UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Facultad de Ciencias

Autor: Adrián Aguilera Moreno

Lógica Computacional

Semanal 4

Para cada uno de los ejercicios, **justifica ampliamente** tu respuesta.

1. Utilizándo resolución binaria, **verifica** si los siguientes argumentos son verdaderos o falsos:

   ·) $\{p \to q, \neg(q \wedge \neg r), r \to s\} \models p \to s$.

   ·) Si estudias Seguridad Informática y eres una persona antisocial, entonces eres un Hacker. Estudias Seguridad Informática pero no te gustan los videojuegos. Así que no eres una persona antisocial.

   ·) $\{p \to q, r \vee s, \neg s \to \neg t, \neg q \vee s, \neg s, \neg p \wedge r \to u, w \vee r\} \models u \wedge w$.

Solución: Abordemos el ejercicio por partes:

1. Veamos que

1.	$p \to q \equiv \neg p \vee q$	
2.	$\neg(q \wedge \neg r) \equiv \neg q \vee r$	
3.	$r \to s \equiv \neg r \vee s$	
4.	$\neg(p \to s) \equiv p \wedge \neg s$	Se niega el consecuente.
5.	p	por 4.
6.	$\neg s$	por 4.
7.	q	$\text{Res}(1,5)$.
8.	r	$\text{Res}(2,7)$.
9.	s	$\text{Res}(3,8)$.
10.	$\square$	$\text{Res}(6,9)$.

Como concluimos que se llega a una contradicción, entonces podemos asegurar que el conjunto no genera como conclusión a $\neg(p \to s)$, esto implica que si genere a $p \to s$ como conclusión.

$\therefore$ El argumento es correcto.

2. Definamos

p : estudias Seguridad Informática.
q : eres una persona antisocial.
r : eres hacker.
s : te gustan los videojuegos.

ahora, nuestro conjunto de proposiciones lógicas se resume en

$$\{p \wedge q \to r, p \wedge \neg s\} \models \neg q$$

Llamemos $\Gamma = \{p \wedge q \to r, p \wedge \neg s\}$, realizando resolución binaria tenemos que

1.	$p \wedge q \to r \equiv \neg(p \wedge q) \vee r \equiv \neg p \vee \neg q \vee r$	
2.	$p \wedge \neg s$	
3.	$\neg\neg q \equiv q$	Se niega el consecuente.
4.	p	por 2.
5.	$\neg s$	por 2.
6.	$\neg q \vee r$	$\text{Res}(1,4)$.
7.	r	$\text{Res}(3,6)$.

Observemos que llegamos a una proposición y no a una contradicción (o al vacio), además ya no podemos seguir haciendo resolución binaria, esto es consecuencia directa de que $\Gamma \cup \{q\}$ es satisfacible (pueden coexistir). Lo anterior indica que $\neg q$ no es un modelo (no debe ser conclusión) para Γ, así concluimos que

$$\therefore \quad \text{El argumento es falso.}$$

3. Veamos que

1.	$p \to q \equiv \neg p \lor q$	
2.	$r \lor s$	
3.	$\neg s \to \neg t \equiv s \lor \neg t$	
4.	$\neg q \lor s$	
5.	$\neg s$	
6.	$\neg p \land r \to u \equiv \neg(\neg p \land r) \lor u \equiv p \lor \neg r \lor u$	
7.	$w \lor t$	
8.	$\neg(u \land w) \equiv \neg u \lor \neg w$	Se niega el consecuente.
9.	r	$\text{Res}(2, 5)$.
10.	$\neg t$	$\text{Res}(3, 5)$.
11.	$\neg q$	$\text{Res}(4, 5)$.
12.	$\neg p$	$\text{Res}(1, 11)$.
13.	$p \lor u$	$\text{Res}(6, 9)$.
14.	$\neg r \lor u$	$\text{Res}(6, 12)$.
15.	w	$\text{Res}(7, 10)$.
14.	$\neg u$	$\text{Res}(8, 15)$.
15.	u	$\text{Res}(9, 14)$.
16.	$\square$	$\text{Res}(14, 15)$.

como concluimos que

$$\{p \to q, r \lor s, \neg s \to \neg t, \neg q \lor s, \neg s, \neg p \land r \to u, w \lor r\} \cup \{\neg(u \land w)\}$$

es una contradicción, entonces se sigue que

$$\therefore \quad \text{El argumento es correcto.}$$

$\square$