

Mały Projekt nr 1.

Temat: *Grupy symetrii wielokątów foremnych i wielościanów platońskich*

Izometrią płaszczyzny \mathbb{R}^2 nazywamy takie przekształcenie tej płaszczyzny, które zachowuje odległość między punktami. Zbiór wszystkich izometrii płaszczyzny wraz z operacją składania przekształceń tworzy grupę. Do grupy tej należą translacje, obroty, symetrie osiowe oraz złożenia tych przekształceń.

Niech $\emptyset \neq F \subseteq \mathbb{R}^2$. Zbiór wszystkich izometrii α płaszczyzny, które spełniają warunek $\alpha(F) = F$ wraz z operacją składania przekształceń jest tzw. *grupą izometrii figury F* .

Izometrie wielokątów foremnych tworzą skończoną *grupę dyhedralną* (D_n, \circ) , której podgrupą cykliczną jest grupa obrotów na płaszczyźnie o wielokrotności kąta $\frac{2\pi}{n}$.

Podobnie wielościany foremne są powiązane ze skończonymi grupami obrotów w przestrzeni trójwymiarowej \mathbb{R}^3 . Jednak w przeciwieństwie do sytuacji na płaszczyźnie, istnieje tylko pięć wielościanów foremnych (tzw. *bryły platońskie*): czworościan, sześcián, ośmiościan, dwunastościan i dwudziestościan.

Zadania do wykonania:

- Znaleźć wszystkie izometrie kwadratu.
- Znaleźć wszystkie izometrie pięciokąta foremnego.
- Znaleźć wszystkie obroty czworościanu foremnego. (Grupa jest izomorficzna z grupą (A_4, \circ)).
- Znaleźć wszystkie obroty sześcianu (lub ośmiościanu foremnego). (Grupa jest izomorficzna z grupą (S_4, \circ)).
- Znaleźć wszystkie obroty dwunastościanu foremnego (lub dwudziestościanu foremnego). (Grupa jest izomorficzna z grupą (A_5, \circ)).