Analisis de convertidor SEPIC

Tomás Aguayo Briones

8 de diciembre de 2025

1. Analisis de convertidor

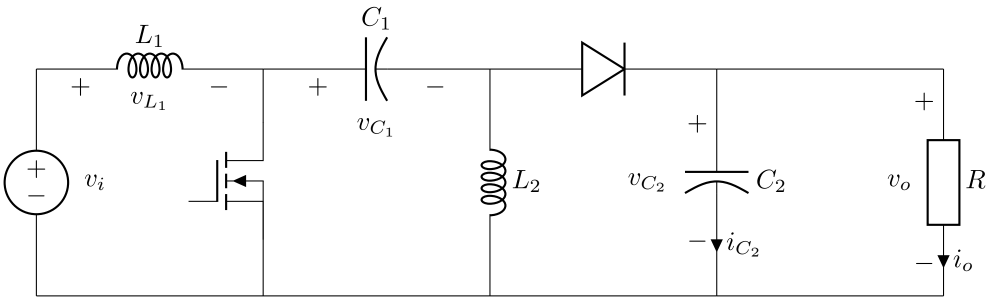

Figura 1: Convertidor SEPIC

1.1. Paso 1

Como primer paso se calculan las ecuaciones cuando $\mathbf{SW} = \mathbf{1}$.

$$v_{L_1} = v_i \ ; \ v_{C_1} = v_{L_2}$$

Ahora en el estado de $\mathbf{SW} = \mathbf{0}$.

$$v_i + v_{L_2} = v_{C_1} + v_{L_1} \ ; \ v_{L_2} = -v_o$$

1.2. Paso 2

Analizando primero $\mathbf{L_1}$, en ambos estados:

$$L_1 \frac{di_{L_1on}}{dt} = v_i \iff L_1 \frac{\Delta i_{L_{1on}}}{DT} = v_i \iff \Delta i_{L_{1on}} = \frac{v_i \cdot DT}{L_1}$$
$$v_{L_{1off}} = v_i + v_{L_2} - v_{C_1} \iff \frac{\Delta i_{L_{1off}}}{(1-D)T} = v_i - v_o - v_{C_1} \iff \Delta i_{L_{1off}} = (v_i - v_o - v_{C_1}) \frac{(1-D)T}{L_1}$$

Ahora bien, en regimen permanente la corriente de la bobina en regimen permanente tiene que ser la misma en el inicio y el final del ciclo. Por lo que:

$$\Delta i_{L_{1on}} + \Delta i_{L_{1off}} = 0$$
$$\frac{v_i \cdot DT}{L_1} + (v_i - v_o - v_{C_1}) \frac{(1-D)T}{L_1} = 0 \Big/ \cdot \frac{L_1}{(1-D)T}$$
$$v_i \frac{D}{(1-D)} + v_i = v_o + v_{C_1}$$
$$\frac{v_i}{(1-D)} = v_o + v_{C_1} \tag{1}$$

Se continua con $\mathbf{L_2}$:

$$v_{L_{2on}} = v_{C_1} \iff L_2 \frac{\Delta i_{L_{2on}}}{DT} = v_{C_1} \iff \Delta i_{L_{2on}} = \frac{v_{C_1} DT}{L_2}$$
$$v_{L_{2off}} = -v_o \iff L_2 \frac{\Delta i_{L_{2off}}}{(1-D)T} = -v_o \iff \Delta i_{L_{2off}} = -\frac{v_o(1-D)T}{L_2}$$

Mismo principio aplicado con el primer inductor, la corriente al inicio y al final del ciclo tiene que ser igual. Por lo tanto:

$$\begin{aligned}
\Delta i_{L_{2on}} + \Delta i_{L_{2off}} &= 0 \\
\frac{v_{C_1} DT}{L_2} - \frac{v_o(1-D)T}{L_2} &= 0 \Big/ \cdot \frac{L_2}{T} \\
v_{C_1} D - v_o(1-D) &= 0 \\
v_{C_1} D + v_o D - v_o &= 0 \\
v_o + v_{C_1} &= \frac{v_o}{D}
\end{aligned} \tag{2}$$

Ahora bien, reemplazando Ecuación 1 en Ecuación 2, se obtiene la siguiente expresion:

$$\begin{aligned}
\frac{v_o}{D} &= \frac{v_i}{(1-D)} \\
\frac{v_o}{v_i} &= \frac{D}{(1-D)}
\end{aligned} \tag{3}$$

