

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MÉXICO

Facultad de Ciencias

Autores:

Fernanda Villafán Flores

Fernando Alvarado Palacios

Adrián Aguilera Moreno



Gráficas y Juegos

Tarea 8

- Sean G una gráfica conexa y $e \in E$. Demuestre que
 - e está en cada árbol generador de G si y sólo si e es un puente de G ;
 - e no está en árbol generador alguno de G si y sólo si e es un lazo.
- Modifique el algoritmo BFS para que regrese una bipartición de la gráfica (si la gráfica es bipartita) o un ciclo impar (si la gráfica no es bipartita).

Demostración: Para este ejercicio recordemos un resultado visto en clase,

Nota. Los ciclos de longitud impar son obstrucción mínima de las gráficas bipartitas.

□

- Describa un algoritmo basado en BFS para encontrar el ciclo impar más corto en una gráfica.
- Sea G una gráfica con conjunto de bloques B y conjunto de vértices de corte C . La *gráfica de bloques y cortes* de G , denotada por $B_C(G)$, esta definida por $V_{B_C(G)} = B \cup C$ y si $u, v \in V_{B_C(G)}$, entonces $uv \in E_{B_C(G)}$ si y sólo si $u \in B$, $v \in C$ y v es un vértice de u . Demuestre que $B_C(G)$ es un árbol.
- Describa un algoritmo para encontrar un bosque generador en una gráfica arbitraria (no necesariamente conexa).
- Una *gráfica de Moore de diámetro d* es una gráfica regular de diámetro d y cuello $2d + 1$. Demuestre que si G es una gráfica de Moore, entonces todos los árboles de BFS de G son isomorfos.

Puntos Extra

- Sea G una gráfica conexa en la que todo árbol de DFS es una trayectoria hamiltoniana (con la raíz en uno de los extremos). Demuestre que G es un ciclo, una gráfica completa, o una gráfica bipartita completa en la que ambas partes tienen el mismo número de vértices.
- Modifique BFS para que sea recursivo en lugar de iterativo.
- Modifique DFS para que sea recursivo en lugar de iterativo.
- Modifique al algoritmo BFS para que:
 - Reciba una gráfica no necesariamente conexa con dos vértices distinguidos r y t .
 - El algoritmo empiece en r , y termine cuando encuentre al vértice t , en cuyo caso lo regresa, junto con una trayectoria de longitud mínima de r a t , o cuando decida que el vértice t no puede ser alcanzado desde r , en cuyo caso regresa el valor **false**.
 - El primer paso dentro del loop de **while** sea **eliminar** la cabeza de la cola.