MAT2410 (02) 응용수학 I (HW8)

No: 1 학과: 컴퓨터공학과 학번: 20171630 이름: 남주형

1. 어떤 전자 제품의 수명은 정규분포를 따른다고 한다. 이부품 100개를 검사하여 $\bar{x}=321.5$(시간)을 얻었다고 하자. $\sigma^2=9$으로 알려졌다고 할 때 μ의 95% 신뢰구간을 구하시오

전자 제품의 수명을 X라 하자

$$X \sim N(\mu, 9) \xrightarrow{n=100} \bar{X} \approx N\left(\mu, \frac{9}{100}\right)$$

$\bar{x}=321.5$, $z_{0.025}=1.96$ 이다.

$$\therefore \left(\bar{x} - z_{0.025} \times \frac{3}{10}, \bar{x} + z_{0.025} \times \frac{3}{10}\right)$$

$$= \left(321.5 - 1.96 \times \frac{3}{10}, 321.5 + 1.96 \times \frac{3}{10}\right)$$

$$= (320.912, 322.088)$$

2. 어떤 공장에서 생산하는 비누 무게의 평균을 알아보기 위하여 10개를 추출하여 비누무게를 알아본 결과 다음과 같았다. 실제 평균비누 무게 μ의 95% 신뢰구간을 구하시오. (단, 비누 무게는 정규분포를 따른다고 한다.)

95 97 98 86 87 80 94 90 93 79

비누무게를 X 라하자

$n=10$인 표본평균을 $\bar{X}$, 표본분산을 S^2이라 하면

$$T = \frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(10-1) = t(9)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = 89.9$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 = 45.4333$$

$n=10$, $t_{0.025}(9) = 2.262$ 이다.

$$\therefore \left(\bar{x} - t_{0.025}(n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_{0.025}(n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$$

$$= \left(89.9 - 2.262 \times \frac{\sqrt{45.4333}}{\sqrt{10}}, 89.9 + 2.262 \times \frac{\sqrt{45.4333}}{\sqrt{10}}\right)$$

$$= (89.9 - 4.821, 89.9 + 4.821)$$

$$= (85.079, 94.721)$$

3. 어떤 지역의 유권자 중에서 임의로 150명을 선알하여 이 지역 자치단체장 특정 후보에 대한 지지여부를 조사한다고 한다. 90명이 지지를 나타냈을 때 특정 후보자의 지지율에 대한 95% 신뢰구간을 보이시오.

특정 후보에 대한 지지여부를 X 라하자.

$$X \sim Ber(p) \xrightarrow{n=150} \bar{X} \approx N\left(p, \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}\right) \qquad (\bar{x} = \hat{p} \approx p)$$

$$\hat{p} = \frac{90}{150}, \quad z_{0.025} = 1.96$$

$$\therefore \left(\hat{p} - z_{0.025} \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{0.025} \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right)$$

$$= \left(\frac{90}{150} - 1.96 \times \sqrt{\frac{\frac{90}{150} \times \frac{60}{150}}{150}}, \frac{90}{150} + 1.96 \times \sqrt{\frac{\frac{90}{150} \times \frac{60}{150}}{150}}\right)$$

$$= \left(\frac{3}{5} - 1.96 \times \frac{1}{25}, \frac{3}{5} + 1.96 \times \frac{1}{25}\right)$$

$$= (0.5216, 0.6784)$$

4. 어떤 제약 회사에서 생산되는 알약의 무게는 약간씩 차이를 보이고 전체는 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 만든 같은 알약 6개를 임의로 추출하여 무게를 측정한 결과

2.52, 2.71, 2.63, 2.45, 2.56, 2.65

를 얻었다고 한다. (단위 mg) 이 자료를 기초로 이 회사의 제품 전체의 분산에 대한 95% 신뢰구간을 구하시오.

알약의 무게를 X 라하자.

