

Analisis de convertidor SEPIC

Tomás Aguayo Briones

1 de octubre de 2025

1. Analisis de convertidor

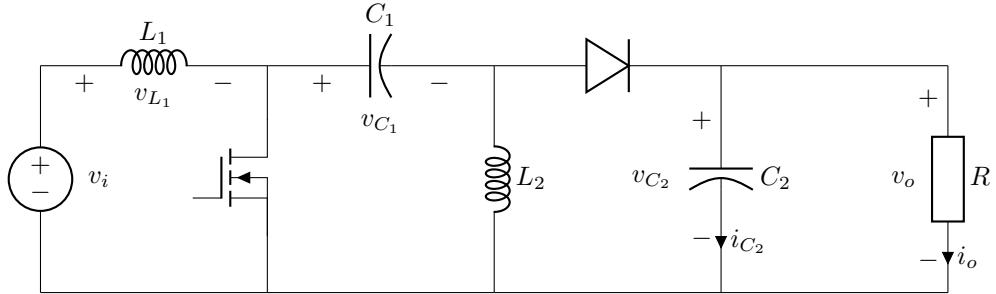


Figura 1: Convertidor SEPIC

1.1. Paso 1

Como primer paso se calculan las ecuaciones cuando $\mathbf{SW} = \mathbf{1}$.

$$v_{L_1} = v_i ; v_{C_1} = v_{L_2}$$

Ahora en el estado de $\mathbf{SW} = \mathbf{0}$.

$$v_i + v_{L_2} = v_{C_1} + v_{L_1} ; v_{L_2} = -v_o$$

1.2. Paso 2

Analizando primero \mathbf{L}_1 , en ambos estados:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_{L1on}}{dt} = v_i &\iff L_1 \frac{\Delta i_{L1on}}{DT} = v_i \iff \Delta i_{L1on} = \frac{v_i \cdot DT}{L_1} \\ v_{L1off} = v_i + v_{L_2} - v_{C_1} &\iff \frac{\Delta i_{L1off}}{(1-D)T} = v_i - v_o - v_{C_1} \iff \Delta i_{L1off} = (v_i - v_o - v_{C_1}) \frac{(1-D)T}{L_1} \end{aligned}$$

Ahora bien, en regimen permanente la corriente de la bobina en regimen permanente tiene que ser la misma en el inicio y el final del ciclo. Por lo que:

$$\begin{aligned} \Delta i_{L1on} + \Delta i_{L1off} &= 0 \\ \frac{v_i \cdot DT}{L_1} + (v_i - v_o - v_{C_1}) \frac{(1-D)T}{L_1} &= 0 / \cdot \frac{L_1}{(1-D)T} \\ \frac{v_i}{(1-D)} + v_i &= v_o + v_{C_1} \\ \frac{v_i}{(1-D)} &= v_o + v_{C_1} \end{aligned} \tag{1}$$

Se continua con **L₂**:

$$\begin{aligned} v_{L_{2on}} = v_{C_1} &\iff L_2 \frac{\Delta i_{L_{2on}}}{DT} = v_{C_1} \iff \Delta i_{L_{2on}} = \frac{v_{C_1} DT}{L_2} \\ v_{L_{2off}} = -v_o &\iff L_2 \frac{\Delta i_{L_{2off}}}{(1-D)T} = -v_o \iff \Delta i_{L_{2off}} = -\frac{v_o(1-D)T}{L_2} \end{aligned}$$

Mismo principio aplicado con el primer inductor, la corriente al inicio y al final del ciclo tiene que ser igual. Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \Delta i_{L_{2on}} + \Delta i_{L_{2off}} &= 0 \\ \frac{v_{C_1} DT}{L_2} - \frac{v_o(1-D)T}{L_2} &= 0 \Big/ \cdot \frac{L_2}{T} \\ v_{C_1} D - v_o(1-D) &= 0 \\ v_{C_1} D + v_o D - v_o &= 0 \\ v_o + v_{C_1} &= \frac{v_o}{D} \end{aligned} \tag{2}$$

Ahora bien, reemplazando Ecuación 1 en Ecuación 2, se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \frac{v_o}{D} &= \frac{v_i}{(1-D)} \\ \frac{v_o}{v_i} &= \frac{D}{(1-D)} \end{aligned} \tag{3}$$

