

1. Introducción

En este informe se armarán, analizarán y medirán circuitos RC simples de primer orden con el objetivo de familiarizarse con el set de instrumentos provistos por el laboratorio. Se hará especial énfasis en la correcta utilización del osciloscopio y en lo que implica medir un circuito. Finalmente, se desarrollarán dos experimntos para comprender mejor el funcionamiento del osciloscopio y los distintos sistemas que lo componen.

2. Filtro pasabajos

2.1. Análisis teórico

Modelos ideales

Para el análisis teórico del circuito se asume una condición de idealidad en el generador de señales que se conecta en la entrada del circuito, y lo mismo se aplica para los componentes, pues no se consideran los efectos parásitos propios de las características constructivas de los mismos.

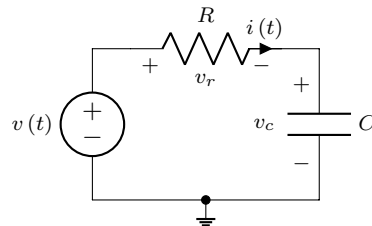


FIGURA 1: Circuito teórico RC

Del circuito se busca la función de transferencia que vincula la excitación, señal del generador, y la tensión de salida que sería la medida sobre el capacitor.

$$H(s) = \frac{V_c}{V} = \frac{\frac{1}{s \cdot C}}{\frac{1}{s \cdot C} + R} = \frac{1}{1 + s \cdot R \cdot C} \quad (1)$$

En la expresión anterior, asumiendo que el circuito tiene un comportamiento LTI, causal y bipo-estable, se obtiene que la respuesta en frecuencia del circuito resulta de evaluar a la variable de frecuencia compleja en $s = j\omega$ y se obtiene:

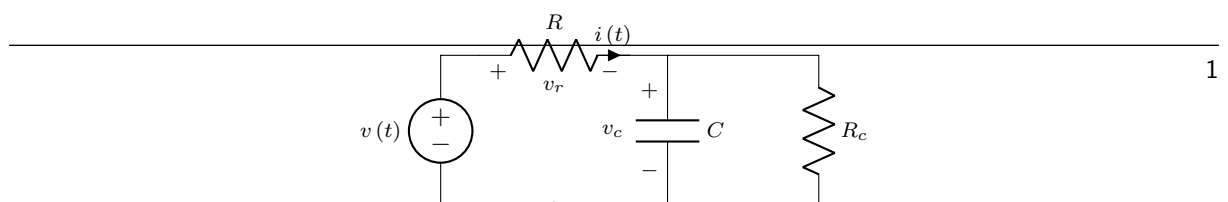
$$H(f) = \frac{1}{1 + j2\pi \cdot f \cdot R \cdot C} \quad (2)$$

La función transferencia obtenida presenta un polo simple que será la frecuencia de corte, ubicada en $f_o = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C}$. Como se puede ver en la figura ?? en la sección de resultados, el comportamiento de tal circuito frente a la frecuencia es de un pasabajos, pues presenta una transferencia que atenúa las altas frecuencias. El valor característico de la respuesta en frecuencia a la frecuencia de corte está dado por:

$$H(f_o) = \frac{1}{1 + j2\pi f_o R C} = \frac{1}{\sqrt{2}} \angle 45^\circ \quad (3)$$

Modelo equivalente del capacitor

En este apartado el análisis teórico que se hace considera algunos de los efectos parásitos del capacitor, los cuales son tenidos en cuenta en su modelo equivalente incorporando, para la configuración paralelo, la resistencia interna que se atribuye a las pérdidas en el dieléctrico y los terminales.



Frecuencia de corte real

En este apartado se busca observar en la práctica la frecuencia de corte real y realizar comparaciones entre las observaciones prácticas y los resultados teóricos. Se mide la frecuencia de corte empleando una señal de entrada senoidal con amplitud $20V$ cuya frecuencia se varía en torno al resultado teórico de la frecuencia de corte del filtro. Se obtienen los siguientes resultados:

V_{gen}	f_{gen}	$ V_c $	$\angle V_c$
19,4V	19,95kHz	13,9V	-45°

TABLA 1: Mediciones del circuito en la frecuencia de corte

A partir de esta medición puede observarse que la práctica tiene una desviación del 5,29% con la teoría, por esto mismo luego se realizarán mediciones con el fin de hallar una justificación teórica para determinar el por qué de esta diferencia.

Conociendo la frecuencia de corte real, se mide con el analizador de impedancias la resistencia y el capacitor. Por un lado se miden los valores reales de la capacidad y la resistencia eléctrica, pero además se mide la impedancia que contempla los efectos parásitos que conllevan sus respectivos procesos constructivos, en esto último es importante hacer hincapié en que la medición del capacitor se hará en configuración paralela para hacer uso del desarrollo teórico de la expresión ??.

C	$Re(Y_C)$	$Im(Y_C)$	$Re(Z_R)$	$Im(Z_R)$
1,46nF	$\frac{1}{55,5k\Omega}$	$\frac{j}{5,446k\Omega}$	5,46k Ω	-j2,85 Ω

TABLA 2: Mediciones con analizador de impedancias

Si se hace uso de los resultados previos para obtener los valores de la capacidad a partir del resto de las variables y se contrasta su valor con lo medido, se observan las siguientes diferencias entre lo calculado y lo medido según qué resistencia se emplee para los cálculos.

f_o	R	C_{calc}	C_{med}	Error(%)
19,95kHz	5,6k Ω	1,424nF	1,46nF	2,43
19,95kHz	5,46k Ω	1,424nF	1,46nF	0,08

TABLA 3: Error entre la capacidad medida y calculada con las demás mediciones

Finalmente, en base a las diferencias obtenidas entre lo teórico y lo práctico respecto a la frecuencia de corte, se proponen diferentes métodos para obtener tal frecuencia y buscar por qué y cuáles valores presentan desviaciones.

En la tabla ??, se muestran: la medición inicial con osciloscopio hallando la frecuencia en la que se distinga el desfase de 45°, cálculo teórico ideal con valores ideales, cálculo teórico con el modelo equivalente del capacitor, cálculo teórico ideal con valores reales, medición con el analizador de impedancias.

Método	f_o obtenida
Cálculo teórico ideal con valores ideales	18,94kHz
Cálculo teórico ideal con valores reales	19,965kHz
Cálculo modelo del capacitor con valores reales	21,92kHz
Medición osciloscopio	19,95kHz
Medición analizador de impedancia	19,675kHz

TABLA 4: Métodos de obtener frecuencia de corte y sus resultados

Diagrama vectorial

Para la frecuencia de corte del circuito medida prácticamente, se genera una señal senoidal en la entrada y se mide con el osciloscopio la entrada, la salida y utilizando la función resta de math en el osciloscopio también se obtiene la tensión sobre la resistencia.

