

Projekt 1: Dekoder na wyświetlacz 7-segmentowy

Paweł Plewa Tymon Zadara

20.04.2025

Spis treści

1	Cel projektu	1
2	Opis zadania	2
3	Wyznaczenie wskaźnika	2
4	Minimalizacja funkcji logicznych	2
5	Metoda 1 - Karnaugh dla 1	2
5.1	Funkcja d	2
6	Metoda 2 - Karnaugh dla 0	3
6.1	Funkcja e	3
6.2	Funkcja f	4
7	Metoda 3 - ekspansja systematyczna	4
7.1	Funkcja g	4
7.2	Funkcja a	7
8	Metoda 4 - ekspansja heurystyczna	10
8.1	Funkcja b	10
8.2	Funkcja c	12
9	Układ Logisim	14
9.1	Schematy	14
9.2	Działanie Dekodera	16
10	Wnioski	20

1 Cel projektu

Celem projektu było zaprojektowanie oraz zrealizowanie dekodera liczb binarnych 0–9 na wyświetlacz 7-segmentowy. Wyjściem dekodera jest zestaw siedmiu funkcji logicznych (a-g), których zadaniem jest aktywowanie odpowiednich segmentów wyświetlacza.

2 Opis zadania

Dla wejść binarnych $x_3x_2x_1x_0$ (gdzie x_0 to najmłodszy bit) należało stworzyć układ dekodujący liczby z zakresu 0..9 na odpowiednie segmenty wyświetlacza 7-segmentowego. Wartości od A do F w tablicy prawdy były traktowane jako „don't care”.

Następnie należało zminimalizować funkcje logiczne a–g, zgodnie z przypisanym metodą wskaźnika. Kończącym krokiem było zrealizowanie układu w Logisim oraz przeprowadzenie testów poprawności działania.

3 Wyznaczenie wskaźnika

Indeksy studentów: 337086, 337077

Suma ostatnich cyfr: $6 + 7 = 13$

Najmłodsza cyfra sumy: **3**

Wskaźnik: **3**

Zgodnie z tabelą:

- Metoda 1 (tablice Karnaugh dla 1): funkcja **d**
- Metoda 2 (tablice Karnaugh dla 0): funkcje **e, f**
- Metoda 3 (ekspansja systematyczna): funkcje **g, a**
- Metoda 4 (ekspansja heurystyczna): funkcje **b, c**

4 Minimalizacja funkcji logicznych

Poniżej w sekcjach 5,6,7,8 przedstawiono kolejne etapy wyznaczania zminimalizowanych funkcji a–g z podziałem na metody oraz ich obliczenia.

5 Metoda 1 - Karnaugh dla 1

5.1 Funkcja d

$$D = \sum(m_0, m_2, m_3, m_5, m_6, m_8, m_9)$$

x_1x_0

	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	0	1	0	1
11	-	-	-	-
10	1	1	-	-

x_3x_2

$$\begin{aligned}
 f &= x_3 + x_1x'_0 + x'_2x_1 + x_2x'_1x_0 + x'_2x'_1x'_0 \\
 &= x_3 + x_1(x'_0 + x'_2) + x'_1(x'_2x'_0 + x_2x_0) \\
 &= x_3 + x_1(x'_0 + x'_2) + x'_1(x_2 \oplus x_0)'
 \end{aligned}$$

6 Metoda 2 - Karnaugh dla 0

6.1 Funkcja e

$$E = \pi(M_1, M_3, M_4, M_5, M_7, M_9)$$

		x_1x_0			
		00	01	11	10
x_3x_2	00	1	0	0	1
	01	0	0	0	1
	11	-	-	-	-
	10	1	0	-	-

$$\begin{aligned}
 f &= (x_3 + x'_0)(x'_3 + x'_0)(x'_2 + x_1) \\
 &= (x_3x'_3 + x_3x'_0 + x'_3x'_0 + x'_0)(x'_2 + x_1) \\
 &= (0 + x_3x'_0 + x'_3x'_0 + x'_0)(x'_2 + x_1) \\
 &= x'_0(x_3 + x'_3 + 1)(x'_2 + x_1) \\
 &= x'_0(1 + 1)(x'_2 + x_1) \\
 &= x'_0(x'_2 + x_1)
 \end{aligned}$$

6.2 Funkcja f

$$F: = \pi(M_1, M_2, M_3, M_7)$$

		x_1x_0			
		00	01	11	10
x_3x_2	00	1	0	0	0
	01	1	1	0	1
	11	-	-	-	-
	10	1	1	-	-

$$\begin{aligned}
f &= (x'_1 + x'_0)(x'_1 + x_2)(x_3 + x_2 + x'_0) \\
&= (x'_1 + x'_1x_2 + x'_0x'_1 + x'_0x_2)(x_3 + x_2 + x'_0) \\
&= x_3x'_1 + x_2x'_1 + x'_1x'_0 + x_3x_2x'_1 + x_2x'_1x_0 + x_3x'_1x'_0 + x_2x'_1x'_0 + x_3x_2x'_0 + x_2x'_0 \\
&= x_2x_1(x_0 + x'_0 + 1) + x_3x'_1(1 + x_2 + x'_0) + x_2x'_0(x_3 + 1) + x'_1x'_0 \\
&= x_2x'_1 + x_3x'_1 + x_2x'_0 + x'_1x'_0
\end{aligned}$$

7 Metoda 3 - ekspansja systematyczna

Wytlumaczenie oznaczeń:

