Ülesanne 1: Mitu bitti informatsiooni edastab sõnum *m*, mille esinemise tõenäosus on $p(m) = 1{,}95 \cdot 10^{-3}$?

Sõnumis sisalduv informatsioonihulk on pöördvõrdeline sõnumi esinemise tõenäosusega:

$$I(m) = \log_2\left(\frac{1}{p(m)}\right) = -\log_2\left[p(m)\right] = -\log_2(1{,}95 \cdot 10^{-3}) = 9\text{bitti}$$

Vastus: Sõnum *m* sisaldab 9 bitti informatsiooni.

Ülesanne 2: Mitu bitti informatsiooni sisaldab üks monokromaatiline CIF formaadis videokaader, kui iga piksel salvestatakse ühe baidise kahendarvuna?

CIF (*Common Intermediate Format*) kaadri resolutsioon on 352x240 pildipunkti ehk pikslit (loen õigeks ka 352x288). Seega on ühes kaadris kokku 352·240 = 84480 pikslit. Kuna iga pildipunkt sisaldab ühe baidi, ehk kaheksa bitti informatsiooni, seega on ühes kaadris 84480 baiti ehk 84480·8 = 675840 bitti informatsiooni.

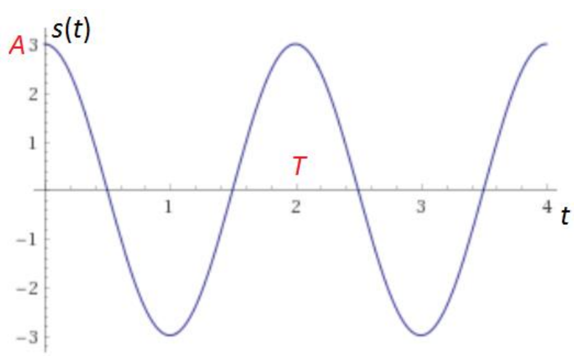
Vastus: Üks kaader sisaldab 675840 bitti informatsiooni.

Ülesanne 3: Skitseeri paberile järgmised signaalid

$s(t) = 3 \cdot \cos(\pi t)$ $\quad$ $s(t) = 0{,}4 \cdot \sin(2\pi t + \pi)$ $\quad$ $s(t) = -1{,}2 \cdot \cos(3\pi t)$

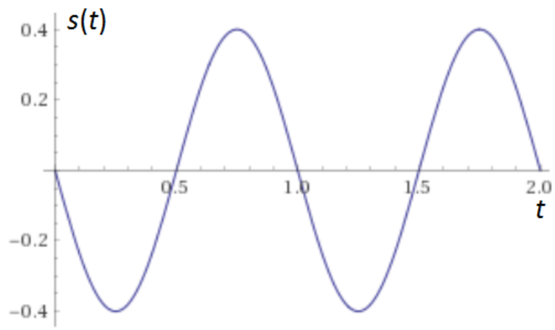
Harmoonilise signaali avaldis üldkujul on järgmine: $s(t) = A \cdot \sin(2\pi ft + \varphi)$. *A* on signaali amplituud, ehk signaali maksimaalne kõrvalekalle keskväärtusest. Sagedus *f* näitab võngete arvu ühes sekundis ja algfaas φ määrab, et millise on signaali väärtus alghetkel $t = 0$. Joonise skitseerimine on palju lihtsam, kui sageduse asemel kasutada viimase pöördväärtust: signaali perioodi $T = 1/f$. Periood *T* on ühe võnke kestus ajaühikutes.

Analüüsime näitena esimest signaali $s(t) = 3 \cdot \cos(\pi t)$. Esimese asjana on lihtne näha, et võnkumise amplituud on $A = 3$. Teisena näeme, et tegemist on koosinusega, mis tähendab, et signaali väärtus ajahetkel $t = 0$ on maksimaalne, võrdudes amplituudiga A ning hakkab sellest hetkest edasi kahanema. Viimasena leiame võnkumise sageduse ja perioodi. Üldkujust teame, et aja *t* kordaja on $2\pi f$, meie konkreetse signaali korral on $2\pi f = \pi$, millest saame avalda sageduse väärtuse $f = 1/2$Hz. Viimase pöördväärtus ehk periood on seega $T = 1/f = 2$s. Analüüsitud signaali graafik on toodud joonisel 3.1.



