Nahai Alexandru
134

I SPAȚII VECTORIALE

DEFINIȚIE

O mulțime $V \neq \emptyset$ s.n spațiu vectorial peste K (sau K-spațiu vectorial V) dacă pe V se poate defini o operație algebrică internă

$$(x, y) \in V \times V \xrightarrow{+} x + y \in V \text{ (adunarea vectorilor)}$$

împreună cu care V are o structură de grup abelian, adică îndeplinește axiomele:

- $x + y = y + x, \ \forall x, y \in V$
- $(x+y)+z = x+(y+z), \ \forall x, y, z \in V$
- $\exists 0_V \in V$ a.î. $x + 0_V = x, \ \forall x \in V$
- $\forall x \in V, \exists -x \in V$ a.î. $x + (-x) = 0_V$

precum și o operație algebrică externă

$$(\alpha, x) \in K \times V \longrightarrow \alpha \cdot x \in V \text{ (înmulț. cu scalari)}$$

a. î. să îndeplinească axiomele

- $(\alpha + \beta) \cdot x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x \quad \forall \alpha, \beta \in K, \forall x \in V$
- $\alpha \cdot (x + y) = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y \quad \forall \alpha \in K, \forall x, y \in V$
- $(\alpha \cdot \beta) \cdot x = \alpha \cdot (\beta \cdot x) \quad \forall \alpha, \beta \in K, \forall x \in V$
- $1 \cdot x = x \quad \forall x \in V.$

EXEMPLE

- K - corp comutativ, $K^n = \{a_1, a_2, .., a_n\}$ $a_i \in K$ $\forall i = \overline{1,n}$
- vectori în plan
- $K[X]$ polinoame în nedeterminata X cu coeficienți în corpul K.

BAZE

DEFINIȚIE

Se numește bază a spațiului vectorial V o familie de vectori B care îndeplinește condițiile:

- B este liniar independentă
- B este sistem de generatori pentru spațiul V.

Dacă $B = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ este o bază în spațiul vectorial V, atunci orice vector $x \in V$ se scrie în mod unic: $x = a_1 u_1 + a_2 u_2 + \dots + a_n u_n$

Dimensiunea lui V este numărul de elemente dintr-o bază a lui V.

EXEMPLE

- în K^n: $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ - bază în K^n s.n bază canonică a lui K^n dacă $\dim K^n = n$ și orice sistem liniar independent din K^n are mai puține sau același nr. de elemente.

SUBSPAȚII VECTORIALE

DEFINIȚIE

O submulțime nevidă $U \subset V$ s.n subspațiu vectorial al lui V dacă operațiile algebrice de pe V induc pe U o structură de K-spațiu vectorial.

TEOREMĂ

Dacă U este o submulțime a K-spațiului vectorial V, atunci următoarele afirmații sunt echivalente:

- U este subspațiu vectorial în V
- $\forall x, y \in U$, $\forall \alpha \in K$ avem $\begin{cases} x+y \in U \\ \alpha x \in U \end{cases}$
- $\forall x, y \in U$, $\forall \alpha, \beta$ $\alpha x + \beta y \in U$

Nohai Alexandra
134

EXEMPLE

• Mulț. polinoamelor cu coeficienți reali de grad n, $\mathbb{R}[x]$ = reprez. subspațiului vectorial al spațiului vectorial al polinoamelor cu coeficienți reali.

• Mulț. matricelor simetrice de ordinul n este un subspațiu al mulțimii matricelor pătratice de ordinul n.

• Mulț. V este subspațiu în V, numit subspațiu nul al lui V. Orice subspațiu diferit de spațiul vectorial V și de subspațiul nul s.n subspațiu propriu.

SPAȚIU AFIN

DEFINIȚIE

Fie o mulțime amorfă A, nevidă, cu elemente numite puncte, iar V un spațiu vectorial peste corpul comutativ K. Dacă aplicația $\varphi: A\times A \to$ are următoarele proprietăți:

• $\varphi(A,B) + \varphi(B,C) = \varphi(A,C)$

• $\exists$ un punct O din A, a. î. φ_O e o bijecție

atunci tripletul (A,V,φ) se va numi spațiu afin, iar φ se va numi structură afină.

