20171630 / 남주형

1.

(1)

$$F_Z(z) = P(Z \le z) = P(X+Y \le z)$$

$$= P(Y \le -X+z)$$

$$= \begin{cases} 0 & , z \le 0 \\ \int_0^z \int_0^{z-x} 6x \, dy \, dx = z^3 & , 0 \le z \le 1 \\ 1 & , z \ge 1 \end{cases}$$

20

$$f_Z(z) = \begin{cases} 3z^2 & , 0 \le z \le 1 \\ 0 & , o/w \end{cases}$$

(2) $E[Z] = \int_0^1 z \cdot f_Z(z) \, dz$

$$= \int_0^1 z \cdot 3z^2 \, dz$$

$$= \left[\frac{3}{4}z^4\right]_0^1$$

$$= \frac{3}{4}$$

$\boxed{100}$

2017163011남주형

2.

전화 건수를 X라하자.

$X_{1시간} \sim Pois(5)$

$X_{1분} \sim Pois(\frac{1}{12})$

$X_{8분} \sim Pois(\frac{2}{3})$

20

(1) $X_{8분} \sim Pois(\frac{2}{3})$

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{\frac{2}{3}^x e^{-\frac{2}{3}}}{x!}, & x \in R_X = [0,1,2,\cdots] \\ 0, & o/w \end{cases}$$

(2) $$P[x \geq 2] = \sum_{x=2}^{\infty} \frac{(\frac{2}{3})^x e^{-\frac{2}{3}}}{x!}$$

$$= 1 - \sum_{x=0}^{1} \frac{(\frac{2}{3})^x e^{-\frac{2}{3}}}{x!}$$

$$= 1 - \frac{e^{-\frac{2}{3}}}{1} - \frac{\frac{2}{3}e^{-\frac{2}{3}}}{1}$$

$$= 1 - \frac{5}{3}e^{-\frac{2}{3}}$$

(3) $X_{1분} \sim (\frac{1}{12})$

$T \sim Ga(1,12)$

$T \sim Exp(12)$

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{12}e^{-x/12}, & x > 0 \\ 0, & o/w \end{cases}$$

$$P[T \geq 15] = \int_{15}^{\infty} \frac{1}{12}e^{-x/12}dx$$

$$= \left[-e^{-x/12}\right]_{15}^{\infty}$$

$$= e^{-\frac{5}{4}}$$

20171630 / 남주형

3.

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0<x<2 \\ 0, & o/w \end{cases}$$

(1)

$$E[X] = \mu = \int_0^2 x f_X(x)\,dx = \int_0^2 x \cdot \frac{x}{2}\,dx$$

20

$$= \left[\frac{x^3}{6}\right]_0^2 = \frac{4}{3}$$

$$E[X^2] = \int_0^2 x^2 f_X(x)\,dx = \int_0^2 x^2 \cdot \frac{x}{2}\,dx$$

$$= \left[\frac{x^4}{8}\right]_0^2 = 2$$

$$Var[X] = E[X^2] - E[X]^2$$

$$= 2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{2}{9}$$

$$\therefore \mu = \frac{4}{3},\ \sigma^2 = \frac{2}{9}$$

(2)

$$X: \mu = \frac{4}{3},\ \sigma^2 = \frac{2}{9} \xrightarrow{n=50} \bar{X} \approx N(\mu, \sigma^2/n)$$

n이 충분히 크므로 $\bar{X}$는 근사적으로

정규분포를 따른다.

$\bar{X}$의 평균 : $\frac{4}{3}$

$\bar{X}$의 분산 : $\frac{1}{225}$

(3)

$$P\left[\bar{X} \geq \frac{43}{30}\right]$$

$$= P\left[\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \geq \frac{\frac{43}{30} - \frac{4}{3}}{\frac{1}{15}}\right]$$

$$= P\left[Z \geq \frac{3}{2}\right]$$

$$= P[Z \geq 1.5]$$

$$= 0.0668$$

20171630/남주형

4.

