

1.1 : 연습문제 1.1 (#5)

주머니 안에 빨간색과 파란색의 공깃들이 두 개씩 들어 있는 주머니에서 공깃을 두개를 차례로 꺼낸다. (빨간색 공깃들을 R, 파란색 공깃들을 B라 하자)

(1) 나눌 수 있는 공깃들의 색에 대한 표본공간을 구하라.

$$\Omega = \{(RR), (RB), (BR), (BB)\}$$

(2) 공깃들 두개가 서로 다른 색인 사건을 구하라.

$$X = \{(RB), (BR)\}$$

(3) 파란색이 많아야 한 개인 사건을 구하라.

$$Y = \{(RR), (RB), (BR)\}$$

(4) 첫번째 공깃들이 빨간색이고, 두번째 공깃들이 파란색인 사건을 구하라.

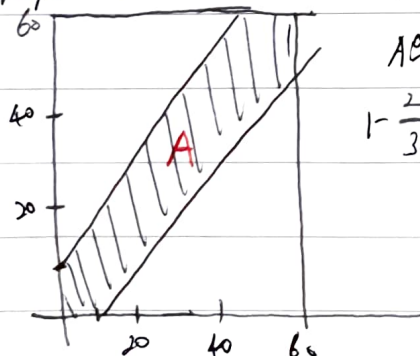
$$Z = \{(RB)\}$$

1.2 : 예제 5

어떤 커플은 정오부터 1시 사이에 약속장소에서 만나기로 하였고, 누가 먼저 약속장소에 도착하든지 10분 이상 기다리지 않기로 약속했다. 이 커플이 만날 확률을 구하라.

남과 여의 도착시간의 차이가 10분 이내 여야 하므로

$$|x - y| \leq 10$$



A의 넓이가 커플이 만날 확률이다.

A의 넓이를 구하면

$$1 - \frac{2 \times 10 \times 10}{36 \times 60} = \frac{11}{36}$$

$\therefore \frac{11}{36}$ 이다.

1.2: 연습문제 1.2 (7, 10, 11)

7. 앞면이 나올 가능성이 $\frac{2}{3}$ 인 찌그러진 동전을 두 번 반복하여 던진다.

(1) 앞면이 한번도 나오지 않을 확률을 구하라.

$$P(E_1) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

(2) 앞면이 한번 나올 확률을 구하라

$$P(E_2) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

(3) 앞면이 두 번 나올 확률을 구하라

$$P(E_3) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

10. 공정한 주사위를 독립적으로 반복해서 던지는 실험에서 2 또는 3의 눈이 나오면 주사위 던지기를 멈춘다고 한다. ($2, 3$ 이 나올 확률 $= \frac{2}{6}$, $1, 4, 5, 6$ 이 나올 확률 $= \frac{4}{6}$)

(1) 처음 던진 후에 멈출 확률을 구하라.

$$P(E_1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(2) 5번 던진 후에 멈출 확률을 구하라.

$$P(E_5) = \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{16}{243}$$

(3) n 번 던진 후에 멈출 확률을 구하라

$$P(E_n) = \left(\frac{4}{6}\right)^{n-1} \times \left(\frac{2}{6}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \times \frac{1}{3} = \frac{2^{n-1}}{3^n}$$

17. 양의 정수 n 에 대하여, 단순 사건 $\{n\}$ 의 확률을 $P(\{n\}) = \frac{1}{3^n}$ 라 한다

사건 $A = \{n: 5 \leq n \leq 10\}$, $B = \{n: 1 \leq n \leq 8\}$ 에 대하여 다음을 구하라.

$$P(A) = P(\{5, 6, 7, 8, 9, 10\})$$

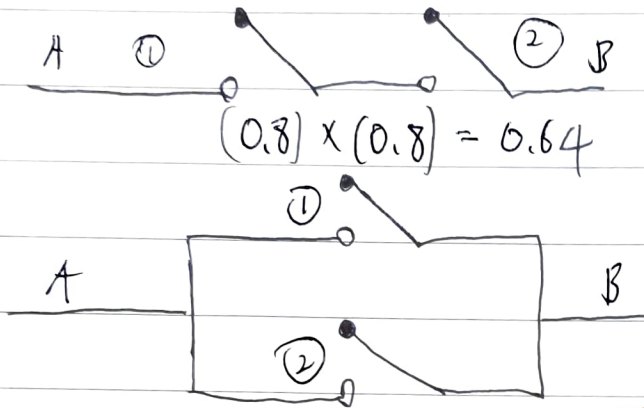
$$= 2 \left(\frac{1}{3^5} + \frac{1}{3^6} + \frac{1}{3^7} + \frac{1}{3^8} + \frac{1}{3^9} + \frac{1}{3^{10}} \right)$$

$$P(B) = P(\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\})$$

$$= 2 \left(\frac{1}{3^1} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{3^5} + \frac{1}{3^6} + \frac{1}{3^7} + \frac{1}{3^8} \right)$$

