

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MÉXICO

Facultad de Ciencias

Autores: Fernanda Villafán Flores
Fernando Alvarado
Adrián Aguilera Moreno



Gráficas y Juegos

Tarea 1

1. Sea n un entero, $n \geq 3$. Demuestre que existe un único n -ciclo, salvo isomorfismo.
2. De un ejemplo de tres gráficas del mismo orden, mismo tamaño y misma sucesión de grados tales que cualesquiera dos de dichas gráficas no sean isomorfas, al menos una de ellas sea conexa, y al menos una sea inconexa.
3. Sea D una digráfica. Demuestre que

$$\sum_{v \in V_D} d^+(v) = \sum_{v \in V_D} d^-(v) = |A_D|.$$

4. Sea n un entero positivo. Definimos a la *Retícula Booleana*, BL_n , como la gráfica cuyo conjunto de vértices es el conjunto de todos los posibles subconjuntos de $\{1, \dots, n\}$, donde dos subconjuntos X y Y son adyacentes si y sólo si su diferencia simétrica tiene exactamente un elemento.
 - (a) Dibuje BL_1, BL_2, BL_3 y BL_4 .
 - (b) Determine $|V_{BL_n}|$ y $|E_{BL_n}|$. (Justifique su respuesta.)
 - (c) Demuestre que BL_n es bipartita para cualquier $n \in \mathbb{Z}^+$.
5. Sea $G[X, Y]$ una gráfica bipartita.
 - (a) Demuestre que $\sum_{v \in X} d(v) = \sum_{v \in Y} d(v)$.
 - (b) Demuestre que si G es k -regular, con $k \geq 1$, entonces $|X| = |Y|$.

Puntos Extra

1. Sea $G = [X, Y]$ una gráfica bipartita con $|X| = r$ y $|Y| = s$.
 - (a) Demuestre que $|E| \leq rs$.
 - (b) Deduzca que $|E| \leq \frac{|V|^2}{4}$.
 - (c) Describa a las gráficas bipartitas que cumplen la igualdad en el inciso anterior. Justifique su respuesta.