Teorema. *Neka su* $a, b \in \mathbb{R}$ *takvi da je* $a \geq 0$ *i* $b \geq 0$. *Tada je*

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}.$$

Dokaz. Primetimo, prvo, da je

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$$

zato što je kvadrat svakog realnog broja nenegativan. (Naravno, izraz na levoj strani je realan broj zato što je $a \geq 0$ i $b \geq 0$.) Nakon kvadriranja dobijamo

$$a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0,$$

odakle, nakon nekoliko elementarnih algebarskih transformacija, sledi

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab},$$

što je i trebalo pokazati.

Sledeće tvrđenje se dokazuje indukcijom, ali za njegov dokaz još uvek nemamo dovoljno LaTeX-ovskih veština, pa ćemo ga izostaviti.

Teorema (Nejednakost aritmetičke i geometrijske sredine). *Neka je* $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, *i neka su* $a_1, a_2, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$ *takvi da je* $a_i \geq 0$ *za sve* $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$. *Tada je*

$$\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n}.$$

Jednakost važi ako i samo ako je $a_1 = a_2 = \ldots = a_n$.

Interesantna je i sledeća:

Teorema (Nejednakost geometrijske i harmonijske sredine). *Neka je* $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, *i neka su* $a_1, a_2, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$ *takvi da je* $a_i > 0$ *za sve* $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$. *Tada je*

$$\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n} \geq \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \ldots + \frac{1}{a_n}}.$$

Jednakost važi ako i samo ako je $a_1 = a_2 = \ldots = a_n$.