1.3. Paso 3

Teniendo la relacion entre la entrada y salida del convertidor, se reemplaza la Ecuación 3 en Ecuación 1, obteniendo lo siquiente:

$$\begin{aligned}
v_i \frac{D}{(1-D)} + v_{C_1} &= \frac{v_i}{(1-D)} \\
v_i \frac{\cancel{1-D}}{\cancel{(1-D)}} &= v_{C_1} \\
v_i &= v_{C_1}
\end{aligned}$$

De aqui se puede obtener que las variaciones de corriente en los inductores son:

$$\begin{aligned}
\Delta i_{L_{1on}} &= \frac{v_i DT}{L_1}; \Delta i_{L_{1off}} = -\frac{v_o(1-D)T}{L_1} \\
\Delta i_{L_{2on}} &= \frac{v_i DT}{L_2}; \Delta i_{L_{2off}} = -\frac{v_o(1-D)T}{L_2}
\end{aligned}$$

Nota: son todas la misma ecuacion, usando Ecuación 3, se obtiene la misma expresion.

1.4. Paso 4(Inductancia minima)

Ahora bien, en este convertidor, la bobina L_2 entrega la corriente**(se utilizara mayuscula para denotar promedios)** hacia la carga, por lo que:

$$I_{L_2} = \frac{V_o}{R}$$

Asumiendo que no hay perdidas en el convertidor y que la corriente de entrada es igual a la corriente en L_1, el balance de potencia entrega:

$$\begin{aligned}
P_i &= P_o \\
V_i \cdot I_i &= V_o \cdot I_o \\
I_i &= \frac{V_o}{V_i} \cdot I_o \\
I_i &= \frac{D}{(1-D)} I_o \\
I_{L_1} &= \frac{D}{(1-D)} I_{L_2}
\end{aligned}$$

Ahora bien, para la bobina L_1, se calculan los valores minimos y maximos de corriente. Asi se tiene:

$$
\begin{aligned}
I_{L_{1max}} &= I_{L_1} + \frac{\Delta i_{L_1}}{2} \\
&= \frac{D}{(1-D)} I_{L_2} + \frac{v_i DT}{2L_1} \Big/ I_{L_2} = I_o = \frac{v_o}{R} \\
&= \frac{D}{(1-D)} \frac{v_o}{R} + \frac{v_o(1-D)T}{2L_1} \\
&= \frac{D}{(1-D)} \frac{v_o}{R} + \frac{v_o(1-D)T}{2L_1} \\
&= v_o \left(\frac{D}{(1-D)} \frac{1}{R} + \frac{(1-D)}{2L_1 f} \right) \\
I_{L_{1min}} &= I_{L_1} - \frac{\Delta i_{L_1}}{2} \\
&= v_o \left(\frac{D}{(1-D)} \frac{1}{R} - \frac{(1-D)}{2L_1 f} \right)
\end{aligned}
$$

Para que el convertidor funcione en **CCM**, la corriente minima del inductor tiene que ser positiva, debido a que se trabajaria con corriente discontinua, haciendo que el analisis no describa al sistema, por lo que:

$$
\begin{aligned}
0 &= v_o \left(\frac{D}{(1-D)} \frac{1}{R} - \frac{(1-D)}{2L_{1_{min}} f} \right) \\
0 &= \frac{D}{(1-D)} \frac{1}{R} - \frac{(1-D)}{2L_{1_{min}} f} \\
\frac{(1-D)}{2L_{1_{min}} f} &= \frac{D}{(1-D)} \frac{1}{R} \\
L_{1_{min}} f &= \frac{R(1-D)^2}{2D} \\
L_{1_{min}} &= \frac{R(1-D)^2}{2fD}
\end{aligned}
$$

A continuacion se realiza el mismo analisis para la bobina L_2:

$$
\begin{aligned}
I_{L_{2max}} &= I_{L_2} + \frac{\Delta i_{L_2}}{2} \\
&= \frac{v_o}{R} + \frac{v_o(1-D)T}{2L_2} \\
&= v_o \left(\frac{1}{R} + \frac{(1-D)}{2L_2 f} \right) \\
I_{L_{2min}} &= I_{L_2} + \frac{\Delta i_{L_2}}{2} \\
&= v_o \left(\frac{1}{R} - \frac{(1-D)}{2L_2 f} \right)
\end{aligned}
$$