V_{gen}	f_{gen}	$ V_{cap} $	$\angle V_c$	$ V_r $	$\angle V_r$	I
19,4V	19,95kHz	13,9V	-45°	14,2V	44°	2,6mA

TABLA 5: Medicion de tensiones y corriente

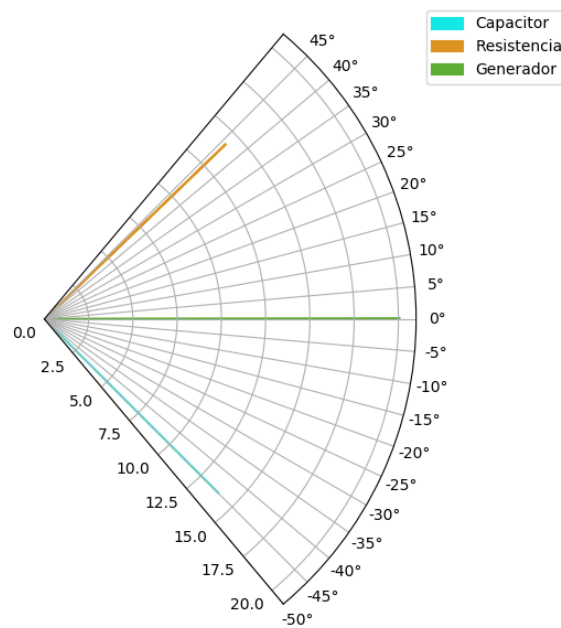


FIGURA 3: Diagrama vectorial de tensiones, donde la del generador es la resultante de la suma

Respuesta en frecuencia

En este apartado se busca obtener la respuesta en frecuencia del circuito filtro pasabajos de manera práctica, midiendo la respuesta del circuito a una señal senoidal de amplitud 20V para cada frecuencia, tanto en módulo como en fase y graficarlo en una escala semilogarítmica. Además, se contrastará el resultado de tales mediciones con lo obtenido teóricamente. En la figura se dibuja con un trazo el bode de magnitud teórico y con puntos los valores del mismo medidos en la práctica.

En la tabla de mediciones de bode, hay algunas mediciones de la fase medida con el método XY que no pudieron ser completadas dado que en la forma obtenida no era distinguible la distancia entre cruce de ceros.

f	v_g	v_c	$\frac{V_c}{V_g} db$	θ_{osc}	δ_T	θ_T	δ_{cero}	δ_{total}	θ_{xy}
10	20.2	20.19	-0.00430101	-1	2.08E-04	0.7488			
30	20.16	20.14	-0.008621231	0	-3.34E-07	-0.003606444			0
100	20.16	20.18	0.008612683	-1	0	0	0.1	20.27	-0.282664094
300	20.13	20.11	-0.008634086	0	-2.20E-05	-2.376	0.975	22.275	-2.508697579
1000	20.18	20.05	-0.056135699	-4	-1.25E-05	-4.5	2.02	20.02	-5.790947044
2000	20.47	19.84	-0.271523497	-7	-1.00E-05	-7.2	2.85	19.77	-8.288513163
3000	20.48	19.37	-0.484006632	-10	-8.99E-06	-9.7092	3.8	19.67	-11.13886737
5000	20.57	19.34	-0.535556439	-14	-8.45E-06	-15.21	5.275	19.6	-15.61266118
7000	20.16	18.73	-0.639055008	-19	-7.92E-06	-19.95084	6.47	19.57	-19.30568723
10000	20.181	17.645	-1.166420394	-27	-7.52E-06	-27.072	8.85	19.5	-26.99071828
14000	20.14	15.91	-2.047785731	-35	-6.99E-06	-35.2296	11.35	19.45	-35.70044777
19950	19.76	13.69	-3.187669842	-45	-6.24E-06	-44.81568	-13.5	-20	-42.4541502
25000	19.37	12.002	-4.157519966	-51	-5.65E-06	-50.832	14.87	19.87	-48.44889239
30000	19.64	10.8	-5.194354559	-56	-5.20E-06	-56.1276	15.975	19.45	-55.21883338
45000	19.6	7.81	-7.99210075	-66	-4.03E-06	-65.286	17.35	19.4	-63.42248648
60000	19.59	6.34	-9.798903562	-72	-3.23E-06	-69.768	17.82	19.45	-66.37606025
100000	19.54	4.11	-13.54165475	-82	-2.12E-06	-76.32	18.35	19.45	-70.63834253
200000	19.51	2.31	-18.53290579	-89	-1.22E-06	-87.48	19.1	19.35	-80.7798954
330000	19.53	1.201	-24.22318472	-90	-7.10E-07	-84.348	19	19.32	-79.5573595
500000	19.82	0.812	-27.75095242	-90	-4.67E-07	-83.97	19.3	19.47	-82.42302906
700000	20.3	0.593	-30.68882689	-90	-3.35E-07	-84.294	19.05	19.375	-79.4908544
1000000	20.05	0.437	-33.2326588	-91	-2.30E-07	-82.6956			0