F - zbiór on - set

R - zbiór off - set

L - minimalne pokrycie kolumnowe

L_x - kolumna x

$B(k_i, R)$ - Macierz blokująca

7.1 Funkcja g

$$G: F(2; 3; 4; 5; 6; 8; 9) \ R(0; 1; 7)$$

F	
k_2	0010
k_3	0011
k_4	0100
k_5	0101
k_6	0110
k_8	1000
k_9	1001

Tabela 1: Zbiór on-set funkcji g

R	
k_0	0000
k_1	0001
k_7	0111

Tabela 2: Zbiór off-set funkcji g

B(k_2 ;R)			
L_3	L_2	L_1	L_0
0	0	1	0
0	0	1	0
0	1	0	1
*	0	1	*
*	*	1	0

$L = \{2; 1\}, L = \{1; 0\}$

Tabela 3: Macierz blokująca k2 funkcji g

B(k_3 ;R)			
L_3	L_2	L_1	L_0
0	0	1	1
0	0	1	0
0	1	0	0
*	0	1	*

$L = \{2; 1\}$

Tabela 4: Macierz blokująca k3 funkcji g

B(k_4 ;R)			
L_3	L_2	L_1	L_0
0	1	0	0
0	1	0	1
0	0	1	1
*	1	0	*
*	1	*	0

$L = \{2; 1\}, L = \{2; 0\}$

Tabela 5: Macierz blokująca k4 funkcji g

B(k_5 ;R)			
L_3	L_2	L_1	L_0
0	1	0	1
0	1	0	0
0	0	1	0
*	1	0	*

$L = \{2; 1\}$

Tabela 6: Macierz blokująca k5 funkcji g

$$B(k_6;R)$$

L_3	L_2	L_1	L_0
0	1	1	0
0	1	1	1
0	0	0	1
*	1	*	0
*	*	1	0

$$L = \{2;0\}, L = \{1;0\}$$

Tabela 7: Macierz blokująca k6 funkcji g

$$B(k_8;R)$$

L_3	L_2	L_1	L_0
1	0	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1
1	*	*	*

$$L = \{3\}$$

Tabela 8: Macierz blokująca k8 funkcji g

$$B(k_9;R)$$

L_3	L_2	L_1	L_0
1	0	0	1
1	0	0	0
1	1	1	0
1	*	*	*

$$L = \{3\}$$

Tabela 9: Macierz blokująca k9 funkcji g

	01	**10	*1*0	*10*	**10	1***
0010	1				1	
0011	1					
0100			1	1		
0101				1		
0110		1	1		1	
1000						1
1001						1

Tabela 10: Tabela implikantów prostych (OX) dla funkcji g

$$f = x_2'x_1 + x_2x_0' + x_2x_1' + x_3 = x_3 + x_1x_0' + x_2 \oplus x_1 \quad (1)$$

7.2 Funkcja a

A: $F(0; 2; 3; 5; 6; 7; 8; 9)$ $R(1; 4)$

F	
k_0	0000
k_2	0010
k_3	0101
k_5	0101
k_6	0110
k_7	0111
k_8	1000
k_9	1001

Tabela 11: Zbiór on-set funkcji a

R	
k_1	0001
k_4	0100

Tabela 12: Zbiór off-set funkcji a

B(k_0 ;R)			
L_3	L_2	L_1	L_0
0	0	0	1
0	1	0	0
*	0	*	0
$L = \{2; 0\}$			

Tabela 13: Macierz blokująca k0 funkcji a

$$B(k_2; \mathbb{R})$$

L_3	L_2	L_1	L_0
0	0	1	0
0	1	1	0
*	*	1	*

$$L = \{1\}$$

Tabela 14: Macierz blokująca k2 funkcji a

$$B(k_3; \mathbb{R})$$

L_3	L_2	L_1	L_0
0	0	1	0
0	1	1	1
*	*	1	*

$$L = \{1\}$$

Tabela 15: Macierz blokująca k3 funkcji a

$$B(k_5; \mathbb{R})$$

L_3	L_2	L_1	L_0
0	1	0	0
0	0	0	1
*	1	*	1

$$L = \{2; 0\}$$

Tabela 16: Macierz blokująca k5 funkcji a

$$B(k_6; \mathbb{R})$$

L_3	L_2	L_1	L_0
0	1	1	1
0	0	1	0
*	*	1	*

$$L = \{1\}$$

Tabela 17: Macierz blokująca k6 funkcji a

$$B(k_7; \mathbb{R})$$

L_3	L_2	L_1	L_0
0	1	1	0
0	0	1	1
*	*	1	*

$$L = \{1\}$$

Tabela 18: Macierz blokująca k7 funkcji a

$$B(k_8;R)$$

L_3	L_2	L_1	L_0
1	0	0	1
1	1	0	0
1	*	*	*

$$L = \{3\}$$

Tabela 19: Macierz blokująca k8 funkcji a

$$B(k_9;R)$$

L_3	L_2	L_1	L_0
1	0	0	0
1	1	0	1
1	*	*	*

$$L = \{3\}$$

Tabela 20: Macierz blokująca k9 funkcji a

	*0*0	**1*	*1*1	1***
0000	1			
0010	1	1		
0011		1		
0101			1	
0110		1		
0111		1	1	
1000	1			1
1001				1

Tabela 21: Tabela implikantów prostych (OX) dla funkcji a

$$f = x_2'x_0' + x_1 + x_2x_0 + x_3 = x_3 + x_1 + \overline{(x_2 \oplus x_0)} \quad (2)$$