TEOREMĂ

Fie tripletul (A,V,φ). Dacă (A,V,φ) este un spațiu afin, atunci oricare ar fi o submulțime din A, aplicația $\varphi_B: A \to V$ e o bijecție

EXEMPLU

Planul și spațiul geometric euclidian sunt spații afine peste spațiile vectoriale ale vect. liberi asociați.

SUBSPAȚIU AFIN

DEFINIȚIE

Fie $A=(X,\overrightarrow{X},\phi)$ un spațiu afin peste K. O submulțime $Y\subset X$ s.n subspațiu afin al lui X dacă $Y=\emptyset$ sau dacă $Y\neq\emptyset$ și există un subspațiu liniar V al lui $\overrightarrow{X}$ a î. $\phi(V\times V)\subset Y^{2})$ și $(Y,V,\phi/_{V\times V})$ este un spațiu afin.

- ec. vect: $\bar{r}=\bar{r}_0+t\bar{r}$, $t\in\mathbb{R}$

- ec. canonice: $\frac{x^1-2}{3}=\frac{x^2+1}{-7}=\frac{x^3+3}{4}=\frac{x^4-5}{-2}$

- ec. parametrica $\begin{cases} x^1=2+3t \\ x^2=-1-7t \\ x^3=-3+4t \\ x^4=5-2t \end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$

Nahai Alexandr
134

II APLICAȚII LINIARE

DEFINIȚIE

Fct $f: V \to W$ s.n aplicație liniară dacă:

① f este aditivă ($f(\bar{x}+\bar{y}) = f(\bar{x}) + f(\bar{y}), \forall \bar{x}, \bar{y} \in V$)

② f este omogenă ($f(\bar{x}) = \alpha f(\bar{x}) \forall \alpha \in K, \forall \bar{x} \in V$),

unde V și W sunt două spații vectoriale peste K.

Din ①,② $\Rightarrow$ $f(\alpha\bar{x} + \beta\bar{y}) = \alpha f(\bar{x}) + \beta f(\bar{y})$

CONDIȚIA DE LINIARITATE

EXEMPLE

- $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n-1}$

  $f(x) = (x^1 + x^2, x^3 \ldots x^n) \quad \forall x = (x^1, x^2 \ldots x^n) \in \mathbb{R}^n$.

  Aplicația f este o aplicație liniară.

- $1_V: V \to V$, $1_V(\bar{x}) = \bar{x}$, $\forall \bar{x} \in V$ e o aplicație liniară numită aplicația identică

- Funcția $f: \mathbb{R}_3[X] \to \mathbb{R}_2[X]$, definită prin $f(p) = p'$ pentru orice $p \in \mathbb{R}_3[X]$ e o aplicație liniară. p' - polinomul asociat derivatei funcției asociate polinomului p.

- $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, $f(x) = (2x_1 + x_3, 3x_2) \quad \forall x = (x_1, x_2, x_3)$.

Ca f să fie o aplicație liniară trebuie să verifice:

$f(\alpha x + \beta y) = \alpha f(x) + \beta f(y) \quad \forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \forall x = (x_1, x_2, x_3)$
$\forall y = (y_1, y_2, y_3)$.

Deci $f(\alpha x + \beta y) = (2(\alpha x_1 + \beta y_1) + \alpha x_3 + \beta y_3, 3(\alpha x_2 + \beta y_2))$

$= (\alpha(2x_1 + x_3) + \beta(2y_1 + y_3), 3\alpha x_2 - 3\beta y_2)$

$= \alpha(2x_1 + x_3, 3x_2) + \beta(2y_1 - y_3), 3y_2) = \alpha f(x) + \beta f(y)$

$f(0,1,0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$f(0,0,1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + (-2) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Deci matricea apl. f într-o pereche de baze canonice: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

ENDOMORFISME

DEFINIȚIE

Fie (U, K) și (V, K) spații vectoriale.

