

T.P. 2

Azar y Probabilidades

Objetivos específicos

1. Familiarizarse con el concepto de azar e incertidumbre.
2. Identificar sesgos cognitivos o concepciones erróneas sobre el azar (heurística o atajos mentales).
3. Identificar los componentes de un experimento aleatorio (sucesos, espacio muestral, espacio de probabilidades).
4. Identificar sucesos independientes, sucesos excluyentes/incompatibles y sucesos complementarios.
5. Calcular probabilidades de sucesos provenientes de experimentos aleatorios simples.
6. Calcular la probabilidad de la unión y de la intersección de dos sucesos aleatorios.
7. Calcular probabilidades condicionales.
8. Comprender el concepto de Riesgo Relativo.



Actividad 1:

Lanzamos una moneda

1) ¿Cómo pensás que deberían ser los resultados si lanzamos una moneda equilibrada 20 veces seguidas?

2) Escribí, en la tabla de abajo, una secuencia de 20 resultados que creas posibles sin realizar realmente el experimento (Intuición) y en la segunda fila completá con los resultados lanzando la moneda 20 veces (Azar).

Poner **C** para cara y **+** para cruz.

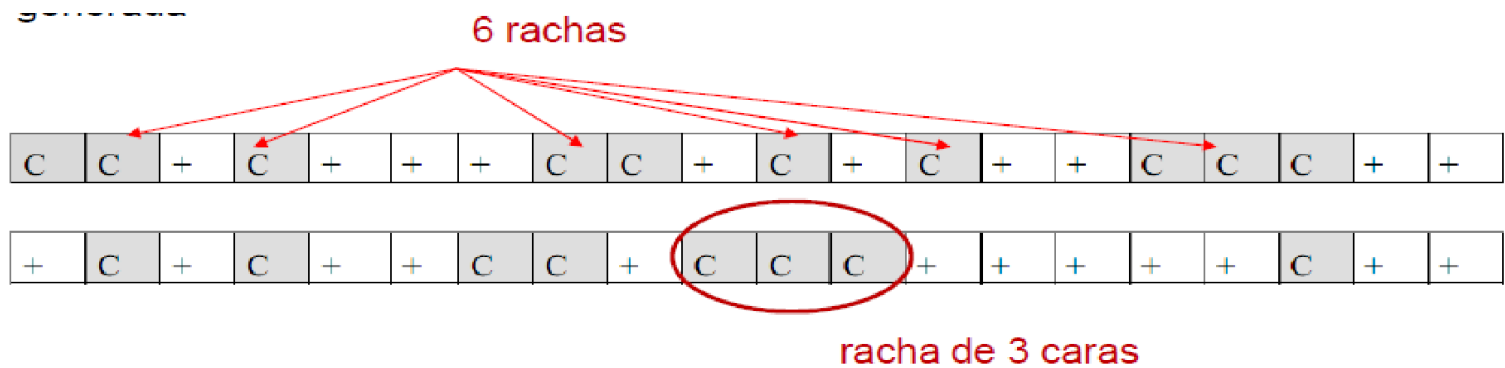
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Intuición																				
Azar																				

Contestar observando las cuadrículas:

¿Cómo podé distinguir una secuencia realmente aleatoria de otra que hemos inventado?

¿Esperamos obtener el mismo número de caras y cruces?

Analicemos las “rachas”. Llamaremos racha a una secuencia de resultados iguales. Observen



3) Colorear las rachas que aparecen tanto en la secuencia simulada intuitivamente como en la generada por azar

4) Registren el número de caras, el número de rachas de caras y la longitud de la racha de caras más larga de ambas secuencias.

¿Según sus conocimientos de clases anteriores, ¿qué son “número de caras”, “número de rachas de caras” y “longitud de la racha de caras más larga”?

	Serie intuitiva	Serie aleatoria
Número de caras		
Número de rachas de caras		
longitud de la racha de caras más larga		

5) Entren al aula virtual y vuelquen individualmente sus datos en la base de datos correspondiente a su turno.

6) Espera a que los docentes suban la base que contiene los datos de todos los estudiantes

(BD_moneda.csv) y descargala.

