UNIVERSIDAD CATÓLICA DE TEMUCO

Proyecto Bisemanal: "Distancias"

Yanina Baeza
Fernando Ferrari
Sofia Herrera
Magdiel Soto

Abril 2021

1. Introducción

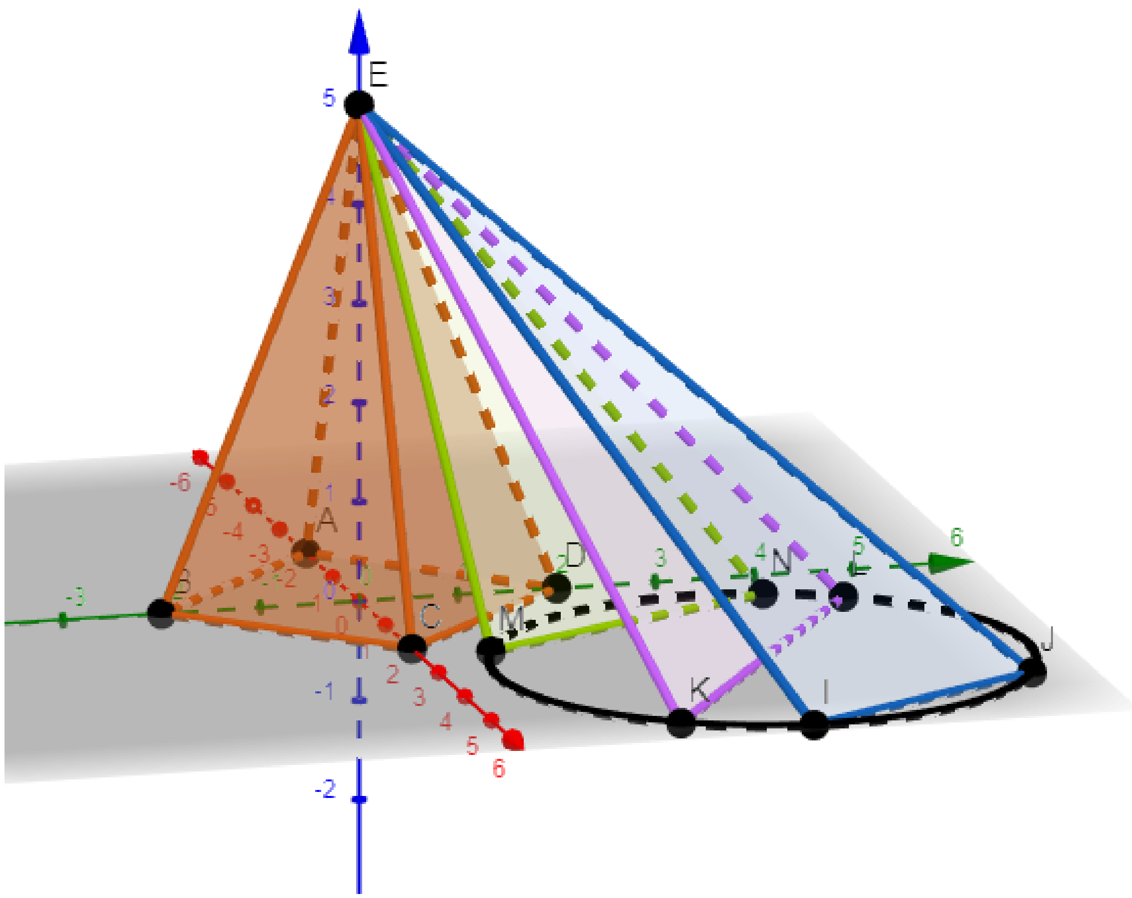
El objetivo de este proyecto es completar la actividad de desempeño integrado de Kamilla, la protagonista del texto ”Las Torres”, una alumna de topografía que esta realizando su práctica.

En el capítulo titulado ”La caminata”se nos presenta el problema que debemos solucionar. Este consiste en medir la altura de dos ”torres”, montañas que se encuentran al lado de un lago. El método que debemos utilizar consiste en realizar el cálculo de distancia entre dos puntos mediante el uso de tres triángulos o más.

2. Modelo

En el capítulo ”La caminata”K se junta con su supervisor de práctica para ir a las torres. Al llegar se dio cuenta de que éstas no eran una construcción vertical, sino montañas. Además, una laguna los separa de las torres y no es posible acercarse. Le explica que sabiendo la distancia entre dos puntos de su lado del lago, puede formar triángulos, los cuales compartirán un punto que llamaremos E, el cual será la cima.
Debemos tener en cuenta que:

- No podemos acercarnos a la torre.
- No conocemos la longitud del lago.
- No conocemos la posición de la torre.
- No conocemos la inclinación de la torre.

