4주차 토론과제

아래 제시된 문제를 해결하면서 생기는 질문이나 의견, 관련해서 더 생각해 본 것에 대해 “최종의견”으로 정리하여 제출 할 것. 최종의견에 풀이를 적을 필요는 없지만 제시되는 문제들이 향후 두 번의 온라인 퀴즈의 평가 대상이므로 풀이해 둘 것을 권함.

---

1. Determine whether the given set of functions is linearly independent.

(1) $f_1(x) = 5,\ f_2(x) = \cos^2 x,\ f_3(x) = \sin^2 x$

(2) $f_1(x) = x,\ f_2(x) = x - 1,\ f_3(x) = x + 3$

(3) $f_1(x) = 1 + x,\ f_2(x) = x,\ f_3(x) = x^2$

(4) $f_1(x) = x^2,\ f_2(x) = x^2 \ln x,\ \ x > 1$

(5) $f_1(x) = \ln x,\ f_2(x) = \ln x^3,\ \ x > 1$

2. (1) Verify that $y_{p1} = 3e^{2x}$ and $y_{p2} = x^2 + 3x$ are, respectively, particular solutions of $y'' - 6y' + 5y = -9e^{2x}$ and $y'' - 6y' + 5y = 5x^2 + 3x - 16$.

(2) Use part (1) to find particular solutions of $y'' - 6y' + 5y = 5x^2 + 3x - 16 - 9e^{2x}$ and $y'' - 6y' + 5y = -10x^2 - 6x + 32 + e^{2x}$.

3. The indicated function $y_1(x)$ is a solution of the given differential equation. Find a second solution $y_2(x)$.

(1) $y'' - 4y' + 4y = 0;\ y_1(x) = e^{2x}$

(2) $y'' + 16y = 0;\ y_1(x) = \cos(4x)$

(3) $y'' - y = 0;\ y_1(x) = \cosh x$

(4) $xy'' + y' = 0;\ y_1(x) = \ln x$

(5) $x^2 y'' - 3xy' + 4y = 0;\ y_1(x) = x^2$

(6) $(1 - 2x - x^2)y'' + 2(1 + x)y' - 2y = 0;\ y_1(x) = x + 1$

4. Homogeneous인 이계선형미분방정식 $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0\,(p(x), q(x)$는 연속)의 모든 해는 독립인 두 해의 선형결합의 형태이다. 즉, 특이해(singular solution)는 존재하지 않는다. 이에 대한 이유를 설명하시오. (교재 78쪽의 정리4를 참고해도 좋음)