Aplicația $f: U \to V$ s.n morfism de spații vectoriale (aplicație liniară) dacă respectă condiția de liniaritate

$$f(\alpha x + \beta y) = \alpha f(x) + \beta f(y)$$

pentru orice $x, y \in U$ și orice $\alpha, \beta \in K$

- Notăm prin $L_K(U, V)$ sau prin $Hom_K(U, V)$ mulțimea tuturor morfismelor $f: U \to V$.

Dacă $U = V$ atunci f s.n endomorfism al lui V.

EXEMPLE

- Să se determine endomorfismul $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ astfel încât $f(1,1,1) = (0,0,0)$; $f(1,0,0) = (3,1,0)$ și $f(0,0,1) = (1,2,0)$.

Avem $v_1 = (1,1,1)$; $v_2 = (1,0,0)$; $v_3 = (0,0,1)$ respectiv $w_1 = (1,1,1)$; $w_2 = (3,1,0)$; $w_3 = (1,2,0)$.

Se obține:

$$f(v_B) = y\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} + (x-y)\cdot\begin{pmatrix}3\\1\\0\end{pmatrix} + (z-y)\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3x-4y+z\\x-3y+2z\\0\end{pmatrix}$$

Nohai Alexandru
134

MATRICEA UNEI APL. LINIARE. SCHIMBAREA DE BAZĂ

Fie $f: V \to V'$ o apl. liniară între 2 spații vect. finit generate peste același corp comut. K.

Dacă $x_1, x_2, \dots, x_n$ e o bază în V și $x_1', x_2', \dots, x_n'$ o bază în V' și deci se scriu în mod unic ca niște combinații liniare de vector $x_1', x_2', \dots, x_n'$;

$$\begin{cases} f(x_1) = \alpha_{11} x_1' + \alpha_{21} x_2' + \dots + \alpha_{n1} x_n' \\ f(x_2) = \alpha_{12} x_1' + \alpha_{22} x_2' + \dots + \alpha_{n2} x_n' \\ \vdots \\ f(x_n) = \alpha_{1n} x_1' + \alpha_{2n} x_2' + \dots + \alpha_{nn} x_n' \end{cases}$$

Se formează matricea:

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & & & \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

= Matricea apl. lin. f în rap. cu bazele $x_1, x_2 \dots x_n$ din V $x_1', x_2', \dots x_n'$ din V'

Matr. A e la rândul ei determinat de cele 2 baze.

Dacă $(f(x_1), f(x_2) \dots f(x_n)) = (x_1', x_2', \dots, x_n') A_1$
$(f(x_1), f(x_2) \dots f(x_n)) = (x_1', x_2', \dots, x_n') A_2$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow A_1 = A_2$

Nahai Alexandru
13

III GEOMETRIE EUCLIDIANĂ PLANĂ

AXIOME

1.) Între două puncte se poate duce o linie dreaptă

2.) Orice linie dreaptă poate fi prelungită nelimitat

3.) Se poate descrie un cerc de centru dat și de rază dată.

4.) Toate unghiurile drepte sunt congruente între ele.

5.) Dacă o linie dreaptă, care intersectează alte două linii drepte, formează de o aceeași parte a sa două unghiuri interne având suma mai mică decât două unghiuri drepte, cele două linii menționate se vor intersecta, dacă sunt prelungite, de partea în care suma unghiurilor este mai mică decât două unghiuri drepte.

PROPRIETĂȚI DE INCIDENȚĂ

1.) Prin două puncte distincte trece o dreaptă și numai una.

2.) Orice dreaptă conține cel puțin două puncte.

3.) În orice plan, există trei puncte care nu sunt situate pe o aceeași dreaptă.

PROPRIETĂȚI DE ORDONARE

1.) Dacă pct. B se găsește între pct. A și C, atunci pct. A, B, C sunt coliniare și distincte, și B se găsește între C și A.

