

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MÉXICO

Facultad de Ciencias

Autores:

Fernanda Villafán Flores

Fernando Alvarado Palacios

Adrián Aguilera Moreno



Gráficas y Juegos

Tarea 5

1. Demuestre que si G es simple y 3-regular, entonces $\kappa = \kappa'$.
2. Demuestre que una gráfica es 2-conexa por aristas si y sólo si cualesquiera dos vértices están conectados por al menos dos trayectorias ajenas por aristas.
3. Demuestre que si G no tiene ciclos pares, entonces cada bloque de G es K_1 , K_2 o un ciclo impar.
4. Sea G una gráfica 2-conexa y sean X y Y subconjuntos ajenos de V , cada uno con al menos dos vértices. Demuestre que G contiene trayectorias ajenas P y Q tales que
 - (a) Los vértices iniciales de P y Q pertenecen a X .
 - (b) Los vértices finales de P y Q pertenecen a Y .
 - (c) Ningún vértice interno de P o Q pertenece a $X \cup Y$.
5. Sea G una gráfica conexa con al menos 3 vértices. Demuestre que los siguientes enunciados son equivalentes.
 - (a) G es un bloque.
 - (b) Entre cualesquiera dos vértices distintos existen dos trayectorias internamente ajenas.
 - (c) Para cualesquiera dos vértices de G existe un ciclo que los contiene.
 - (d) Para cualquier vértice y cualquier arista de G existe un ciclo que los contiene.
 - (e) Para cualesquiera dos aristas de G existe un ciclo que los contiene.
 - (f) Dados dos vértices $u, v \in V(G)$ y una arista $e \in E(G)$, existe una uv -trayectoria que pasa por e .
 - (g) Para cualesquiera tres vértices distintos de G , existe una trayectoria que une a cualesquiera dos de ellos y que pasa por el tercero.
 - (h) Para cualesquiera tres vértices distintos de G , existe una trayectoria que une a cualesquiera dos de ellos que no pasa por el tercero.