TABLA 6: Mediciones del módulo de la respuesta en frecuencia

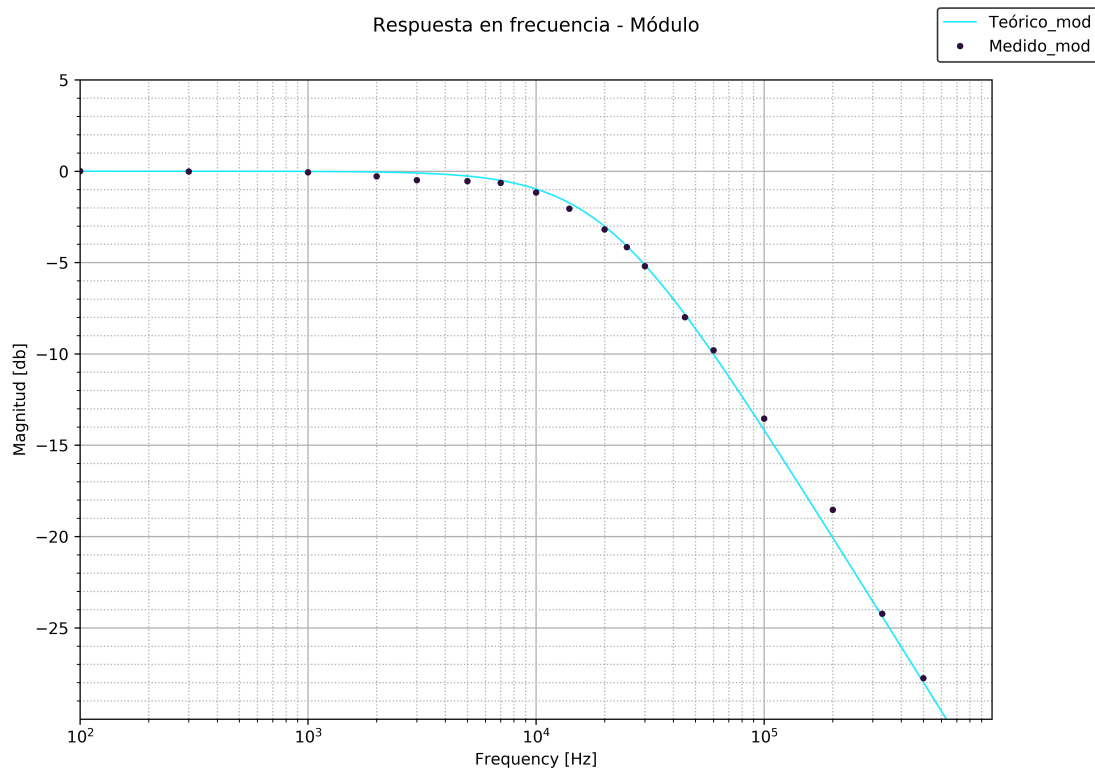


FIGURA 4: Diagrama de bode de módulo

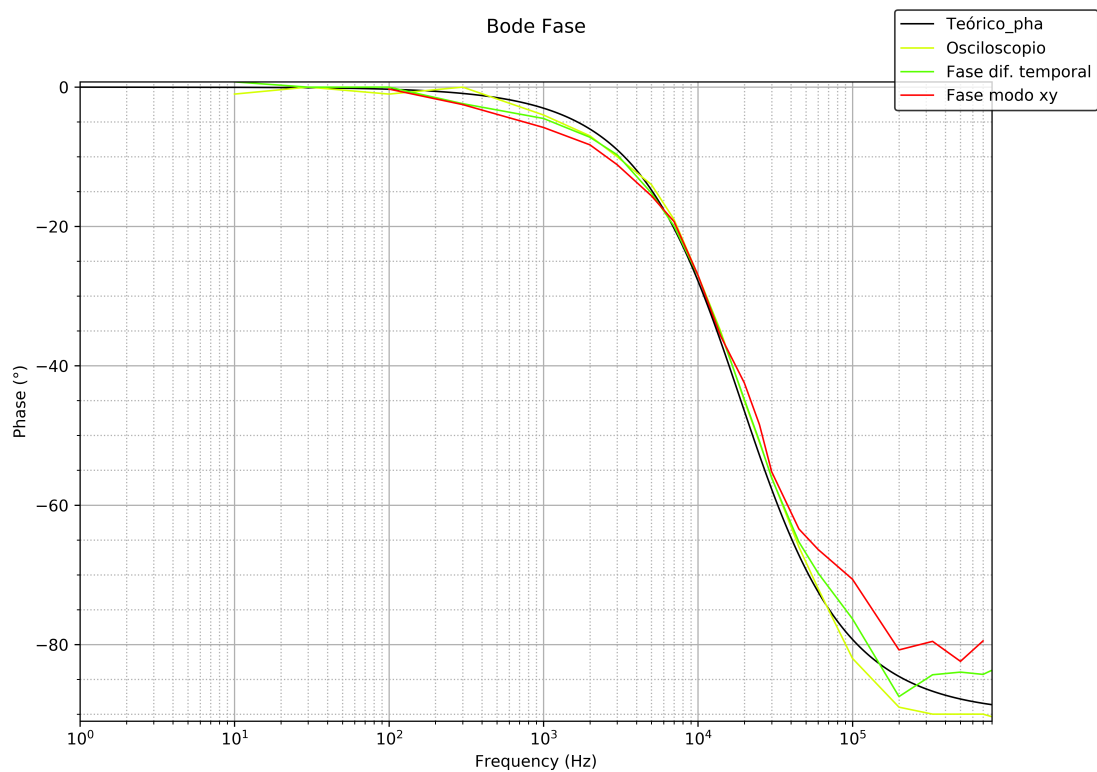


FIGURA 5: Diagrama de bode de fase

Amplitud de resistencia en frecuencia

En el circuito RC, para poder medir la amplitud sobre la resistencia se necesita medir las amplitudes de las señales sobre el generador y sobre el capacitor y emplear la herramienta de resta de math en el osciloscopio. Una vez obtenido eso, se calcula para cada frecuencia el valor de la amplitud y se obtiene el gráfico de la figura ???. En tal figura, lo que se puede observar es el comportamiento de un filtro pasa altos, ya que para frecuencias bajas la amplitud de la misma se ve reducida, mientras que para valores muy grandes de frecuencia la atenuación es casi nula. Es decir, la resistencia en este circuito posee un comportamiento inverso al del capacitor.

f	v_r
10	0.635531274
100	0.898665678
1000	2.286897462
10000	9.79421952
100000	19.10286628
3000	6.650827016
14000	12.34874488
30000	16.40395074
60000	18.53570878
200000	19.37276439
500000	19.80335971
1000000	20.04523712
45000	17.97676
25000	15.20358168
19950	14.24926314
7000	8.775141025
2000	5.039374961
5000	7.881935042
300	0.89710646
30	0.897775027
700000	20.29133685
330000	19.49303719