2.) Dacă A, B sunt două pct. distincte, atunci ∃ c. p. un pct. C astfel ca B să se găsească între A și C.

3.) Dacă B se găsește între A și C, atunci A nu se găsește între C și B.

4.) AXIOMA LUI PASCH

Dacă A, B, C sunt 3 pct. necol. și dacă d este o dr. situată în același plan cu aceste pct., a. î. d trece printr-un pct situat între C și B, dar nu trece prin nici unul din pct A, B, C și nu trece prin nici un pct. situat între A și C, atunci dr. d trece printr-un pct. situat între A și B.

5.) Fiind date trei pct. distincte și coliniare A, B, C aî. A nu este între B și C iar C nu este între A și B, cu siguranță pct B se va găsi între A și C.

6.) Dacă A, B, C sunt 3 pct. necol. și dacă L, M, N sunt 3 pct a. î. L este între B și C, M este între C și A și N este între A și B, pct L, M, N nu pot fi coliniare.

7.) Fiind date 2 pct dist. A și B, ∃ c. p un pct M situat între A și B.

8.) Dacă A, B, C, D sunt pct aî. B este între A și C și C este între B și D, pct B, C se vor găsi între A și D.

9.) Dacă C este între D și A și dacă B este între A și C, atunci B este între A și D, iar C este între B și D.

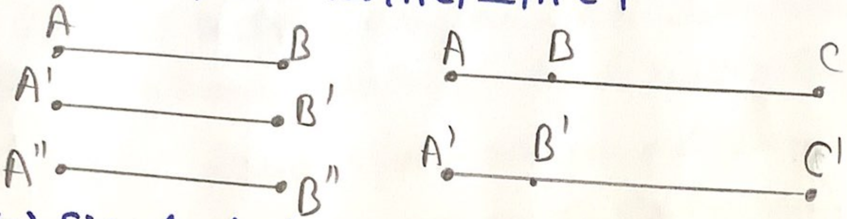
PROPRIETĂȚI DE CONGRUENȚĂ

Nohai Alexandru
134

1.) Fie S o semidreaptă cu originea O și fie |AB| un segment. Există pe semidreapta S un sg. pct M, astfel ca segmentul |OM| să fie congruent cu seg |AB|.

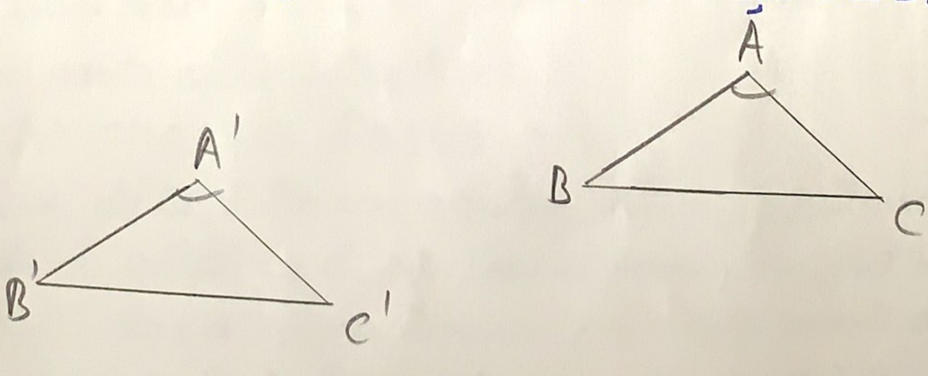
2.) Dacă |AB|, |A'B'|, |A"B"| sunt 3 seg. astfel ca |AB| ≡ |A'B'| și |A'B'| ≡ |A"B"|, atunci avem |AB| ≡ |AB|, |A'B'| ≡ |AB| și |AB| ≡ |A"B"|.

