UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Facultad de Ciencias

Autor: Adrián Aguilera Moreno

Lógica Computacional

Semanal 9

Para cada uno de los siguientes ejercicios, **justifica ampliamente** tu respuesta.

1. **Decide** si los siguientes conjuntos son unificables, aplicando paso a paso el algoritmo de Martelli-Montanari.

- $W = \{Q\big(a, x, g(a, b, c)\big), Q\big(a, f(x), g(a, b, y)\big), Q\big(a, f(f(w)\big), g(a, x, g(c, b, a)\big)\}$

Solución: Ejecutando el algoritmo de **Martelli-Montanari**, tenemos que

I.

$$\{Q\big(a, x, g(a, b, c)\big) = Q\big(a, f(f(w)), g(a, x, g(c, b, a))\big)\} \tag{1}$$
$$\{a = a, x = f(f(w)), g(a, b, c) = g(a, x, g(c, b, a))\} \tag{2}$$
$$\{x = f(f(w)), g(a, b, c) = g(a, x, g(c, b, a))\} \tag{3}$$
$$\{f(f(w)) = f(f(w)), g(a, b, c) = g(a, x, g(c, b, a))\} \tag{4}$$
$$\{f(w) = f(w), g(a, b, c) = g(a, f(f(w)), g(c, b, a))\} \tag{5}$$
$$\{w = w, g(a, b, c) = g(a, f(f(w)), g(c, b, a))\} \tag{6}$$
$$\{g(a, b, c) = g(a, f(f(w)), g(c, b, a))\} \tag{7}$$
$$\{a = a, b = f(f(w)), c = g(c, b, a)\} \tag{8}$$
$$\{b = f(f(w)), c = g(c, b, a)\} \tag{9}$$
$$\{f(f(w)) = b, c = g(c, b, a)\} \tag{10}$$
$$\square \tag{11}$$

2. Descomposición.
3. Eliminación.
4. Sustitución $[x := f(f(w))]$.
5. Descomposición.
6. Descomposición.
7. Eliminación.
8. Descomposición.
9. Eliminación.
10. Swap.
11. Descomposición fállida.

$$\therefore\ W \text{ no es unificable.}$$

$\square$

- $W = \{P\big(x, f(y)\big), P\big(g(y,a), f(b)\big), P\big(g(b,z), w\big)\}$

  Solución: Ejecutando el algoritmo de **Martelli-Montanari**, tenemos que

  I.

$$\begin{array}{cc}
\{P\big(g(y,a), f(b)\big) = P\big(g(b,z), w\big)\} & \\
\{g(y,a) = g(b,z), f(b) = w\} & \text{Descomposición.} \\
\{y = b, a = z, f(b) = w\} & \text{Descomposición.} \\
\{b = b, a = z, f(b) = w\} & \text{Sustitución } [y := b]. \\
\{a = z, f(b) = w\} & \text{Eliminación.} \\
\{z = a, f(b) = w\} & \text{Swap.} \\
\{a = a, f(b) = w\} & \text{Sustitución } [z := a]. \\
\{f(b) = w\} & \text{Eliminación.} \\
\{f(b) = f(b)\} & \text{Sustitución } [w := f(b)]. \\
\{b = b\} & \text{Descomposición.} \\
\emptyset & \text{Eliminación.}
\end{array}$$

$$\therefore \quad \mu_1 = [y := b][z := a][w := f(b)].$$

  II. Aplicamos la sustitución a W[1] la sustitución μ_1. Así,

$$\Rightarrow W\mu_1 = W' = \{P(x, f(b)), P(g(b,a), f(b))\}.$$

  III.

$$\begin{array}{cc}
\{P\big(x, f(b)\big) = P\big(g(b,a), f(b)\big)\} & \\
\{x = g(b,a), f(b) = f(b)\} & \text{Descomposición.} \\
\{g(b,a) = g(b,a), f(b) = f(b)\} & \text{Sustitución } [x := g(b,a)]. \\
\{b = b, a = a, f(b) = f(b)\} & \text{Descomposición.} \\
\{a = a, f(b) = f(b)\} & \text{Eliminación.} \\
\{f(b) = f(b)\} & \text{Eliminación.} \\
\{b = b\} & \text{Descomposición.} \\
\emptyset & \text{Eliminación.}
\end{array}$$

$$\therefore \quad \text{W es unificable.}$$

$$\therefore \quad \mu = \mu_1[x := g(b,a)] \text{ es el } \textbf{UMG} \text{ (la composición de las sustituciones) de } W.$$

□

[1] Nótese que al ser un conjunto, este no admite elementos repetidos.