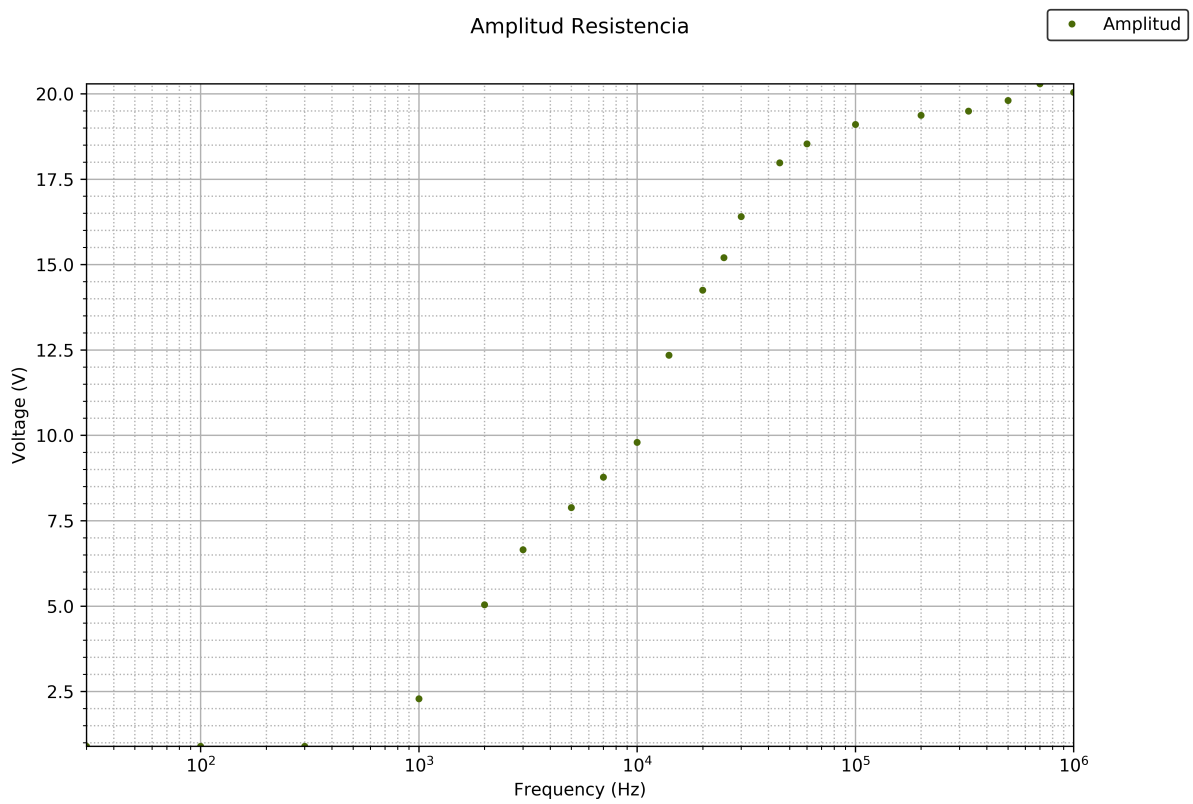


FIGURA 6: Amplitud de la resistencia en función de la frecuencia

Comportamiento frente a señal cuadrada

En la expresión de la ecuación ?? se puede observar que dada la frecuencia de corte $\omega_o = 18,94kHz$ luego se observa que, desde un punto de vista teórico:

$$H(s) = \frac{1}{1 + \frac{s}{2\pi \cdot 18,94kHz}} \quad (6)$$

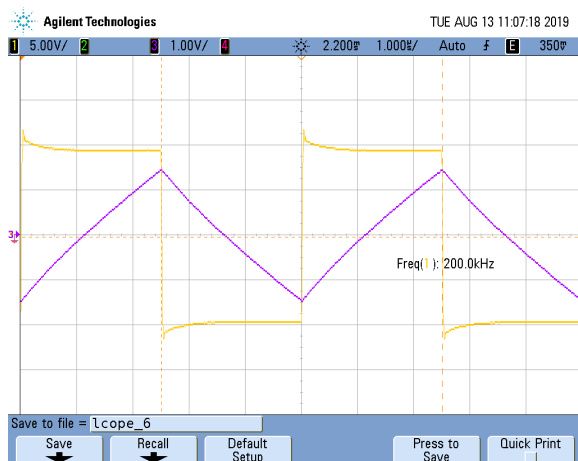
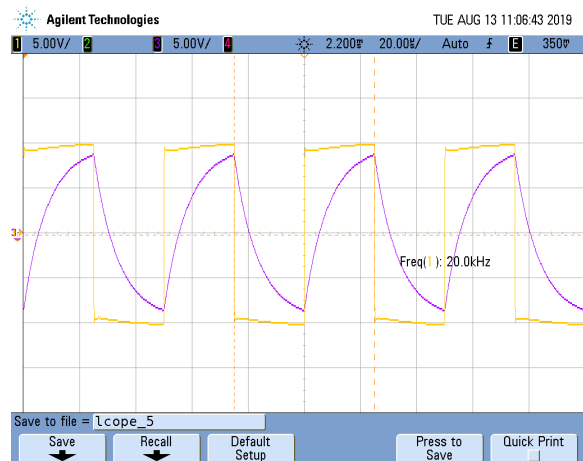
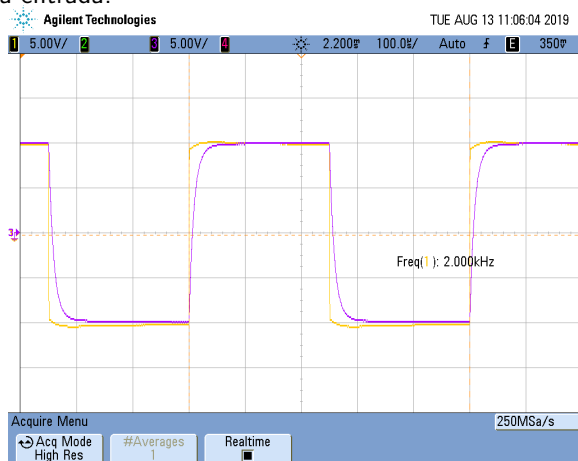
Esto mismo da la idea que para frecuencias tales que $f > 189,4kHz$ o más, se puede empezar a aproximar que la función de transferencia se reduce de la forma:

$$H(s) = \frac{1}{1 + \frac{s}{2\pi \cdot 18,94kHz}} \Rightarrow H(s) \approx \frac{1}{\frac{s}{2\pi \cdot 18,94kHz}} \quad (7)$$

Por la propiedad de la integral para la transformada de Laplace, se puede observar que dividir por la variable compleja s consiste en integral la función o señal en el dominio temporal. Desde otro punto de vista, la antitransformada de esta función es el escalón, y cualquier señal de salida puede obtenerse a partir de la convolución con la respuesta impulsiva lo cual, dado que es un escalón, se reduce en una integral sobre la entrada.

Desde un análisis en frecuencias, la descomposición en serie de Fourier de la señal cuadrada daría como resultado que está compuesta por infinitas componentes armónicas de frecuencias múltiplo de la fundamental, lo cual al momento de pasar a través del filtro pasabajo conduce a que algunas de las frecuencias más altas se vean atenuadas, deformando la forma de onda original.

En las figuras ilustradas, se puede observar que ante una señal de entrada cuadrada, las respuestas del circuito varían según la frecuencia de la cuadrada, y finalmente, para frecuencias muy altas la salida es la integral de la entrada.



