

No. 1

학과: 컴퓨터공학과

학번: 20171630

이름: 남주형

1. 다음은 남자와 여자의 생존연령을 조사한 자료이다. 남자와 여자의 생존연령은 평균 μ_1, μ_2 이고 동일한 분산을 갖는 정규분포를 따른다고 한다.

남자	56	60	55	46	33	75	58	45	57	88
여자	62	58	65	56	53	45	56	65	77	47

- (1) 남자와 여자의 평균 생존연령 μ_1, μ_2 에 대한 90% 신뢰구간을 각각 구하시오.

남자의 생존연령을 X 라 하자. $n=10$ 인 표본평균을 \bar{X}
표본분산을 S_x^2 이라 하면,

$$\frac{\bar{X} - \mu_1}{S_x / \sqrt{n}} \sim t(10-1) = t(9) \text{이다.}$$

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{56 + 60 + 55 + 46 + 33 + 75 + 58 + 45 + 57 + 88}{10} = 57.3$$

$$\begin{aligned} S_x^2 &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \\ &= \frac{1}{9} \left\{ (56-57.3)^2 + (60-57.3)^2 + (55-57.3)^2 + (46-57.3)^2 + (33-57.3)^2 \right. \\ &\quad \left. + (75-57.3)^2 + (58-57.3)^2 + (45-57.3)^2 + (57-57.3)^2 + (88-57.3)^2 \right\} \end{aligned}$$

$$= 2371.789$$

$$\therefore (\bar{x} - t_{0.05}(9) \frac{S_x}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_{0.05}(9) \frac{S_x}{\sqrt{n}}) = (57.3 - (1.833) \cdot \frac{\sqrt{2371.789}}{\sqrt{10}}, 57.3 + (1.833) \cdot \frac{\sqrt{2371.789}}{\sqrt{10}})$$

$$= (48.36, 66.24)$$

여자의 생존연령을 Y 라 하자. $n=10$ 인 표본평균을 \bar{Y}
표본분산을 S_y^2 라 하면

$$\frac{\bar{Y} - \mu_2}{S_y / \sqrt{n}} \sim t(10-1) = t(9) \text{이다.}$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = 58.4$$

$$S_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2 = 88.489$$

$$\therefore (\bar{Y} - t_{0.05}(9) \frac{S_y}{\sqrt{n}}, \bar{Y} + t_{0.05}(9) \frac{S_y}{\sqrt{n}}) = (58.4 - (1.833) \cdot \frac{\sqrt{88.489}}{\sqrt{10}}, 58.4 + (1.833) \cdot \frac{\sqrt{88.489}}{\sqrt{10}})$$

$$= (52.95, 63.85)$$

- 모평균 μ 의 신뢰구간: σ^2 이 미지인 경우
- X_1, X_2, \dots, X_n 이 정규분포에서 추출된 확률포함일 때,
- 모평균 μ 의 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은
- $(\bar{X} - t_{\alpha/2}(n-1) \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{\alpha/2}(n-1) \cdot \frac{S}{\sqrt{n}})$ 이다. 여기서 $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ 이고,
- $t_{\alpha/2}(n-1)$ 은 $T \sim t(n-1)$ 일 때 $P[T \geq t_{\alpha/2}] = \alpha/2$ 를 만족하는 t 이다.
- $(T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1))$

N_{0,1}

학과: 컴퓨터공학과

학번: 20171630

이름: 남주형

(2) 여자와 남자와 평균 생존 연령 차 $\mu_2 - \mu_1$ 에 대한 90% 신뢰구간을 구하시오

$$T = \frac{(\bar{Y} - \bar{X}) - (\mu_2 - \mu_1)}{S_p \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}} \sim t(18)$$

$$\begin{aligned} S_p^2 &= \frac{9S_Y^2 + 9S_X^2}{18} = \frac{1}{2}(S_Y^2 + S_X^2) = \frac{1}{2}(88.49 + 231.79) \\ &= 163.14 \end{aligned}$$

$$\therefore ((\bar{Y} - \bar{X}) - t_{0.05}(18) S_p \sqrt{\frac{1}{5}}, (\bar{Y} - \bar{X}) + t_{0.05}(18) S_p \sqrt{\frac{1}{5}})$$

$$t_{0.05}(18) = 1.734 \text{ 이다.}$$

$$\therefore ((58.4 - 57.3) - (1.734) \cdot \sqrt{\frac{163.14}{5}}, (58.4 - 57.3) + (1.734) \cdot \sqrt{\frac{163.14}{5}})$$

$$\therefore (-8.80, 11.00)$$

X_1, X_2, \dots, X_m 이 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 에서 추출된 확률표본이고,
 Y_1, Y_2, \dots, Y_n 이 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 에서 추출된 확률표본이다.
 하여 $X_1, X_2, \dots, X_m, Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ 이 서로 독립이고 $\sigma^2 = \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
 이면 $T = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}} \sim t(m+n-2)$

여기서,
 $S_p^2 = \frac{(m-1)S_X^2 + (n-1)S_Y^2}{m+n-2}$

$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ 이고 미지인 경우에 두 모평균의 차 $\mu_1 - \mu_2$ 에 대한 검증수준은 $\bar{X} - \bar{Y}$ 이고,
 100(1- α)% 신뢰구간은 다음과 같다.

$$(\bar{X} - \bar{Y} - t_{\alpha/2}(n+m-2) S_p \sqrt{\frac{1}{n+m}}, \bar{X} - \bar{Y} + t_{\alpha/2}(n+m-2) S_p \sqrt{\frac{1}{n+m}})$$