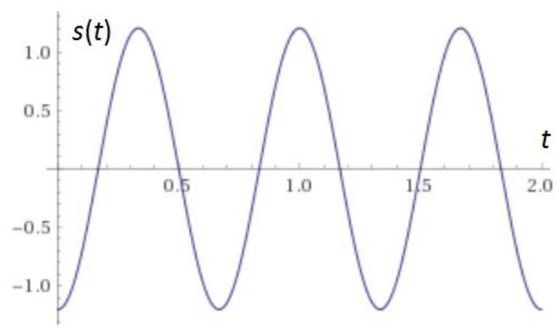
Joonis 3.1. Koosinussignaali graafik

Teise signaali $s(t) = 0{,}4\cdot\sin(2\pi t+\pi)$ korral näeme, et amplituud $A = 0{,}4$ ja sagedus $f = 1$Hz. Viimasest saame järeldada, et signaali periood on $T = 1$s. Signaali kirjeldavaks funktsiooniks on seekord siinus, kuid näeme, et algfaas ei ole null vaid π radiaani (180°). Seega algab võnkumine ajahetkel $t = 0$ küll nullist, aga sealt alates hakkab hoopis kahanema, mitte kasvama (vt joonis 3.2).



Joonis 3.2. Teise signaali graafik

Kolmanda signaali $s(t) = -1{,}2\cdot\cos(3\pi t)$ amplituud on $A = 1{,}2$. Siinkohal on oluline rõhutada, et definitsiooni kohaselt on amplituud positiivne suurus! Sageduseks f saame 1,5Hz ja perioodiks seega $T = 2/3$s. Järgnevalt tegeleme signaali avaldise ees oleva miinusmärgiga. Miinus ühega läbikorrutamine on harmoonilise signaali seisukohast ekvivalentne π radiaani (180°) suuruse faasinihkega: $-1\cdot\cos(t) = \cos(t+\pi)$. Seega võime meie avaldise ümber kirjutada kujule $s(t) = -1{,}2\cdot\cos(3\pi t) = 1{,}2\cdot\cos(3\pi t+\pi)$. Soovi korral võime veel arvesse võtta siinuse ka koosinuse vahelist faasinihet π/2 (90°) ja kirjutada meie kolmanda signaali välja üldkujul $s(t) = 1{,}2\cdot\sin(3\pi t + 3\pi/2)$. Sellisel juhul on meil teada ka algfaasi φ väärtus 1,5π. Kolmanda signaali graafik on toodud joonisel 3.3.



Joonis 3.3. Kolmanda signaali graafik

Ülesanne 4: Muusika salvestamisel CD plaadile on kasutatav dünaamiline diapasoon, ehk kõige valjema ja kõige vaiksema helivõimsuse suhe, mida saa veel plaadile salvestada, 96dB. Mitu korda on kõige valjem heli kõige vaiksemast tugevam?

Dünaamiline diapasoon D on kahe võimsuse P_{max} ja P_{min} suhe, mis on logaritmiliselt väljendatud kujul:

$$D = 10\log\left(\frac{P_{\max}}{P_{\min}}\right)[dB].$$

Selleks, et leida antud suhet absoluutarvudes tuleb viimasest valemist avaldada meile huvipakkuv suhe. Selleks jagame esmalt avaldise mõlemad pooled kümnega läbi saades:

$$\frac{D}{10} = \log\left(\frac{P_{\max}}{P_{\min}}\right).$$

Seejärel tõstame avaldise mõlemad pooled kümne astendajaks

$$10^{\frac{D}{10}} = 10^{\log\left(\frac{P_{\max}}{P_{\min}}\right)}.$$

Kuna kümnendlogaritm on kümne astmele tõstmise pöördfunktsioon siis saamegi lõpptulemuse kujul:

$$\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = 10^{\frac{D}{10}}.$$

Meie konkreetsel juhul saame

$$\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = 10^{\frac{96}{10}} = 10^{9,6} = 3,98 \cdot 10^{9}.$$

Vastus: Kõige valjem heli on kõige vaiksemast tugevam ligikaudu neli miljardit korda ($3{,}98 \cdot 10^9$).

Ülesanne 5: Arvuta ühe kolmandas ülesandes antud signaali võimsus *P*.