Misma logica que con el anterior inductor. Para que se mantenga en **CCM**, es necesario que la corriente minima sea positiva, por lo que:

$$
\begin{aligned}
0 &= v_o \left(\frac{1}{R} - \frac{(1-D)}{2L_{2_{min}} f} \right) \\
\frac{1}{R} &= \frac{(1-D)}{2L_{2_{min}} f} \\
L_{2_{min}} f &= \frac{(1-D)R}{2} \\
L_{2_{min}} &= \frac{(1-D)R}{2f}
\end{aligned}
$$

1.5. Paso 5(Rizado de Voltaje de capacitores)

Planteando las ecuaciones de nodos de los capacitores en $\mathbf{SW = 1}$ se obtiene que:

$$i_{C_1} = -i_{L_2}\ ;\ i_{C_2} = -i_o$$

Con $\mathbf{SW = 0}$:

$$i_{C_1} = i_{L_1}\ ;\ i_{C_2} = i_{L_1} + i_{L_2} - i_o$$

Para $\mathbf{C_1}$,La capacitancia se define de la siguiente forma:

$$C_1 = \frac{Q}{V_{C_1}}$$
$$\Delta V_{C_1} = \frac{\Delta Q}{C_1}$$

Despreciando el ripple de corriente que ocurre en el inductor, se tiene:

$$\Delta V_{C_1} = \frac{I_o DT}{C_1} \iff \Delta V_{C_1} = \frac{I_o D}{C_1 f}$$
$$\Delta V_{C_1} = \frac{D}{C_1 f}\frac{V_o}{R}$$
$$\frac{\Delta V_{C_1}}{V_o} = \frac{D}{C_1 f}\frac{1}{R}$$
$$\frac{\Delta V_{C_1}}{V_i} = \frac{D^2}{C_1 f}\frac{1}{R}\frac{1}{(1-D)}$$

Aplicando el mismo método para $\mathbf{C_2}$, se tiene que:

$$C_2 = \frac{Q}{V_{C_2}}$$
$$\Delta V_{C_2} = \frac{\Delta Q}{C_2}$$
$$\Delta V_{C_2} = \frac{I_o DT}{C_2}$$
$$\frac{\Delta V_{C_2}}{V_o} = \frac{D}{C_2 f}\frac{1}{R}$$
$$\frac{\Delta V_{C_o}}{V_o} = \frac{D}{C_2 f}\frac{1}{R}$$

1.6. Paso 6(Rizado de corriente)

Utilizando el balance de potencia se obtiene la siguiente expresión:

$$P_i = P_o$$
$$V_i I_i = V_o I_o$$
$$I_{L_1} = \frac{v_o}{v_i} I_o$$

Ahora bien para calcular el rizado del primer inductor se aplica la definición de rizado:

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta i_{L_1}}{I_{L1}} &= \frac{\frac{v_i DT}{L_1}}{\frac{v_o}{v_i} I_o} \\
&= \frac{v_i^2 DT}{v_o I_o L_1} \Big/ \frac{v_o}{v_i} = \frac{D}{(1-D)} \\
&= \frac{\frac{(1-D)^2}{D^2} v_o^2 DT}{v_o I_o L_1} \\
&= \frac{\frac{(1-D)^2}{\cancel{D^2}} v_{\cancel{o}}^{\cancel{2}} \cancel{D}T}{\cancel{v_o} I_o L_1} = \frac{(1-D)^2 v_o}{D I_o L_1 f} \\
&= \frac{(1-D)^2 \cancel{v_o}}{D \frac{\cancel{v_o}}{R} L_1 f} \\
&= \frac{(1-D)^2 R}{D L_1 f}
\end{aligned}$$

Se aplica el mismo método para el segundo inductor:

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta i_{L_2}}{I_{L_2}} &= \frac{\frac{v_i DT}{L_2}}{\frac{v_i}{v_o} I_i} \\
&= \frac{\cancel{v_i} v_o DT}{\cancel{v_i} I_i L_2} \\
&= \frac{DT}{L_2} \frac{v_o}{I_i} \Big/ I_i = \frac{D}{(1-D)} I_o \\
&= \frac{DT}{L_2} \frac{v_o}{I_o} \frac{(1-D)}{D} \\
&= \frac{\cancel{D}T}{L_2} \frac{v_o}{I_o} \frac{(1-D)}{\cancel{D}} \Big/ R = \frac{v_o}{I_o} \\
&= \frac{(1-D)R}{L_2 f}
\end{aligned}$$

