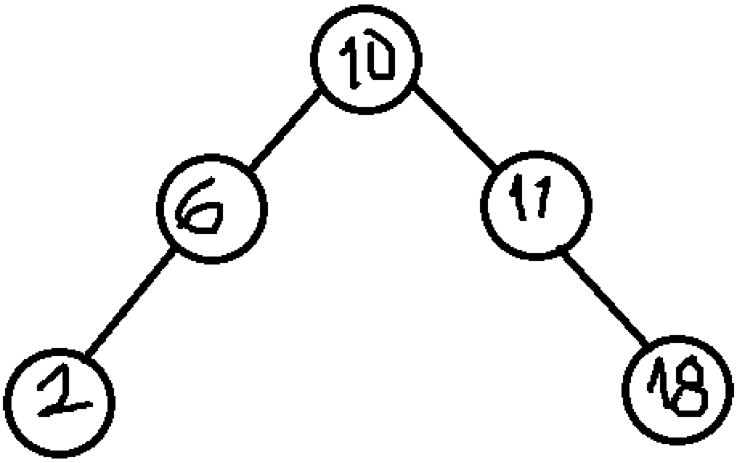
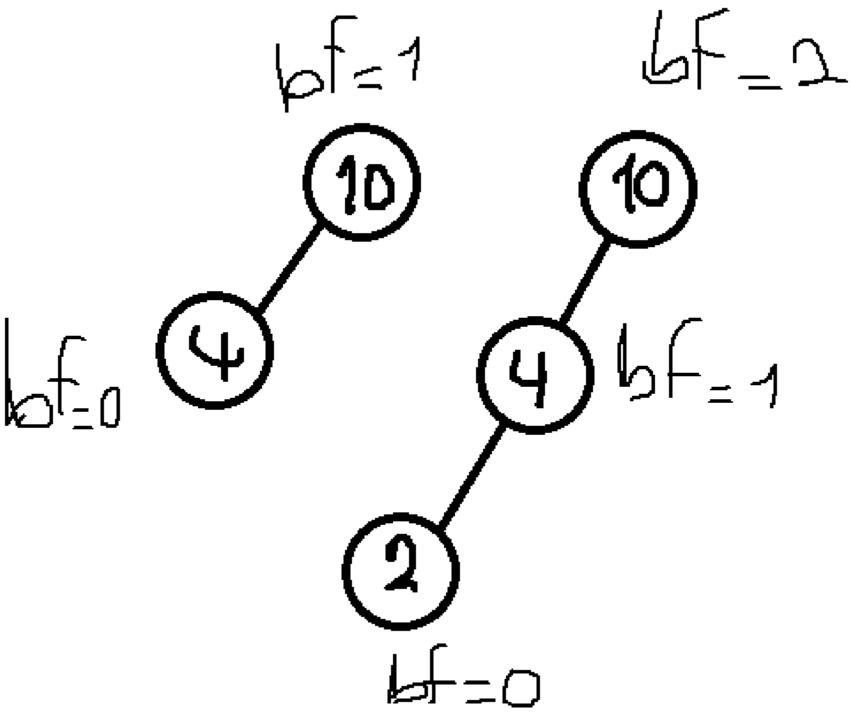
EJERCICIOS ALGORITMOS II

Ejercicio 6

a. **En un AVL el penúltimo nivel tiene que estar completo.** Falso.



b. **Un AVL donde todos los nodos tengan factor de balance 0 es completo.** Verdadero
   En el caso de que un nodo tenga un sólo hijo pasaría a tener balance factor distinto de 0.
c. **En la inserción en un AVL, si al actualizarle el factor de balance al padre del nodo insertado éste no se desbalanceó, entonces no hay que seguir verificando hacia arriba porque no hay cambios en los factores de balance**. Falso



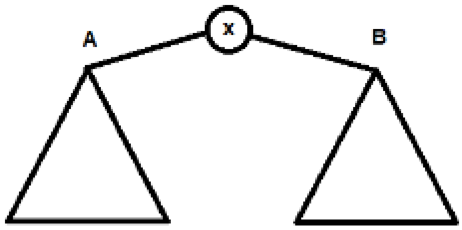
Al insertar el nodo con key = 2 se desbalancea el árbol, pero no se desbalancea su padre. Por eso hay que verificar desde el nodo que se agrega hasta la raíz.

d. **En todo AVL existe al menos un nodo con factor de balance 0**. Verdadero
Ya que en todo árbol existe al menos un nodo hoja con balance factor 0.

