Instituto Tecnológico de Buenos Aires

Trabajo Práctico Nº 2
Laboratorio de Electrónica - 2019

Grupo 1:

Galdeman, Agustín Ignacio
Gaytan, Joaquín Oscar
Kammann, Lucas
Maselli, Carlos Javier

Profesores:

Cossutta, Pablo Martín
Weill, María Alejandra
Salvati, Matías Damián

20 de septiembre de 2019

Índice

1. Caracterización de componentes pasivos **3**
1.1. Medición del capacitor . . . 3
1.1.1. Resultados . . . 3
1.1.2. Modelización del comportamiento observado . . . 4
1.2. Medición del inductor . . . 5
1.2.1. Resultados . . . 5
1.2.2. Modelización del comportamiento observado . . . 7
1.3. Conclusiones . . . 8

2. Circuito Pasabajos **9**
2.1. Análisis teórico . . . 9
2.1.1. Función transferencia . . . 9
2.1.2. Valores característicos de transitorio . . . 11
2.1.3. Análisis de casos . . . 11
2.2. Resultados . . . 12
2.2.1. Mediciones del transitorio . . . 12
2.2.2. Medición de respuesta en frecuencia . . . 14

3. Circuitos pasaaltos, pasabanda y rechazabanda **15**
3.1. Circuito Pasabanda . . . 15
3.1.1. Análisis teórico . . . 15
3.1.2. Resultados . . . 16
3.2. Circuito Pasaaltos . . . 18
3.2.1. Análisis teórico . . . 18
3.2.2. Resultados . . . 19
3.3. Circuito Rechazabanda . . . 21
3.3.1. Análisis teórico . . . 21
3.3.2. Resultados . . . 22

4. Medición de factor de calidad **24**
4.1. Filtro Pasabajos . . . 24
4.2. Filtro Pasaaltos . . . 24
4.3. Filtro Pasabanda . . . 24
4.4. Filtro Rechazabanda . . . 24

1. Caracterización de componentes pasivos

En esta sección se analiza el comportamiento de los componentes pasivos en función de la frecuencia de operación, en particular de un capacitor y un inductor. Para dicho análisis se realiza un barrido en frecuencias desde $10Hz$ a $10MHz$.

1.1. Medición del capacitor

Para la medición se utiliza un capacitor de $22nF$ de film y se configura el analizador de impedancias en modelo paralelo para medir fase y admitancia. En este caso, debido a las características particulares del componente, no es posible realizar el barrido de frecuencias completo.

1.1.1. Resultados

Se muestran en la Tabla 1 los resultados obtenidos de las mediciones y en la Figura 1 los respectivos gráficos realizados a partir de estas.

Frecuencia (Hz)	Capacidad (F)	Factor de disipación	Admitancia (s)	Fase (°)
5	2.20E-08	0.006	6.80E-07	89.5
10	2.19E-08	0.006	1.38E-06	89.9
20	2.20E-08	0	2.76E-06	90
100	2.19E-08	0.0012	1.38E-05	89.93
300	2.19E-08	0.0025	4.13E-05	89.86
1000	2.19E-08	0.0039	1.37E-04	89.78
3000	2.18E-08	0.0064	4.10E-04	89.64
10000	2.17E-08	0.0086	1.36E-03	89.51
30000	2.15E-08	0.0124	4.05E-03	89.29
80000	2.13E-08	0.0157	1.07E-02	89.1
100000	2.13E-08	0.0165	1.34E-02	89.06
150000	2.12E-08	0.018	2.00E-02	88.97
200000	2.11E-08	0.0191	2.66E-02	88.91
300000	2.11E-08	0.0211	3.97E-02	88.79
400000	2.10E-08	0.0228	5.28E-02	88.69
500000	2.10E-08	0.0245	6.60E-02	88.6
600000	2.10E-08	0.0262	7.91E-02	88.5
700000	2.10E-08	0.0279	9.24E-02	88.4
750000	2.10E-08	0.0287	9.90E-02	88.35
780000	2.10E-08	0.0292	1.03E-01	88.32
800000	2.10E-08	0.0296	1.06E-01	88.31
825000	2.10E-08	0.03	1.09E-01	88.28
850000	2.10E-08	0.0305	1.12E-01	88.25
900000	2.11E-08	0.0313	1.19E-01	88.18
1000000	2.11E-08	0.033	0.133	88.1
2000000	2.19E-08	0.052	0.276	87
3000000	2.36E-08	0.077	0.447	85.6
4000000	2.66E-08	0.112	0.673	83.6
5000000	3.18E-08	0.166	1.012	80.6

Tabla 1: Mediciones del capacitor

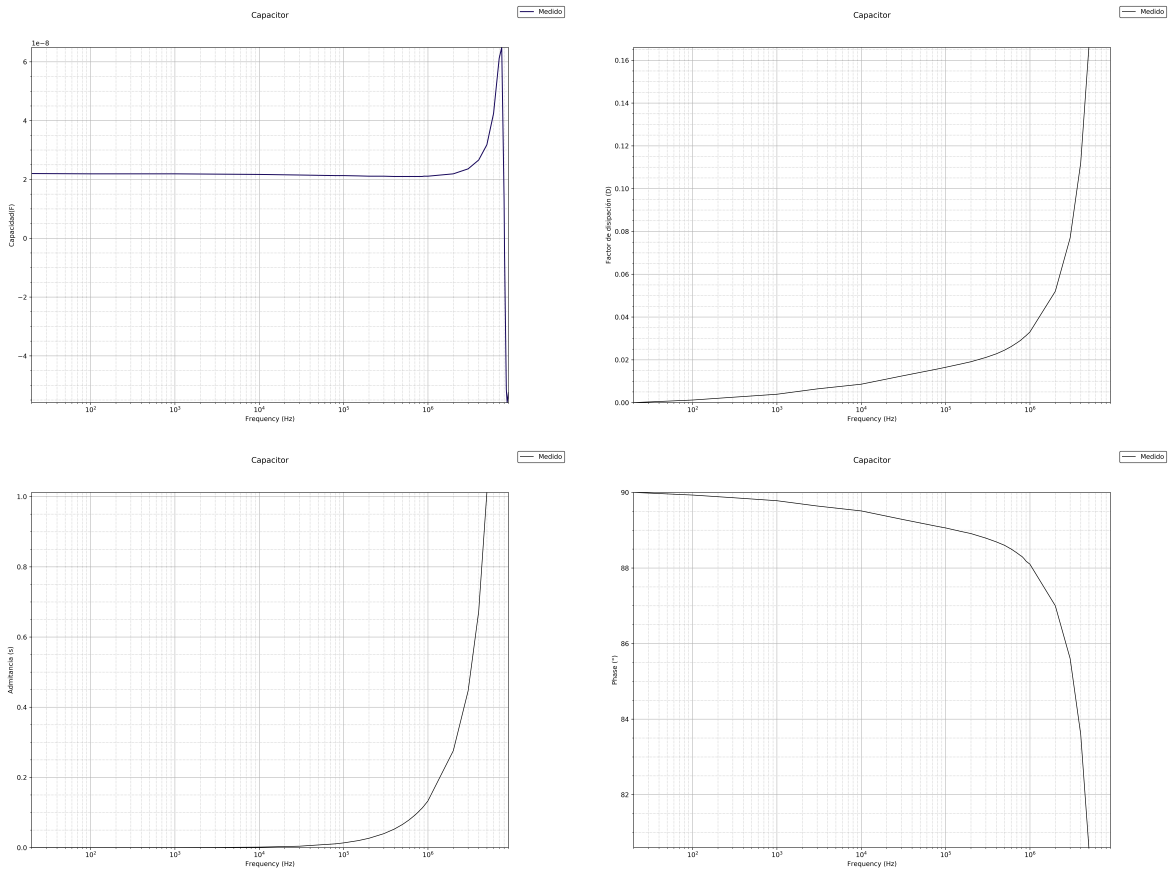

Figura 1: Gráficos realizados a partir de las mediciones

1.1.2. Modelización del comportamiento observado

Se propone el circuito de la Figura 2 con el fin de encontrar un modelo que se ajuste al comportamiento real del capacitor tanto en impedancia como en fase.

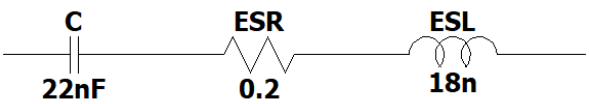

Figura 2: Modelo de comportamiento del capacitor

El valor de la inductancia se parte de que la frecuencia de corte del sistema se encuentra en el punto donde el valor de capacidad arrojado por el analizador de impedancias pase de ser positivo a negativo, es decir, cuando el capacitor comienza a comportarse como un inductor. Del las mediciones se obtiene $f_0 = 8MHz$. Luego, utilizando las fórmulas conocidas para un RLC serie mostradas en 1 y asumiendo que el valor de C es el nominal del componente utilizado.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = 2 \cdot \pi \cdot f_0 \tag{1}$$

Resolviendo 1 se obtiene $L = 18nHy$. Para ESR, se busca un valor iterando repetidas veces, hasta obtener una curva que se aproxime a la medida para la admitancia del capacitor.
Se muestran en la Figura 3, los resultados obtenidos a partir del modelo elegido.

