МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского» (ННГУ)

Институт информационных технологий, математики и механики

Направление подготовки: «Фундаментальная информатика и информационные технологии»
Магистерская программа: «Компьютерная графика»

Образовательный курс «Анализ производительности и оптимизации ПО»

ОТЧЕТ

по лабораторной работе

Оптимизация умножения матриц

Выполнил:
студент группы 381706-2м
Фадеев Алексей

Нижний Новгород
2018

Содержание

Цели

Цель данной работы оптимизировать простейший кубический алгоритм перемножения двух матриц.

Профилирование тестовой программы

Для начала была написана обычная реализация перемножения двух матриц с использованием трех циклов, которая приведена ниже.

```
void MultiplyWithOutOptimization(int** aMatrix, unsigned int aRowNum, unsigned int aColumnNum,
                                 int** bMatrix, unsigned int bColumnNum)
{
    int** product = new int* [aRowNum];
    for (int i = 0; i < aRowNum; i++)
        product[i] = new int[bColumnNum];

    for (int i = 0; i < aRowNum; i++)
        for (int j = 0; j < bColumnNum; j++)
            product[i][j] = 0;

    for (int row = 0; row < aRowNum; row++) {
        for (int col = 0; col < bColumnNum; col++) {
            for (int inner = 0; inner < aColumnNum; inner++) {
                product[row][col] += aMatrix[row][inner] * bMatrix[inner][col];
            }
            //cout << product[row][col] << "  ";
        }
        //cout << "\n";
    }
    //cout << endl;
}
```

Рисунок 1. Простой кубический алгоритм перемножения двух матриц.

В качестве тестовых данных будем брать две квадратные случайно сгенерированные матрицы 1000 на 1000, каждый интовый элемент которой находится в диапазоне от 1 до 10.
В таком случае время работы простого кубического алгоритма: **12.6554** секунд. Будем считать этот результат отправной точкой для последующих оптимизаций.

Профилирование производилось на тестовой машине со следующими характеристиками:

- Операционная система: Windows 10
- CPU: Intel Core i5-3230M 2.60GHz, L1 – 128Kb, L2 – 512Kb, L3 – 3072Kb
- GPU: AMD Radeon HD 7600M Series
- Оперативная память: 6Gb

Начальная реализация будет работать всегда медленно. Итерация по «inner», обращается к элементам матрицы b по столбцам. Такое чтение очень дорогое, потому что процессору приходится каждый раз подкачивать данные из памяти, вместо того, чтобы брать их готовыми из кеша.

Очевидно, что кэш не может вместить весь массив. На рассматриваемой платформе размер кеш линии первого уровня (L1) — 128Kb— это самая

дешевая память для процессора. В нашем случае, это дает потенциал для получения целых 32000 ячеек матрицы (sizeof(int) = 4) вместо 32 сопровождаемых еще и оверхедом.

Проблема алгоритма в том, что он практически не использует этой возможности. При этом, случайный доступ к памяти (по столбцам) приводит к сбросу кеш линии и инициализации процедуры обновления кеш линии при каждом обращении.

Запустим Intel Vtune Amplifier Access Tool и проверим эту теорию:

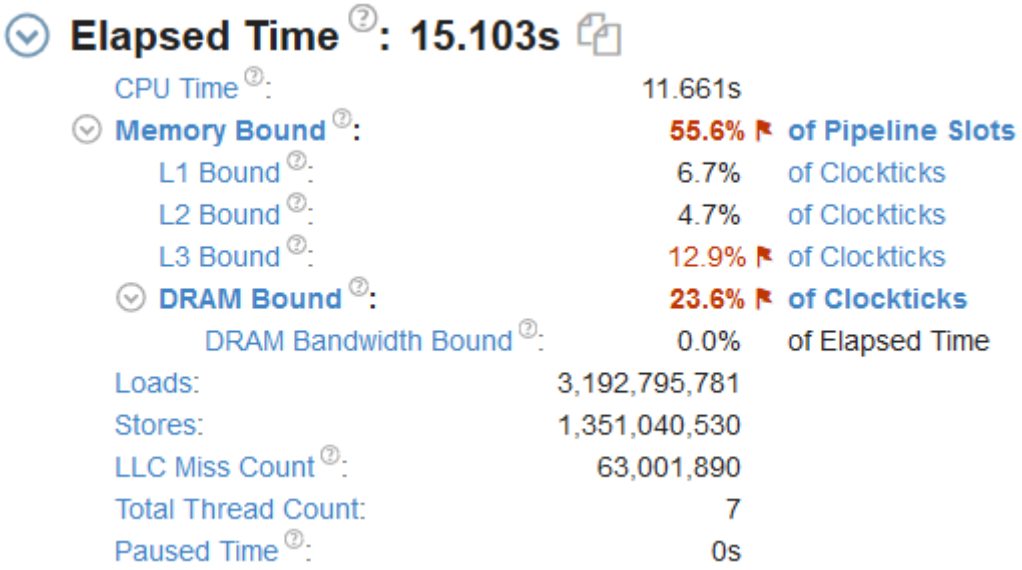


Рисунок 2. Статистика по работе с памятью изначального алгоритма

Попробуем исправить это и реализовать последовательный доступ к элементам матриц, чтобы получить максимальную выгоду от кеша. Для этого просто транспонируем матрицу b и будем обращаться к ее элементам по строкам.

```
void Multiply(int** aMatrix, unsigned int aRowNum, unsigned int aColumnNum,
              int** bMatrix, unsigned int bColumnNum)
{
    int* product = new int[aRowNum * bColumnNum];
    int* column = new int[aColumnNum];
    for (int j = 0; j < bColumnNum; j++)
    {
        for (int k = 0; k < aColumnNum; k++)
            column[k] = bMatrix[k][j];
        for (int i = 0; i < aRowNum; i++)
        {
            int* row = aMatrix[i];
            int summand = 0;
            for (int k = 0; k < aColumnNum; k++)
                summand += row[k] * column[k];
            product[i * aRowNum + j] = summand;
            //cout << product[i * aRowNum + j] << "  ";
        }
        //cout << "\n";
    }
    //cout << endl;
}
```

Рисунок 3. Перемножение матриц с оптимизацией по кэшу (умножение транспонированной матрицы)

Время работы этой функции: **3.2262** секунды.

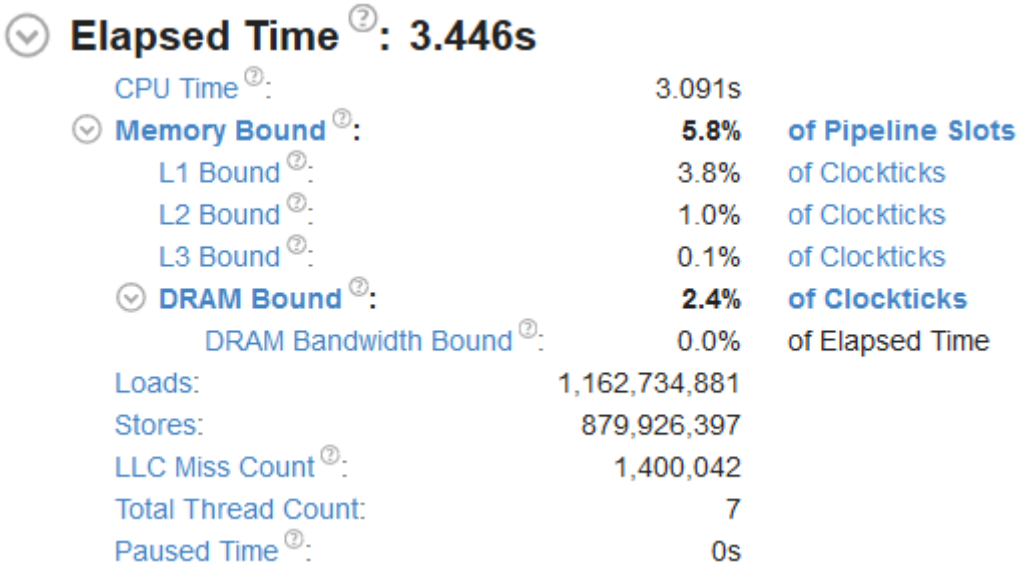


Рисунок 4. Статистика работы с памятью алгоритма с оптимизацией по кэшу

Но это еще не все. Сейчас наша функция выполняется только в одном потоке, вместо того, чтобы использовать все ресурсы CPU и выполняться в четырех. Попробуем исправить и это.

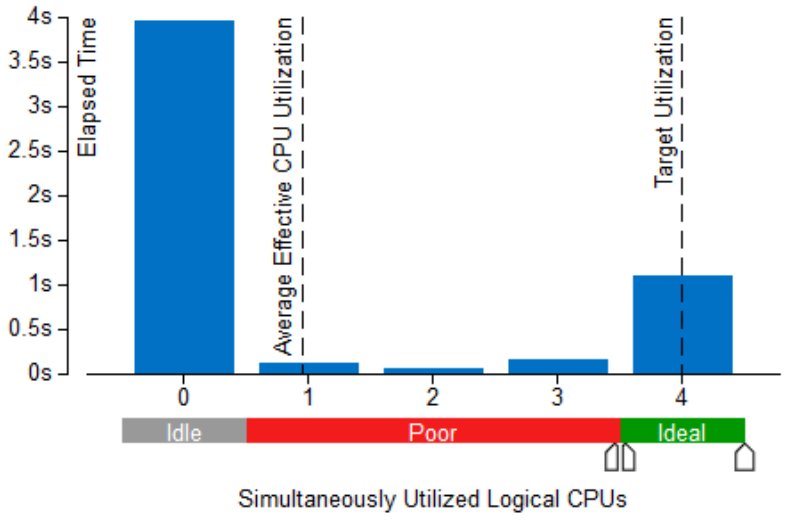
```
void Multiply(int** aMatrix, unsigned int aRowNum, unsigned int aColumnNum,
              int** bMatrix, unsigned int bColumnNum)
{
    int* product = new int[aRowNum * bColumnNum];
    int* column = new int[aColumnNum];
    omp_set_num_threads(4);
    #pragma omp parallel
    {
        #pragma omp for
        for (int j = 0; j < bColumnNum; j++)
        {
            for (int k = 0; k < aColumnNum; k++)
                column[k] = bMatrix[k][j];
            for (int i = 0; i < aRowNum; i++)
            {
                int* row = aMatrix[i];
                int summand = 0;
                for (int k = 0; k < aColumnNum; k++)
                    summand += row[k] * column[k];
                product[i * aRowNum + j] = summand;
                //cout << product[i * aRowNum + j] << "  ";
            }
            //cout << "\n";
        }
    }
    //cout << endl;
}
```