$\bar{X} \to A$ 회사 $m=50$ $\bar{x}=12.4$ $\sigma_1=0.95$

$\bar{Y} \to B$ 회사 $n=45$ $\bar{Y}=11.9$ $\sigma_2=0.93$

20

(1) $\bar{X}-\bar{Y} \approx N\left(\mu_1-\mu_2, \frac{(0.95)^2}{50}+\frac{(0.93)^2}{45}\right)$

$z_{0.025}=1.96$

$$\left((12.4-11.9)-1.96\cdot\sqrt{\frac{(0.95)^2}{50}+\frac{(0.93)^2}{45}},\ (12.4-11.9)+1.96\cdot\sqrt{\frac{(0.95)^2}{50}+\frac{(0.93)^2}{45}}\right)$$

$=(0.1216, 0.8784)$

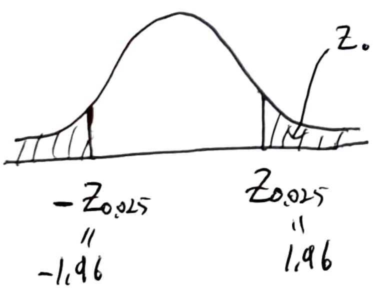
(2) $H_0: \mu_1-\mu_2=0$

$H_1: \mu_1-\mu_2 \neq 0$

$$Z=\frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{(0.95)^2}{50}+\frac{(0.93)^2}{45}}} \sim N(0,1)$$

$z_{0.025}=1.96$

$$z_0=\frac{(12.4-11.9)-0}{\sqrt{\frac{(0.95)^2}{50}+\frac{(0.93)^2}{45}}}=2.5899$$



$\therefore$ H_0: 기각

H_1: 채택

20171630 / 남주형

6. A의 회복기간을 X, B의 회복기간을 Y 라하자.

$D = X - Y$

$D \sim N(\mu_D, \sigma_D^2)$

$\mu_D = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} D_i = \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8} D_i = 1.25$

20

$S_D^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(D_i - \bar{D})^2 = \frac{1}{7}\sum_{i=1}^{8}(D_i - \bar{D})^2$

$= 1.357$

$E[X] = \mu_1,\ E[Y] = \mu_2$

$E[\bar{D}] = E[D] = E[X-Y] = E[X] - E[Y]$

$= \mu_1 - \mu_2$

$\therefore\ \mu_D = \mu_1 - \mu_2$

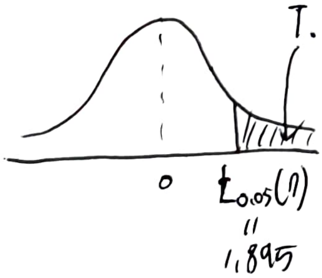
$\therefore\ T = \frac{\bar{D} - (\mu_1 - \mu_2)}{S_D / \sqrt{8}} \sim t(7)$

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$

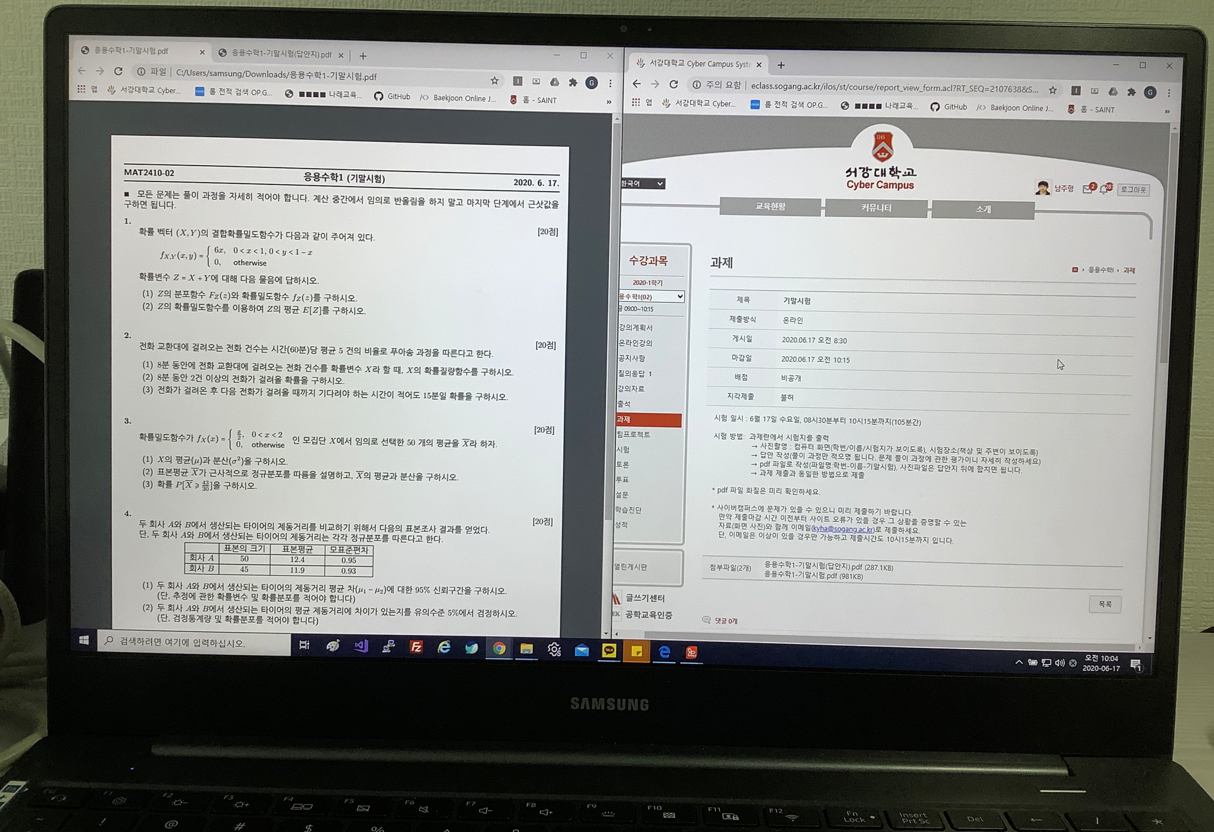
$H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 0$