Reemplazando capacitor por punta de osciloscopio

En este apartado se arma el circuito pero quitando el capacitor de la salida, midiendo con la punta del osciloscopio, pues se conoce el modelo de tal punta y contiene un capacitor que es el que determinará la frecuencia de corte del filtro. De esta forma se buscan las frecuencias de corte para los escenarios en los cuales la punta se encuentre configurada en x1 y en x10, y se contrasta el valor resultante de capacidad con el medido por el analizador de impedancias a la misma frecuencia.

TABLA 7: Medición de frecuencia de corte en x1

V_{gen}	f_{gen}	$ V_{cap} $	$\angle V_{cap}$
18,9V	250kHz	13,4V	-45°

TABLA 8: Comparación de capacidades calculada y medida en x1

f_{corte}	R	C_{calc}	C_{med}	Error(%)
250kHz	5,6kΩ	$113,68 \cdot 10^{-12}$	$116,6 \cdot 10^{-12}$	2,5
250kHz	5,46kΩ	$116,59 \cdot 10^{-12}$	$116,6 \cdot 10^{-12}$	0,002

TABLA 9: Medición de frecuencia de corte en x10

V_{gen}	f_{gen}	$ V_{cap} $	$\angle V_{cap}$
19,98V	1,4MHz	13,92V	-45°

TABLA 10: Comparación de capacidades calculada y medida en x10

f_{corte}	R	C_{calc}	C_{med}	Error(%)
1,4MHz	5,6kΩ	$20,30 \cdot 10^{-12}$	$17,1 \cdot 10^{-12}$	18,72
1,4MHz	5,46kΩ	$20,82 \cdot 10^{-12}$	$17,1 \cdot 10^{-12}$	21,76

2.3. Análisis de resultados

Con respecto a las capacidades e impedancias medidas al comienzo, puede decirse que la variación de los valores nominales de los componentes frente a los comerciales dentro del margen impuesto por la tolerancia suele tener una incidencia considerable sobre los resultados obtenidos. Para poder medir esta incidencia se utilizó el analizador de impedancias y modelando al capacitor con una resistencia en paralelo se calculó una frecuencia de corte real mayor a la teórica. Luego, con éstos mismos valores se midió la amplitud de la señal de salida con diferentes métodos obteniéndose así gráficos para la fase y el módulo. Tanto de la figura ?? como de la figura ?? puede verse que los datos teóricos y los medidos por el osciloscopio concuerdan con un pequeño error a altas frecuencias. A medida que aumenta la frecuencia este error se hace mayor, ya que las impedancias de los componentes comienzan a cambiar llegado este punto. A pesar de lo anterior, consideramos que son necesarias más mediciones para poder determinar el comportamiento exacto del circuito a altas frecuencias. Por otro lado, Los datos medidos mediante el modo XY poseen mayor desviación, debido a que éste es un método aproximado que depende de la resolución de la pantalla para ser medido.

Con respecto al comportamiento del circuito frente a una señal cuadrada, pudo mostrarse gráfica y teóricamente como afecta un filtro pasabajos a dicho tipo de señal. Se concluye entonces, que a frecuencias mucho mayores a la frecuencia de corte, llámese uno o mas órdenes de magnitud mayor, el circuito se comporta como un integrador. No es el mejor integrador posible, ya que depende de la frecuencia de corte del circuito y de que tan lejos se trabaje de la misma.

Finalmente pudo comprobarse la capacidad introducida al circuito cuando se utiliza una punta de osciloscopio. Se logró medir dicha capacidad y así demostrar que el solo hecho de tomar una medición implica modificar la misma.

3. Filtro pasaaltos

3.1. Análisis teórico

3.1.1. Modelos ideales

Al igual que en el análisis del filtro pasabajos se supondrá que tanto el generador como los componentes a medir son ideales, es decir, se desprecia toda variación de sus características eléctricas

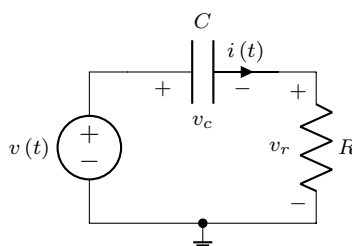


FIGURA 7: Circuito teórico RC

De este circuito se deriva la función transferencia que lo caracteriza, expresada en la ecuación ??

$$H(s) = \frac{V_R}{V_i} = \frac{R}{\frac{R \cdot C \cdot s + 1}{C \cdot s}} = \frac{s \cdot R \cdot C}{s \cdot R \cdot C + 1} \quad (8)$$

Si se asume que el sistema es LTI, causal y BIBO-estable se puede obtener la respuesta en frecuencia del mismo haciendo el reemplazo $s = j\omega$, resultando en:

$$H(f) = \frac{2\pi \cdot f \cdot R \cdot C}{2\pi \cdot f \cdot R \cdot C + 1} \quad (9)$$

Como podemos observar en la ecuación ?? el sistema presenta un cero en $f_0 = 0$ y un polo simple en $f_1 = \frac{1}{R \cdot C}$.

3.1.2. Modelo equivalente del capacitor

En el apartado anterior se hizo mención de la idealidad de los componentes a la hora de hacer un análisis sobre el circuito. Para obtener una aproximación más cercana al comportamiento real del mismo, incorporamos el modelo paralelo del capacitor a las ecuaciones.

AGREGARCIRCUITOCONMODELOPARALELODECAP(tikz)

De este circuito se puede obtener una nueva expresión de función transferencia, como se observa en la figura ??.

$$H(s) = \frac{s \cdot C \cdot R \cdot R_c + R}{s \cdot C \cdot R \cdot R_c + R + R_c} \quad (10)$$

De la anterior ecuación se puede deducir que cambiarán los valores de frecuencia del polo y del cero calculados anteriormente, en condiciones ideales.

3.2. Mediciones y resultados

En esta sección se volcarán los datos obtenidos de las mediciones en laboratorio del filtro. Cabe destacar que los componentes empleados para tal fin son idénticos a los utilizados en el análisis del pasabajos. De igual manera, se usó las puntas del osciloscopio en modo x10 (previa calibración de las mismas) de forma tal de minimizar el impacto de estas sobre el circuito.