1.3: 연습문제 1.3 (10, 12, 20, 22)

10. 다음 회로의 스위치가 작동할 확률은 각각 0.8이고 독립적으로 작동한다. 이때 A와 B에 대하여 A와 B 두 지점에 전류가 흐를 확률을 구하라.



$$\begin{aligned}
 P(1 \cup 2) &= P(1) + P(2) - P(1 \cap 2) = P(1) + P(2) - P(1) \cdot P(2) \\
 &= 0.8 + 0.8 - (0.8)^2 \\
 &= 1.6 - 0.64 \\
 &= 0.96
 \end{aligned}$$

12. 위성 시스템은 두개의 독립적인 백업용 컴퓨터 (computer2, computer3)를 가진 컴퓨터 (computer1)에 의하여 조성된다. 정상적으로 computer1은 시스템을 조성하지만 이 컴퓨터가 고장 나면 자동적으로 computer2가 작동하고, computer2가 고장 나면 computer3이 작동한다. 그리고 세 컴퓨터가 모두 고장 나면 위성 시스템은 멈추고 한다. 그리고 각 컴퓨터들이 멈출 확률은 0.01이고, 이 컴퓨터들이 멈추는 것은 역시 독립적이다. 이때 각 컴퓨터들이 작동할 확률을 구하라, 그리고 위성 시스템이 멈출 확률을 구하라.

computer 1이 작동할 확률을 $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$ 라 하라

$$P(A) = 0.99$$

$$P(B) = P(A^c) \cdot P(B|A^c) = (0.01) \cdot (0.99) = 0.0099$$

$$\begin{aligned}
 P(C) &= P(A^c) \cdot P(B|A^c) \cdot P(C|A^c \cap B^c) \\
 &= (0.01) \cdot (0.01) \cdot (0.99) = 0.000099
 \end{aligned}$$

$$\text{위성 멈출 확률} = P(A^c) P(B^c) P(C^c) = (0.01)^3$$

∴ 독립

컴퓨터 공학과 / 20171630 / 남주형

1.3 : 연습 문제 1.3 (10, 12, 20, 22)

20. 세 공장 A, B 그리고 C에서 각각 40%, 30%, 30%의 비율로 제품을 생산한다. 그리고 이 세 공장 각각에서 불량품이 제조될 가능성은 각각 2%, 3%, 5%라 한다. 어떤 제품 하나를 임의로 선정했을 때, 다음을 구하라 (임의로 선택한 제품이 불량품인 사건=D)

(1) 이 제품이 불량품일 확률

$$P(D) = P(A)P(D|A) + P(B)P(D|B) + P(C)P(D|C) \\ = (0.4)(0.02) + (0.3)(0.03) + (0.3)(0.05) = 0.032$$

(2) 임의로 선정된 제품이 불량품이었을 때, 이 제품이 A에서 만들어졌을 확률과 B에서 만들어졌을 확률

$$P(A|D) = \frac{P(A)P(D|A)}{P(A)P(D|A) + P(B)P(D|B) + P(C)P(D|C)} = \frac{(0.4)(0.02)}{0.032} = 0.25 \\ P(B|D) = \frac{(0.3)(0.03)}{0.032} = 0.28125$$

(3) 임의로 선정된 제품이 불량품이었을 때 이 제품이 A 또는 B에서 만들어졌을 확률

$$P(A \cup B|D) = P(A|D) + P(B|D) = 0.25 + 0.28125 = 0.53125$$

22. 자동차 출고연도와 42에 대한 연구 결과 다음 표를 얻었다.

출고연도	자동차의 비율	42에 관련된 확률
2005	0.16	0.05
2006	0.18	0.02
2007	0.20	0.03
다른연도	0.46	0.04

2005, 2006, 2007년 모델 중 하나인 자동차가 42를 낸다고 한다. 이때 이 자동차가 2005년 모델에 출고되었을 확률을 구하라. (사건 B 사건을 D라 하자)

$$P(2005|D) = \frac{P(2005)P(D|2005)}{P(2005)P(D|2005) + P(2006)P(D|2006) + P(2007)P(D|2007)} \\ = \frac{(0.16)(0.05)}{(0.16)(0.05) + (0.18)(0.02) + (0.20)(0.03)} = 0.4545$$