Võtame ülesande lahendamise aluseks harmoonilise signaali üldkuju: $s(t) = A \cdot \sin(2\pi ft + \varphi)$. Signaali $s(t)$ võimsuse avaldis on:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T |s(t)|^2 \, dt.$$

Kuna antud ülesandes on signaali $s(t)$ väärtused reaalarvulised ,siis saab võimsuse avaldisest kompleksarvu moodulileidmise ära jätta. Asetades meie signaali üldkuju võimsuse avaldisse saame

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T [A \cdot \sin(2\pi ft + \varphi)]^2 \, dt.$$

Amplituudi A , kui konstandi saame tuua integraalimärgi ette. Kasutades trigonomeetria abivalemit $\sin^2(x) = (1-\cos(2x))/2$ saame meie võimsuse avaldise viia lahendamiseks sobivale kujule

$$P = \frac{A^2}{2T}\int_0^T [1 - \cos(4\pi ft + 2\varphi)] dt.$$

Kuna integraal on lineaarne operaator, siis saame integraalialustest liidetavatest eraldi integraalid arvutada ja pärast tulemused kokku liita.

$$P = \frac{A^2}{2T}\int_0^T 1 dt - \frac{A^2}{2T}\int_0^T \cos(4\pi ft + 2\varphi) dt.$$

Järgnevalt saame leida integraalid:

$$P = \frac{A^2}{2T} t \Big|_0^T - \frac{A^2}{8\pi f T} \sin\left(4\pi f t + 2\varphi\right)\Big|_0^T = \frac{A^2}{2T}\left(T - 0\right) - \frac{A^2}{8\pi}\left[\sin(4\pi + 2\varphi) - \sin(2\varphi)\right].$$

Kuna siinus on perioodiline signaal perioodiga 2π, siis sin(4π+x)-sin(x) =0 ja seega lõpptulemuseks saame:

$$P = \frac{A^2}{2}.$$

Näeme, et harmoonilise signaali võimsus ei sõltu signaali sagedusest, ega algfaasist vaid on võrdne poolega amplituudi ruudust. Seega esimese signaali amplituud on 3 ning tema võimsus seega $3^2/2=$ 4,5W.

Vastus: Kolme signaali võimsused on vastavalt 4,5W; 0,08W ja 0,72W.

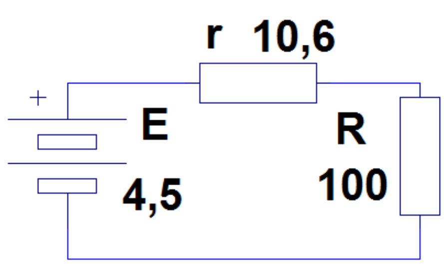
Ülesanne 6: CAT-5 kaablis kasutatava (ühe) juhtme takistus on 0,053Ω meetri kohta. Kui suur on maksimaalne keerdpaari kogutakistus 10BASE-T Etherneti võrguühenduse korral?

10BASE-T kaabli maksimaalne pikkus on üldjuhul 100m. Üks keerdpaar koosneb kahest juhtmest, seega keerdpaari maksimaalne pikkus on 2·100m. Ühe meetri takistus on 0,053Ω, seega 200m kogutakistus on 200·0,053 = 10,6Ω.

Vastus: Keerdpaari maksimaalne kogutakistus on 10,6Ω

Ülesanne 7: Kui eelmises ülesandes kirjeldatud kaabli ühes otsas on 100Ω terminaator ja teise otsa anda 4,5V alalispinge, siis kui suur pinge tekib terminaatori otstel?

Kaabli kogutakistuseks saime eelmises ülesandes r = 10,6Ω. Käesolevat ülesannet illustreeriv aseskeem on kujutatud joonisel 7.1. Näeme, et meie kaabliga on jadamisi ühes kaabli otsas olev 100Ω takistusega terminaator R ja teises kaabli otsas olev alalispinge allikas elektromotoorjõuga E =4,5V.



Joonis 7.1 Aseskeem

Vastavalt Oomi seadusele on antud ahelas tekkiv voolutugevus

$$I = \frac{E}{R + r}.$$

Antud voolutugevuse I juures tekib terminaatori otstel pingelang

$$U_R = I \cdot R = \frac{ER}{R+r} = \frac{4{,}5 \cdot 100}{100+10{,}6} = 4{,}07V$$

Vastus: Terminaatori otstel tekib pinge 4,07V.

Ülesanne 8: Sumbumus koaksiaalkaablis on 6dB 100 meetri kohta. Mitu korda nõrgem on 150m pikkuse kaabli väljundsignaali võimsus sisendsignaali omast?

Kui sumbumus 100m kohta on 6dB, siis 150 meetri kohta on sumbumus

$$L = \frac{150}{100} 6 = 9\mathrm{dB}.$$

Sumbumus näitab mitme dB võrra on kaabli väljundsignaali $P_{välj}$ võimsus väiksem sisendsignaali omast P_{sis} :

$$L = 10 \log\left(\frac{P_{sis}}{P_{välj}}\right)[dB].$$

Seega sumbumus kordades (täpsem lahenduskäik ülesande 4 juures) on

$$\frac{P_{sis}}{P_{välj}} = 10^{\frac{L}{10}} = 10^{0.9} = 7{,}94.$$

Vastus: 150m pikkuse kabli väljundis on signaali võimsus 7,94 korda väiksem, kui sisendis.