3.) Dacă avem șase pct. A, B, C, A', B', C' astfel ca B' se găsește între A' și C', B se găsește între A și C și |AB| ≡ |A'B'|, |BC| ≡ |B'C'|, atunci |AC| ≡ |A'C'|



4.) Fiind date un unghi propriu $\widehat{hk}$ și o semidr. S într-un plan p și notând prin p' unul din semiplanele limitate de suportul lui S în planul p, există o singură semidreaptă t în semiplanul p' astfel ca S și t să formeze un unghi congruent cu unghiul $\widehat{hk}$. Orice unghi este congruent cu el însuși.

5.) Fiind date 2 triunghiuri ABC, A'B'C' astfel ca $\hat{A} \equiv \hat{A'}$, |AB| ≡ |A'B'| și |AC| ≡ |A'C'|, avem și $\hat{B} \equiv \hat{B'}$.



IV GEOMETRIE EUCLIDIANĂ ÎN SPAȚIU

AXIOMELE DE INCIDENȚĂ

1.) Prin orice două pct. trece o dreaptă.

2.) Prin orice două pct. dist. trece o sg. dreaptă.

3.) Orice dreaptă conține c.p. două pct. Orice plan conține al puțin trei pct. necol. Există c.p. un plan.

4.) Prin orice 3 pct necol. trece un plan.

5.) Prin orice 3 pct necol. trece un sg. plan.

6.) Dacă o dr. d are două pct. distincte situate într-un plan p, atunci toate pct. dr. d sunt situate în planul p.

7.) Dacă două plane au un pct comun, atunci cele două plane mai au c.p un al doilea pct. comun.

8.) Există patru pct. nesituate într-un acelaşi plan.

AXIOMELE DE ORDONARE

1.) Dacă un pct. B se găsește între pct. A și C, atunci pct. A, B, C sunt col. și distincte și pct. B se găsește între C și A.

2.) Fiind date două pct. distincte A, B există un pct C a.î. B să se găsească între A și C.

3.) Fiind date 3 pct. col și distincte A, B, C a.î. B se află între A și C, A nu se poate afla între B și C, iar C nu se poate afla între A și B.

4.) AXIOMA LUI PASCH

Fiind date, într-un acelaşi plan, 3 pct necol. A, B, C și o dr. d, astfel ca d să treacă printr-un pct situat între B și C, dar d să nu treacă prin nici unul din pct. A, B, C, dr. d va trece fie printr-un pct situat între A, B sau A, C

AXIOME DE CONGRUENȚĂ

1.) AXIOMA PURTĂRII CONGRUENTE A SEGMENTELOR

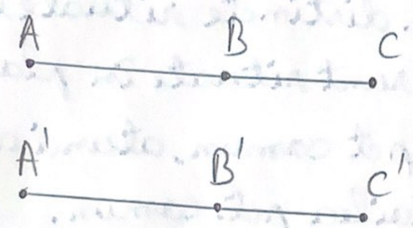
Fiind date un segment $|AB|$ și o semidreaptă S cu originea O, există pe S un pct P și numai unul, astfel ca $|AB| \equiv |OP|$.

2.) Orice segment este congruent cu el însuși.

3.) AXIOMA DE ADUNARE A SEGMENTELOR

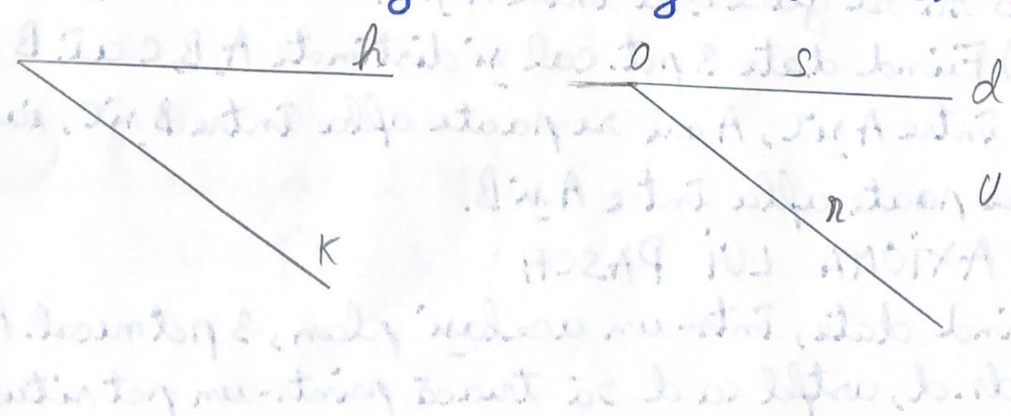
Fiind date segmentele $|AC|$, $|A'C'|$ și pct. $B \in |AC|$, $B' \in |A'C'|$ astfel ca:

$|AB| \equiv |A'B'|$, $|BC| \equiv |B'C'|$, avem $|AC| \equiv |A'C'|$.



4.) AXIOMA PURTĂRII CONGRUENTE A UNGHIURILOR

Fiind date un unghi propriu $\widehat{hk}$, un semiplan u limitat de dreapta d și o semidreaptă $s \subset d$, cu originea O, există o semidreaptă r și numai una, astfel ca să avem $r \subset u$, r să aibă originea O și $\widehat{rs} \equiv \widehat{hk}$. Orice unghi este congruent cu el însuși.



Nahai Alexandru
134

V GRUPUL $(O(2), \times), (SO(2), \times)$

Grupul ortogonal se definește astfel:

$$O(n) = \{X \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) / X \cdot X^t = I_n\}$$

Grupul ortogonal formează o structură de grup în $GL(n;\mathbb{R})$. Astfel, dacă $X, Y \in O(n)$ atunci $X \cdot Y \in O(n)$.

O consecință a definiției este aceea că determinantul oricărei matrici din $O(n)$ este ± 1. Din acest motiv grupul ortogonal are două componente conexe și poate fi exprimat prin relația:

$$O(n) = SO(n) \cup O^-(n),$$

unde:

- $SO(n) = \{X \in O(n) / \det X = 1\}$
  $= \{X \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) / X \cdot X^t = I_n, \det X = 1\}$
  s.n grupul rotațiilor și este subgrup în $O(n)$.
- $O^-(n) = \{X \in O(n) / \det X = -1\}$
  $= \{X \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) / X \cdot X^t = I_n, \det X = -1\}$
  este cealaltă componentă conexă a lui $O(n)$ și nu formează grup în $O(n)$

Grupul ortogonal $O(2)$ se definește astfel:

$$O(2) = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) / X \cdot X^t = I_2\}$$

Fie $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

Atunci $X \cdot X^t = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2+b^2 & ac+bd \\ ca+db & c^2+d^2 \end{pmatrix}$

Dar condiția $X \cdot X^t = I_2$ impune satisfacerea următorului sistem de ecuații:

$$\begin{cases} a^2+b^2=1 \\ c^2+d^2=1 \\ ac+bd=0 \\ ca+db=0 \end{cases}$$ de unde rezultă că $\exists\ \varphi, \theta \in [0, 2\pi)$ a.î.

$a = \sin\varphi$, $b = \cos\varphi$, $c = \sin\theta$, $d = \cos\theta$ verificând relația: $\cos(\varphi-\theta)=0$. Rezultă că $\varphi - \theta \in \left\{\pm\frac{\pi}{2}, \pm\frac{3\pi}{2}\right\}$.

Astfel avem că:

$$a = \sin\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = \pm\cos\theta$$

$$b = \cos\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = \mp\sin\theta.$$

Deci $$O(2) = \left\{\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} / \theta \in [0, 2\pi)\right\} \cup$$

$$\left\{\begin{pmatrix} -\cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} / \theta \in [0, 2\pi)\right\},$$

unde $$SO(2) = \left\{\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} / \theta \in [0, 2\pi)\right\}$$

s.n grupul rotațiilor din plan, iar

$$O^-(2) = \left\{\begin{pmatrix} -\cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} / \theta \in [0, 2\pi)\right\}.$$

În ceea ce privește dimensiunile acestor grupuri privite ca varietăți diferențiabile,

$\dim O(2) = \dim SO(2) = 1.$

I

VII CUADRICE

Cuadricele sunt suprafețe algebrice de gradul al doilea, adică suprafețe ale spațiului afin euclidian tridimensional.