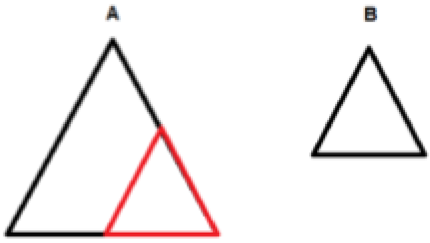
Ejercicio 7

Lo primero que debemos hacer es calcular la altura de A y de B, de ahí la complejidad O(log n) y O(log m). De ahí nos aparecen 3 casos distintos:

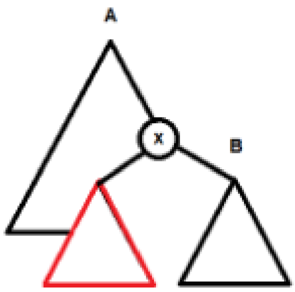
1. **A y B tienen la misma altura, es decir log(m) = log(n):** este caso es el más sencillo ya que x sería la raíz de nuestro nuevo árbol y tendría como hijo izquierdo a la raíz de A y como hijo derecho a la raíz de B.



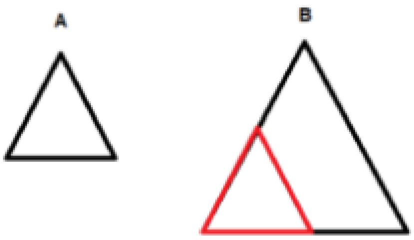
2. **A tiene mayor altura que B**: buscamos en A un subárbol con la misma altura que B posicionado a la derecha de la raíz de A.



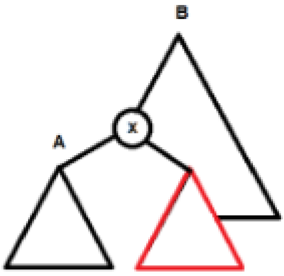
Ahora colocamos a x dónde se encuentra este subárbol y colocamos como hijo izquierdo al subárbol y como hijo derecho a B.



3. **B tiene mayor altura que A:** buscamos en B un subárbol con la misma altura que A posicionado a la izquierda de la raíz de B.



Ahora colocamos a x dónde se encuentra este subárbol y colocamos como hijo derecho al subárbol y como hijo derecho a A.



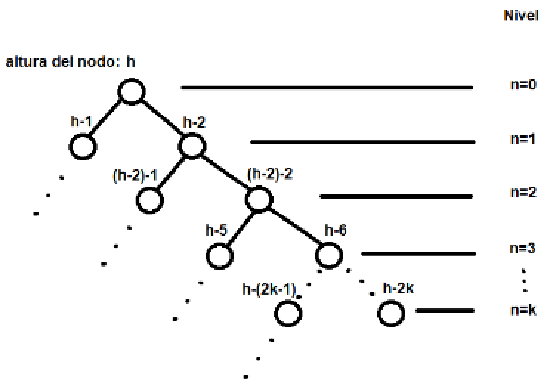
Luego de los casos 2 y 3 (en el caso 1 resulta balanceado) nuestro árbol resultante puede quedar desbalanceado por eso debemos subir a partir de x e ir aplicando las rotaciones necesarias para que sea un AVL, estas rotaciones implican O(log m) o O(log n) según en qué árbol apliquemos las rotaciones.

Ejercicio 8

Cualquier camino desde la raíz hasta un nodo que no esté completo puede ser una rama truncada según la definición del ejercicio. Dicho nodo puede no ser necesariamente un nodo hoja.

Para comenzar tomamos un caso general de un árbol balanceado de altura h, para que el árbol esté balanceado los hijos tienen que diferenciarse en su altura en como mucho una unidad y deben ser menor en una o dos unidades a la altura de su padre para poder seguir siendo balanceado.

Consideremos el caso en el que un hijo se diferencia en una unidad de la altura del padre, y el otro se diferencia en dos, y así sucesivamente, como se ve en la imagen.



Ahora para calcular la mínima longitud de una rama truncada, sabemos que va a ser igual al nivel del primer nodo que tiene una referencia a None. Como se ve en la imagen, nuestro primer nodo con rama truncada va a estar en el nivel k.

Cuando la altura del nodo sea igual a 0, estaremos en un nodo hoja:

$h-2k=0$

$h=2k$

$h/2=k$

Por lo tanto, el menor nivel con rama truncada (o mínima longitud de una rama truncada) es $h/2$.