UTA ANNÉE ACADÉMIQUE 2022-2023
Analyse 2 *Licence 1 IGL*

T D :

Exercice 1.
Calculer les intégrales suivantes

1. $I_1 = \displaystyle\int x\sqrt{x-1}dx$
2. $I_2 = \displaystyle\int x^2 e^{3x} dx$
3. $I_3 = \displaystyle\int \sin x e^x dx$

Exercice 2.

1. *Calculer* $\displaystyle\int_0^1 e^{-x}\ln(1+e^x)dx$
2. *Déterminer une primitive de* f *sur* $[3;+\infty[$*, avec* $f(x) = \dfrac{x}{x^3-3x+2}$.
3. *Déterminer une primitive de* g *sur* $\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$*, avec* $g(x) = \dfrac{\cos x}{\sin^2 x + 2\tan^2 x}$.
4. *Soit la fonction* f *définie sur* $\mathbb{R}$ *par* $f(x) = \dfrac{x^3}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$.

a) *Montrer que* $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx = \frac{3}{2}\sqrt{2} - 2.$ b determiner la limite de la suite Sn
n de terme general Sn=1w

Exercice 3. *Résoudre sur des intervalles appropriés les équations différentielles suivantes :*

a) $\frac{yy'}{1+y^2} = \frac{1}{x}$

b) $xy' - y = 2x^2, \qquad y(1) = 5,$

c) $y' + y = x - e^x + \cos x$

Exercice 4. *Résoudre sur* $\mathbb{R}$ *les équations différentielles suivantes :*

a) $y'' - 3y' + 2y = x$ *avec* $y(0) = 1$ *et* $y'(0) = 0$

b) $y'' - 3y' + 2y = \sin(2x)e^x$

c) $y'' - 2y' + y = x^2e^x + 5\cos x$

Exercice 5.
A l'aide du développement limité, déterminer la limite suivante

$$\lim_{x \longrightarrow 0} \frac{e^{\sqrt{4+x}} + e^{\sqrt{4-x}} - 2e^2}{\tan^2 x}$$

<u>Exercice</u> 6.
On considère les fonctions g, h et f définies respectivement par

$$g(x) = \frac{2}{2-x^2}, \quad h(x) = \exp(1-\cos(x)) \quad et \quad f(x) = \frac{g(x)-h(x)}{x^4}.$$

1. *Déterminer le développement limité à l'ordre 6, au voisinage de 0 de g ;*
2. *Déterminer le développement limité à l'ordre 6, au voisinage de 0 de h ;*
3. *En déduire le développement limité à l'ordre 2, au voisinage de 0 de f ;*
4. *Montrer que f est prolongeable par continuité en 0 ;*
5. *Soit k le prolongement par continuité de f en 0. Montrer que k est dérivable en 0 et préciser $k'(0)$;*
6. *Déterminer une équation de la tangente à la courbe (Ck) de k au point d'abscisse 0, et préciser la position de la courbe de k par rapport à la tangente au voisinage de 0 ;*
7. *Déterminer le développement limité a l'ordre 2, au voisinage de $\frac{\pi}{2}$ de h*

<u>Exercice</u> 7.
Étudier l'existence et la valeur éventuelle d'une limite en (0,0) pour les fonctions f de deux variables réelles définies par les formules suivantes :

$$a)\ \frac{xy}{x^2+y^2} \qquad b)\ \frac{xy^2}{x^2+y^2} \qquad c)\ \frac{\sin x shy}{xy} \qquad d)\ \frac{\sin x - shy}{shx - \sin y}.$$

<u>Exercice</u> 8.

1. *On considère la fonction g de deux variables définie sur $\mathbb{R}^2$ par :*

$$g(x,y) = y^2 + xylnx.$$

   (a) *Calculer les dérivées partielles premières de g.*
   (b) *Déterminer les éventuels points critiques de g.*
   (c) *Calculer les dérivées partielles secondes de g.*
   (d) *Déterminer la nature de chaque point critique.*

2. *On considère la fonction f de deux variables définie sur $\mathbb{R}^2$ par :*

$$f(x,y) = x^4 + y^4 + (x-y)^2.$$

   (a) *Calculer les dérivées partielles premières de f.*
   (b) *Déterminer les éventuels points critiques de f.*
   (c) *Calculer les dérivées partielles secondes de f.*
   (d) *Déterminer la nature de chaque point critique.*