Ülesanne 9: Kui suur on kõige pikema ja lühema leviteekonna pikkuste erinevus järgmiste parameetritega valguskaablis: südamiku läbimõõt 125µm ja murdumisnäitaja 1,54. Ümbrise murdumisnäitaja on 1,2.

Joonisel 1.7 on kujutatud valguskaabli ristlõige. Kaabli südamikul (joonisel valge) on murdumisnäitaja n_1 =1,54 ja südamiku ümbrisel (*cladding*), mida joonisel on kujutatud halliga, on väiksem murdumisnäitaja n_2 = 1,2.

Ilmselgelt on kõige lühem võimalik tee ühest kaabli otsast teise kaabli teljega paralleelne sirge. Sellise teekonna pikkus on võrdne kaabli pikkusega.

Juhul, kui valgus langeb kaabli otsale telje suhtes nullist suurema nurga all, on esimese levitee siksaki kujuline. Sellisel juhul hakkab teepikkus sõltuma nurgast θ, mille all valgus südamiku ümbrisele langeb. Selleks, et valgus liiguks pikki kaabli pikkus edasi l meetrit peab ta kaablis endas läbima $x = l/\sin(\theta)$ meetrit. Viimasest avaldisest on lihtne järeldada, et mida väiksem on langemisnurk θ, seda pikema teekonna peab valgus kaablis läbima.

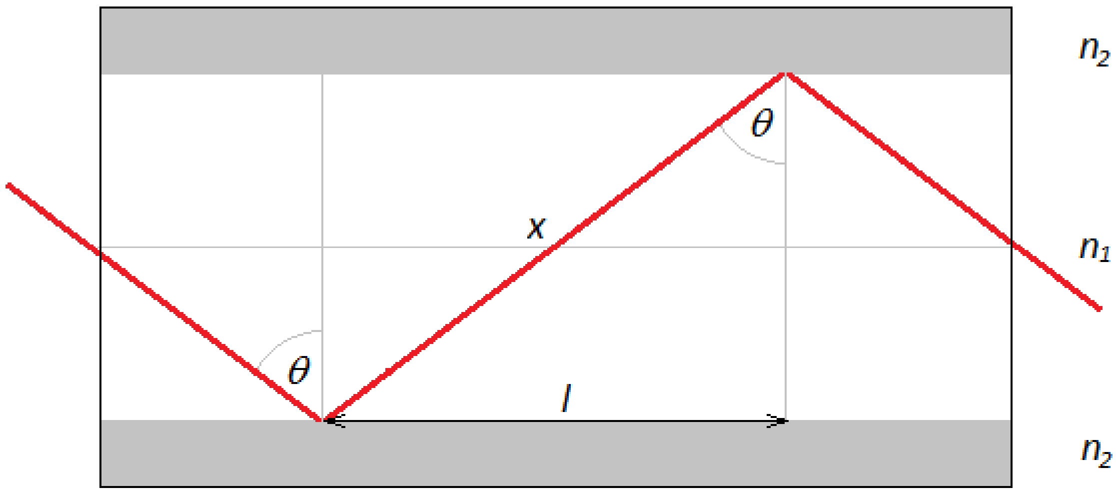
Langemisnurk θ ei saa siiski olla kuitahes väike, minimaalne lubatud langemisnurk on määratud Snelli seaduse alusel südamiku- ja ümbrise murdumisnäitajate poolt. Kui langemisnurk läheb kriitilisest θ_{kr} väärtusest väiksemaks, siis tungib valgus südamikust ümbrisesse ja sumbub seetõttu kiiresti.

Kriitiline nurk on

$$\theta_{kr} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}.$$

Kombineerides nüüd kahte avaldist, saame, et maksimaalne läbitav teepikkus *x* kaabli pikkuse *l* kohta on

$$\frac{x}{l} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1{,}54}{1{,}2} = 1{,}28.$$



Joonis 9.1 Kiire tee valguskaablis

<u>Vastus:</u> Tulemusest näeme, et konkreetses kaablis on iga meetri kaabli kohta maksimaalse ja minimaalse valguse leviteekonna pikkuste erinevus 28 sentimeetrit või teisisõnu on pikima ja lühema leviteekonna pikkuste suhe 1,28 korda.