

Trabajo práctico 2 – Problema 3

En una jaula del Bioterio de la Ciudad Universitaria hay 25 ratas de dos especies: 10 de *Rattus rattus* y 15 de *Rattus norvegicus*. Sea el experimento que consiste en extraer al azar dos ratas de dicha jaula. Suponiendo que los experimentos se realizan:

- (a) con reposición;
- (b) sin reposición, pero en orden;

3.1.- Describir el espacio muestral (resultados posibles) ¿Los resultados posibles son equiprobables? Asignar probabilidades a cada uno de los elementos del espacio muestral.

3.2.- Calcular, para cada tipo de extracción, la probabilidad de que las dos ratas extraídas sean de la misma especie.

3.3.- Calcular, para cada tipo de extracción, la probabilidad de que la primera rata extraída sea *R. rattus*.

Solución:

3.1) En una jaula tenemos 25 ratas : 10 *Rattus rattus* (**R**) y 15 *Rattus norvegicus* (**N**). El experimento consiste en extraer al azar **dos ratas de dicha jaula**.

El espacio muestral se expresa con la simbología de la teoría de conjuntos y se usa la letra S por la inicial de la palabra espacio en inglés (*space*). Para describir el espacio muestral (S) debemos tener en cuenta que extraemos dos ratas.

a) El experimento se realiza con reposición. Cuando el experimento se realiza con reposición implica que la extracción de un elemento, en este caso una rata, no modifica el número de casos posibles para las siguientes extracciones. El espacio muestral es:

$$S = \{RR, NR, RN, NN\}$$

b) El experimento se realiza sin reposición, pero en orden. En este caso NO hay reposición por lo tanto debemos considerar que con cada extracción de una rata se modificará el número de casos posibles. Además, se indica que hay “orden”, esto significa que se considera diferente sacar primero N y después R, que primero R y después N. Entonces el espacio muestral es:

$$S = \{RR, NR, RN, NN\}$$

¿Los resultados posibles son equiprobables? En ninguno de los casos vamos a tener equiprobabilidad, veamos esto calculando las probabilidades de cada uno de los sucesos:

a) El experimento se realiza **con reposición**.

La probabilidad de ocurrencia del suceso A se indica como: $P(A)$. La probabilidad de que ocurran los sucesos A y B se puede indicar como $P(AB)$ o como $P(A \cap B)$ y se calcula como el producto $P(A) \cdot P(B)$. De manera que la probabilidad de extraer R, devolverla a la jaula y volver a extraer otra (o la misma) R es:

$$P(R_1 R_2) = \frac{10}{25} * \frac{10}{25} = \frac{100}{625} = 0,16$$

donde R_1 indica que la primera rata extraída fue R y R_2 , que la segunda rata extraída fue R.

$P(R_1)$ = n° de R en la jaula / n° de ratas totales. Como la primera rata extraída fue devuelta a la jaula, $P(R_2) = P(R_1)$.

Observen que las probabilidades se expresan como un valor comprendido entre 0 y 1 (o como cociente), y no como porcentajes.

Veamos las probabilidades para los demás elementos del espacio muestral:

$$P(N_1 R_2) = \frac{15}{25} * \frac{10}{25} = \frac{150}{625} = 0,24$$

$$P(R_1 N_2) = \frac{10}{25} * \frac{15}{25} = \frac{150}{625} = 0,24$$

$$P(N_1 N_2) = \frac{15}{25} * \frac{15}{25} = \frac{225}{625} = 0,36$$

b) El experimento se realiza **sin reposición**, pero en orden

$$P(R_1 R_2) = \frac{10}{25} * \frac{9}{24} = \frac{90}{600} = 0,15$$

En este caso, la $P(R_2) \neq P(R_1)$. Como la R_1 no se repuso a la jaula, en la jaula quedaron 9 R y 10 N, en total 24 ratas. Por lo tanto, $P(R_2) = 9/24$. Las demás probabilidades del espacio muestral son:

$$P(N_1 R_2) = \frac{15}{25} * \frac{10}{24} = \frac{150}{600} = 0,25$$

$$P(R_1 N_2) = \frac{10}{25} * \frac{15}{24} = \frac{150}{600} = 0,25$$

$$P(N_1 N_2) = \frac{15}{25} * \frac{14}{24} = \frac{210}{600} = 0,35$$

3.2) Calcular, para cada tipo de extracción, la probabilidad de que las dos ratas extraídas sean de la misma especie.

Para calcular esta probabilidad debemos tener en cuenta que los sucesos posibles para que las dos ratas sean de la misma especie son: que ambas sean *Rattus rattus* (RR) o *Rattus norvegicus* (NN).

La disyunción (“o”) indica que tenemos que contemplar ambas situaciones. Entonces, vamos a **sumar** las probabilidades de ambos sucesos. La siguiente pregunta es ¿son mutuamente excluyentes esos sucesos? Porque si no lo fueran debemos sumar las probabilidades de los sucesos utilizando el teorema de la suma¹. No es este el caso, dado que los sucesos son mutuamente excluyentes (no pueden ocurrir en simultáneo).

a) El experimento se realiza **con reposición**.

La disyunción se simboliza con el símbolo matemático de “unión” (U). Entonces:

$$P(R_1 R_2 \cup N_1 N_2) = 0,16 + 0,36 = 0,52$$

Respuesta: La probabilidad de extraer dos ratas al azar y que ambas sean de la misma especie es 0,52

Es importante expresar la respuesta y no mostrar solo la cuenta y su resultado. (Esto será tenido en cuenta en las evaluaciones)

b) El experimento se realiza **sin reposición**, pero en orden

$$P(R_1 R_2 \cup N_1 N_2) = 0,15 + 0,35 = 0,5$$

Respuesta: La probabilidad de extraer dos ratas al azar y que ambas sean de la misma especie es 0,5.

3.3) Calcular, para cada tipo de extracción, la probabilidad de que la primera rata extraída sea *R. rattus*.

Para calcular esta probabilidad debemos tener en cuenta los sucesos posibles para que la primera rata extraída sea *R. rattus*. Tenemos que contemplar que podemos obtener 2 *R. rattus* siendo la

¹ Suma de dos sucesos que NO son mutuamente excluyentes $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

primera *R. Rattus* ($R_1 R_2$) o una *R. Rattus* en primer lugar y una *R. norvegicus* en segundo lugar ($R_1 N_2$).

Al igual que en la pregunta anterior nos preguntamos ¿son mutuamente excluyentes esos sucesos?, si lo son, no pueden ocurrir ambos en simultáneo, por lo tanto, sumamos los sucesos directamente.

a) El experimento se realiza **con reposición**.

$$P(R_1 R_2 \cup R_1 N_2) = 0,16 + 0,24 = 0,40$$

Respuesta: La probabilidad de extraer dos ratas al azar y que la primera sea *R. rattus* es 0,4.

b) El experimento se realiza **sin reposición**, pero en orden

$$P(R_1 R_2 \cup R_1 N_2) = 0,15 + 0,25 = 0,40$$

Respuesta: La probabilidad de extraer dos ratas al azar y que la primera sea *R. rattus* es 0,4.