En un principio, se excitó a la entrada con una señal sinusoidal de amplitud $20V_{pp}$ barriendo la frecuencia de la misma. La amplitud elegida es la máxima entregable por el generador de señales. Cuanto mayor sea la amplitud de excitación se apreciará menos el nivel de ruido electromagnético, colaborando con la medición. En un principio, se barrió en un espectro de frecuencias desde $10Hz$ hasta $1MHz$. Se hizo énfasis en las zonas críticas del diagrama para poder obtener una curva representativa. En la tabla ?? se reflejan los valores medidos de tensión de entrada y salida, y la diferencia de fase entre estos.

f	v_g	v_R	$\frac{V_R}{V_g} db$	$\theta_{\Delta t}$
10	20.2	0.001	91.08	
30	20.2	0.003	88.56	
100	20.2	0.010	88.92	
300	20.2	0.031	87.48	
1000	20	0.100	84.80	
2000	20	0.198	82.80	
3000	19.9	0.295	80.68	
5000	19.9	0.484	74.97	
7000	19.9	0.650	69.50	
10000	19.9	0.880	63.00	
14000	19.8	1.126	54.43	
19950	19.8	1.360	44.46	
25000	19.8	1.500	38.16	
30000	19.8	1.590	33.05	
45000	19.8	1.750	23.49	
60000	19.8	1.820	18.47	
100000	19.8	1.880	11.48	
200000	19.9	1.920	5.54	
330000	20	1.940	3.68	
500000	20	1.950	3.15	
700000	20	1.960	1.81	
1000000	20	1.960	1.08	

TABLA 11: Mediciones del módulo de la respuesta en frecuencia

Cabe aclarar que para la medición de fase entre señales empleamos el método Δt , dado que consideramos que introduce menos error al proceso debido a la menor intervención humana en interpretación, respecto al modo XY.

En la figura ?? se puede observar la superposición del BODE teórico calculado y el mismo diagrama resultante de la medición sobre el circuito.

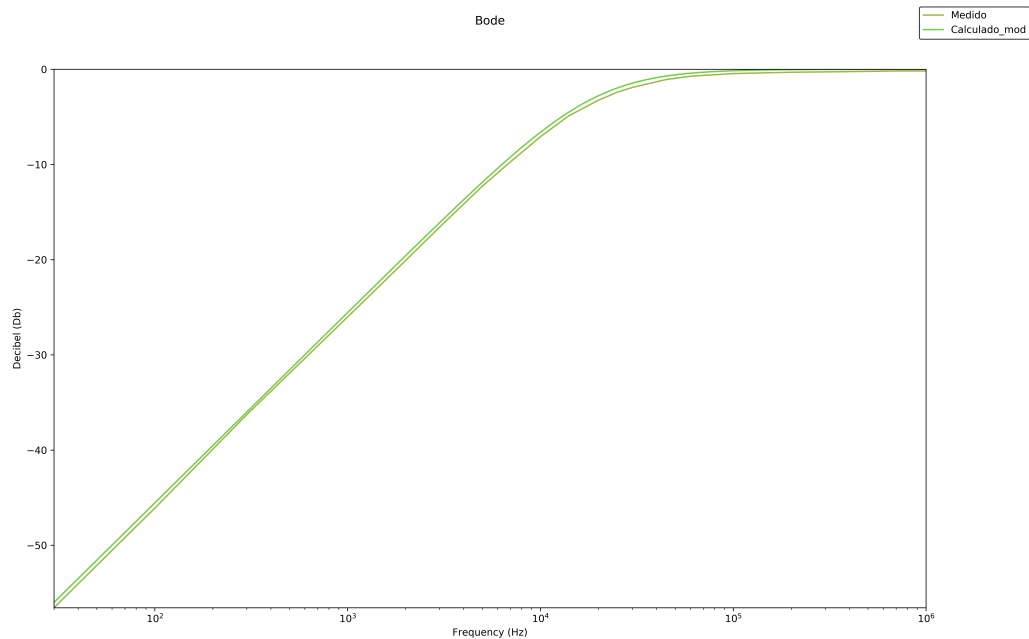


FIGURA 8: Diagrama BODE de amplitud

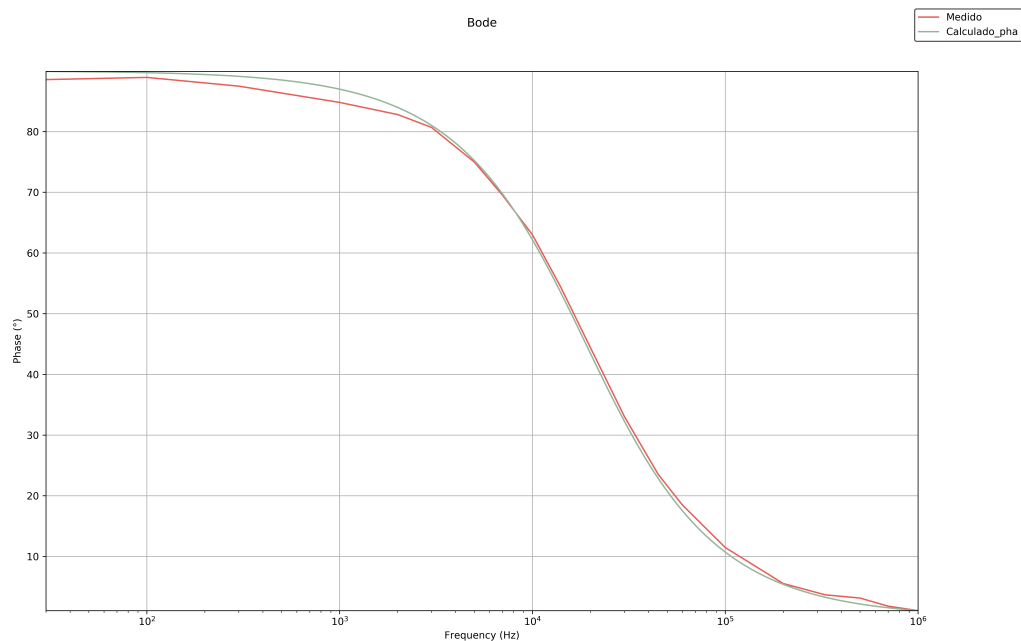


FIGURA 9: Diagrama BODE de fase

En ambos casos podemos observar la similitud entre las curvas teóricas y las medidas. Las diferencias están en los intervalos de toma de datos de la medición, dado que la cantidad de puntos medidos es considerablemente menor a la cantidad de puntos calculados. Por otro lado, también pueden existir diferencias dadas las tolerancias de los componentes, la temperatura a la que funciona el circuito, resistencias en los cables y conexiones, ruido electromagnético, etc. Además también podemos incluir la perturbación que subyace a la conexión las puntas del osciloscopio, dado que se agrega una impedancia capacitiva en paralelo que afecta las características del filtro (como por ejemplo la frecuencia de corte).

Respuesta a señal triangular

Se excitó al circuito con una señal del tipo triangular, con un valor de tensión pico a pico $V_{pp} = 20V$ (el máximo permitido por el generador). En particular, se midió el circuito en tres casos de frecuencia de entrada ($f_0 = 2kHz$, $f_1 = 20kHz$, $f_2 = 100kHz$).