8 Metoda 4 - ekspansja heurystyczna

8.1 Funkcja b

$$B: \sum (m_0; m_1; m_2; m_3; m_4; m_7; m_8; m_9)$$

$$F = (0; 1; 2; 3; 4; 7; 8; 9) \quad R = (5; 6)$$

F	
k_0	0000
k_1	0001
k_2	0010
k_3	0011
k_4	0100
k_7	0111
k_8	1000
k_9	1001

Tabela 22: Zbiór on-set funkcji b

R	
k_5	0101
k_6	0110

Tabela 23: Zbiór off-set funkcji b

B($k_1; R$)			
L_3	L_2	L_1	L_0
0	1	0	0
0	1	1	1

$$L = \{2\}$$

Implikant prosty - *0**

Wykreślone - $k_0; k_1; k_2; k_3; k_8; k_9$

Tabela 24: Macierz blokująca k1 funkcji b

$$B(k_4;R)$$

L_3	L_2	L_1	L_0
0	0	0	1
0	0	1	0

$$L = \{2; 0\}$$

Implikant prosty - **00

Tabela 25: Macierz blokująca k4 funkcji b

$$B(k_7;R)$$

L_3	L_2	L_1	L_0
0	0	1	0
0	0	0	1

$$L = \{1; 0\}$$

Implikant prosty - **11

Tabela 26: Macierz blokująca k7 funkcji b

	*0**	**00	**11
0000	1	1	
0001	1		
0010	1		
0011	1		1
0100		1	
0111			1
1000	1	1	
1001	1		

Tabela 27: Tabela implikantów prostych (OX) dla funkcji b

$$f = x'_2 + x'_1x'_0 + x_1x_0 = x'_2 + \overline{x_2 \oplus x_0} \quad (3)$$

8.2 Funkcja c

$C: F = (0; 1; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9) \ R = (2)$

F	
k_0	0000
k_1	0001
k_3	0011
k_4	0100
k_5	0101
k_6	0110
k_7	0111
k_8	1000
k_9	1001

Tabela 28: Zbiór on-set funkcji c

R	
k_2	0010

Tabela 29: Zbiór off-set funkcji c

B($k_0; R$)			
L_3	L_2	L_1	L_0
0	0	1	0
$L = \{1\}$			

Implikant prosty - **0*

Wykreślone - $k_0; k_1; k_4; k_5; k_8; k_9$

Tabela 30: Macierz blokująca k_0 funkcji c

$$B(k_3;R)$$

L_3	L_2	L_1	L_0
0	0	0	1

$$L = \{0\}$$

Implikant prosty - ***1
Wykreślone - $k_3; k_1$

Tabela 31: Macierz blokująca k3 funkcji c

$$B(k_6;R)$$

L_3	L_2	L_1	L_0
0	1	0	0

$$L = \{2\}$$

Implikant prosty - *1**

Tabela 32: Macierz blokująca k6 funkcji c

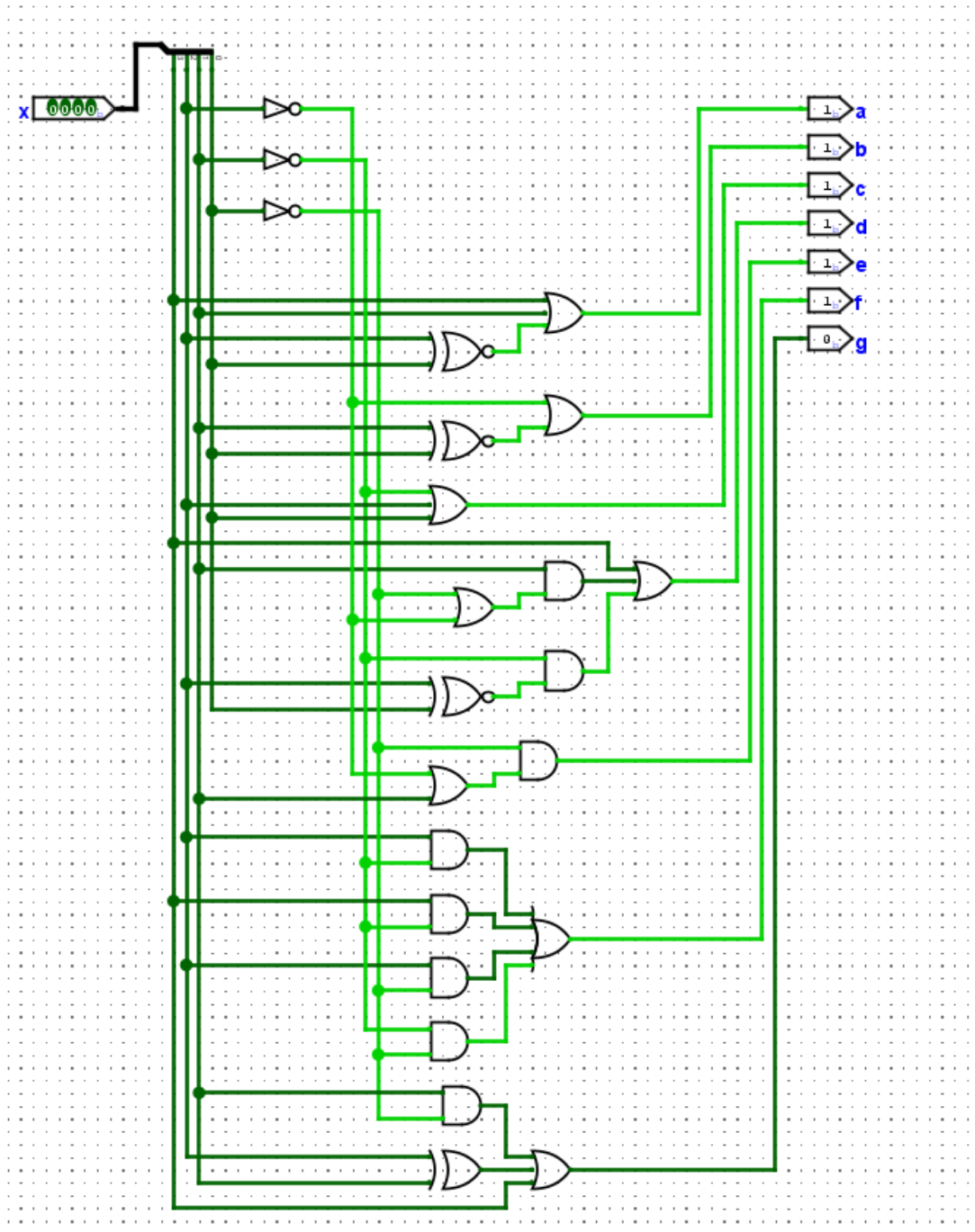
	0*	*1	*1**
0000	1		
0001	1	1	
0011		1	
0100	1		1
0101	1	1	
0110			1
0111		1	
1000	1		
1001	1	1	