7) Mediante el script del TP2 comparará el número de caras obtenido mediante las secuencias aleatorias y simuladas intuitivamente.

a) ¿En qué se parecen y en qué se diferencian?

b) ¿Tienen la misma moda?

c) ¿Tiene el mismo rango de variación de valores?

d) ¿Cuál de las dos secuencias (intuitiva y aleatoria) tiene mayor variabilidad?

e) Realizar un gráfico que permita comparar

8) De manera similar, analizá y graficá los resultados obtenidos para las variables número de rachas de caras y longitud de la racha de caras más larga.

Actividad 2. Cuestionario

1- Una moneda equilibrada es lanzada 5 veces y las 5 veces sale cara. Indique cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- a. En el próximo lanzamiento es más probable que salga cara
- b. En el próximo lanzamiento es más probable que salga ceca
- c. En el próximo lanzamiento es igualmente probable que salga cara o ceca

2- Una moneda equilibrada es lanzada 20 veces. Indique cuál de las dos secuencias es más probable (C=cara, X=ceca):

- a. C X C X C X C X C C C X C X X C X C X C
- b. C X C X X X X X C X C C C C C C C C X X

3- Una moneda equilibrada va a ser lanzada 3 veces. Indique cuál de los siguientes resultados es más probable:

- a. Que salga una cara
- b. Que salgan dos caras
- c. Que salgan tres caras

Para ver más ejemplos acerca de
cómo percibimos el azar

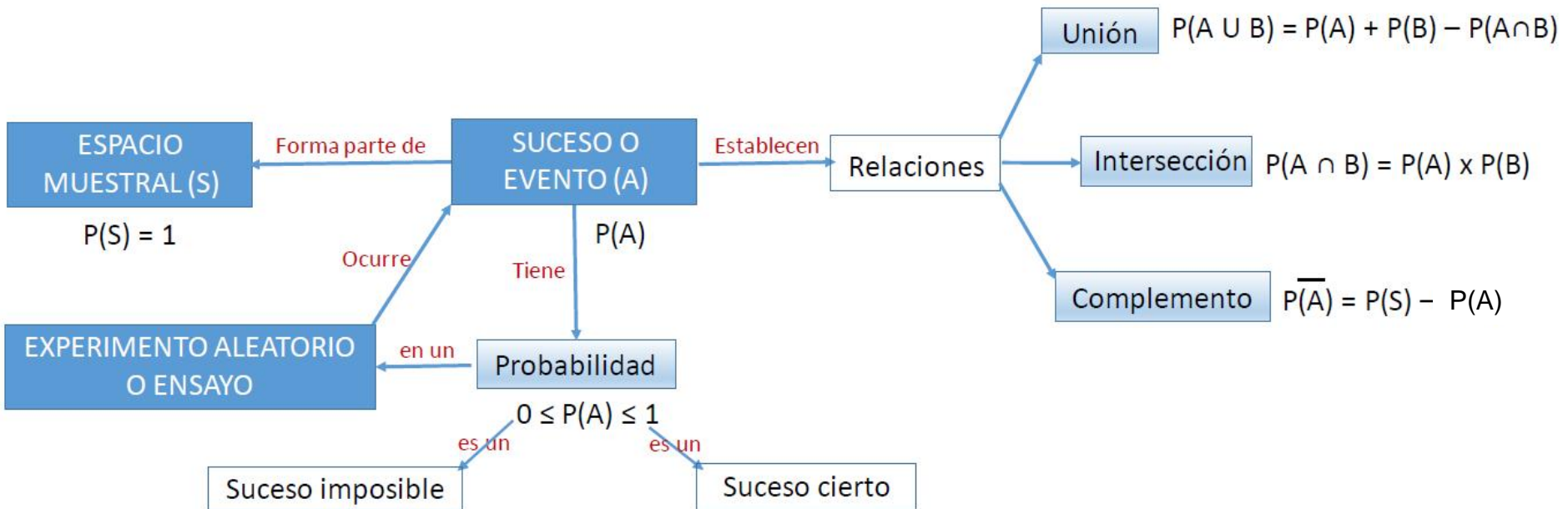
Colección ciencia que ladra... serie clásica



el azar en la vida cotidiana
[Alberto Rojo](#) (2012)

T.P. 2. Azar y Probabilidades

CONCEPTOS DEL TP_2 (Primera parte)