1.3. Paso 3

Teniendo la relación entre la entrada y salida del convertidor, se reemplaza la Ecuación 3 en Ecuación 1, obteniendo lo siguiente:

$$\begin{aligned} v_i \frac{D}{(1-D)} + v_{C_1} &= \frac{v_i}{(1-D)} \\ v_i \frac{1-D}{(1-D)} &= v_{C_1} \\ v_i &= v_{C_1} \end{aligned}$$

De aquí se puede obtener que las variaciones de corriente en los inductores son:

$$\begin{aligned} \Delta i_{L_{1on}} &= \frac{v_i DT}{L_1}; \Delta i_{L_{1off}} = -\frac{v_o(1-D)T}{L_1} \\ \Delta i_{L_{2on}} &= \frac{v_i DT}{L_2}; \Delta i_{L_{2off}} = -\frac{v_o(1-D)T}{L_2} \end{aligned}$$

Nota: son todas la misma ecuación, usando Ecuación 3, se obtiene la misma expresión.

1.4. Paso 4(Inductancia mínima)

Ahora bien, en este convertidor, la bobina L_2 entrega la corriente (**se utilizará mayúscula para denotar promedios**) hacia la carga, por lo que:

$$I_{L_2} = \frac{V_o}{R}$$

Asumiendo que no hay perdidas en el convertidor y que la corriente de entrada es igual a la corriente en L_1 , el balance de potencia entrega:

$$\begin{aligned} P_i &= P_o \\ V_i \cdot I_i &= V_o \cdot I_o \\ I_i &= \frac{V_o}{V_i} \cdot I_o \\ I_i &= \frac{D}{(1-D)} I_o \\ I_{L_1} &= \frac{D}{(1-D)} I_{L_2} \end{aligned}$$

Ahora bien, para la bobina L_1 , se calculan los valores minimos y maximos de corriente. Asi se tiene:

$$\begin{aligned}
I_{L_{1max}} &= I_{L_1} + \frac{\Delta i_{L_1}}{2} \\
&= \frac{D}{(1-D)} I_{L_2} + \frac{v_o D T}{2L_1} / I_{L_2} = I_o = \frac{v_o}{R} \\
&= \frac{D}{(1-D)} \frac{v_o}{R} + \frac{v_o (1-D) T}{2L_1} \\
&= \frac{D}{(1-D)} \frac{v_o}{R} + \frac{v_o (1-D) T}{2L_1} \\
&= v_o \left(\frac{D}{(1-D)} \frac{1}{R} + \frac{(1-D)}{2L_1 f} \right) \\
I_{L_{1min}} &= I_{L_1} - \frac{\Delta i_{L_1}}{2} \\
&= v_o \left(\frac{D}{(1-D)} \frac{1}{R} - \frac{(1-D)}{2L_1 f} \right)
\end{aligned}$$

Para que el convertidor funcione en **CCM**, la corriente minima del inductor tiene que ser positiva, debido a que se trabajaria con corriente discontinua, haciendo que el analisis no describa al sistema, por lo que:

$$\begin{aligned}
0 &= v_o \left(\frac{D}{(1-D)} \frac{1}{R} - \frac{(1-D)}{2L_{1min} f} \right) \\
0 &= \frac{D}{(1-D)} \frac{1}{R} - \frac{(1-D)}{2L_{1min} f} \\
\frac{(1-D)}{2L_{1min} f} &= \frac{D}{(1-D)} \frac{1}{R} \\
L_{1min} f &= \frac{R(1-D)^2}{2D} \\
L_{1min} &= \frac{R(1-D)^2}{2fD}
\end{aligned}$$

A continuacion se realiza el mismo analisis para la bobina L_2 :

$$\begin{aligned}
I_{L_{2max}} &= I_{L_2} + \frac{\Delta i_{L_2}}{2} \\
&= \frac{v_o}{R} + \frac{v_o (1-D) T}{2L_2} \\
&= v_o \left(\frac{1}{R} + \frac{(1-D)}{2L_2 f} \right) \\
I_{L_{2min}} &= I_{L_2} + \frac{\Delta i_{L_2}}{2} \\
&= v_o \left(\frac{1}{R} - \frac{(1-D)}{2L_2 f} \right)
\end{aligned}$$