Tabela 33: Tabela implikantów prostych (OX) dla funkcji c

$$C = x_2 + x_1' + x_0 \quad (4)$$

9 Układ Logisim

9.1 Schematy



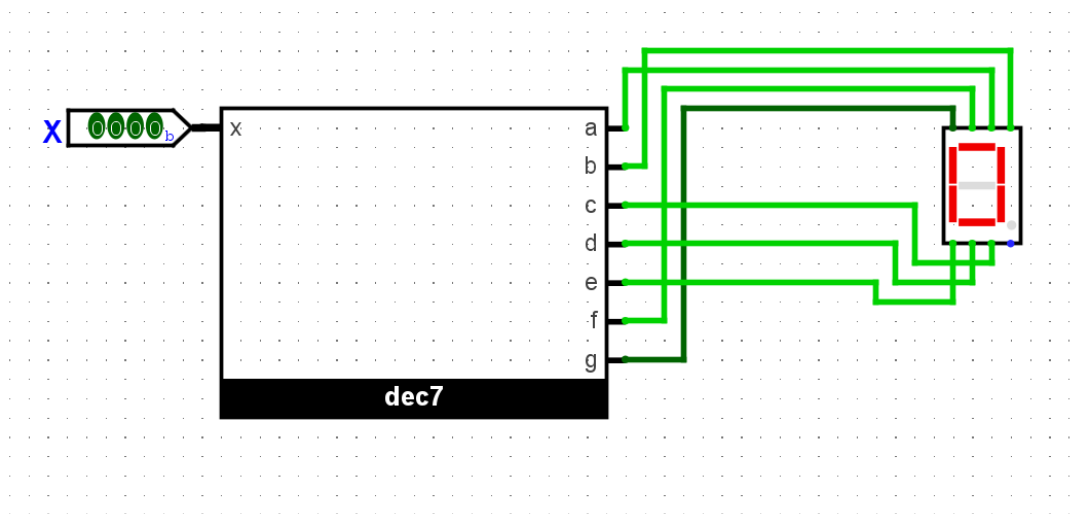
Rysunek 1: Schemat układu dekodera w Logisim

x[3..0]	a	b	c	d	e	f	g
0000	1	1	1	1	1	1	0
0001	0	1	1	0	0	0	0
0010	1	1	0	1	1	0	1
0011	1	1	1	1	0	0	1
0100	0	1	1	0	0	1	1
0101	1	0	1	1	0	1	1
0110	1	0	1	1	1	1	1
0111	1	1	1	0	0	0	0
1000	1	1	1	1	1	1	1
1001	1	1	1	1	0	1	1
1010	1	1	0	1	1	0	1
1011	1	1	1	1	0	0	1
1100	1	1	1	1	0	1	1
1101	1	0	1	1	0	1	1
1110	1	0	1	1	1	1	1
1111	1	1	1	1	0	0	1

Tabela 34: Tabela Prawdy dla Dekodera

a	$x_3 + x_1 + \overline{x_2 \oplus x_0}$
b	$\overline{x_2} + \overline{x_1} \oplus x_0$
c	$\overline{x_1} + x_2 + x_0$
d	$x_3 + x_1(\overline{x_0} + \overline{x_2}) + \overline{x_1}(x_2 \oplus x_1)$
e	$\overline{x_0}(\overline{x_2} + x_1)$
f	$x_2\overline{x_1} + x_3\overline{x_1} + x_2\overline{x_0} + \overline{x_1}x_0$
g	$x_1\overline{x_0} + x_2 \oplus x_1 + x_3$