$n=6$ 이다.

$$T = \frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(5)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = 2.587$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 = 0.00897$$

$$t_{0.025}(5) = 2.571$$

$$\therefore \left(\bar{x} - t_{0.025}(5) \cdot \sqrt{\frac{0.00897}{6}}, \bar{x} + t_{0.025}(5) \cdot \sqrt{\frac{0.00897}{6}}\right)$$

$$= (2.587 - 0.099, 2.587 + 0.099)$$

$$= (2.488, 2.686)$$

No:2 학과: 컴퓨터공학과 학번: 20171630 이름: 남주형

5. 독립인 두 정규모집단 $N(\mu_1, 9)$와 $N(\mu_2, 4)$로부터 각각 크기 16과 36인 표본을 추출하여 표본평균 $\bar{x}=23.2$, $\bar{y}=21.5$을 얻었다. 모평균 차 $\mu_1-\mu_2$에 대한 95% 신뢰구간을 구하시오.

$$X \sim N(\mu_1, 9) \xrightarrow{m=16} \bar{X} \sim N\left(\mu_1, \frac{9}{16}\right)$$

$$Y \sim N(\mu_2, 4) \xrightarrow{n=36} \bar{Y} \sim N\left(\mu_2, \frac{4}{36}\right)$$

$$\bar{X}-\bar{Y} \sim N\left(\mu_1-\mu_2, \frac{9}{16}+\frac{4}{36}\right)$$

$\bar{x}-\bar{y}=1.7$, $m=16$, $n=36$, $z_{0.025}=1.96$

$$\therefore \left((\bar{X}-\bar{Y}) - z_{0.025} \times \sqrt{\frac{9}{16}+\frac{4}{36}}, (\bar{X}-\bar{Y}) + z_{0.025} \times \sqrt{\frac{9}{16}+\frac{4}{36}}\right)$$

$$= \left(1.7-1.96\cdot\sqrt{\frac{9}{16}+\frac{4}{36}}, 1.7+1.96\cdot\sqrt{\frac{9}{16}+\frac{4}{36}}\right)$$

$$= (0.091, 3.309)$$

6. 두 지역의 대기오염 수준의 차이를 확인하기 위하여 관측된 아황가스(SO_2) 농도의 자료를 이용하였다. 지역1에서 최근 7일간 관측된 자료는 $\bar{x}=5.79$, $s_x^2=(4.17)^2$이었고, 지역 2에서 최근 6일간 관측된 자료는 $\bar{y}=3.58$, $s_y^2=(2.52)^2$이었다. 지역1,2에서 관측되는 아황산가스 농도는 각각 정규분포를 따른다고 할 때, 이 통계량을 기초로 두 지역의 아황산가스(SO_2) 농도의 분산의 비 $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$에 대한 95% 신뢰구간을 구하시오.

$$F = \frac{S_x^2/\sigma_1^2}{S_y^2/\sigma_2^2} \sim F(6,5)$$

$F_{0.025}(6,5)=6.98$, $F_{0.975}(6,5)=\frac{1}{F_{0.025}(5,6)}=\frac{1}{5.99}$

$$\therefore \left(\frac{S_x^2}{S_y^2}\cdot\frac{1}{F_{0.025}(6,5)}, \frac{S_x^2}{S_y^2}\cdot\frac{1}{F_{0.975}(5,6)}\right)$$

$$= \left(\frac{(4.17)^2}{(2.52)^2}\cdot\frac{1}{6.98}, \frac{(4.17)^2}{(2.52)^2}\cdot 5.99\right)$$

$$= (0.392, 16.402)$$

7. 다음은 남자와 여자의 생존 연령을 조사한 자료이다. 남자와 여자의 생존 연령은 각각 동일한 분산을 갖는 정규분포를 따른다고 한다. 남자와 여자의 평균 생존 연령차 $\mu_1-\mu_2$에 대한 95% 신뢰구간을 구하시오.

X	남자	52	60	55	46	33	75	58	45	57	88
Y	여자	62	58	65	56	53	45	56	65	77	47

$m=10, n=10$

$$T = \frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{S_p\cdot\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}} \sim t(18)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} x_i = 56.9$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = 58.4$$

$$S_x^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(x_i-\bar{x})^2 = 240.544$$

$$S_y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 = 88.489$$

$$S_p^2 = \frac{(9)S_x^2+(9)S_y^2}{18} = 56.5165$$

$$\therefore \left((\bar{X}-\bar{Y}) - t_{0.025}(18)S_p\sqrt{\frac{1}{10}+\frac{1}{10}}, (\bar{X}-\bar{Y}) + t_{0.025}(18)S_p\sqrt{\frac{1}{10}+\frac{1}{10}}\right)$$

$t_{0.025}(18)=2.101$

$$= \left(-1.5-2.101\times\sqrt{\frac{56.5165}{5}}, -1.5+2.101\times\sqrt{\frac{56.5165}{5}}\right)$$

$$= (-8.564, 5.564)$$