

# Estudios dinámicos de la Mecánica Celeste

Rodríguez Medrano Agustín

*agusrodriguezmedrano@gmail.com*

November 22, 2018

## 1 PSR 1257

- Elementos orbitales
- Aproximación Post-Newtoniana

## 2 Asteroide 41

- Perturbaciones, P3CR

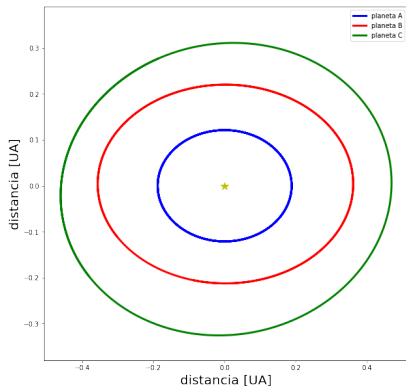
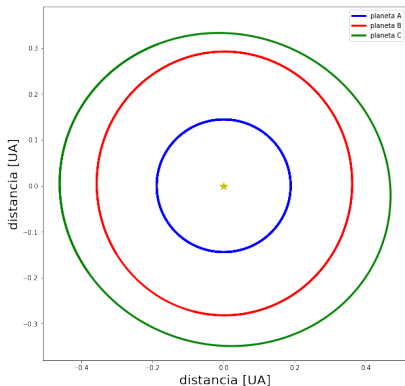
## Primer Púlsar con planetas en órbitas

Conocido como Púlsar Lich, fue descubierto en 1990 (Wolszczan A. 1990). Se encuentra a 980 años luz de la tierra. Su período es de 6.22 milisegundos, y presenta anomalías, razón por la cual se detectaron sus exoplanetas (Wolszczan, A.; Frail, D. A. 1992, Rasio, F. A. et al. 1992)

## Elementos Orbitales

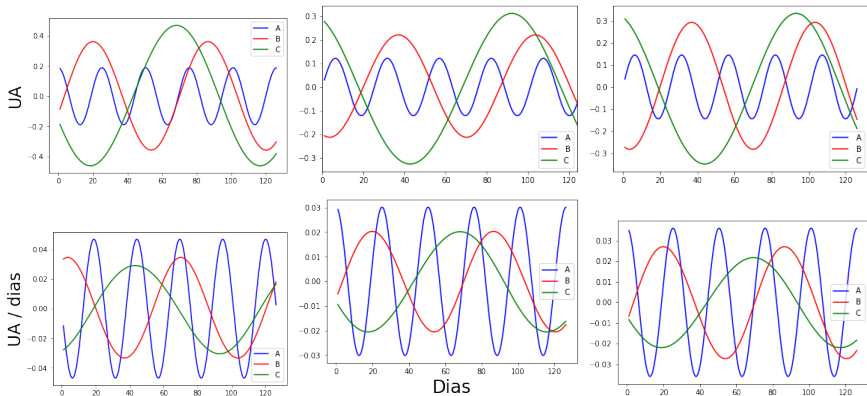
Planeta	masa [Mt]	a [UA]	e	i [°]	$\Omega$ [°]	$\omega$ [°]	M [°]
A	0.019	0.18850	0.0	50.0	0.00	0.0	0.00
B	4.250	0.35952	0.0186	53.0	0.00	250.4	5.41
C	3.850	0.46604	0.0252	47.0	3.26	108.3	3.66

(Goździewski, K., Konacki, M., Wolszczan A., 2008)

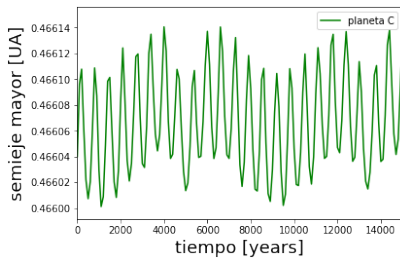
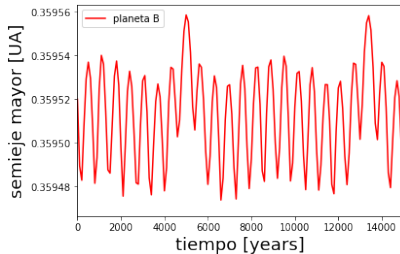
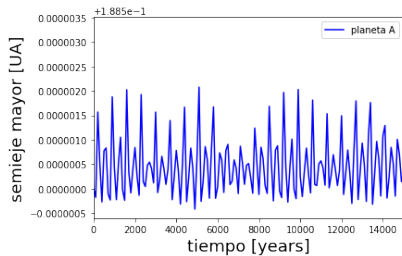