Misma logica que con el anterior inductor. Para que se mantenga en **CCM**, es necesario que la corriente minima sea positiva, por lo que:

$$\begin{aligned}
0 &= v_o \left(\frac{1}{R} - \frac{(1-D)}{2L_{2min} f} \right) \\
\frac{1}{R} &= \frac{(1-D)}{2L_{2min} f} \\
L_{2min} f &= \frac{(1-D)R}{2} \\
L_{2min} &= \frac{(1-D)R}{2f}
\end{aligned}$$

1.5. Paso 5(Rizado de Voltaje de capacitores)

Planteando las ecuaciones de nodos de los capacitores en $\mathbf{SW} = \mathbf{1}$ se obtiene que:

$$i_{C_1} = -i_{L_2}; i_{C_2} = -i_o$$

Con $\mathbf{SW} = \mathbf{0}$:

$$i_{C_1} = i_{L_1}; i_{C_2} = i_{L_1} + i_{L_2} - i_o$$

Para \mathbf{C}_1 , La capacitancia se define de la siguiente forma:

$$C_1 = \frac{Q}{V_{C_1}}$$

$$\Delta V_{C_1} = \frac{\Delta Q}{C_1}$$

Despreciando el ripple de corriente que ocurre en el inductor, se tiene:

$$\Delta V_{C_1} = \frac{I_o D T}{C_1} \iff \Delta V_{C_1} = \frac{I_o D}{C_1 f}$$

$$\Delta V_{C_1} = \frac{D}{C_1 f} \frac{V_o}{R}$$

$$\frac{\Delta V_{C_1}}{V_o} = \frac{D}{C_1 f} \frac{1}{R}$$

$$\frac{\Delta V_{C_1}}{V_i} = \frac{D^2}{C_1 f} \frac{1}{R} \frac{1}{(1-D)}$$

Aplicando el mismo método para \mathbf{C}_2 , se tiene que:

$$C_2 = \frac{Q}{V_{C_2}}$$

$$\Delta V_{C_2} = \frac{\Delta Q}{C_2}$$

$$\Delta V_{C_2} = \frac{I_o D T}{C_2}$$

$$\frac{\Delta V_{C_2}}{V_o} = \frac{D}{C_2 f} \frac{1}{R}$$

$$\frac{\Delta V_{C_o}}{V_o} = \frac{D}{C_2 f} \frac{1}{R}$$

1.6. Paso 6(Rizado de corriente)

Utilizando el balance de potencia se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} P_i &= P_o \\ V_i I_i &= V_o I_o \\ I_{L_1} &= \frac{v_o}{v_i} I_o \end{aligned}$$

Ahora bien para calcular el rizado del primer inductor se aplica la definición de rizado:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta i_{L_1}}{I_{L_1}} &= \frac{\frac{v_i D T}{L_1}}{\frac{v_o I_o}{v_i}} \\ &= \frac{\frac{v_i^2 D T}{v_o I_o L_1}}{\frac{v_o}{v_i}} = \frac{D}{(1-D)} \\ &= \frac{\frac{(1-D)^2}{D^2} v_o^2 D T}{v_o I_o L_1} \\ &= \frac{\frac{(1-D)^2}{D^2} v_o^2 D T}{\cancel{v_o} I_o L_1} = \frac{(1-D)^2 v_o}{D I_o L_1 f} \\ &= \frac{(1-D)^2 \cancel{v_o}}{D \cancel{v_o} \cancel{R} L_1 f} \\ &= \frac{(1-D)^2 R}{D L_1 f} \end{aligned}$$

Se aplica el mismo método para el segundo inductor:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta i_{L_2}}{I_{L_2}} &= \frac{\frac{v_i D T}{L_2}}{\frac{v_i}{v_o} I_i} \\ &= \frac{\cancel{v_i} v_o D T}{\cancel{v_i} I_i L_2} \\ &= \frac{D T}{L_2} \frac{v_o}{I_i} / I_i = \frac{D}{(1-D)} I_o \\ &= \frac{D T}{L_2} \frac{v_o}{I_o} \frac{(1-D)}{D} \\ &= \frac{\cancel{D T} v_o}{L_2} \frac{(1-D)}{\cancel{D}} / R = \frac{v_o}{I_o} \\ &= \frac{(1-D) R}{L_2 f} \end{aligned}$$