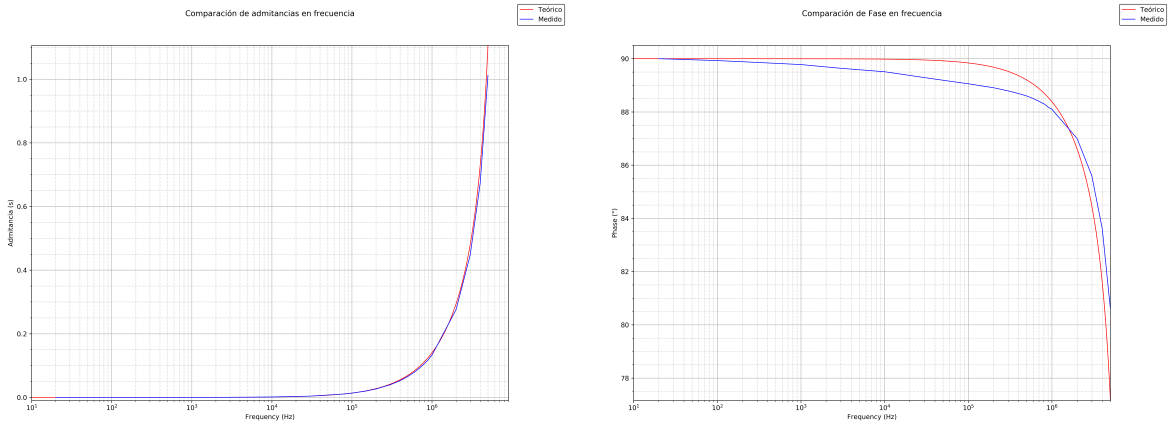

Figura 3: Comparación entre mediciones y modelo de admitancia y fase en función de la frecuencia.

Se observa un ajuste correcto en la comparación del modelo con las mediciones en el caso de la admitancia, lo que se corresponde con lo esperado ya que se diseña el circuito con ese fin.
Si bien el comportamiento de la fase no coincide exactamente con el modelo, se puede observar que la forma es correcta. Se asume que estas diferencias son causadas por fenómenos no analizados en el capacitor como por ejemplo la variación de los valores de ESR y ESL con la frecuencia.

1.2. Medición del inductor

Para la medición se utiliza un inductor de $500\mu H$ con núcleo de ferrite y se configura el analizador de impedancias en modelo serie para medir fase e impedancia.

1.2.1. Resultados

Se muestran en la Tabla 2 los resultados obtenidos de las mediciones y en la Figura 4 los respectivos gráficos realizados a partir de estas.

Frecuencia (Hz)	Inductancia (Hy)	Factor de calidad (Q)	Impedancia (Ω)	Fase (°)
10	5.00E-04	0	0.1	18.2
20	4.90E-04	1	1.13E-01	33
100	4.96E-04	3	0.328	71.6
300	4.92E-04	8	9.35E-01	82.6
1000	4.94E-04	16	3.11	86.4
3000	4.89E-04	23.5	9.23E+00	87.54
10000	4.89E-04	25	30.77	87.67
30000	4.77E-04	22.5	9.02E+01	87.43
80000	4.64E-04	17	2.34E+02	86.6
100000	4.66E-04	14.7	293	86.09
150000	4.66E-04	11.3	4.41E+02	84.93
200000	4.73E-04	8.9	5.98E+02	83.57
300000	5.00E-04	5.9	9.56E+02	80.47
400000	5.47E-04	4.1	1.41E+03	76.42
500000	6.20E-04	2.9	2.06E+03	70.7
600000	7.15E-04	1.8	3.07E+03	61.5
700000	7.52E-04	1	4.73E+03	44.4
750000	6.18E-04	0.6	5.80E+03	30.24
780000	4.32E-04	0.4	6.37E+03	19.4
800000	2.56E-04	0.2	6.66E+03	11.11
825000	2.30E-05	0	6.84E+03	1.04
850000	-2.05E-04	0.2	6.78E+03	-9.29
875000	-3.80E-04	0.3	6.54E+03	-18.86
900000	-5.03E-04	0.5	6.16E+03	-27.5
950000	-5.82E-04	0.9	5.31E+03	-40.89
1000000	-5.53E-04	1.2	4.48E+03	-50.73
1250000	-2.90E-04	2.8	2.47E+03	-70.5
1500000	-1.70E-04	4.4	1.71E+03	-77.11
1650000	-1.38E-04	5.3	1.46E+03	-79.25
1750000	-1.19E-04	5.8	1.33E+03	-80.31
2000000	-8.59E-05	7.3	1.08E+03	-82.24
3000000	-3.43E-05	12.8	6.48E+02	-85.51
4000000	-1.86E-05	17.5	4.66E+02	-86.7
5000000	-1.16E-05	21.2	3.65E+02	-87.27
10000000	-2.70E-06	24.6	170.4	-87.64

Tabla 2: Mediciones del inductor

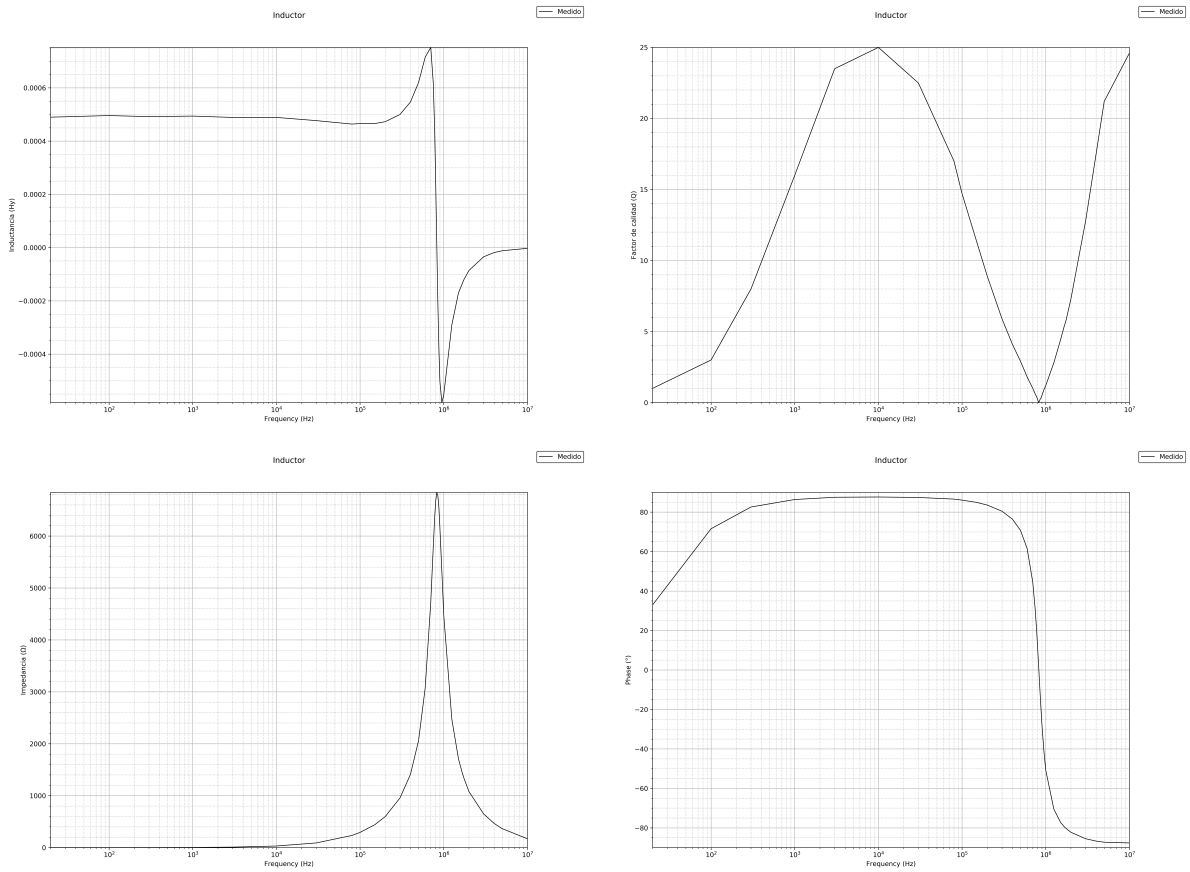

Figura 4: Gráficos realizados a partir de las mediciones

1.2.2. Modelización del comportamiento observado

Se propone el circuito de la Figura 5 con el fin de encontrar un modelo que se ajuste al comportamiento real del inductor tanto en impedancia como en fase.

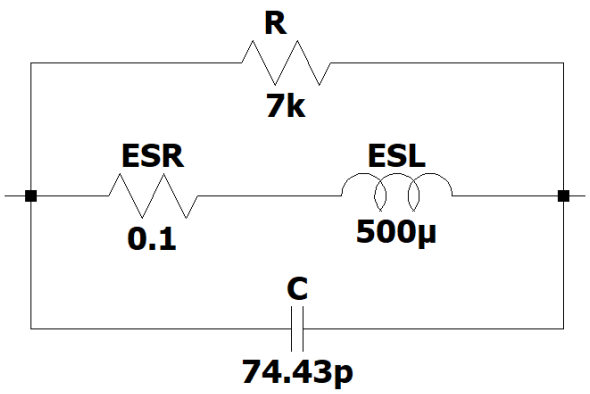

Figura 5: Modelo de comportamiento del inductor

Asumiendo que el valor de la inductancia es de $500\mu Hy$, lo cual es correcto si se tiene en cuanta que para frecuencias medias ese es el valor que se obtuvo en las mediciones, se puede encontrar un valor para C de igual forma que para el modelo del capacitor y tomando el valor para la frecuencia de corte $f_0 = 825KHz$ que nuevamente es el valor para el cual la inductancia medida con el analizador de impedancias pasa de positiva a negativa.

Para los valores de ESR y R se eligen valores de manera que para frecuencias bajas la resistencia equivalente del modelo coincida con la impedancia medida, y se fija el valor $R = 7K\Omega$ para lograr un mejor ajuste a la curva medida, limitando la máxima impedancia del modelo.
Se muestran en la Figura 6, los resultados obtenidos a partir del modelo elegido.