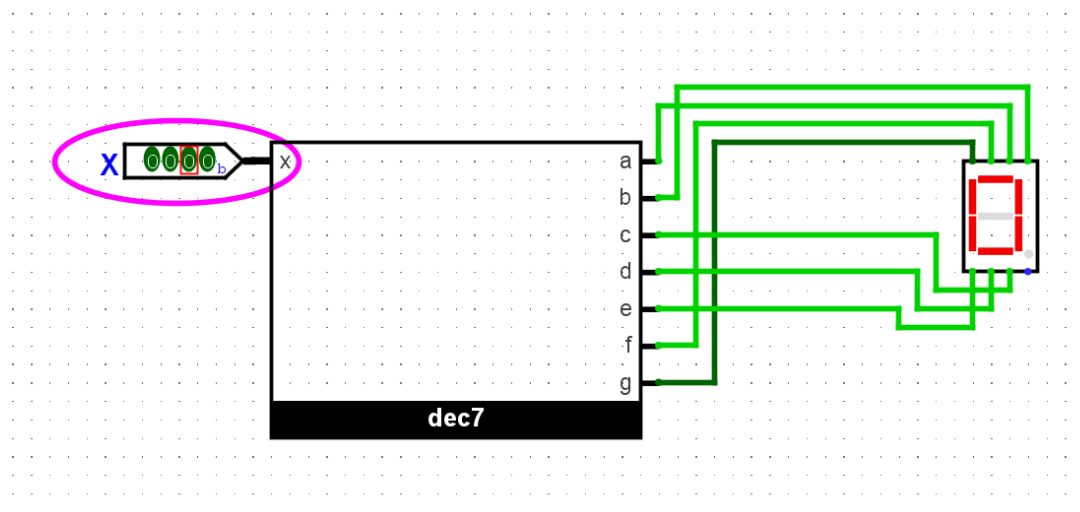
Tabela 35: Tabela wyrażeń wyjściowych dla dekodera



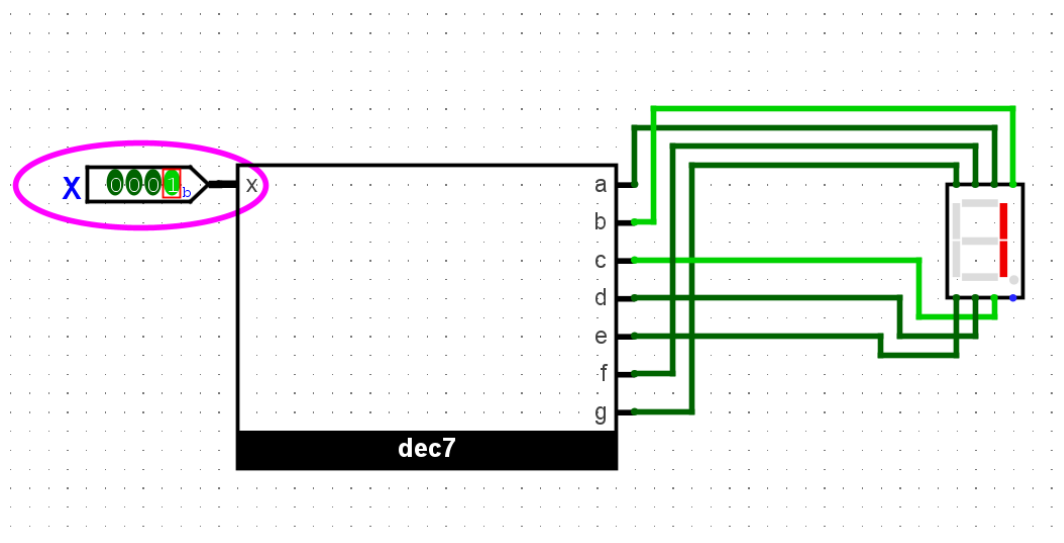
Rysunek 2: Schemat układu dekodera z wyświetlaczem w Logisim

9.2 Działanie Dekodera

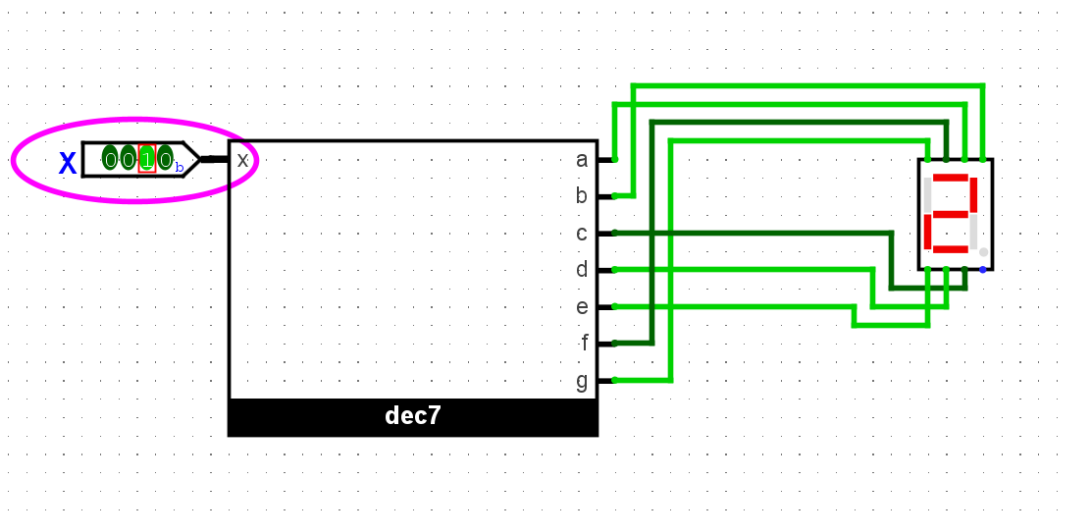
Dla wejściowych wartości 0–9 wykonano testy poprawności działania, sprawdzając czy zapalają się odpowiednie segmenty.



