

4장 4,5,6절 연습문제

※모든 문제에는 답이 나오기 까지의 논리적인 과정이 명시되어 있어야 합니다. 강의 시간에 언급한 여러 사항에 유의하여 정확한 답안을 작성하여 정해진 기한내에 제출하기 바랍니다.

#1 실수체 \mathbb{R} 위의 벡터공간 \mathbb{R}^4 에서 다음과 같이 주어진 벡터들의 선형독립, 선형종속 여부를 판단하여라. 만약, 선형종속이라면 이들 중 하나의 벡터를 다른 벡터들의 선형결합으로 나타내어라.

(1) $(4, -3, 6, 2), (1, 8, 3, 1), (3, -2, -1, 0)$

(2) $(1, 0, -1, 0), (-2, -2, 0, -4), (-1, 1, 0, -6), (0, 3, 1, -2)$

(3) $(1, 2, 3, 4), (1, -6, -5, -4), (1, 4, 5, 6)$

#2 다음과 같이 주어진 벡터들이 선형독립이 되도록 실수 t 의 값을 결정하여라.

(1) $(t, 1, 1), (1, t, 1), (1, 1, t) \in \mathbb{R}^3$

(2) $(-3, 1, t, 5), (2t, -2, 0, 22), (5, -3, 2, -t) \in \mathbb{R}^4$

#3 실수체 \mathbb{R} 위의 벡터공간 $Mat_{2 \times 3}(\mathbb{R})$ 에서 다음과 같이 주어진 네 벡터가 선형종속이 되도록 a, b, c 의 값을 결정하여라.

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & a \\ -5 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 9 & 8 \\ 2 & b & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 4 & -5 \\ -6 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} c & 30 & 26 \\ -5 & -10 & 19 \end{bmatrix}$$

#4 다음 벡터공간 W 의 기저와 차원을 구하여라. 또한 주어진 벡터 $\mathbf{w} \in W$ 를 앞에서 구한 기저 벡터들의 선형결합으로 나타내어라.(주의, 각자가 구한 기저에 따라서 점수가 달라질 수 있습니다.)

(1) $W = \{(2t - s, s, t) | s, t \in \mathbb{R}\}, \mathbf{w} = (9, -5, 2)$

(2) $W = \{(-a + b + c, a - b + c, a + b - c) | a, b, c \in \mathbb{R}\}, \mathbf{w} = (1, 2, 3)$

(3) $W = \{(a + 2b + c, -3a - b + 2c, a - 2b - 3c) | a, b, c \in \mathbb{R}\}, \mathbf{w} = (-5, 10, 1)$

(4) $W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) | x_1 - 2x_3 + 3x_5 = 0\}, \mathbf{w} = (1, -1, 5, 0, 3)$

(5) $W = \left\{ \begin{bmatrix} a-b & b-c \\ a+b & b+c \end{bmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}, \mathbf{w} = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$

(6) $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \in Mat_{2 \times 4}(\mathbb{R})$ 에 대하여, W 는 제차 연립선형방정식 $AX = 0$ 의 해공간.
 $\mathbf{w} = (1, 2, -3, -1)$