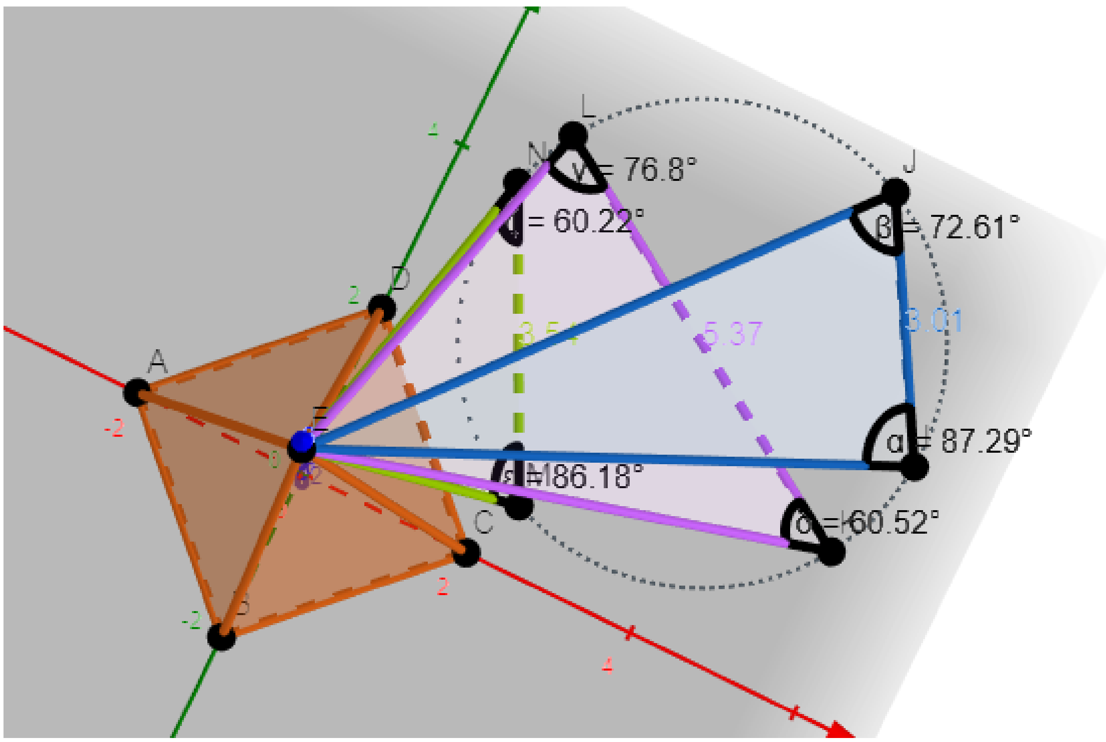


1. El triángulo 1 es EIJ.
2. El triángulo 2 es EKL
3. El triángulo 3 es EMN.

E es la altura de la torre, la cual desconocemos. Pero sí conocemos los puntos I,J,K,L,M,N. También conocemos sus ángulos. Sabiendo esto, podemos establecer nuestro sistema de ecuaciones.

$$f_1(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2 - \mid \overline{IE} \mid^2$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2 - \mid JE \mid^2$$
$$f_3(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2 - \mid KE \mid^2$$
$$f_4(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2 - \mid LE \mid^2$$
$$f_5(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2 - \mid ME \mid^2$$
$$f_6(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2 - \mid NE \mid^2$$



Las coordenadas de los puntos son:

$$I(6, 3, 0); J(4.5, 5.61, 0); K(5.59, 1.76, 0); L(1.05, 4.62, 0); M(2.3, 0.72, 0); N(0.73, 3.89, 0)$$

Distancia entre puntos:

$$\overline{IJ} = 3.01; \overline{KL} = 5.37; \overline{MN} = 3.54$$

Ángulos triángulo 1:

$$EIJ = 87.29°; IJE = 72.61°; IEJ = 20.1°$$

Ángulos triángulo 2:

$$EKL = 60.52°; KLE = 76.8°; LEK = 42.68°$$

Ángulos triángulo 3:

$$EMN = 86.18°; MNE = 60.22°; NEM = 33.6°$$

Fórmula de distancia:

$$\mid \overline{P_2P_1} \mid = \frac{\mid \overline{P_2P_3} \mid \cdot sen(\alpha P_3)}{sen(\alpha P_1)}$$

Se reemplazan los valores en la fórmula y se calcula la distancia:

$$\mid \overline{IE} \mid = \frac{3.01 \cdot sen(72.61^{\circ)})}{sen(20.1^{\circ)}} = 8.35$$

$$\mid \overline{JE} \mid = \frac{3.01 \cdot sen(87.29^{\circ)})}{sen(20.1^{\circ)}} = 8.74$$

$$\mid \overline{KE} \mid = \frac{5.37 \cdot sen(76.8^{\circ)})}{sen(42.68^{\circ)}} = 7.71$$

$$\mid \overline{LE} \mid = \frac{5.37 \cdot sen(60.52^{\circ)})}{sen(42.68^{\circ)}} = 6.89$$

$$\mid \overline{ME} \mid = \frac{3.54 \cdot sen(60.22^{\circ)})}{sen(33.6^{\circ)}} = 5.55$$

$$\mid \overline{NE} \mid = \frac{3.54 \cdot sen(86.18^{\circ)})}{sen(33.6^{\circ)}} = 6.38$$

Se reemplazan las distancias en nuestro sistema de ecuaciones:

$$f_1 = (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 3)^2 + (x_3 - 0) - 8.35^2$$

$$f_2 = (x_1 - 4.5)^2 + (x_2 - 5.61)^2 + (x_3 - 0) - 8.74^2$$
$$f_3 = (x_1 - 5.59)^2 + (x_2 - 1.76)^2 + (x_3 - 0) - 7.71^2$$
$$f_4 = (x_1 - 1.05)^2 + (x_2 - 4.62)^2 + (x_3 - 0) - 6.89^2$$
$$f_5 = (x_1 - 2.3)^2 + (x_2 - 0.72)^2 + (x_3 - 0) - 5.55^2$$
$$f_6 = (x_1 - 0.73)^2 + (x_2 - 3.89)^2 + (x_3 - 0) - 6.38^2$$

```python
import numpy as np

m1 = np.array([[6, 3, 1],
               [4.5, 5.61, 1],
               [5.59, 1.76, 1],
               [1.05, 4.62, 1],
               [2.3, 0.72, 1],
               [0.73, 3.89, 1]])

m2 = np.array([8.35,
               8.74,
               7.71,
               6.89,
               5.55,
               6.38])

if __name__ == '__main__':
    print(np.linalg.lstsq(m1, m2, rcond=None)[0][2])
```

Este método nos da como resultado que la torre mide 4.28.