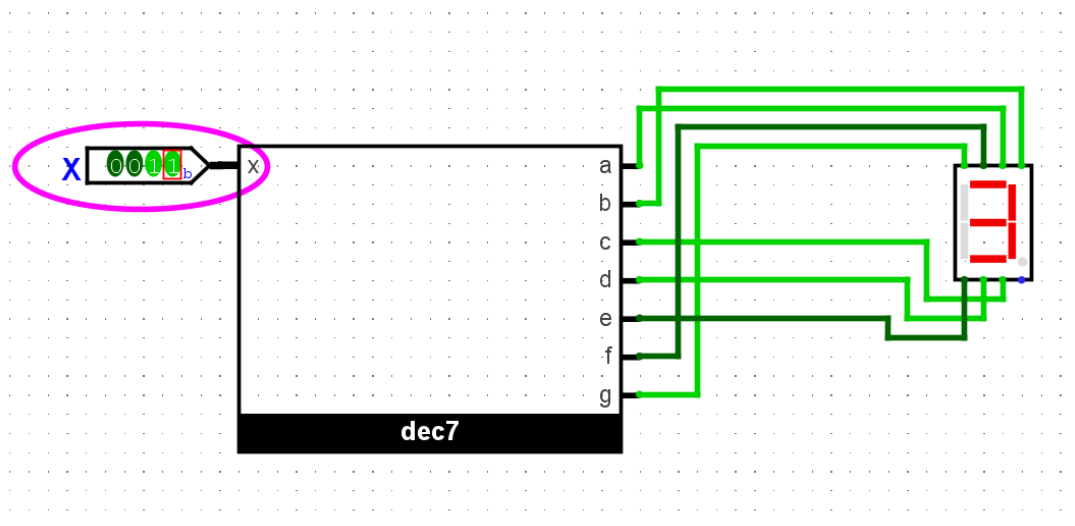
Rysunek 3: Schemat układu dekodera wyświetlający 0



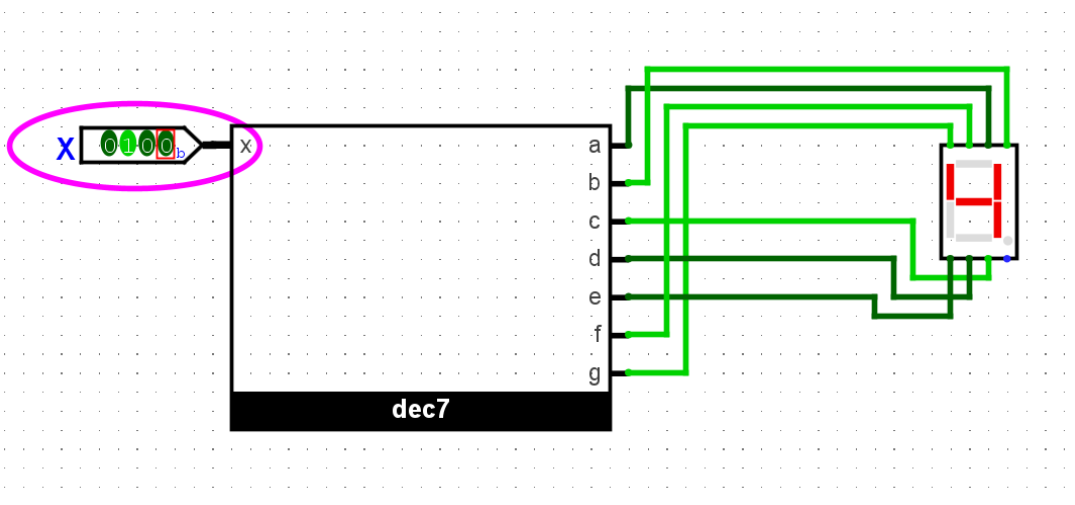
Rysunek 4: Schemat układu dekodera wyświetlający 1



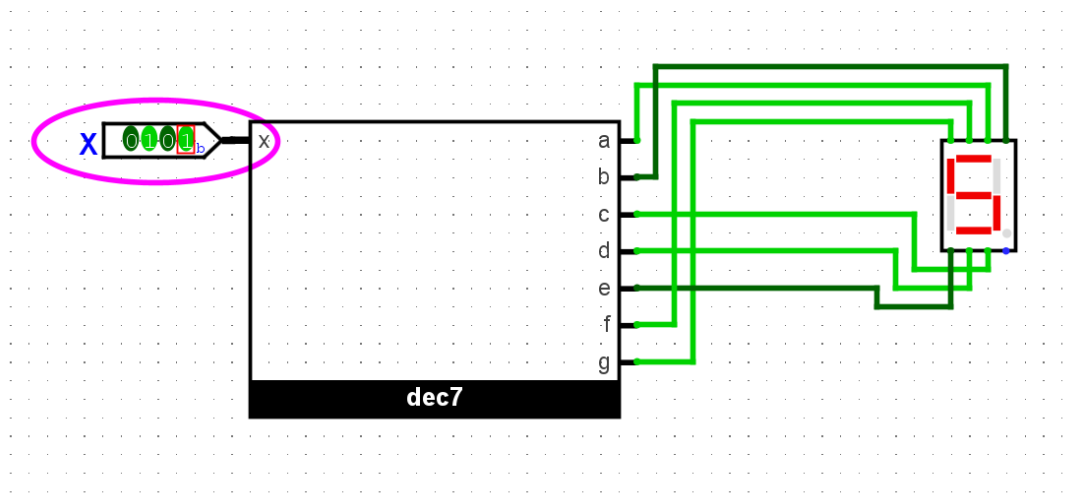
Rysunek 5: Schemat układu dekodera wyświetlający 2