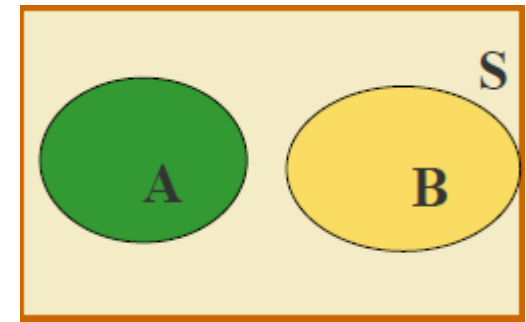
T.P. 2. Azar y Probabilidades

Operaciones:

Regla de la Suma / Unión (ó)

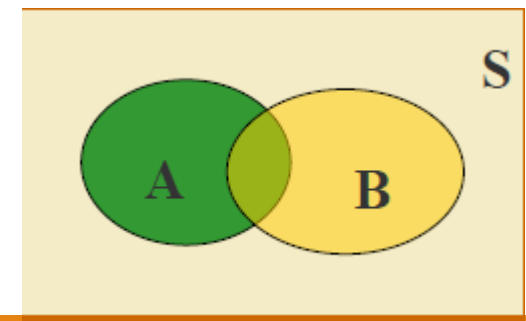
- Eventos incompatibles (o m.e.)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



- Eventos compatibles

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



Operaciones:

Regla del Producto / Intersección (y)

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Si los sucesos son INDEPENDIENTES



La ocurrencia de un suceso B no modifica la **probabilidad** de ocurrencia del suceso A

T.P. 2. Azar y Probabilidades Ejercicios

T.P. 2. Azar y Probabilidades

Problema 1. Describir el conjunto de los resultados posibles (espacio muestral) de los siguientes experimentos aleatorios, asignando probabilidades a cada uno de sus elementos (espacio de probabilidades).

1.1.- De un estanque donde sólo habitan truchas arco iris **se extrae un pez al azar** y se determina la especie a la que pertenece.



$$S = \{\text{trucha}\}$$

$$P(\text{trucha}) = 1$$

Suceso cierto

1.2.- Una jaula del Zoológico contiene tres tordos, tres palomas y tres jilgueros. **Se extrae un ave al azar** de esa jaula y se determina la especie a la que pertenece.

$$S = \{\text{tordo, paloma, jilguero}\}$$

$$P(\text{tordo}) = P(\text{paloma}) = P(\text{jilguero})$$

$$\frac{3}{9} = \frac{3}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

1.3.- De la jaula anterior se escapa un tordo y se sustituye por un jilguero, a continuación **se extrae un pájaro** al azar de esa jaula y se observa a qué especie corresponde.

$$S = \{\text{tordo, paloma, jilguero}\}$$

$$P(\text{tordo}) \neq P(\text{paloma}) \neq P(\text{jilguero})$$

$$\frac{2}{9} \neq \frac{3}{9} \neq \frac{4}{9}$$

T.P. 2. Azar y Probabilidades

1.4.- En una bolsa hay cuatro bolitas idénticas, numeradas de 1 a 4. Sea el juego que consiste en **extraer una bolita al azar, anotar el número de la misma y devolverla a la bolsa; luego sacar una nueva bolita y anotar su número** a continuación del primero, obteniéndose así un número de dos dígitos.

$$S = \{11, 12, 13, 14, 21, 22, 23, 24, 31, 32, 33, 34, 41, 42, 43, 44\}$$

$$P(11) = P(12) \dots = P(44) = 1/16 = 0.0625$$

1.5.- El mismo juego que en (1.4.), pero la primera bolita no se devuelve a la bolsa.

Sin reposición

$$S = \{12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43\}$$

$$P(12) = P(13) \dots = P(43) = 1/12 = 0.08333\dots$$

T.P. 2. Azar y Probabilidades

Problema 2. A partir de los experimentos citados en el problema 1:

2.1.- “De un estanque donde sólo habitan truchas arco iris se extrae un pez al azar y se determina la especie a la que pertenece.” (1.1)

Calcular la probabilidad de que el pez extraído sea una trucha arco iris.



$$S = \{ T \}$$

$$P(T) = 1$$

Suceso cierto

T.P. 2. Azar y Probabilidades

Problema 2. A partir de los experimentos citados en el problema 1:

2.2.- En el experimento 1.2 (jaula con 3 tordos, 3 palomas y 3 jilgueros), calcular la probabilidad de que **al repetir la experiencia dos veces**, devolviendo el pájaro capturado a la jaula, se obtengan:

i) dos tordos



$$\underline{S = \{T, P, J\}}$$

$$P(T \text{ y } T) = P(T \cap T) = P(T) * P(T) =$$

$$1/3 * 1/3 = 0.111\dots$$

T.P. 2. Azar y Probabilidades

Problema 2. A partir de los experimentos citados en el problema 1:

2.2.- En el experimento 1.2 (jaula con 3 tordos, 3 palomas y 3 jilgueros), calcular la probabilidad de que **al repetir la experiencia dos veces**, devolviendo el pájaro capturado a la jaula, se obtengan:

ii) dos pájaros de la misma especie

$$P(T \text{ y } T) \text{ o } P(P \text{ y } P) \text{ o } P(J \text{ y } J) =$$

$$P(T)*P(T) + P(P)*P(P) + P(J)*P(J) =$$

$$1/3*1/3 + 1/3*1/3 + 1/3*1/3 =$$

$$1/9 + 1/9 + 1/9 = 0.333..$$

$$\underline{S = \{T, P, J\}}$$

T.P. 2. Azar y Probabilidades

Problema 2. A partir de los experimentos citados en el problema 1:

2.2.- En el experimento 1.2 (jaula con 3 tordos, 3 palomas y 3 jilgueros), calcular la probabilidad de que **al repetir la experiencia dos veces**, devolviendo el pájaro capturado a la jaula, se obtengan:

iii) un tordo y un jilguero



$$S = \{ T, P, J \}$$

$$P(T \text{ y } J) \text{ o } P(J \text{ y } T) =$$

$$P(T) \cdot P(J) + P(J) \cdot P(T) =$$

$$1/3 \cdot 1/3 + 1/3 \cdot 1/3 =$$

$$1/9 + 1/9 = 0.222..$$

T.P. 2. Azar y Probabilidades

Problema 2. A partir de los experimentos citados en el problema 1:

2.3.- En el juego planteado en 1.4 (4 bolitas idénticas numeradas de 1 a 4), calcular la probabilidad de que el número de dos dígitos que se forma sea:

i) Capicúa

$$S = \{ 11, 12, 13, 14, 21, 22, 23, 24, 31, 32, 33, 34, 41, 42, 43, 44 \}$$

Con Reposición



$$P(\text{capicúa}) = P(11) \text{ o } P(22) \text{ o } P(33) \text{ o } P(44) =$$

$$1/16 + 1/16 + 1/16 + 1/16 =$$

$$4/16 = 0.25$$

T.P. 2. Azar y Probabilidades

Problema 2. A partir de los experimentos citados en el problema 1:

2.3.- En el juego planteado en 1.4 (4 bolitas idénticas numeradas de 1 a 4), calcular la probabilidad de que el número de dos dígitos que se forma sea:

$$S = \{ 11, 12, 13, 14, 21, 22, 23, 24, 31, 32, 33, 34, 41, 42, 43, 44 \}$$

Con Reposición



ii) Par

$$P(\text{par}) = P(12) \cup P(14) \cup P(22) \cup P(24) \cup P(32) \cup P(34) \cup P(42) \cup P(44) =$$

$$1/16 + 1/16 + 1/16 + 1/16 + 1/16 + 1/16 + 1/16 + 1/16 =$$

$$8/16 = 0.5$$

iii) Impar Complementario con P(par)

$$P(\text{impar}) = 1 - P(\text{par}) = 1 - 0.5 = 0.5$$

T.P. 2. Azar y Probabilidades

Problema 2. A partir de los experimentos citados en el problema 1:
2.4.- Repetir (2.3) en el juego de (1.5), siempre que sea posible (o sea, la primera bolita no se devuelve a la bolsa).

$$S = \{ 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43 \}$$



Sin Reposición

i)Capicúa $P(\text{capicúa}) = 0$

ii)Par
$$P(\text{par}) = P(12) \text{ o } P(14) \text{ o } P(24) \text{ o } P(32) \text{ o } P(34) \text{ o } P(42) =$$
$$\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} =$$
$$\frac{6}{12} = 0.5$$

iii)Impar
Complementario con $P(\text{par})$
$$P(\text{impar}) = 1 - P(\text{par}) = 1 - 0.5 = 0.5$$