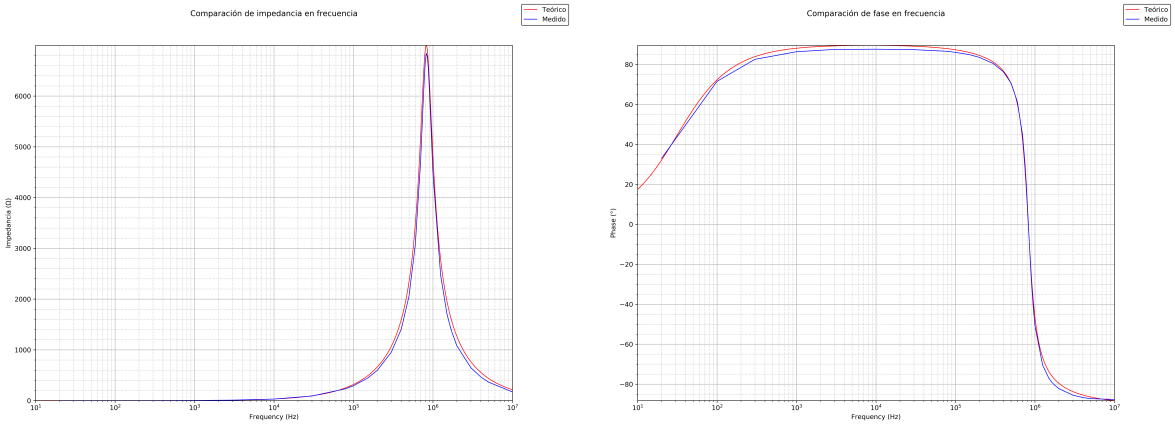

Figura 6: Comparación entre mediciones y modelo de impedancia y fase en función de la frecuencia.

En este caso se observa un ajuste mucho mejor con las curvas medidas.

1.3. Conclusiones

Es posible observar en las distintas curvas mostradas en esta sección, las variaciones que los componentes pasivos tienen con la frecuencia.
Para una frecuencia fuera del rango de operación, un capacitor puede comportarse como un inductor y viceversa. Es por esto que es de suma importancia, al diseñar un circuito de apliación, elegir correctamente el modelo con el que se trabaja.

2. Circuito Pasabajos

En esta sección se realizará el análisis de un circuito de segundo orden configurado de forma tal, que la salida tiene un comportamiento denominado como filtro pasabajos, debido a que como se observará en el análisis, únicamente permite pasar las bajas frecuencias.
En primer lugar se llevará a cabo un análisis teórico para estudiar el comportamiento del circuito, luego se realizarán mediciones y simulaciones de ser necesario, contrastando los resultados prácticos con las estimaciones teóricas en base a los modelos empleados. Además, los componentes que se pueden observar en la figura 7 están dados como $L = 500\mu H$, $C = 22nF$ y se desea que el sistema esté caracterizado con un coeficiente de amortiguamiento $\xi = 0,4$.

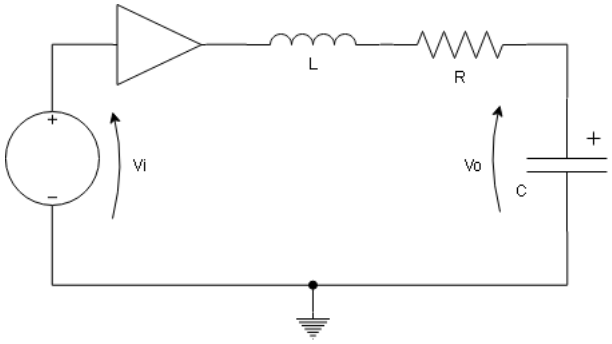

Figura 7: Circuito pasabajos

2.1. Análisis teórico

2.1.1. Función transferencia

El circuito a estudiar en este análisis, está compuesto por un buffer implementado utiizando un amplificador operacional y tres componentes pasivos, estos son, una resistencia, un capacitor y un inductor. Para estudiar el circuito es necesario comenzar caracterizandolo a través de la función tranferencia, para lo cual se asume que el mismo es un sistema lineal, de tiempo invariante, causal y bibo-estable. Además, se consideran el capacitor y el inductor ideales, sin tener en cuenta los efectos adicionales que deban incorporarse por sus características constructivas en la realidad. Con estas consideraciones en mente, se aplica un divisor de tensión para obtener la $H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$.

$$V_o = V_i \cdot \frac{\frac{1}{s \cdot C}}{s \cdot L + R + \frac{1}{s \cdot C}}$$
$$\Rightarrow V_o = \frac{V_i}{1 + s \cdot (C \cdot R) + s^2 \cdot (L \cdot C)}$$

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot \xi \cdot s}{\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} \tag{2}$$

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{(L \cdot C)}} \tag{3}$$

$$\xi = \frac{R}{2} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} \tag{4}$$

Vale mencionar, que el término lineal del polinomio cuadrático, además de poder ser expresado como $\frac{2 \cdot \xi}{\omega_o}$ puede ser expresado en función del factor de calidad Q del sistema, que describe la relación (temporalmente hablando) entre el tiempo de establecimiento y la frecuencia natural del sistema, o bien desde un punto de vista de frecuencias define el cociente entre la frecuencia de resonancia y el ancho de banda. Entonces, también se puede caracterizar dicho parámetro:

$$Q = \frac{\omega_o}{\Delta\omega} = \frac{1}{2 \cdot \xi} \tag{5}$$

Dado que está consignado el valor del coeficiente de amortiguamiento del sistema, luego se puede obtener en términos ideales el valor de la resistencia para alcanzar tal estado, con lo cual despejando se obtiene que la resistencia debiera de tener un valor de $R = 120{,}6\Omega$. Esto en la práctica no será necesariamente así puesto que los modelos prácticos para el capacitor y el inductor, desviarán el verdadero valor que deberá tomar la resistencia para que se pueda observar ese comportamiento. Es por esto último que si bien en el desarrollo teórico se considera una resistencia de tal valor, en la práctica se buscará llevar al sistema hasta tal estado, utilizando para ello una resistencia variable que lo permita. Entonces el sistema tiene una frecuencia angular de resonancia natural $\omega_o = 301511,34\frac{1}{s} = 2\pi \cdot 47,987kHz$.
Analizando el circuito en el dominio de las frecuencias, por tener un valor de $\xi = 0,4 < 1$ se dice que el sistema se encuentra subamortiguado, con lo cual observando la función transferencia se llega a que posee dos polos complejos y conjugados, y la respuesta en frecuencia según lo asumido anteriormente debería tener un sobrepico en una frecuencia previa a la frecuencia de corte o resonancia natural y decaer 40 decibeles por década a partir de dicha frecuencia. Esto se puede observar en los diagramas de la Fig. 8.

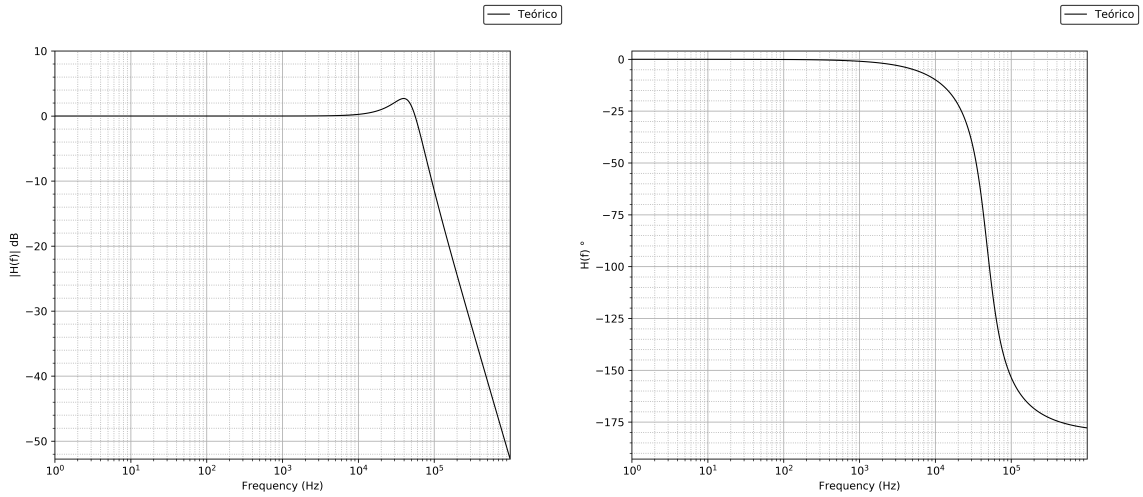

Figura 8: Diagramas de bode $H(s = 2\pi \cdot f)$ teórico

Analizando el circuito en el dominio del tiempo, se busca la respuesta del sistema a un escalón de amplitud arbitraria que luego en la práctica se verá definida en base a algunas limitaciones que puedan darse físicamente. Para esto se considera una señal entrante al sistema de la forma de $V_i(s) = \frac{A}{s}$ y si se reacomodan con algunos pasos algebraicos algunos términos, luego se puede obtener tal respuesta antitransformando por laplace al dominio temporal.

$$V_o(s) = V_i(s) \cdot H(s) = \frac{A}{s} \cdot \frac{\omega_o}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot \frac{\omega_o \cdot \sqrt{1-\xi^2}}{(s+\xi \cdot \omega_o)^2 + (\omega_o \cdot \sqrt{1-\xi^2})^2}$$

$$\Rightarrow v_o(t) = A \cdot \left[1 - \frac{e^{-\alpha \cdot t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot \sin(\omega_d \cdot t + \theta)\right]$$

$$\omega_d = \omega_o \cdot \sqrt{1-\xi^2}$$

$$\alpha = \xi \cdot \omega_o$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{\omega_d}{\alpha}\right)$$