Prin generalizare, se poate vorbi de suprafețe n-dimensionale în spațiul cu n+1 dimensiuni generate de locul geometric al soluțiilor unui polinom de gr 2. În coord $\{x_1, \dots, x_n\}$, cuadrica generată este definită de o ecuație algebrică de forma:

$$\sum_{i,j=1}^{n+1} x_i Q_{ij} x_j + \sum_{i=1}^{n+1} P_i x_j + R = 0$$

care poate fi scrisă compact în notație matricială:

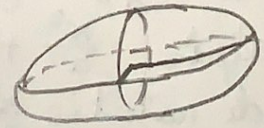
$$X Q X^T \cdot P_X^T + R = 0$$

unde $X = \{x_1, \dots, x_{n+1}\}$ e o matrice vector linie, X^T e transpusa lui X, Q e o matrice $(n+1) \times (n+1)$, P e un vector linie $(n+1)$-dimensional, iar R e o constantă scalară. Val din Q, P și R sunt de obicei nr. reale sau complexe.

În planul euclidian cuadricele au o singură dim. $(n=1)$ adică sunt linii curbe. Aceste cuadrice sunt identice cu secțiunile conice și sunt cunoscute sub numele de conice.

CUADRICE NEDEGENERATE

Elipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$



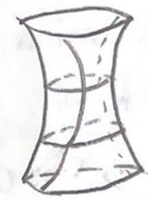
Sferoid $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}+\frac{z^2}{b^2}=1$

Sferă $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}+\frac{z^2}{a^2}=1$

Paraboloid eliptic $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-z=0$

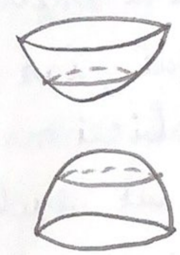
Paraboloid de rotație $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}-z=0$

Paraboloid hiperbolic $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b}-z=0$



Hiperboloid cu o pânză $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$

Hiperboloid cu două pânze $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$



CUADRICE DEGENERATE

Con $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$

Con de rotație $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$

Cilindru eliptic $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

Cilindru de rotație $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$

Cilindru hiperbolic $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

Cilindru paralic $x^2+2ay=0$

VIII CONICE

O conică este curba care se obține prin intersectarea unui plan cu un con.

REPREZENTAREA ÎN COORD. CARTEZIENE

Conicele sunt mulț. pct. care satisfac:

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Atunci:

- $B^2 - 4AC < 0$, ec. repr. o elipsă
- $A = C$; $B = 0$, ec. repr. un cerc
- $B^2 - 4AC = 0$, ec. repr. o parabolă
- $B^2 - 4AC > 0$, ec. repr. o hiperbolă
- $A + B = 0$, ec. repr. o hiperbolă dreaptă

Cerc $x^2 + y^2 = a^2$ $\qquad a\cos\theta, a\sin\theta$

Elipsă $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $\qquad \cos\theta, b\sin\theta$

Parabolă $y^2 = 4ax$ $\qquad at^2, 2at$

Hiperbolă $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ $\qquad a\sec\theta, b\,\mathrm{tg}\,\theta$

$(\pm a\cosh u, b\sinh u)$

Nanai Alexandra

BIBLIOGRAFIE

1.) Matematică - manual pentru clasa a IX-a Geometrie și trigonometrie - K. Teleman

2.) Matematică - manual pentru clasa a X-a Geometrie și trigonometrie - K. Teleman

3.) Algebră liniară, Geometrie analitică - Universitatea Alexandru Ioan Cuza - Oana Constantinescu.

4.) Algebra liniară și geometrie analitică și diferențială - Cadruța Chis