

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MÉXICO

Facultad de Ciencias

Autores:

Fernanda Villafán Flores

Fernando Alvarado Palacios

Adrián Aguilera Moreno



Gráficas y Juegos

Tarea 3

1. Demuestre que si $e \in E$, entonces $c(G) \leq c(G - e) \leq c(G) + 1$.
2. Una gráfica es *escindible completa* si su conjunto de vértices admite una partición (S, K) de tal forma que S es un conjunto independiente, K es un clan, y cada vértice en S es adyacente a cada vértice en K . Demuestre que una gráfica es escindible completa si y sólo si no contiene a C_4 ni a \overline{P}_3 como subgráfica inducida.
3. (a) Demuestre que si $|E| > \binom{|V|-1}{2}$, entonces G es conexa.
(b) Para $|V| > 1$ encuentre una gráfica inconexa con $|E| = \binom{|V|-1}{2}$.
4. (a) Demuestre que si $\delta > \lfloor \frac{|V|}{2} \rfloor - 1$, entonces G es conexa.
(b) Para $|V|$ par encuentre una gráfica $(\lfloor \frac{|V|}{2} \rfloor - 1)$ -regular e inconexa.
5. Demuestre que si D no tiene lazos y $\delta^+ \geq 1$, entonces D contiene un ciclo dirigido de longitud al menos $\delta^+ + 1$.

Puntos Extra

1. Demuestre que el número de $v_i v_j$ -camino de longitud k en G es $(A^k)_{ij}$ donde A es la matriz de adyacencia de G .
2. Sea G una gráfica bipartita de grado máximo k . Demuestre que existe una gráfica bipartita k -regular, H , que contiene a G como subgráfica inducida.