2.1.2. Valores característicos de transitorio

En el caso del dominio temporal, la ω_o es llamada frecuencia angular natural, y cuando el sistema se encuentre en un estado subamortiguado como sucede aquí, en la respuesta natural o en la transitoria se observará una oscilación amortiguada, es decir, cuya amplitud va disminuyendo a medida que pasa al tiempo. Para esta oscilación se define la frecuencia amortiguada (la llamada frecuencia del transitorio) como $f_d = \frac{\omega_d}{2\pi} = 43,98kHz$. Por otro lado, también se puede estimar a partir de la anterior expresión el valor del tiempo de establecimiento para el cual se considera que el transitorio está terminando, para esto se toma como criterio el punto en el cual la oscilación amortiguada o bien su envolvente, está dentro de un margen del 5 % respecto de la amplitud del escalón.

$$\frac{e^{-\alpha \cdot t_s}}{\sqrt{1-\xi^2}} = 0{,}05 \Rightarrow t_s = \frac{\ln\left(0{,}05 \cdot \sqrt{1-\xi^2}\right)}{-\alpha} = 25{,}56\mu s \tag{6}$$

Finalmente, si se toma la señal $v_o(t)$ y se la deriva buscando un punto crítico que sea máximo, luego se puede obtener la ubicación temporal y la magnitud del sobrepico, es decir, dentro de las oscilaciones del transitorio, cuál es la de mayor valor pico.

$$\frac{\delta v_o(t_p)}{\delta t} = 0 \Leftrightarrow -\alpha \cdot \sin\left(\omega_d \cdot t_p + \theta\right) + \omega_d \cdot \cos\left(\omega_d \cdot t_p + \theta\right) = 0 \Leftrightarrow t_p = \frac{\pi}{\omega_d} \tag{7}$$

$$v_o(t_p) = A \cdot (1 + e^{\frac{-\xi \cdot \pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}) \Rightarrow M_p = \frac{vo_{max} - A}{A} = e^{\frac{-\xi \cdot \pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} = 0,253 \tag{8}$$

Teniendo en cuenta que se utilizará una señal de escalón con una amplitud de $A = 1V_{pp}$, luego se observa el sobrepico en la respuesta transitoria del sistema en el valor $t_p = 11{,}368\mu s$ con una magnitud de $v_o(t_p) = 1{,}25V$.

2.1.3. Análisis de casos

A continuación se aplican los desarrollos matemáticos obtenidos del estudio del sistema propuesto a diferentes casos, y para cada uno de ellos se obtienen las variables o estados característicos, presentándolos en la Tabla 3.

R	ξ	f_d	t_s	t_p	M_p	*Sistema*
120,6Ω	0,4	$43{,}98kHz$	$25{,}56\mu s$	$11{,}368\mu s$	0,253	*Subamortiguado*
155,86Ω	0,51693	$41{,}078kHz$	$20{,}218\mu s$	$12{,}171\mu s$	0,15	*Subamortiguado*
0Ω	0	$47{,}98kHz$	–	–	–	*Oscila*
301,511Ω	1	$0Hz$	–	–	–	*Criticamente*

Tabla 3: Casos del circuito pasabajos

Para el primero de los casos, se busca que el sobrepico tenga un valor de $M_p = 0{,}15$ para ello se aplica la ecuación antes despejada, de la cual se obtiene la siguiente relación.

$$M_p = e^{\frac{-\xi \cdot \pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \Rightarrow \xi = \sqrt{\frac{K^2}{1+K^2}}, K = \frac{\ln\left(M_p\right)}{\pi} \tag{9}$$

$$\Rightarrow \xi = 0{,}51693 \Rightarrow R = 155{,}86\Omega \tag{10}$$

Por otro lado, si se impone que en un caso ideal donde no haya presencia de resistencia del generador, ni del bobinado, el capacitor o los cables, luego considerando que $R = 0\Omega$ entonces se obtiene que el sistema se encuentra en una oscilación puesto que $\xi = 0$, con lo cual la componente de amortiguamiento de la respuesta transitoria no está, y la oscilación perdura idealmente para siempre. En este caso, la frecuencia de oscilación observada debería ser la natural, es decir, $f_o = \frac{\omega_o}{2\pi} = 47,987kHz$.
Finalmente, si se busca que el sistema se encuentre críticamente amortiguado estableciendo que $\xi = 1$, entonces la resistencia debiera de valer idealmente $R = 301,511\Omega$. Los demás valores que caracterizan al sistema para cada caso, son calculados directamente empleando las expresiones ya mostradas con

anterioridad. No obstante esto, para el caso donde el sistema debería oscilar no tiene sentido calcular algunos de los parámetros, por lo tanto se los dejó vacíos.

2.2. Resultados

En la sección de resultados, se toman resultados de las mediciones del circuito tanto desde un aspecto temporal como es con la respuesta transitoria como lo es en frecuencia, con el caso de la respuesta en frecuencia. Para ello, se consideran diferentes casos del circuito que fueron mencionados inicialmente en el análisis teórico del circuito, y consisten en:

- Circuito con $\xi = 0{,}4$
- Circuito con $M_p = 0{,}15$
- Circuito con $R = 0\Omega$
- Circuito con un estado críticamente amortiguado
- Circuito con $M_p = 0{,}15$ sin buffer
- Circuito con $R = 0\Omega$ sin buffer

2.2.1. Mediciones del transitorio

En correspondiente con lo ya introducido anteriormente, a continuación se presentan los resultados de las mediciones para cada caso, vale mencionar que para cumplir con aquellos donde lo que se pauta es algún parámetro característico del circuito, se empleó una resistencia variable con el fin de poder ajustar el valor de tal característica a lo consignado, para de esa forma realizar mediciones que fueran bajo la condición requerida. Es por esto último, que para los casos que requirieron de tal proceso de calibración del circuito, se midió el valor de resistencia del preset utilizado para poder ponerlo bajo análisis posteriormente.
Vale aclarar, que en la tabla se llaman f_t a la frecuencia amortiguada del transitorio, t_s al tiempo de establecimiento, t_p al tiempo al pico desde que inicia el transitorio, M_p al valor del sobrepico relativo al estado de régimen permanente y, finalmente, R la resistencia del circuito.

$Caso$	f_T	t_s	t_p	M_p	R
$\xi = 0{,}4$	$46{,}083kHz$	$25{,}6\mu s$	$11{,}1\mu s$	0,25	$113{,}2\Omega$
$M_p = 0{,}15$	$41{,}15kHz$	$17{,}6\mu s$	$12{,}1\mu s$	0,15	$148{,}3\Omega$
$R = 0\Omega$	$49{,}505kHz$	$90{,}4\mu s$	$10{,}4\mu s$	0,7125	0Ω
$\xi = 1$	$-$	$29{,}2\mu s$	$-$	$-$	291Ω
$M_p = 0{,}15$ sin buffer	$41{,}528kHz$	$17{,}4\mu s$	$11{,}7\mu s$	0,15	$97{,}5\Omega$
$R = 0\Omega$ sin buffer	$49{,}02kHz$	$40{,}7\mu s$	$9{,}9\mu s$	0,48	0Ω

Para tomar tales mediciones, se muestran a continuación las capturas de pantalla del osciloscopio para el caso en el cual la resistencia tenía un valor $R = 0\Omega$.