Рисунок 5. Перемножение матриц с оптимизацией по кэшу (умножение транспонированной матрицы) и распараллеливанием

Время работы после использования многопоточности: **1.38991** секунды, то есть скорость выполнения увеличилась примерно в двенадцать раз относительно первого измерения.

Effective CPU Utilization Histogram

This histogram displays a percentage of the wall time the specific number of CPUs were running simultaneously. Spin and Overhead time adds to the Idle CPU utilization value.



Заключение

В данной работе было показано, что можно значительно увеличить скорость выполнения задачи. Правильное чтение и запись, а также использование многопоточности позволило в 12 раз ускорить изначальный алгоритм.

Приложение

```
#include "pch.h"
#include <iostream>
#include <string>
#include <omp.h>

using namespace std;

int** GenerateMatrix(unsigned int rowNum, unsigned int columnNum)
{
	int** matrix = new int*[rowNum];
	for (int i = 0; i < rowNum; i++)
		matrix[i] = new int[columnNum];

	omp_set_num_threads(4);
	#pragma omp parallel for
	for (int i = 0; i < rowNum; i++) {
		for (int j = 0; j < columnNum; j++) {
			matrix[i][j] = rand() % 10 + 1;
			//cout << matrix[i][j] << " ";
		}
		//cout << endl;
	}
	//cout << endl;

	return matrix;
}

void MultiplyWithOutOptimization(int** aMatrix, unsigned int aRowNum, unsigned int
aColumnNum,
                                 int** bMatrix, unsigned int
bColumnNum)
{
	int** product = new int* [aRowNum];
	for (int i = 0; i < aRowNum; i++)
		product[i] = new int[bColumnNum];

	for (int i = 0; i < aRowNum; i++)
		for (int j = 0; j < bColumnNum; j++)
			product[i][j] = 0;

	for (int row = 0; row < aRowNum; row++) {
		for (int col = 0; col < bColumnNum; col++) {
			for (int inner = 0; inner < aColumnNum; inner++) {
				product[row][col] += aMatrix[row][inner] *
bMatrix[inner][col];
			}
			//cout << product[row][col] << "  ";
		}
		//cout << "\n";
	}
	//cout << endl;
}

void Multiply(int** aMatrix, unsigned int aRowNum, unsigned int aColumnNum,
              int** bMatrix, unsigned int bColumnNum)
{
	int* product = new int[aRowNum * bColumnNum];
	int* column = new int[aColumnNum];
	for (int j = 0; j < bColumnNum; j++)
	{
		for (int k = 0; k < aColumnNum; k++)
			column[k] = bMatrix[k][j];
		for (int i = 0; i < aRowNum; i++)
```

```
                {
                        int* row = aMatrix[i];
                        int summand = 0;
                        for (int k = 0; k < aColumnNum; k++)
                                summand += row[k] * column[k];
                        product[i * aRowNum + j] = summand;
                        //cout << product[i * aRowNum + j] << "  ";
                }
                //cout << "\n";
        }
        //cout << endl;
}

int main()
{
        const int aRowNum = 1000;
        const int aColumnNum = 1000;
        const int bColumnNum = 1000;
        int** aMatrix = GenerateMatrix(aRowNum, aColumnNum);
        int** bMatrix = GenerateMatrix(aColumnNum, bColumnNum);
        double start, end;

        start = omp_get_wtime();
        MultiplyWithOutOptimization(aMatrix, aRowNum, aColumnNum, bMatrix, bColumnNum);
        end = omp_get_wtime();
        cout << "Work took " << end - start << "sec. time.\n";

        start = omp_get_wtime();
        Multiply(aMatrix, aRowNum, aColumnNum, bMatrix, bColumnNum);
        end = omp_get_wtime();
        cout << "Work with optimizations took " << end - start << "sec. time.\n";

        for (int i = 0; i < aRowNum; i++)
                delete[] aMatrix[i];
        delete aMatrix;

        for (int i = 0; i < aColumnNum; i++)
                delete[] bMatrix[i];
        delete bMatrix;

        getchar();
}
```