.

3. Operatory parzystości przestrzennej i ładunkowej – proszę je zdefiniować i określić wartości własne. Jaka jest parzystość przestrzenna układu dwóch fermionów z zadania 1?
4. Deuteron to stan związany neutronu i protonu. Deuteron ma spin 1 i dodatnią parzystość. Proszę wytłumaczyć, dlaczego można go znaleźć tylko w stanach  $^3S_1$  oraz  $^3D_1$ .
5. Mezon  $\rho^0$  zaliczamy do multipletu o  $J^P = 1^-$ . Wyjaśnij, biorąc pod uwagę własności symetrii funkcji falowej, dlaczego możliwy jest rozpad:  $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ , a wzbroniony:  $\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$ .
6. Jakie są możliwe wartości  $J^P$  dla układu fermion-antyfermion (np. dla pozytronium, tj. stanu związanego elektron-pozyton), które są w fali  $S$  lub  $P$ ? Proszę również podać te stany w notacji spektroskopowej.
7. Kwarki  $u$  i  $d$  mają izospin  $I = \frac{1}{2}$  oraz trzecią składową izospinu  $I_3 = +\frac{1}{2}$  (kwarki  $u$  i  $\bar{d}$ ) lub  $I_3 = -\frac{1}{2}$  (kwarki  $d$  i  $\bar{u}$ ). Jaki całkowity izospin mogą mieć mezony złożone z kwarków  $u$  i  $d$ ? Odpowiednie współczynniki można otrzymać z tablic współczynników Clebsha-Gordana, analogicznie jak dla spinów. Proszę napisać postacie funkcji falowych tych mezonów i przypisać im fizyczne cząstki z multipletu o  $0^-$ . Pamiętać należy tu o pewnej konwencji\*, która powoduje, że funkcja falowa jednego z tych kwarków ma znak

przeciwny do funkcji antykwarka.

\* zmiana  $q \rightarrow \bar{q}$  jest równoważna działaniu operatora parzystości ładunkowej  $\hat{C}$ :  $\hat{C}|u\rangle = e^{i\phi}|\bar{u}\rangle$ . Konwencja Condon-Shortleya oznacza, że przemiany lekkich kwarków mają znaki odpowiednio:  $|u\rangle \rightarrow -|\bar{u}\rangle$ ,  $|d\rangle \rightarrow +|\bar{d}\rangle$ .

8. \*Rozpatrujemy silne oddziaływania w rozpraszaniu pionów na protonach:  $\pi + N \rightarrow \pi + N$ .

a) Proszę wypisać możliwe stany izospinowe w tych procesach. Matematyka izospinu jest taka sama, jak spinu, tzn, wiedząc, że piony mają izospin  $I = 0$  i trzy możliwe wartości  $I_3 = -1, 0, +1$ , a nukleony  $I = \frac{1}{2}$  i  $I_3 = -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}$ , używając współczynników Clebsha-Gordana dodajemy izospiny analogicznie jak spiny.

b) Przekrój czynny proporcjonalny jest do kwadratu elementu macierzowego  $\langle\psi_f|\hat{H}|\psi_i\rangle$ , w którym  $\hat{H}$  zależy tylko od izospinu. Rozpatrzmy trzy konkretne procesy:

$$\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p$$

$$\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$$

$$\pi^- + p \rightarrow \pi^- + p$$

Proszę wyznaczyć odpowiednie amplitudy rozpraszania, pamiętając, że izospin w oddziaływaniach silnych jest zachowany.

9. Które z poniższych procesów są dozwolone lub nie (i dlaczego) w oddziaływaniach silnych:

$$\pi^- + p \rightarrow K^- + \Sigma^+$$

$$\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda$$

$$\pi^0 + p \rightarrow K^0 + \Sigma^+$$

$$K^- + p \rightarrow K^0 + n$$

$$\Lambda \rightarrow \pi^+ + \Sigma^-$$

$$\Lambda \rightarrow \pi^- + p$$