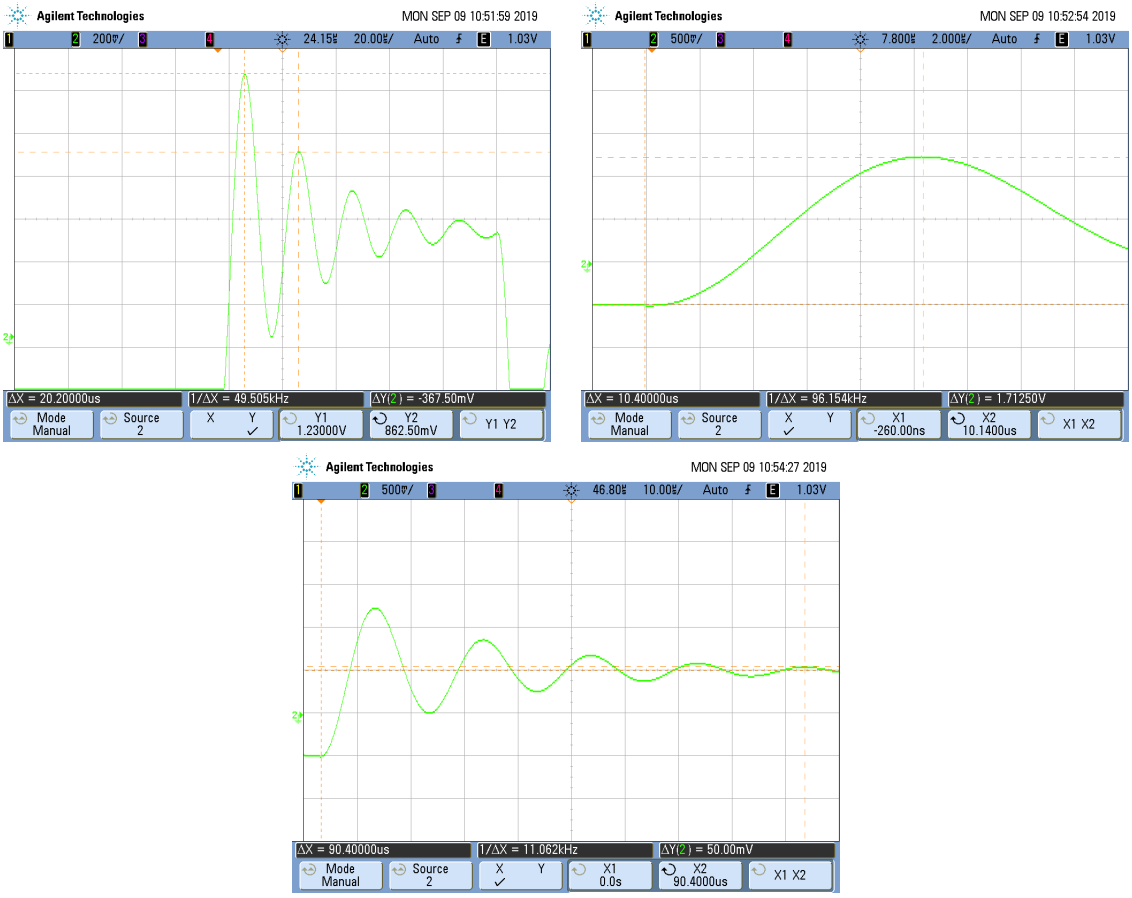

Figura 9: Mediciones de pico, establecimiento y frecuencia

En el siguiente análisis se hace alusión a los resultados de la Tabla 9, de donde se pueden destacar algunos aspectos interesantes. En primer lugar, se puede observar que para el caso con y sin buffer, donde se ajusta el valor de la resistencia variable del preset para cumplir con la condición de sobrepico, los resultados medidos sobre el preset varían entre uno y otro caso y tiene que ver con la adaptación de impedancia que realiza el buffer, puesto que cuando se lo quita aparece la resistencia del generador en serie $R_{gen} = 50\Omega$, lo cual es una diferencia coherente entre los valores medidos. Por otro lado para el caso donde la $R = 0\Omega$, a diferencia de lo que se esperaría desde un punto de vista ideal donde el circuito debiera de oscilar, se presenta un subamortiguamiento muy fuerte que eventualmente se desvanece, esto se debe a que por más que la resistencia que coloquemos sea nula, están presentes las resistencias del capacitor, el bobinado, el cable, la de salida del amplificador operacional que no es ideal, entre otras cosas. Finalmente, la presencia de estas resistencias "parásitas"que se mencionaron recien sumado a las variaciones en la tolerancia de una resistencia, fueron las razones iniciales por las cuales se utilizó un preset para poder establecer la condición del sistema. No obstante, existe una diferencia entre el valor teórico y el valor real de tal resistencia, donde la teoría indicaba que la resistencia debería ser de $R \approx 120\Omega$ y terminó siendo de $R = 113{,}2\Omega$ en la práctica, esto se atribuye a los efectos ya mencionados de resistencias que mueven el valor total en serie.

2.2.2. Medición de respuesta en frecuencia

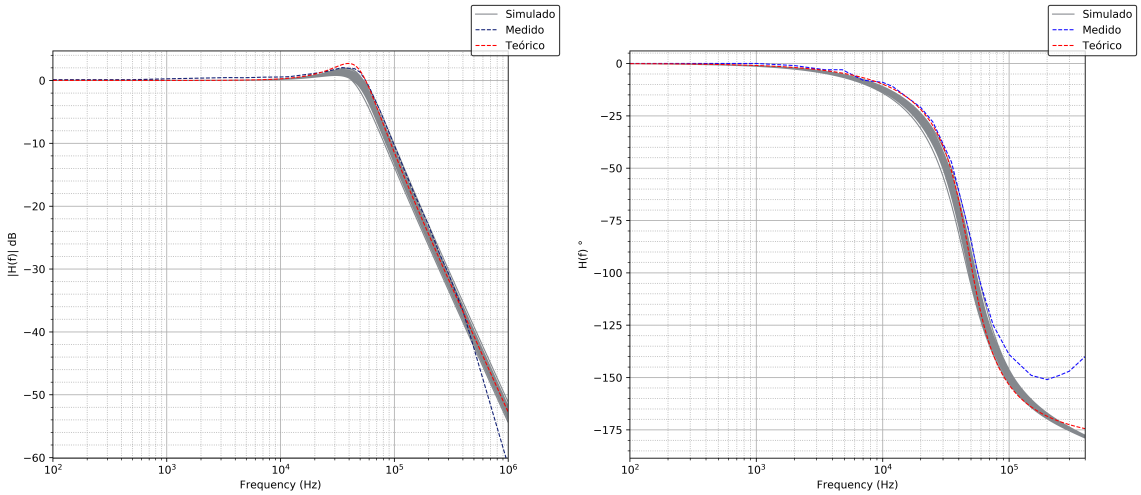

Figura 10: Diagramas de bode en módulo y fase del pasabajos

En los gráficos de diagrama de bode de la Fig. 10 se graficaron las curvas propias de la simulación, la medición y la teoría. Para la simulación se consideró la posible dispersión de los valores nominales de los componentes según su tolerancia, de esta forma se puede observar que en un determinado rango de frecuencias las curvas no tienen mucha diferencia, pero sobre todo coinciden en la forma característica de la respuesta en frecuencia.
Por otro lado, se puede observar que a partir de una determinada frecuencia, tanto el módulo como la fase de la respuesta en frecuencia que se midió en el circuito empiezan a presentar grandes diferencias con lo teórico y lo simulado. Además, y de hecho lo que resulta más interesante, es el comportamiento de la fase que aparenta subir a partir de una frecuencia en donde en condiciones teóricas debería seguir decayendo. Para poder explicar esto en principio se buscó contemplar algún efecto que pudieran estar agregando las puntas del osciloscopio, pero se descartó rápidamente ya que fueron calibradas en x10, con lo cual los efectos parásitos comparados contra el capacitor utilizado en la salida no son apreciables. Finalmente, se encontró un sentido cuando se observaron los resultados de analizar las impedancias de los componentes pasivos a diferentes frecuencias y se observó que el inductor para ciertas frecuencias altas pierde mucho factor de calidad y se comporta como un capacitor. Esto último explicaría en principio el hecho de que caiga en módulo la respuesta en frecuencia, puesto que al haber mayor impedancia en la bobina, la caída en la salida debería disminuir. Desde otro punto de vista, que dejara de comportarse como un inductor produciría que el sistema deje de ser un segundo orden o por lo menos su comportamiento se verá perturbado afectando entonces a la fase de la forma en que lo hace, por culpa del cambio de fase del inductor.

3. Circuitos pasaaltos, pasabanda y rechazabanda

En esta sección se analizaran 3 circuitos en los cuales se dispone una configuración alternativa a la propuesta en la sección donde se analizó el circuito pasabajos. Para cada uno de estos circuitos se estudiará o caracterizará sus función transferencia, respuesta en frecuencia y respuesta al escalón.

3.1. Circuito Pasabanda

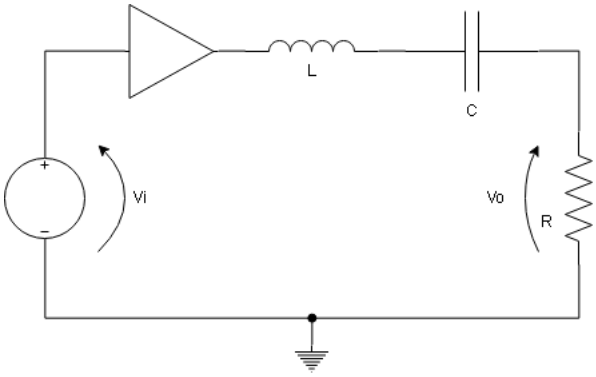

Figura 11: Circuito pasabanda

3.1.1. Análisis teórico

Para caracterizar el sistema dado por el circuito propuesto, considerando el sistema lti, causal y bibo-estable, luego se plantea un divisor de tensión en la salida para obtener la relación de tensión y con ello encontrar la función transferencia.

$$
\begin{aligned}
&H(s) = \frac{s \cdot C \cdot R}{1 + s \cdot C \cdot R + s^2 \cdot L \cdot C} \Rightarrow \\
&\Delta\omega = C \cdot R \cdot \omega_o^2 \\
&\omega_o = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}
\end{aligned}
$$

$$
H(s) = \frac{\frac{s \cdot \Delta\omega}{\omega_o^2}}{1 + \frac{s \cdot \Delta\omega}{\omega_o^2} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} \tag{11}
$$

Si bien la notación empleada es válida para todos los sistemas de segundo orden, se decide emplear esta porque por su forma, la función transferencia ya da una noción de un filtro pasabando, con lo cual dejar visible alguno de los parámetros que permiten definir al pasabanda como lo es el ancho de banda y la frecuencia de corte, se lo consideró un buen criterio. Entonces, buscando que el sistema se encuentre con un valor de $\xi = 0{,}4$, es necesario que luego al igual que antes la resistencia valga idealmente $R \approx 120{,}6\Omega$ con lo cual tiene una $\omega_o = 2\pi \cdot 47,987kHz$ y un $\Delta\omega = 2\pi \cdot 38{,}38kHz$.

