

2.3절 기본행렬과 역행렬

#1 다음의 행렬이 기본행렬인지 판단하여라. 만약 기본행렬이라면 역행렬을 구하여라.

$$(1) \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(3) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(5) \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6) \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(7) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

#2 다음의 $m \times n$ 행렬 A 의 기약 행 사다리꼴 행렬 R 을 구하여라. 그리고 $R = EA$ 를 만족하는 $m \times m$ 정사각행렬 E 를 구하여라.

$$(1) A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 6 \\ 2 & 7 & 6 \\ 2 & 7 & 7 \end{bmatrix} \quad (2) A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 4 \\ 2 & 4 & -1 \\ -1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$(3) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & 8 & 9 & -6 \end{bmatrix} \quad (4) A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

#3 다음의 행렬이 가역행렬인지 조사하여라. 만약 가역행렬이라면 기본행렬의 곱으로 나타내어라. 또한 역행렬도 구하여라.

$$(1) \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \quad (2) \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(3) \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & -4 \end{bmatrix} \quad (4) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(5) \begin{bmatrix} 4 & 8 & -7 & 14 \\ 2 & 5 & -4 & 6 \\ 0 & 2 & 1 & -7 \\ 3 & 6 & -5 & 10 \end{bmatrix} \quad (6) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & -3 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 5 & 3 \\ 2 & -6 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

제3장 행렬식 연습문제

3.1절 행렬식의 계산

#1 행렬 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 에서 1행, 2행, 1열, 2열에 대하여 각각 행렬식을 전개하고, 그 값을 구해서 같은 값을 확인하여라.

#2 다음의 행렬에서 서로 다른 2개의 행 또는 열을 선택해서 선택된 행 또는 열에 대하여 각각 행렬식을 전개하고, 그 값을 구하여라.

$$(1) \begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 3 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(2) \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 4 & 6 & 0 \\ -3 & 7 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(3) \begin{bmatrix} 3 & 0 & 7 & 0 \\ 2 & 6 & 11 & 12 \\ 4 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 5 & 2 & 10 \end{bmatrix}$$

$$(4) \begin{bmatrix} 5 & 8 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

#3 다음을 만족하는 실수 λ 를 구하여라.

$$(1) \begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 \\ 4 & 3-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(2) \begin{vmatrix} 2-\lambda & 4 & 2 \\ 1 & -\lambda & 1 \\ 1 & -4 & 5-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

#4 정리 3.1.3이 성립하는 이유를 설명하여라.