$t_{0.05}(7) = 1.895$

$T_0 = \frac{1.25 - 0}{\sqrt{1.357 / 8}} = 3.0349$



$\therefore$ H_0 : 기각, H_1 : 채택 신약이 더 효과적이다.



MAT2410-02 **응용수학1 (기말시험)** 2020. 6. 17.

■ 모든 문제는 풀이 과정을 자세히 적어야 합니다. 계산 중간에서 임의로 반올림을 하지 말고 마지막 단계에서 근삿값을 구하면 됩니다.

1.

확률 벡터 (X, Y)의 결합확률밀도함수가 다음과 같이 주어져 있다. [20점]

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 6x, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 - x \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

확률변수 $Z = X + Y$에 대해 다음 물음에 답하시오.

(1) Z의 분포함수 $F_Z(z)$와 확률밀도함수 $f_Z(z)$를 구하시오.
(2) Z의 확률밀도함수를 이용하여 Z의 평균 $E[Z]$를 구하시오.

2.

전화 교환대에 걸려오는 전화 건수는 시간(60분)당 평균 5 건의 비율로 푸아송 과정을 따른다고 한다. [20점]

(1) 8분 동안에 전화 교환대에 걸려오는 전화 건수를 확률변수 X라 할 때, X의 확률질량함수를 구하시오.
(2) 8분 동안 2건 이상의 전화가 걸려올 확률을 구하시오.
(3) 전화가 걸려온 후 다음 전화가 걸려올 때까지 기다려야 하는 시간이 적어도 15분일 확률을 구하시오.

3.

확률밀도함수가 $f_X(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ 인 모집단 X에서 임의로 선택한 50 개의 평균을 $\overline{X}$라 하자. [20점]

(1) X의 평균(μ)과 분산(σ^2)을 구하시오.
(2) 표본평균 $\overline{X}$가 근사적으로 정규분포를 따름을 설명하고, $\overline{X}$의 평균과 분산을 구하시오.
(3) 확률 $P[\overline{X} \geq \frac{43}{30}]$을 구하시오.

4.

두 회사 A와 B에서 생산되는 타이어의 제동거리를 비교하기 위해서 다음의 표본조사 결과를 얻었다. 단, 두 회사 A와 B에서 생산되는 타이어의 제동거리는 각각 정규분포를 따른다고 한다. [20점]

	표본의 크기	표본평균	모표준편차
회사 A	50	12.4	0.95
회사 B	45	11.9	0.93

(1) 두 회사 A와 B에서 생산되는 타이어의 제동거리 평균 차($\mu_1 - \mu_2$)에 대한 95% 신뢰구간을 구하시오. (단, 추정에 관한 확률변수 및 확률분포를 적어야 합니다)
(2) 두 회사 A와 B에서 생산되는 타이어의 평균 제동거리에 차이가 있는지를 유의수준 5%에서 검정하시오. (단, 검정통계량 및 확률분포를 적어야 합니다)