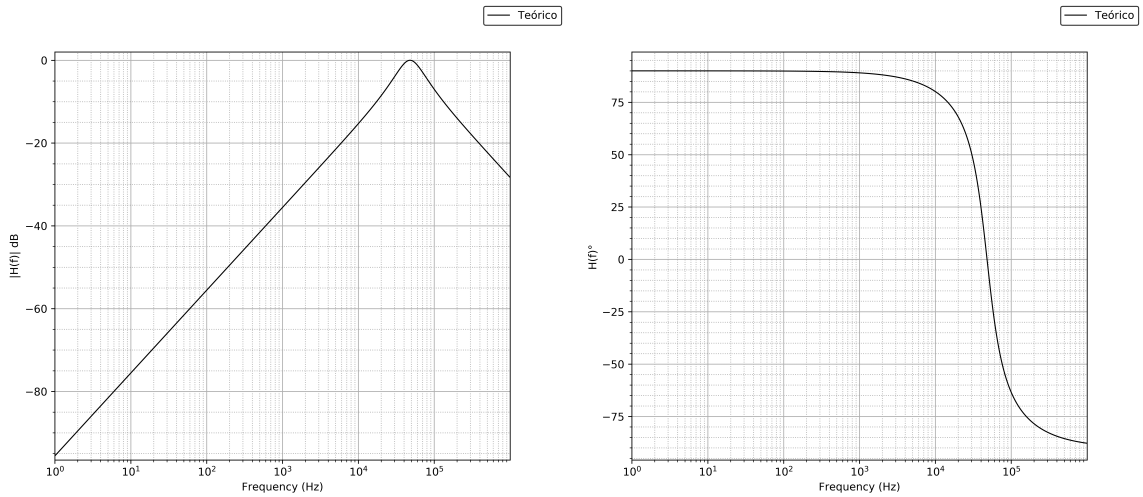

Figura 12: Diagramas de bode teórico del circuito pasabanda

Por otro lado, analizando el comportamiento del circuito desde un punto de vista temporal, si se aplica en la entrada una señal cuadrada que simule un escalón con una amplitud arbitraria de valor A definida por limitaciones físicas de la práctica, luego se obtiene $V_o(s) = V_i(s) \cdot H(s)$ y se antitransforma por Laplace para obtener la respuesta temporal al escalón que caracteriza a este sistema. Vale mencionar, que se reacomoda la expresión de la función transferencia para facilitar el trabajo matemática, y se reutilizan las definiciones de los parámetros del circuito pasabajos.

$$V_o(s) = V_i(s) \cdot H(s) = \frac{A}{s} \cdot \frac{2 \cdot \alpha \cdot A}{(s+\alpha)^2 + \omega_d^2} \Rightarrow v_o(t) = \frac{2 \cdot A \cdot \xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\omega_d \cdot t)$$

Si en esta última expresión se deriva en búsqueda del punto máximo para encontrar el sobrepico, y luego se evalúa para hallar su magnitud, realizando los siguientes pasos se llega a que:

$$\frac{\delta v_o(t_p)}{\delta t} = 0 \Leftrightarrow t_p = \frac{\arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)}{\omega_d}$$

$$\Rightarrow vo_{max} = A \cdot \xi \cdot e^{\frac{-\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)}$$

$$\Rightarrow M_p = \xi \cdot e^{\frac{-\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)}$$

Luego si se repite el criterio de que el tiempo de establecimiento se da cuando la oscilación amortiguada tiene por envolvente un 5 % de lo que le corresponde a la amplitud del escalón de entrada. Entonces se obtiene que el transitorio deber'ia durar aproximadamente:

$$t_s = \frac{\ln\left(\frac{0{,}05 \cdot \sqrt{1-\xi^2}}{2 \cdot \xi}\right)}{-\xi \cdot \omega_o} \tag{12}$$

Finalmente, si se evalúan estas expresiones para caracterizar la respuesta al escalón a nivel teórico, se obtiene:

t_s	t_p	M_p	Q	f_o	Δf	*Sistema*
18,97μs	4,195μs	0,2412	1,25	$47,986kHz$	$38,38kHz$	*Subamortiguado*

3.1.2. Resultados

Para el circuito pasabanda se utilizaron los mismos componentes que en el punto 2. Además se utilizó un potenciometro para calibrar la resistencia tal que se alcance el $\xi = 0{,}4$.

A continuación se presentan los resultados de las mediciones de la respuesta natural del circuito, así como una captura de pantala con la resistencia ya calibrada:

t_s	t_p	M_p	f_o	$Sistema$
19,07μs	5,05μs	0,24	$48,544kHz$	$Subamortiguado$

Los resultados de la tabla 3.1.2 se corresponden en gran medida con los datos teóricos esperados presentados en la sección anterior. Cabe mencionar que la resistencia con la cual se llegó a dichos resultados no fue la esperada, sino que tuvo un valor de 94,4 ohm. Lo anterior pudo deverse a la resistencia de salida del buffer utilizado sumada a las resistencia propias de los componentes no ideales presentes en el circuito. Por último se presenta el análisis en frecuencia del ciruito, los diagramas de Bode medidos y su posterior interpretación:

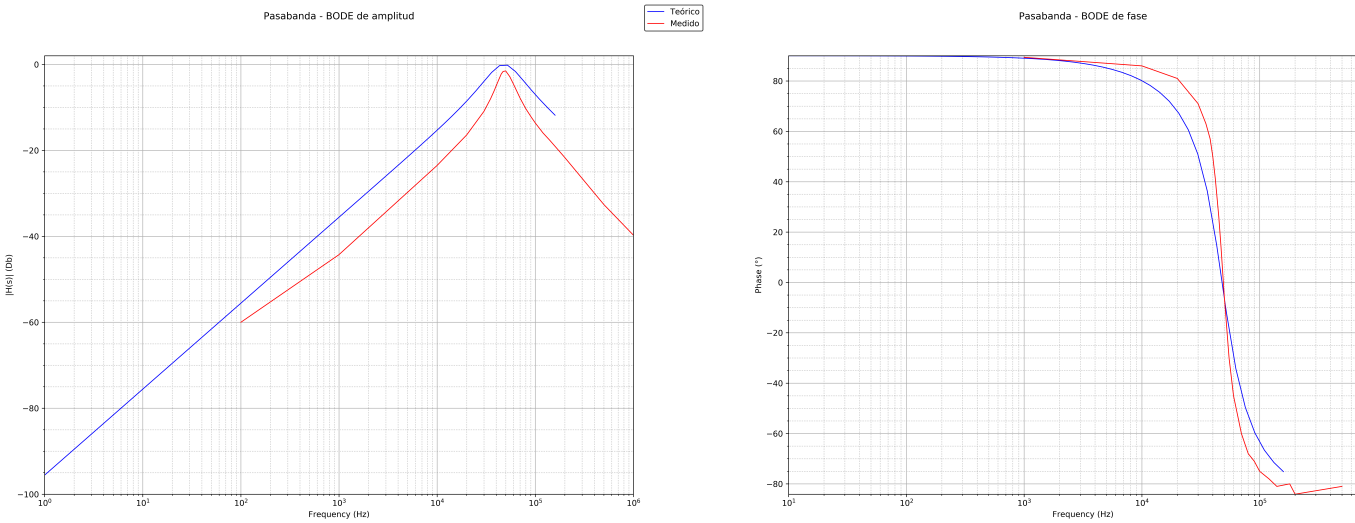

Figura 13: Diagramas de bode teóricos y simulados circuito pasabanda

Del primer gráfico puede observarse que a pesar de no haberse llegado a la ganancia ideal del pasabanda, las pendientes antes y despues de la banda pasante son correctas. Dado que un filtro pasa banda ideal transmite, sin distorsion, todas las señales contenidas en en una banda de frecuencias y atenúa completamente las frecuencias afuera de dicha banda, los resultaods obtenidos son satisfactorios. Más aún, si se considera que tanto el capacitor como la bobina utilizados no se comportan como tales llegadas frecuencias lo suficientemente altas, y que aparecen resistencias adicionales al agregar los modelos equivalentes de los mismos. Conclusiones similares pueden sacarse respecto al gráfico en fase del circuito, el cual no tiene un cambio de fase tan abrupto como el modelo teórico, pero si el comportamiento general esperado de tal filtro. Para las últiams mediciones en el caso de la fase ocurre algo similar que en el gráfico de amplitud, a altas frecuecnias tanto la bobina como el capacitor exiben un comportamiento distinto al ideal, el cual distorsiona los resultaods empíricos.

3.2. Circuito Pasaaltos

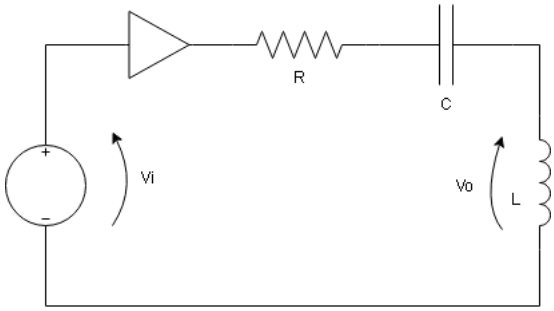

Figura 14: Circuito pasaaltos

3.2.1. Análisis teórico

Bajos las mismas suposiciones sobre el sistema que se vienen realizando para los circuitos anteriores, se busca la función transferencia realizando el divisor de tensión y se obtiene la siguiente transferencia. Vale mencionar, que para no sobrecargar la notación de la función transferencia, se reutilizan parámetros ya definidos anteriormente para un sistema de segundo orden.

$$H(s) = \frac{\left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2}{1 + s \cdot \frac{2 \cdot \xi}{\omega_o} + \left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2} \tag{13}$$

Obteniendo numéricamente los valores que se reemplazan en esta función transferencia, se obtiene el diagrama de bode teórico que permite establecer que el comportamiento de este circuito es el de un filtro pasaaltos, puesto que no atenúa para frecuencias muy altas, como si lo hace para frecuencias bajas o inferiores a la frecuencia de corte del sistema.

