No.
Date. / /

컴퓨터공학과/20171630/남주형

2.2 : 연습문제 2.2

12. 전기회로의 가변저항 X는 다음과 같은 확률밀도함수를 갖는다고 한다.

$$f(x) = \begin{cases} kx^2(1-x^2), & 1 \le x \le 2 \\ 0, & \text{다른 곳에서} \end{cases}$$

(1) 상수 k를 구하라.

$$\int_1^2 kx^2(1-x^2)dx = -k\int_1^2 (x^4-x^2)dx = -k\left[\tfrac{1}{5}x^5-\tfrac{1}{3}x^3\right]_1^2 = -\frac{58}{15}k = 1$$

$$\therefore k = -\frac{15}{58}$$

(2) 분포함수 F(x)를 구하라.

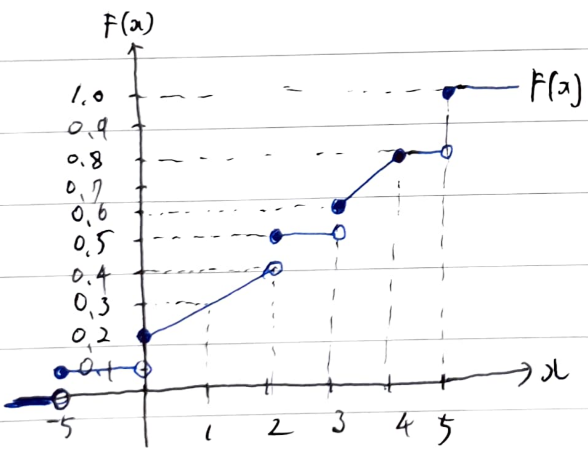
$$F(x) = -\frac{15}{58}\int_1^x u^2(1-u^2)du = \frac{15}{58}\int_1^x (u^4-u^2)du = \frac{15}{58}\left[\tfrac{1}{5}u^5-\tfrac{1}{3}u^3\right]_1^x$$

$$F(x) = \begin{cases} \frac{3}{58}x^5 - \frac{5}{58}x^3 + \frac{1}{29}, & 1 \le x \le 2 \\ 0, & x < 1 \\ 1 & 2 < x \end{cases}$$

(3) 이 전기 저항이 1.05와 1.65 사이일 확률을 구하라.

$$P[1.05 \le X \le 1.65] = F(1.65) - F(1.05) = 0.2791049353 4$$

14. 확률변수 X의 분포함수가 다음과 같을 때, 다음 확률을 구하라.



(1) $P(X=0) = F(0) - F(0-) = 0.2 - 0.1 = 0.1$

(2) $P(0 < X \le 3) = F(3) - F(0) = 0.6 - 0.2 = 0.4$

(3) $P(0 < X < 3) = F(3-) - F(0) = 0.5 - 0.2 = 0.3$

(4) $P(4 < X \le 5) = F(5) - F(4) = 1 - 0.8 = 0.2$

(5) $P(X \ge 1) = 1 - F(1-) = 1 - 0.3 = 0.7$

컴퓨터공학과 / 2017630 / 방주형

No.

Date. / /

2.3 : 연습문제 2.3

#4 1~6의 숫자가 적힌 카드가 들어 있는 주머니에서 두 카드를 임의로 비복원추출할 때, 나온 카드의 수에 대한 차의 절댓값의 기댓값을 구하라.

X

표본공간을 먼저 구하면

$$S = \left\{ \begin{matrix} (1,2) & (1,3) & (1,4) & (1,5) & (1,6) \\ (2,1) & (2,3) & (2,4) & (2,5) & (2,6) \\ (3,1) & (3,2) & (3,4) & (3,5) & (3,6) \\ (4,1) & (4,2) & (4,3) & (4,5) & (4,6) \\ (5,1) & (5,2) & (5,3) & (5,4) & (5,6) \\ (6,1) & (6,2) & (6,3) & (6,4) & (6,5) \end{matrix} \right\}$$

X	1	2	3	4	5
확률	$\frac{10}{30}$	$\frac{8}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{4}{30}$	$\frac{2}{30}$

$\therefore\ E(X) = 1\cdot\frac{10}{30} + 2\cdot\frac{8}{30} + 3\cdot\frac{6}{30} + 4\cdot\frac{4}{30} + 5\cdot\frac{2}{30} = \frac{7}{3}$

#24 연속확률변수 X의 분포함수가 다음과 같을 때, X의 기댓값과 분산을 구하라.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ x^2, & 0 < x \le \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}x, & \frac{1}{2} < x \le 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases} \rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x \le \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}, & \frac{1}{2} < x \le 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^{\frac{1}{2}} x f(x)\,dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x f(x)\,dx = \int_0^{\frac{1}{2}} 2x^2\,dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{x}{2}\,dx = \left[\frac{2}{3}x^3\right]_0^{\frac{1}{2}} + \left[\frac{1}{4}x^2\right]_{\frac{1}{2}}^1$$

$$= \frac{1}{12} + \frac{3}{16} = \frac{13}{48}$$

$$E(X^2) = \int_0^{\frac{1}{2}} 2x^3\,dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{x^2}{2}\,dx = \left[\frac{1}{2}x^4\right]_0^{\frac{1}{2}} + \left[\frac{1}{6}x^3\right]_{\frac{1}{2}}^1 = \frac{1}{32} + \frac{7}{48} = \frac{17}{96}$$

$$\therefore\ Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{17}{96} - \left(\frac{13}{48}\right)^2 = \frac{239}{2304}$$

No.

Date. / /

컴퓨터공학과 / 20171630 / 남주형

#26. 패스트푸드점에서 음식이 나오는 시간은 평균 63초, 표준편차 6.5초 걸린다고 한다. 체비쇼프(Chebyshev) 부등식을 이용하여 음식이 나올 확률이 75%와 89% 이상일 시구간을 구하라.

$\mu = 63$, $\sigma = 6.5$ $\quad 1-\frac{1}{k^2} = 0.75$, $k = 2$

$P(\underbrace{63-2\cdot 6.5}_{50} \le X \le \underbrace{63+2\cdot 6.5}_{76}) \ge 0.75$ $\quad \therefore$ 75% 이상일 시구간 $(50, 76)$

$1-\frac{1}{k^2} = 0.89$, $\frac{1}{k^2} = \frac{11}{100}$ $\quad k = \sqrt{\frac{100}{11}}$

$P(63-\sqrt{\frac{100}{11}}\cdot 6.5 \le X \le 63+\sqrt{\frac{100}{11}}\cdot 6.5) \ge 0.89$ $\quad \therefore$ 89% 이상일 시구간 $(63-\frac{65}{\sqrt{11}}, 63+\frac{65}{\sqrt{11}})$