### 선형대수학 비대면 강의

# 3주 2차시 수업

조 성희

#### 선형대수학 차례

제1장 행렬(Matrix)

행렬의 정의와 연산, 대각행렬, 삼각행렬, 대칭행렬

제2장 연립선형방정식(Linear System)과 역행렬(Inverse Matrix)

기약 행 사다리꼴 행렬, Gauss-Jordan 소거법, 기본행렬과 역행렬

제3장 행렬식(Determinant)

행렬식, 행렬식의 성질, 삼각법, 행렬식과 역행렬, 연립선형방정식, Cramer의 법칙

제4장 벡터공간(Vector Space)

제5장 선형변환(Linear Transformation)

제6장 고유값(Eigenvalue)과 고유벡터(Eigenvector), 대각화(Diagonalization)

## 제4장 벡터공간(Vector Space)

- 4.1 벡터공간(Vector Space)
- 4.2 부분공간(Subspace)
- 4.3 선형결합(Linear Combination)
- 4.4 선형독립과 선형종속(Linearly Dependent and Independent)
- 4.5 기저(Basis)와 차원(Dimension)
- 4.6 랭크(Rank)
- 4.7 (Optional) 내적(Inner Product)과 정사영 벡터, 직교화과정

#### 4.1 벡터공간(Vector Space)

**정 의 4.1.1** F 를 덧셈(+)과 곱셈( $\cdot$ )이 정의되어 있는 집합이라고 하자.

임의의 원소  $a,b,c \in F$  에 대하여 다음의 조건들이 성립할 때 집합  $F \equiv M(field)$ 라고 한다.

A1. a + b = b + a (덧셈에 대한 교환법칙)

A2. (a + b) + c = a + (b + c) (덧셈에 대한 결합법칙)

A3. 모든 원소  $a \in F$  에 대하여 a + 0 = 0 + a = a 를 만족하는 특정한 원소  $0 \in F$  이 존재한다. (덧셈에 대한 항등원)

A4. 각 원소  $a \in F$  에 대하여 a + (-a) = (-a) + a = 0 을 만족하는 원소  $-a \in F$  가 존재한다. (덧셈에 대한 역원)

M1. ab = ba (곱셈에 대한 교환법칙)

M2. (ab)c = a(bc) (곱셈에 대한 결합법칙)

M3. 모든 원소  $a \in F$  에 대하여  $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$  를 만족하는 원소  $1 \in F$  이 존재한다. (곱셈에 대한 항등원)

M4. 0을 제외한 각 원소  $a \in F$ 에 대하여  $a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = 1$ 을 만족하는 원소  $a^{-1} \in F$ 이 존재한다. (곱셈에 대한 역원)

D. a(b+c) = ab + ac 이고 (a+b)c = ac + ab 이다. (분배법칙)

F 를 체라고 하면 정리 4.1.1의 A4와 M4에 의하여 다음과 같이 뺄셈(-)과 나눗셈 $(\div)$ 을 정의할 수 있다.

임의의 원소 $a,b \in F$ 에 대하여

$$a - b = a + (-b)$$

이고

$$a \div b = a \cdot b^{-1} \ (b \neq 0)$$

이다.

우리가 사용하는 수(number)들의 집합 중에는 유리수들의 집합( $\mathbb{Q}$ ), 실수들의 집합( $\mathbb{R}$ ), 복소수들의 집합( $\mathbb{C}$ ) 등이 대표적인 체이다. 따라서 이들을 유리수체, 실수체, 복소수체라고 부르기도 한다.