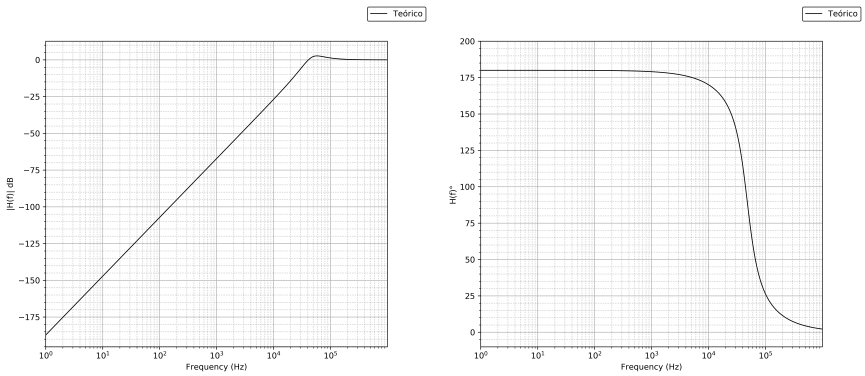

Figura 15: Diagramas de bode teórico del circuito pasaaltos

Luego, operando de la forma que se viene haciendo, se excita el circuito con una señal cuadrada para simular un escalón de amplitud A, donde luego la respuesta es:

$$v_o(t) = \frac{A}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin\left(\omega_d \cdot t - \theta\right) \tag{14}$$

Para este caso de subamortiguamiento, por la forma de la respuesta al escalón, para los cálculos de tiempo de establecimiento, tiempo al pico y sobre pico, se pueden reutilizar las expresiones empleadas en el caso del filtro de segundo orden pasabajos, con lo cual evaluando tales magnitudes, el sistema deberá tener el mismo comportamiento en términos de cómo son los valores de dichos parámetros.

R	ξ	t_s	t_p	M_p	*Sistema*
120,6Ω	0,4	25,56μs	11,368μs	0,253	*Subamortiguado*

Tabla 4: Respuesta al escalón del pasaaltos

3.2.2. Resultados

Nuevamente se presentan en primer lugar los resultados correspondientes a la respuesta natural del sistema seguidos de la respuesta en frecuencia del mismo. Antes de exponer dichos resultados, es importante mencionar la complicación que se generó tratando de calibrar la resistencia para lograr el ξ deseado en el cicuito pasaaltos.
En un principio, se quizo calibrar el valor de la resistencia tal que se lograra un sobrepico determinado lo más cercano posible al valor teórico. Con un potenciómetro se buscó la resistencia deseada, pero se encontró el problema de que tanto la señal de salida como la de entrada se deformaban antes de llegar al valor de ξ estipulado. Se probó cambiando el integrado a otro con menor resistencia de salida, lograndose mejores resultados pero que aún estaban lejos del modelo teórico. Se testeó incluso el circuito sin resistencias, obteniedose así una respuesta oscilatoria. Por último se decidió medir la respuesta en frecuencia con el valor teórico $R = 120ohm$. El caso anteriormente descrito puede deverse a lo siguiente: debido a que se están midiendo tensiones en una bobina, las cuales son directamente proporcionales al cambio de corriente sobre la misma, es probable que a picos de tensión muy altos la salida del integrado no sea lo suficientemente rápida para seguir los cambios de corriente medidos en la bobina, generado así una curva en la verdadera señal de entrada (después del Buffer) cuya concavidad es opuesta a la respuesta natural del circuito.
Habiendo explicado la problemática anterior se dejan detallados los parámetros medidos:

t_s	t_p	M_p	f_o	*Sistema*
29,7μs	13,6μs	0,27	$48,544kHz$	*Subamortiguado*

De la tabla anterior lo que más llama la atención es la diferencia en cuanto a los tiempos de establecimiento y tiempo al pico de la señal. Tanto para el primero como para el segundo existe un error porcentual mayor al 20 porciento. Es de esperarse que los resutlados teóricos y empíricos no concuerden teniendo en cuenta el problema en la calibración que se detalló anteriormente. Un tiempo de establecimiento mayor significa que el valor de la resistencia no era lo suficientemente grande para llegar al valor de ξ deseado.
A continuación se presenta la respuesta en frecuencia del circuito:

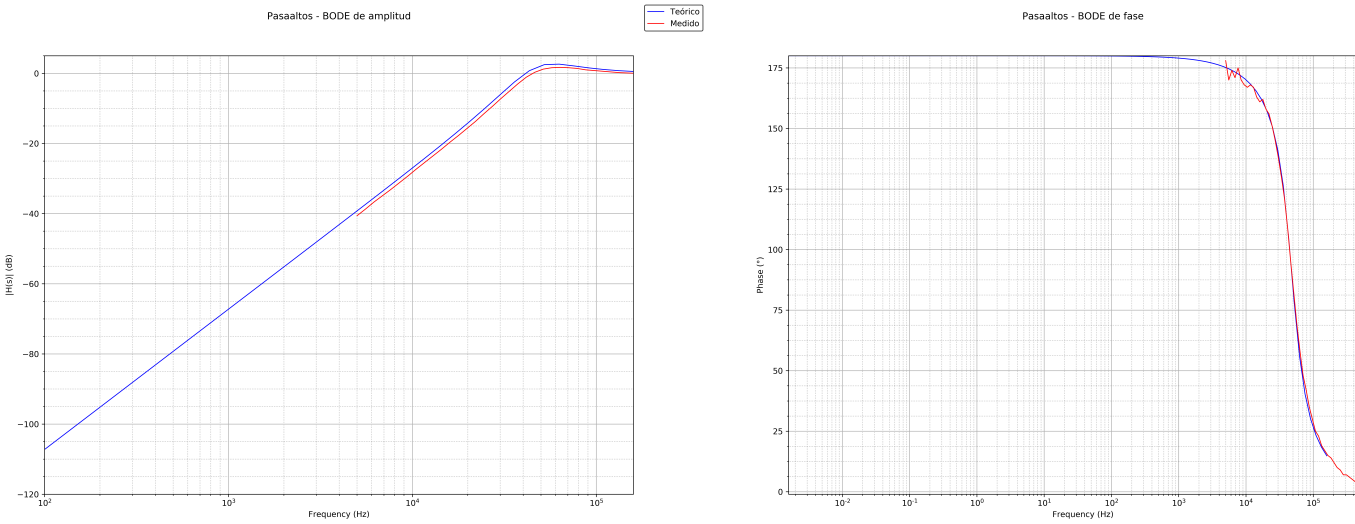

Figura 16: Diagramas de bode teóricos frente a medidos pasaaltos

Para el gráfico en amplitud del circuito pasaaltos se obtuvo una curva que concuerda en gran medida con el caso teórico ideal. No obstante lo anterior, salta a la vista que no hay mediciones menores a los $3kHz$. La atenuación a esas frecuencias es superior a los $40dB$ y se midieorn señales con amplitudes menores a los $20mV$, por lo que discernir entre ruido y la señal de salida fue imposible. Para el caso de la fase ocurre algo similar. La curva se comporta acorde al modelo teorizado excepto a bajas frecuencias, para las cuales fue difícil obtener una medición de fase precisa. En cocnlusión, a pesar de las diferencias obtenidas en la respuesta natural del circuito y las dificultades para su calibración, las mediciones en el plano de las

frecuencias concuerdan con lo esperado de un filtro con estas características.

3.3. Circuito Rechazabanda

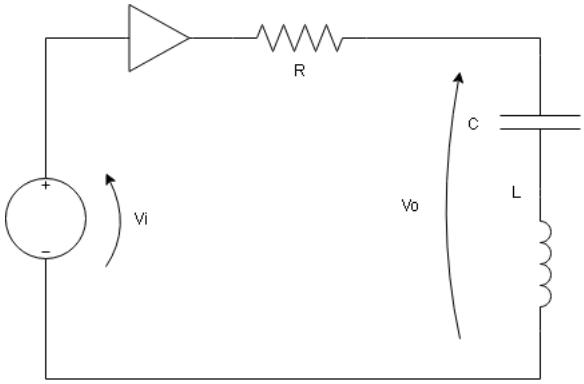

Figura 17: Circuito rechazabanda

3.3.1. Análisis teórico

Realizando el mismo desarrollo que se viene haciendo para encontrar la función transferencia y reutilizando las definiciones de los parámetros, se obtiene que:

$$H(s) = \frac{\left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2 + 1}{\left(\frac{s}{\omega_o}\right)^2 + s \cdot \frac{2 \cdot \xi}{\omega_o} + 1} \tag{15}$$

Esta última expresión tiene un cociente de polinomios cuadráticos, que como tales, al caracterizarlos a través de los parámetros que se vienen utilizando se observa que se presentan dos ceros complejos y conjugados y dos polos complejos y conjugados, particularmente los ceros son de transmisión y ambas partes poseen la misma frecuencia de corte. Esto último implica que en verdad la respuesta en frecuencia del circuito tiene un comportamiento que no atenúa en casi ninguna frecuencia, salvo en torno a tal frecuencia de corte, por eso se llama rechaza banda.