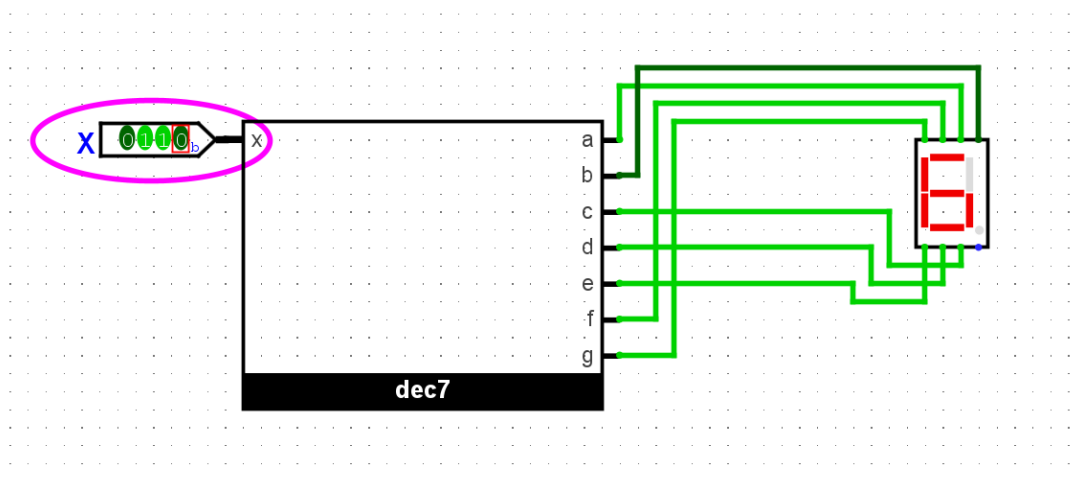
Rysunek 6: Schemat układu dekodera wyświetlający 3



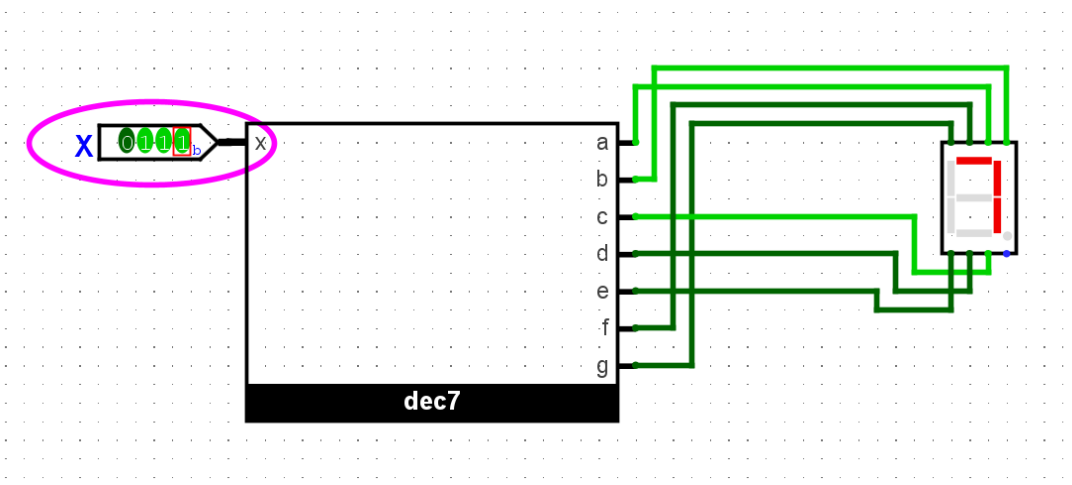
Rysunek 7: Schemat układu dekodera wyświetlający 4



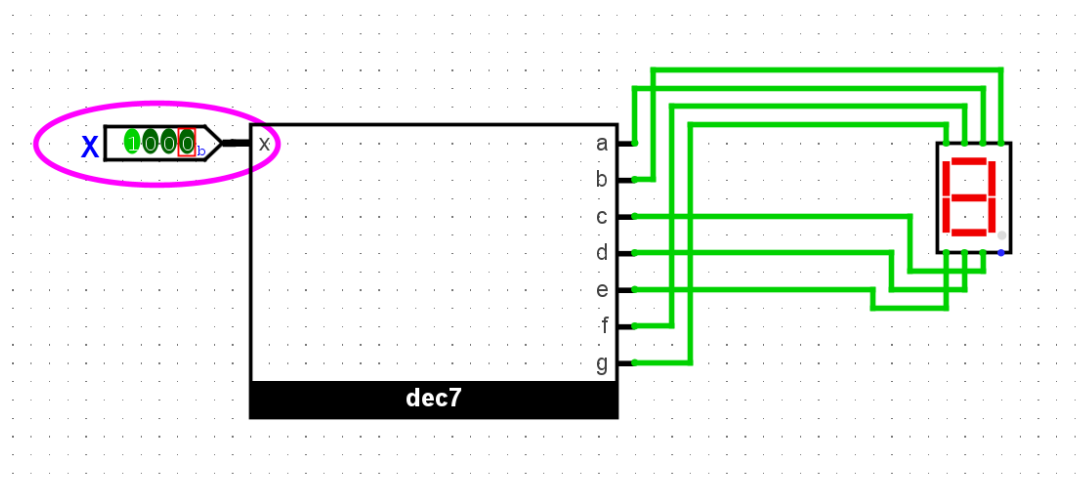
Rysunek 8: Schemat układu dekodera wyświetlający 5