El caso de la frecuencia baja ($f_0 = 2kHz$) está reflejado en la figura ???. En esta imagen podemos apreciar como la salida se asemeja a una señal cuadrada. Luego, el sistema se comporta como un integrador. Los vértices de la salida cuadrada se ven distorsionados presuntamente por las curvas características de carga y descarga del capacitor asociado al filtro. Además la atenuación en la salida es considerable, de acuerdo al análisis teórico realizado con anterioridad.

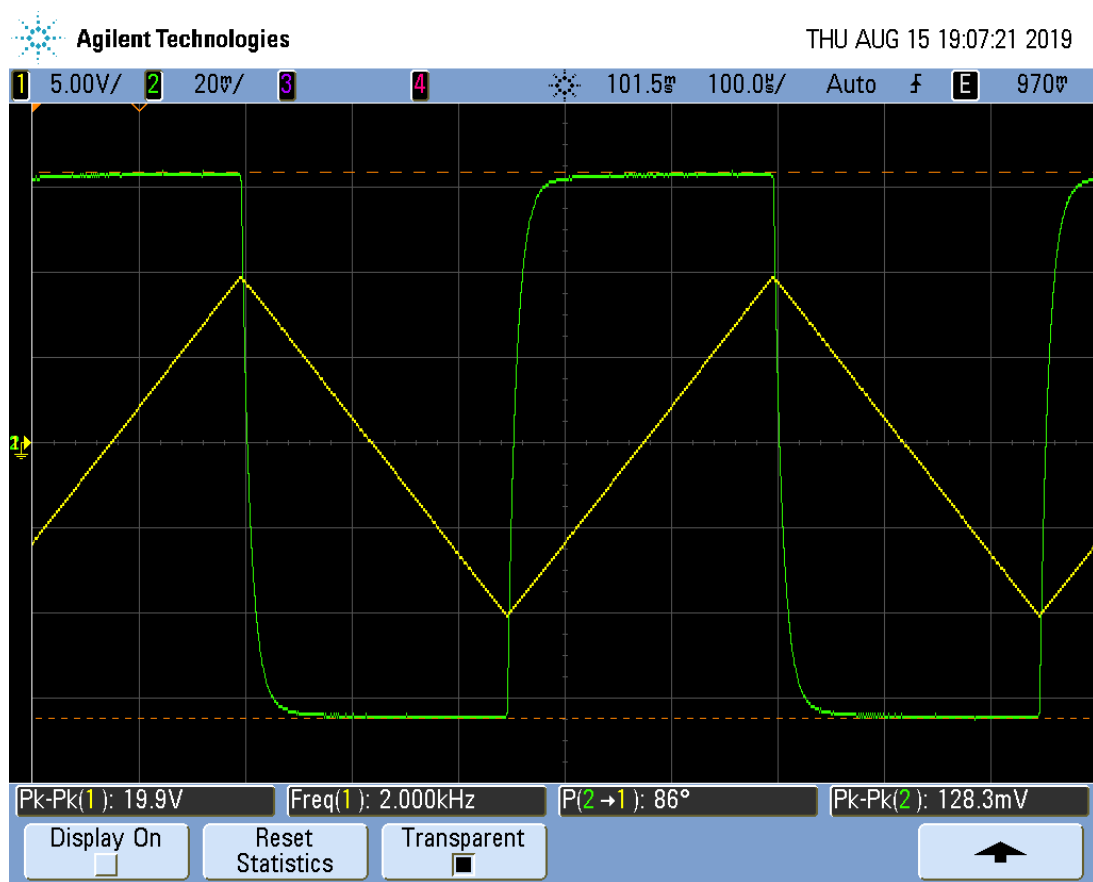


FIGURA 10: Respuesta a señal triangular de frecuencia $f = 2kHz$

Si ahora se aumenta la frecuencia de la señal en una década se puede observar como la señal de salida tiende a ser triangular, pero con los lados curvos. Esto es nuevamente debido a la presencia del capacitor en el circuito, que se carga y descarga, deformando así la señal de salida.



FIGURA 11: Respuesta a señal triangular de frecuencia $f = 20\text{kHz}$

Por último, si forzamos la frecuencia a $f = 100\text{Hz}$ se observa que la señal se asemeja aún mas a la función triangular de entrada. En este caso la curva en los lados es de un radio mayor. Además se aprecia que la atenuación de la señal sigue siendo considerable, pero mucho menor a los casos anteriores.