Orbitas, plano  $(x,y)$ ,  $(x,z)$

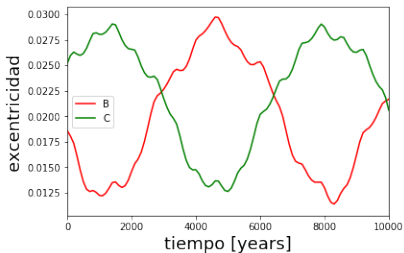
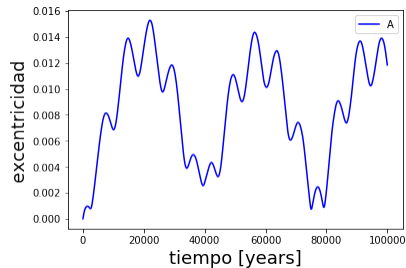
# Evolución temporal de coordenadas y velocidades



# Semi-ejes



# excentricidades





# Precesión del planeta A

El potencial adicional relativista viene dado por

$$V_{GR} = -\frac{GMh^2}{c^2 r^3}$$

(Richardson y Kelly 1988, Kidder 1995).

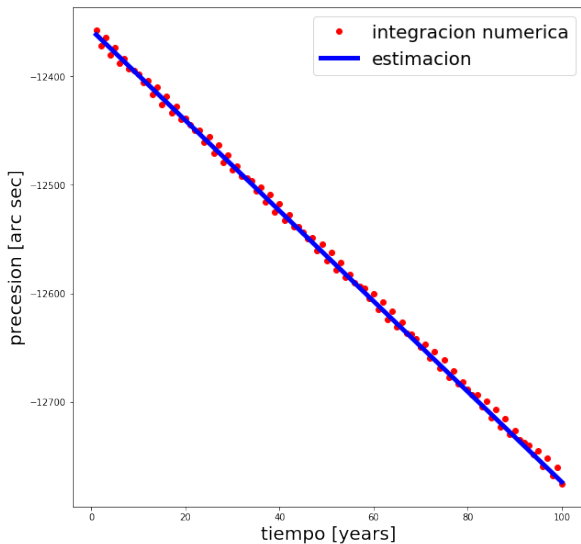
De modo que, podemos calcular mediante las ecuaciones de Lagrange la precesión que viene dada por

$$\dot{\varpi}_{estimado} = -\frac{GMn^3 \sqrt{(1-e^2))}}{ac^2} = -416.2''/\text{siglo}$$

Mientras que una integración numérica da:

$$\dot{\varpi}_{numerico} = -417.0''/\text{siglo}$$

# Precesión del planeta interno



# Daphne, Dinámica Secular

Se estudió la función perturbadora en el asteroide 41 (Daphne) del cinturón principal.

$$F_{sec}(e, \Delta\varpi) = \frac{3Gm_1 a^2}{8(1 - e_1^2)} \left[ e^2 - \frac{5ae_1}{2a_1(1 - e_1^2)} \cos(\Delta\varpi) \right]$$

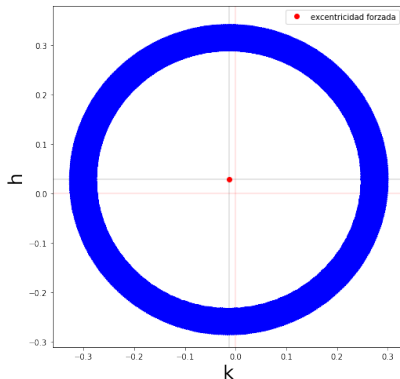
(Heppenheimer 1978)

De donde se calcula la excentricidad forzada y la frecuencia secular

$$e_f = \frac{5ae_1}{4a_1(1 - e_1^2)} = 0.033717$$

# Daphne, dinámica secular

$$k = ecos(\varpi); h = esin(\varpi)$$



$$e_{forzada} = 0.0315342$$

$$e_{libre} = 0.3137847$$

- Se pudieron estudiar las variaciones de los elementos orbitales con integradores numéricos. La estabilidad de el sistema PSR 1257 es muy sensible a las variaciones mínimas de los parámetros.
- Se utilizó el integrador para calcular la precesión de el planeta interno de el sistema PSR 1257. Se comparó el resultado con el calculo utilizando las formulas de Lagrange, dando prácticamente la misma variación a lo largo de un siglo.
- El cálculo numérico de la excentricidad forzada tiene cierta complejidad por las variaciones de  $k$  y  $h$ . Aún así, se pudo estimar y comparar con la teórica, estando ambas en buen acuerdo.

- ① Wolszczan A., IAU No. 5073, 1990.
- ② Wolszczan A., Frail, D. Nature, vol 355, 1992.
- ③ Rasio , F. A., Nicholson, P. D., Shapiro, S. L., Teukolsky, S. A., NLASNY vol 4, No 2, 1992.
- ④ Goździewski, K., Konacki, M., Wolszczan A., ApJ , vol 610, Issue 2, 2004.
- ⑤ Richardson, D. L., Kelly, T. J., BMFWF vol 43, no 1-4, 1988.
- ⑥ Kidder, L.E., PhRvD vol 52, issue 2, 1995.
- ⑦ Heppenheimer T.A., M&P, vol 18, 1978.

Gracias.