1.7. Resumen de ecuaciones

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{D}{(1-D)}; V_{C_1} = V_i$$

Ripple de capacitores

$$\begin{aligned}\frac{\Delta V_{C_1}}{V_i} &= \frac{D^2}{C_1 f R (1-D)} \\ \frac{\Delta V_o}{V_o} &= \frac{D}{C_2 f R}\end{aligned}$$

Ripple de inductores

$$\begin{aligned}\frac{\Delta i_{L_1}}{I_{L_1}} &= \frac{(1-D)^2 R}{D L_1 f} \\ \frac{\Delta i_{L_2}}{I_{L_2}} &= \frac{(1-D) R}{L_2 f}\end{aligned}$$

Corrientes en inductores

$$\begin{aligned}I_{L_{1max}} &= v_o \left(\frac{D}{(1-D)} \frac{1}{R} + \frac{(1-D)}{2L_1 f} \right) \\ I_{L_{1min}} &= v_o \left(\frac{D}{(1-D)} \frac{1}{R} - \frac{(1-D)}{2L_1 f} \right) \\ I_{L_{2max}} &= v_o \left(\frac{1}{R} + \frac{(1-D)}{2L_2 f} \right) \\ I_{L_{2min}} &= v_o \left(\frac{1}{R} - \frac{(1-D)}{2L_2 f} \right)\end{aligned}$$

Inductancias mínimas

$$\begin{aligned}L_{1_{min}} &= \frac{R(1-D)^2}{2fD} \\ L_{2_{min}} &= \frac{(1-D)R}{2f}\end{aligned}$$

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{V_{cc}}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \right)^2 dt}$$

2. Dinámica

$$S_w = 1$$

$$\begin{aligned}\frac{di_{L_1}(t)}{dt} &= \frac{v_i}{L_1} \\ \frac{di_{L_2}(t)}{dt} &= \frac{v_{C_1}}{L_2} \\ \frac{dv_{C_1}(t)}{dt} &= -\frac{i_{L_2}(t)}{C_1} \\ \frac{dv_{C_2}(t)}{dt} &= -\frac{v_{C_2}}{R \cdot C_2}\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{i}_{L_2} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{R \cdot C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v_i$$

$$S_w = 0$$

$$\begin{aligned}\frac{di_{L_1}(t)}{dt} &= -\frac{1}{L_1}(v_{C_1} + v_{C_2}) + \frac{v_i}{L_1} \\ \frac{di_{L_2}(t)}{dt} &= -\frac{v_{C_2}}{L_2} \\ \frac{dv_{C_1}(t)}{dt} &= \frac{i_{L_1}}{C_1} \\ \frac{dv_{C_2}(t)}{dt} &= \frac{1}{C_2}(i_{L_1} + i_{L_2}) - \frac{v_{C_2}}{R \cdot C_2}\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{i}_{L_2} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L_1} & -\frac{1}{L_1} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_2} & \frac{1}{C_2} & 0 & -\frac{1}{R \cdot C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v_i$$

Calculando el modelo promedio del convertidor

$$\begin{aligned}A &= A_{on} \cdot D + A_{off}(1 - D) \\ B &= B_{on} \cdot D + B_{off}(1 - D)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{(1-D)}{L_1} & -\frac{(1-D)}{L_1} \\ 0 & 0 & \frac{D}{L_2} & -\frac{(1-D)}{L_2} \\ \frac{(1-D)}{C_1} & -\frac{D}{C_1} & 0 & 0 \\ \frac{(1-D)}{C_2} & \frac{(1-D)}{C_2} & 0 & -\frac{1}{R \cdot C_2} \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{di_{L_1}(t)}{dt} &= -\frac{(1-D(t))}{L_1}v_{C_1}(t) - \frac{(1-D(t))}{L_1}v_{C_2}(t) + \frac{v_i(t)}{L_1} \\
\frac{di_{L_2}(t)}{dt} &= \frac{D(t)}{L_2}v_{C_1}(t) - \frac{(1-D(t))}{L_2}v_{C_2}(t) \\
\frac{dv_{C_1}(t)}{dt} &= \frac{(1-D(t))}{C_1}i_{L_1}(t) - \frac{D(t)}{C_1}i_{L_2}(t) \\
\frac{dv_{C_2}(t)}{dt} &= \frac{(1-D(t))}{C_2}i_{L_1}(t) + \frac{(1-D(t))}{C_2}i_{L_2}(t) - \frac{v_{C_2}(t)}{RC_{C_2}}
\end{aligned}$$