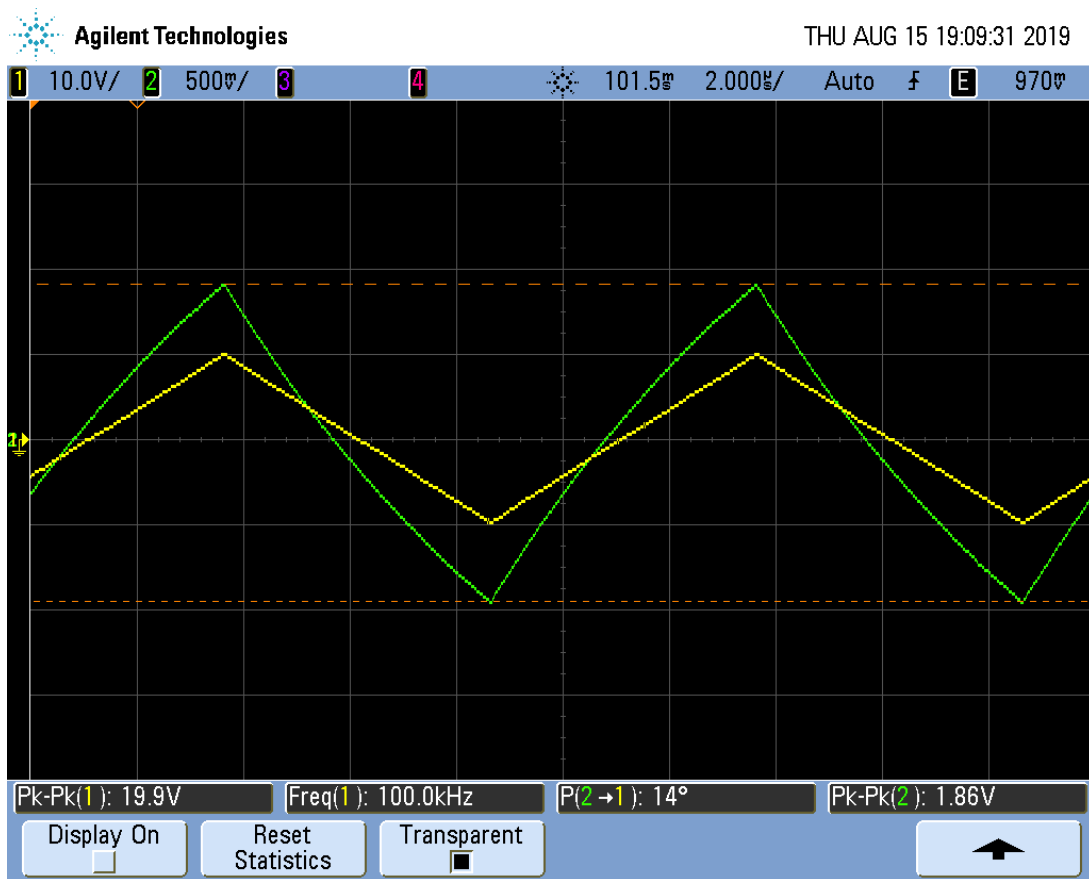
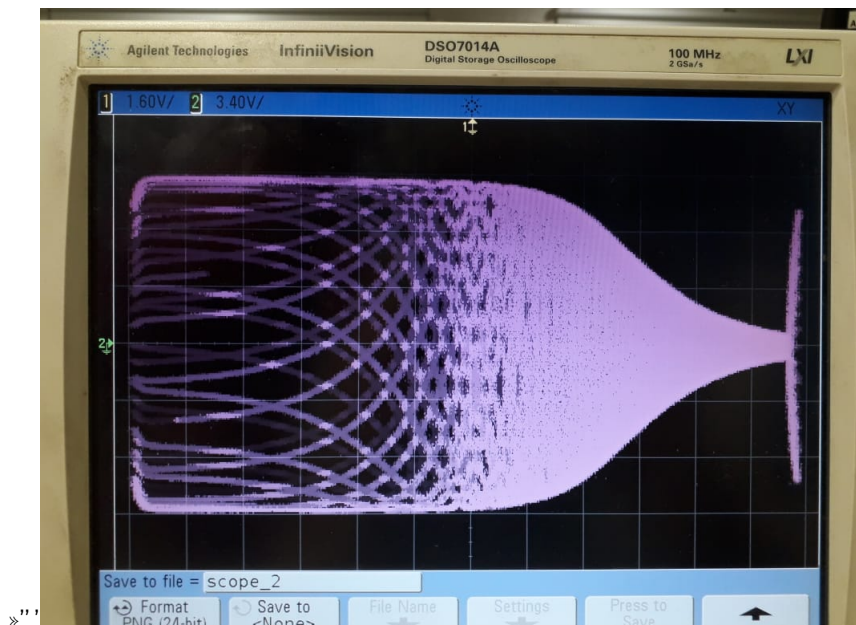


FIGURA 12: Respuesta a señal triangular de frecuencia $f = 100\text{kHz}$

En resumen, podemos apreciar como al aumentar la frecuencia la señal tiende a copiar la forma de la entrada. Esto es lógico debido a que se está analizando un filtro pasaaltos. Además, como se observa en la ecuación ?? la respuesta en frecuencia es un cociente de polinomios de grado 1, cuyos coeficientes principales son idénticos. Luego, para valores de frecuencia altos comparables con la frecuencia de corte del filtro todo el cociente tiende a la unidad. «“¡HEAD

»'4. Sincronización de Instrumentos

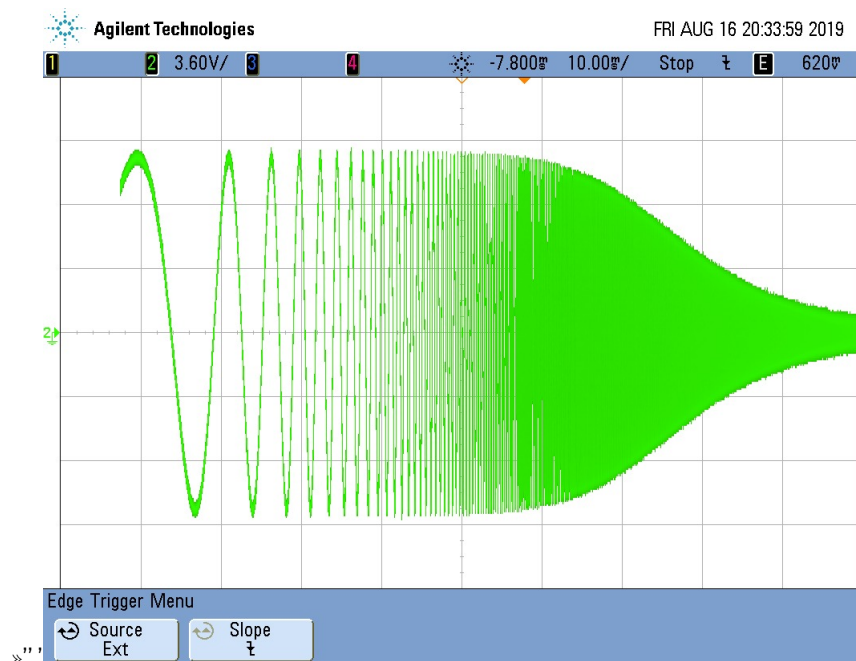
»'En los dos circuitos anteriores se obtuvo la respuesta en frecuencia de los mismos tomando los valores de la amplitud y la fase de la señal de salida a diferentes frecuencias. Luego se graficaron dichos valores en escala semilogarítmica para conseguir una representación gráfica de la función transferencia en módulo y fase. No obstante lo anterior, tener una manera mediante la cual pueda observarse la respuesta en frecuencia de un circuito solamente con un osciloscopio y un generador, puede ser de gran utilidad. Lo anteriormente descrito se realizó de dos maneras diferentes: en primer lugar se usaron dos generadores, el primero para crear una rampa y el segundo para generar el barrido horizontal de la señal. Se configuró el generador para que barriera un gran rango de frecuencias y con el modo XY del osciloscopio se logró visualizar la siguiente imagen:



»'''

»'''FIGURA 13: Respuesta en frecuencia medida en modo XY

»'''En segundo lugar se utilizó solamente un generador de funciones y el osciloscopio en modo normal:



»'''

»'''FIGURA 14: Respuesta en frecuencia medida en modo normal

»'''Es importante aclarar que las imágenes anteriores no son representaciones verdaderas de la respuesta en frecuencia de la señal. Para lograr graficar la salida de un circuito en el dominio de la frecuencia se debería utilizar la Transformada de Fourier, cosa que no puede hacerse con un osciloscopio análogo, pero si en instrumentos digitales que posean dicha función. ===== '''¿charlie

5. Conclusiones