2. Usando el algoritmo de unificación de Martelli-Montanari, encuentra para el siguiente conjunto de expresiones el **umg**, y si no tiene, explica por qué. Indica la regla que se utiliza en cada paso del algoritmo.

$$E = \{S\big(f(z), x, g(h(a,b)), g(c)\big), S\big(f(g(y)), z, w, g(y)\big), S\big(u, v, w, z\big)\}$$

Solución: Ejecutando el algoritmo de **Martelli-Montanari**, tenemos que
I.

$$\begin{array}{cc}
\{S\big(f(z), x, g(h(a,b)), g(c)\big) = S\big(u, v, w, z\big)\} & \\
\{f(z) = u, x = v, g(h(a,b)) = w, g(c) = z\} & \text{Descomposición.} \\
\{u = f(z), x = v, g(h(a,b)) = w, g(c) = z\} & \text{Swap.} \\
\{f(z) = f(z), x = v, g(h(a,b)) = w, g(c) = z\} & \text{Sustitución } [u := f(z)]. \\
\{z = z, x = v, g(h(a,b)) = w, g(c) = z\} & \text{Descomposición.} \\
\{x = v, g(h(a,b)) = w, g(c) = z\} & \text{Eliminación.} \\
\{v = v, g(h(a,b)) = w, g(c) = z\} & \text{Sustitución } [x := v]. \\
\{g(h(a,b)) = w, g(c) = z\} & \text{Eliminación.} \\
\{w = g(h(a,b)), g(c) = z\} & \text{Swap.} \\
\{g(h(a,b)) = g(h(a,b)), g(c) = z\} & \text{Sustitución } [w := g(h(a,b))]. \\
\{h(a,b) = h(a,b), g(c) = z\} & \text{Descomposición.} \\
\{a = a, b = b, g(c) = z\} & \text{Descomposición.} \\
\{b = b, g(c) = z\} & \text{Eliminación.} \\
\{g(c) = z\} & \text{Eliminación.} \\
\{z = g(c)\} & \text{Swap.} \\
\{g(c) = g(c)\} & \text{Sustitución } [z := g(c)]. \\
\{c = c\} & \text{Descomposición.} \\
\emptyset & \text{Eliminación.}
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\therefore \quad \sigma_1 & = & [u := f(z)][x := v][w := g(h(a,b))][z := g(c)] \\
 & = & [u, x, w, z := f(g(c)), v, g(h(a,b)), g(c)].
\end{array}$$

II. Aplicamos la sustitución a E la sustitución σ_1 . Así,

$$\begin{array}{rcl}
\Rightarrow E\sigma_1 & = & E' \\
 & = & \{S\big(f(g(c)), v, g(h(a,b)), g(c)\big) = S\big(f(g(y), g(c), g(h(a,b))), g(y)\big)\}
\end{array}$$

III.

$$\{S\big(f(g(c)), v, g(h(a,b)), g(c)\big) = S\big(f(g(y)), g(c), g(h(a,b))), g(y)\big)\} \tag{1}$$
$$\{f(g(c)) = f(g(y)), v = g(c), g(h(a,b)) = g(h(a,b))), g(c) = g(y)\} \tag{2}$$
$$\{g(c) = g(y), v = g(c), g(h(a,b)) = g(h(a,b))), g(c) = g(y)\} \tag{3}$$
$$\{c = y, v = g(c), g(h(a,b)) = g(h(a,b))), g(c) = g(y)\} \tag{4}$$
$$\{y = c, v = g(c), g(h(a,b)) = g(h(a,b))), g(c) = g(y)\} \tag{5}$$
$$\{c = c, v = g(c), g(h(a,b)) = g(h(a,b))), g(c) = g(y)\} \tag{6}$$
$$\{v = g(c), g(h(a,b)) = g(h(a,b))), g(c) = g(y)\} \tag{7}$$
$$\{g(c) = g(c), g(h(a,b)) = g(h(a,b))), g(c) = g(y)\} \tag{8}$$
$$\{c = c, g(h(a,b)) = g(h(a,b))), g(c) = g(c)\} \tag{9}$$
$$\{g(h(a,b)) = g(h(a,b))), g(c) = g(c)\} \tag{10}$$
$$\{h(a,b) = h(a,b)), g(c) = g(c)\} \tag{11}$$
$$\{a = a, b = b, g(c) = g(c)\} \tag{12}$$
$$\{b = b, g(c) = g(c)\} \tag{13}$$
$$\{g(c) = g(c)\} \tag{14}$$
$$\{c = c\} \tag{15}$$
$$\emptyset \tag{16}$$

2. Descomposición.
3. Descomposición.
4. Descomposición.
5. Swap.
6. Sustitución $[y := c]$.
7. Eliminación.
8. Sustitución $[v := g(c)]$.
9. Descomposición.
10. Eliminación.
11. Descomposición.
12. Descomposición.
13. Eliminación.
14. Eliminación.
15. Descomposición.
16. Eliminación.

$$\therefore \; W \text{ es unificable.}$$

$$\begin{aligned}
\sigma &= \sigma_1[y := c][v := g(c)] \\
&= [u, x, w, z := f(g(c)), v, g(h(a,b)), g(c)][y := c][v := g(c)] \\
&= [u, x, w, z, y, v := f(g(c)), g(c), g(h(a,b)), g(c), c, g(c)].
\end{aligned}$$

Se obvia que σ es el UMG. Pues, cualquier sustitución extra funge como identidad y se cumple que para alguna sustitución τ sucede que $\sigma\tau = \sigma$.
Además, el algoritmo de unificación de Martelli-Montanari nos garantiza que regresa el unificador más general. $\square$