1.7. Resumen de ecuaciones

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{D}{(1-D)}; V_{C_1} = V_i$$

Ripple de capacitores

$$\frac{\Delta V_{C_1}}{V_i} = \frac{D^2}{C_1 f R(1-D)}$$
$$\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{D}{C_2 f R}$$

Ripple de inductores

$$\frac{\Delta i_{L_1}}{I_{L_1}} = \frac{(1-D)^2 R}{D L_1 f}$$
$$\frac{\Delta i_{L_2}}{I_{L_2}} = \frac{(1-D) R}{L_2 f}$$

Corrientes en inductores

$$I_{L_{1max}} = v_o \left(\frac{D}{(1-D)} \frac{1}{R} + \frac{(1-D)}{2L_1 f} \right)$$
$$I_{L_{1min}} = v_o \left(\frac{D}{(1-D)} \frac{1}{R} - \frac{(1-D)}{2L_1 f} \right)$$
$$I_{L_{2max}} = v_o \left(\frac{1}{R} + \frac{(1-D)}{2L_2 f} \right)$$
$$I_{L_{2min}} = v_o \left(\frac{1}{R} - \frac{(1-D)}{2L_2 f} \right)$$

Inductancias mínimas

$$L_{1_{min}} = \frac{R(1-D)^2}{2fD}$$
$$L_{2_{min}} = \frac{(1-D)R}{2f}$$

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left(\frac{V_{cc}}{R}e^{-\frac{t}{RC}}\right)^2 dt}$$

2. Dinámica

$S_w = 1$

$$\begin{aligned}
\frac{di_{L_1}(t)}{dt} &= \frac{v_i}{L_1} \\
\frac{di_{L_2}(t)}{dt} &= \frac{v_{C_1}}{L_2} \\
\frac{dv_{C_1}(t)}{dt} &= -\frac{i_{L_2}(t)}{C_1} \\
\frac{dv_{C_2}(t)}{dt} &= -\frac{v_{C_2}}{R\cdot C_2}
\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i_{L_1}} \\ \dot{i_{L_2}} \\ \dot{v_{C_1}} \\ \dot{v_{C_2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{R\cdot C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v_i$$

$S_w = 0$

$$\begin{aligned}
\frac{di_{L_1}(t)}{dt} &= -\frac{1}{L_1}(v_{C_1} + v_{C_2}) + \frac{v_i}{L_1} \\
\frac{di_{L_2}(t)}{dt} &= -\frac{v_{C_2}}{L_2} \\
\frac{dv_{C_1}(t)}{dt} &= \frac{i_{L_1}}{C_1} \\
\frac{dv_{C_2}(t)}{dt} &= \frac{1}{C_2}(i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_2}}{R\cdot C_2}
\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i_{L_1}} \\ \dot{i_{L_2}} \\ \dot{v_{C_1}} \\ \dot{v_{C_2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L_1} & -\frac{1}{L_1} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_2} & \frac{1}{C_2} & 0 & -\frac{1}{R\cdot C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v_i$$

Calculando el modelo promedio del convertidor

$$\begin{aligned}
A &= A_{on}\cdot D + A_{off}(1-D) \\
B &= B_{on}\cdot D + B_{off}(1-D)
\end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{(1-D)}{L_1} & -\frac{(1-D)}{L_1} \\ 0 & 0 & \frac{D}{L_2} & -\frac{(1-D)}{L_2} \\ \frac{(1-D)}{C_1} & -\frac{D}{C_1} & 0 & 0 \\ \frac{(1-D)}{C_2} & \frac{(1-D)}{C_2} & 0 & -\frac{1}{R\cdot C_2} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$
\begin{aligned}
\frac{di_{L_1}(t)}{dt} &= -\frac{(1-D(t))}{L_1}v_{C_1}(t) - \frac{(1-D(t))}{L_1}v_{C_2}(t) + \frac{v_i(t)}{L_1} \\
\frac{di_{L_2}(t)}{dt} &= \frac{D(t)}{L_2}v_{C_1}(t) - \frac{(1-D(t))}{L_2}v_{C_2}(t) \\
\frac{dv_{C_1}(t)}{dt} &= \frac{(1-D(t))}{C_1}i_{L_1}(t) - \frac{D(t)}{C_1}i_{L_2}(t) \\
\frac{dv_{C_2}(t)}{dt} &= \frac{(1-D(t))}{C_2}i_{L_1}(t) + \frac{(1-D(t))}{C_2}i_{L_2}(t) - \frac{v_{C_2}(t)}{RC_{C_2}}
\end{aligned}
$$