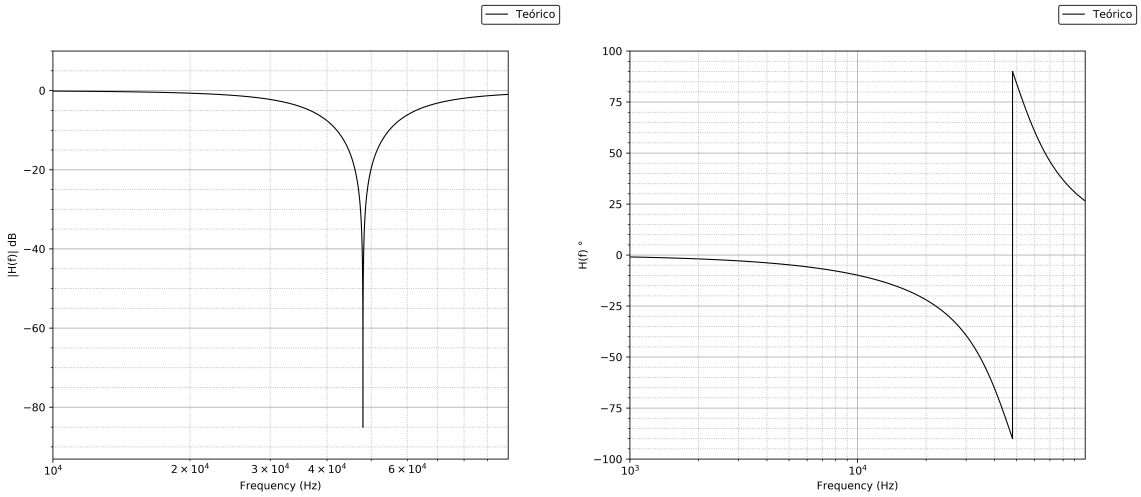

Figura 18: Diagramas de bode teórico del circuito rechazabanda

Para no tener que realizar los cálculos nuevamente, dado que no sería necesario, si se busca la respuesta al escalón por como está dado el circuito, lo único que debe hacerse es sumarse las tensiones correspondientes

a los casos de un filtro de segundo orden pasabajos y pasaltos, y en ese caso se obtiene reutilizando las expresiones encontradas en esos análisis teóricos.

$$v_o(t) = A - \frac{A \cdot e^{-\alpha \cdot t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot \sin \omega_d \cdot t \, (2 \cdot \xi - 1) \tag{16}$$

De donde luego se despejan las expresiones:

$$t_p = \frac{\arctan \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}}{\sqrt{1-\xi^2} \cdot \omega_0} \tag{17}$$

$$t_s = \frac{\ln \left(\frac{0{,}05 \cdot \sqrt{1-\xi^2}}{2 \cdot \xi} \right)}{-\xi \cdot \omega_o} \tag{18}$$

La expresión de M_p sale de reemplazar t_p dentro de la ecuación $v_o(t)$.

R	ξ	t_s	t_p	M_p	*Sistema*
120,6Ω	0,4	4,195μs	25,56μs	0,12	*Subamortiguado*

Tabla 5: Respuesta al escalón del rechazabanda

3.3.2. Resultados

Para este circuito se emplearon los mismos componentes del pasaaltos y rechazabanda, sin realizar una calibración adicional del ξ dado que se realizó para los casos anteriores.
Se sometió el circuito a una señal cuadrada periódica, de forma tal de emular un escalón y poder medir la respuesta natural del sistema al mismo, que se presenta a continuación.

Por otro lado, se reproducen las mediciones realizadas sobre esta respuesta:

t_s	t_p	M_p	f_o	*Sistema*
37μs	21μs	0,111	$67,34kHz$	*Subamortiguado*

Además se realizaron las mediciones correspondientes a la respuesta en frecuencia del circuito. A continuación se encuentran dichos resultados, superpuestos con las curvas teóricas de forma tal de tener una referencia.

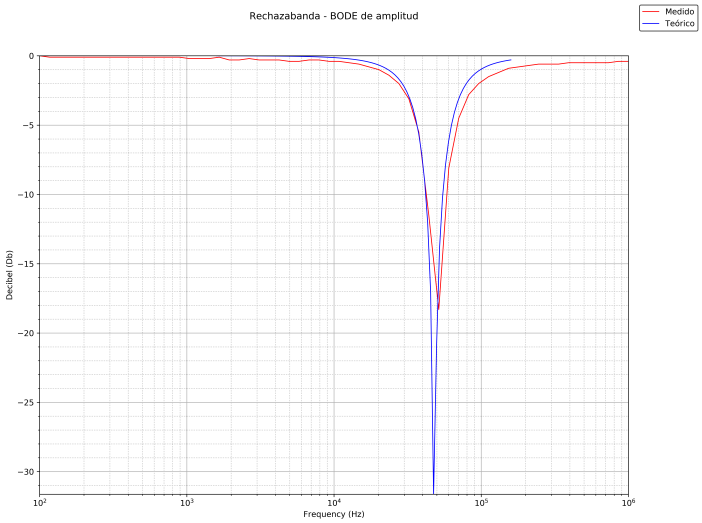

Figura 19: Diagrama BODE de amplitud - Circuito rechazabanda

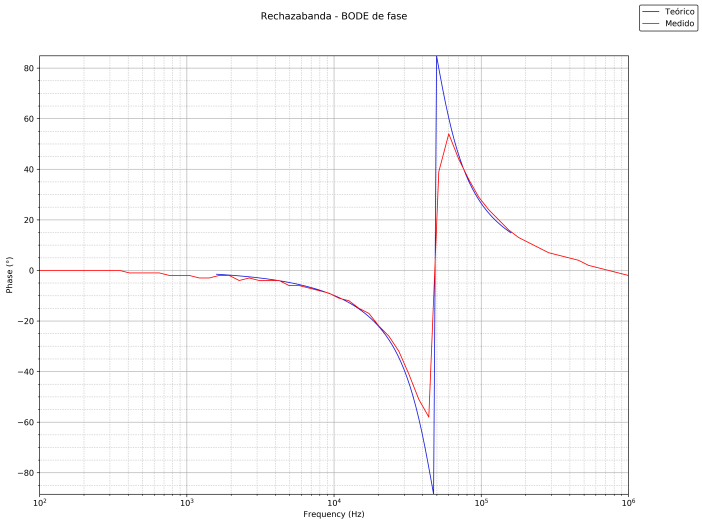

Figura 20: Diagrama BODE de fase - Circuito rechazabanda

En ambos gráficos se pueden observar diferencias en los datos recolectados respecto al comportamiento predicho del circuito. En líneas generales, el pico de atenuación se produce en frecuencias similares. Se advierte que en la práctica el nivel de atenuación en este pico es mucho menor que en el modelo teórico. Esto es porque el circuito no es de caracter ideal, y presenta variaciones en los parámetros característicos que lo definen (inductancia, resistencia y capacitancia de sus componentes). Asimismo, se observa el mismo efecto en el caso de la fase.

4. Medición de factor de calidad

4.1. Filtro Pasabajos

Se puede observar en la Figura 2 que, al reemplazar en la tranferencia a s por $j\omega_0$ se obtiene que $H(s) = \frac{-j}{2\xi} = -j \cdot Q$. Por lo tanto, al calcular el módulo de la trasferencia se puede conocer un valor para el Q del circuito.
En este caso, para obtener un valor para la frecuencia de corte se selecciona, de las mediciones del la variación de fase en función de la frecuencia en la Figura 10, el valor que genera una diferencia de fase de $-90°$. Ese punto se corresponde con una frecuencia de $48{,}9KHz$ y para esa frecuencia el modulo de la trasferencia es de $0{,}874dB$. Se calcula luego, como se muestra en 19, un valor para Q pasando ese valor a veces.

$$Q = 10^{\frac{|H(S)|_{dB}}{20}} \tag{19}$$

Se obtiene para este circuito que $Q = 1{,}105$. Al compararlo con el valor teórico calculado como $Q = \frac{1}{2 \cdot \xi} = 1{,}25$ se observa un error del 11 %, que se encuentra dentro de lo esperado.

4.2. Filtro Pasaaltos

Para este circuito se vuelve a aplicar el método utilizado en la Sección 4.1. Se reemplaza en 13 y se obtiene un valor para Q reemplazando la frecuencia de corte del circuito de $f_0 = 46{,}2KHz$ en 19. Se obtiene para este circuito que $Q = 1{,}04$. Al compararlo con el valor teórico calculado como $Q = \frac{1}{2 \cdot \xi} = 1{,}25$ se observa un error del 17 %, que nuevamente se encuentra dentro de lo esperado.

4.3. Filtro Pasabanda

Se sabe que para un filtro pasabanda se puede calcular el Q como se ve en 20

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \tag{20}$$

Además, es posible conocer el ancho de banda al medir los valores de frecuencia para los cuales la transferencia del sistema baja 3dB respecto de la banda pasante. Luego el valor absoluto de la resta de estas es el ancho de banda $\Delta\omega$. Para la frecuencia de corte nuevamente se observa la fase siguiendo el mismo procedimiento que los casos anteriores.
Se obtiene, al reemplazar en 20 el valor de la transferencia en la frecuencia de corte y del ancho de banda, $f_0 = 48Khz$ y $\Delta f_0 = 20KHz$ respectivamente, y sabiendo que $\omega = 2\pi \cdot f$, se obtiene que $Q = 2{,}25$. Al compararlo con el valor teórico calculado como $Q = \frac{1}{2 \cdot \xi} = 1{,}25$ se observa un error muy grande, esto se debe a que no se ajusto el ξ como en las secciones anteriores, sino que se utilizó una resistencia de 120Ω y además, para este caso, se realizaron las mediciones antes del buffer. Por lo tanto, esta medición no es correcta y el resultado no tiene sentido.

4.4. Filtro Rechazabanda

Para este circuito se vuelve a aplicar el método utilizado en la Sección 4.3. Se reemplaza en 20 el valor medido para la frecuencia de corte y el ancho de banda y se obtiene un valor para $Q = 1{,}04$. Al compararlo con el valor teórico calculado como $Q = \frac{1}{2 \cdot \xi} = 1{,}25$ se observa un error del 17 %. Sin embargo en estas mediciones tampoco se tuvo en cuenta la corrección del ξ. A pesar de ello, los resultados se ajustan al teórico correctamente.