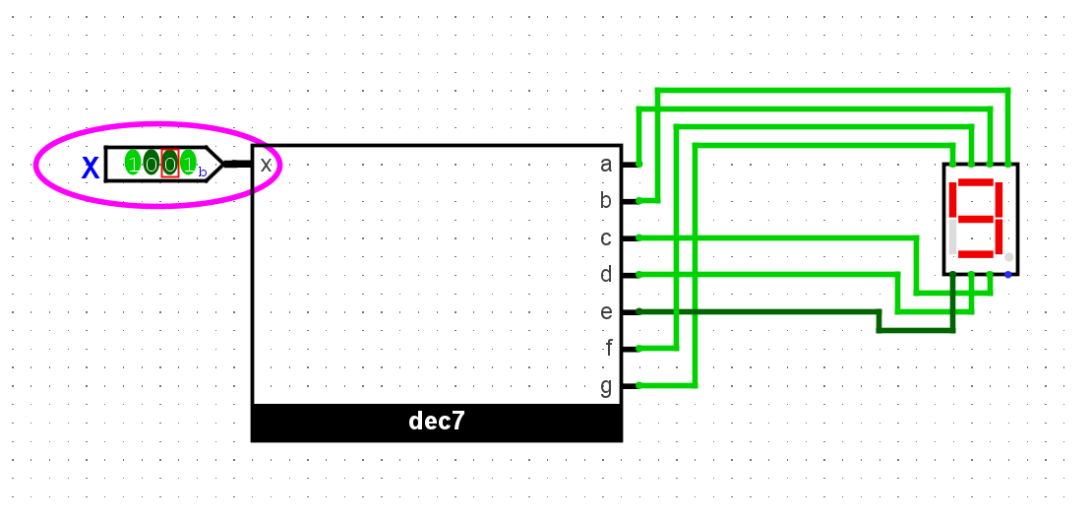
Rysunek 9: Schemat układu dekodera wyświetlający 6



Rysunek 10: Schemat układu dekodera wyświetlający 7



Rysunek 11: Schemat układu dekodera wyświetlający 8



Rysunek 12: Schemat układu dekodera wyświetlający 9

10 Wnioski

Projekt pozwolił zrozumieć proces minimalizacji funkcji logicznych i ich implementację w układzie cyfrowym. Zastosowanie różnych metod pozwoliło porównać efektywność poszczególnych podejść. Układ działa poprawnie i spełnia założenia.

Spis rysunków

1	Schemat układu dekodera w Logisim	14
2	Schemat układu dekodera z wyświetlaczem w Logisim	15
3	Schemat układu dekodera wyświetlający 0	16
4	Schemat układu dekodera wyświetlający 1	16
5	Schemat układu dekodera wyświetlający 2	17
6	Schemat układu dekodera wyświetlający 3	17
7	Schemat układu dekodera wyświetlający 4	17
8	Schemat układu dekodera wyświetlający 5	18
9	Schemat układu dekodera wyświetlający 6	18
10	Schemat układu dekodera wyświetlający 7	18
11	Schemat układu dekodera wyświetlający 8	19
12	Schemat układu dekodera wyświetlający 9	19

Spis tabel

1	Zbiór on-set funkcji g	4
2	Zbiór off-set funkcji g	5
3	Macierz blokująca k2 funkcji g	5
4	Macierz blokująca k3 funkcji g	5
5	Macierz blokująca k4 funkcji g	5
6	Macierz blokująca k5 funkcji g	5
7	Macierz blokująca k6 funkcji g	6
8	Macierz blokująca k8 funkcji g	6
9	Macierz blokująca k9 funkcji g	6
10	Tabela implikantów prostych (OX) dla funkcji g	6
11	Zbiór on-set funkcji a	7
12	Zbiór off-set funkcji a	7
13	Macierz blokująca k0 funkcji a	7
14	Macierz blokująca k2 funkcji a	8
15	Macierz blokująca k3 funkcji a	8
16	Macierz blokująca k5 funkcji a	8
17	Macierz blokująca k6 funkcji a	8
18	Macierz blokująca k7 funkcji a	8
19	Macierz blokująca k8 funkcji a	9
20	Macierz blokująca k9 funkcji a	9
21	Tabela implikantów prostych (OX) dla funkcji a	9
22	Zbiór on-set funkcji b	10
23	Zbiór off-set funkcji b	10
24	Macierz blokująca k1 funkcji b	10

25	Macierz blokująca k4 funkcji b	11
26	Macierz blokująca k7 funkcji b	11
27	Tabela implikantów prostych (OX) dla funkcji b	11
28	Zbiór on-set funkcji c	12
29	Zbiór off-set funkcji c	12
30	Macierz blokująca k0 funkcji c	12
31	Macierz blokująca k3 funkcji c	13
32	Macierz blokująca k6 funkcji c	13
33	Tabela implikantów prostych (OX) dla funkcji c	13
34	Tabela Prawdy dla Dekodera	15
35	Tabela wyrażeń wyjściowych dla dekodera	15