

# Instituto Tecnológico de Buenos Aires

22.01 TEORÍA DE CIRCUITOS

---

## Trabajo práctico N°1

---

*Grupo 3*

MECHOULAM, Alan	58438
LAMBERTUCCI, Guido Enrique	58009
RODRIGUEZ TURCO, Martín Sebastian	56629
LONDERO BONAPARTE, Tomás Guillermo	58150
GALDEMAN, Agustín	59827

*Profesores*

Jacoby, Daniel Andrés  
Belaustegui Goitia, Carlos  
Iribarren, Rodrigo Iñaki

Presentado: 19/08/19

## 1. Introducción

En el presente informe se estudiaron distintos tipos de filtros con un enfoque analítico, teórico, práctico y además computacional. Para facilitar esto último se creó una interfaz gráfica que logra superponer distintas curvas obtenidas mediante cálculos teóricos de transferencias, mediciones con osciloscopio o simulaciones con LTSpice.

## 2. Desarrollo

### 2.1. Ejercicio 1: Filtro Twin T Notch

#### 2.1.1. Introducción

Se diseñó el filtro Twin T Notch mostrado en la Figura (1). El cual es implementado a través de 2 filtros puestos en paralelo siendo uno pasa-Bajos y el otro pasa-Altos .

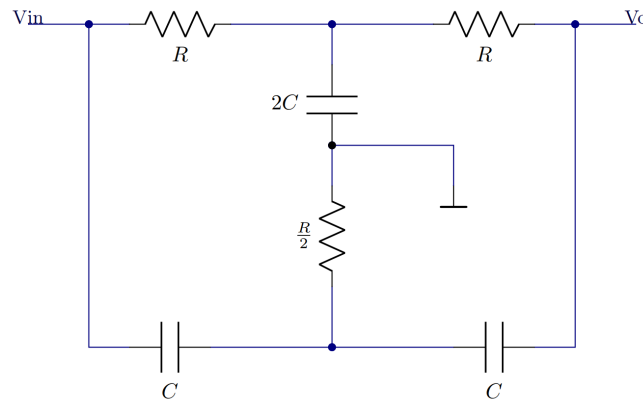


Figura 1: Filtro Twin T Notch teórico, sin simplificar.

#### 2.1.2. Cálculo Analítico

En el circuito se puede observar dos circuitos T conectados en paralelo. Aplicando el teorema de Kennelly para transformar T a Pi, se obtiene el circuito simplificado de la Figura (2), donde se tiene que

$$Z_1 = \frac{1 + SCR}{SC} \quad ; \quad Z_2 = 2R(1 + SCR) \quad ; \quad Z'_2 = \frac{2(SCR + 1)}{R(SC)^2}$$

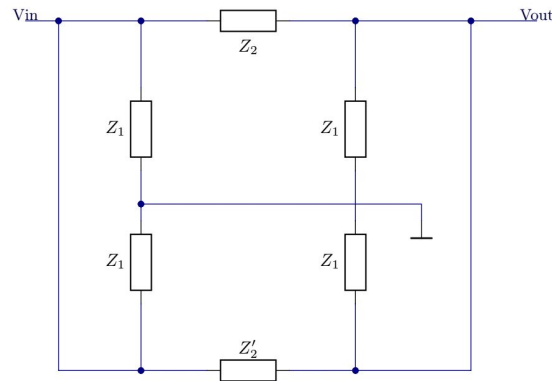


Figura 2: Filtro Twin T Notch luego de aplicar el teorema de Kenelly.

Luego, se observa que el circuito puede simplificarse aún mas teniendo en cuenta que las dos impedancias  $Z_1$  de la izquierda están en paralelo entre sí, de la misma forma que las  $Z_1$  de la derecha y que  $Z_2$  con  $Z'_2$ . Finalmente, se obtiene el circuito mostrado en la Figura (3).

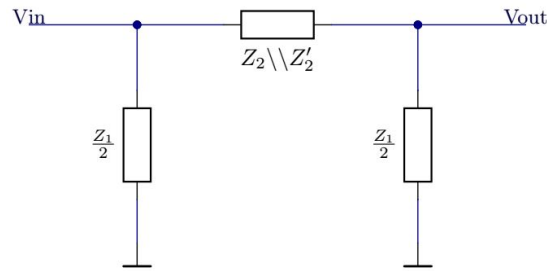


Figura 3: Filtro Twin T Notch simplificado.

Realizando los cálculos de la transferencia en el circuito simplificado, se obtiene que

$$\frac{V_o}{V_i} = H(S) = \frac{(SCR)^2 + 1}{(SCR)^2 + 4SCR + 1} \quad (1)$$

Luego, la respuesta en frecuencia será

$$H(j\omega) = \frac{(j2\pi fCR)^2 + 1}{(j2\pi fCR)^2 + j8\pi fCR + 1} \quad (2)$$

Antitransformando por Fourier, se obtiene la respuesta impulsiva

$$h(t) = \delta(t) + \frac{2}{RC\sqrt{3}} \left[ \left(2 + \sqrt{3}\right) e^{-t\frac{2+\sqrt{3}}{RC}} + \left(\sqrt{3} - 2\right) e^{t\frac{\sqrt{3}-2}{RC}} \right] \quad (3)$$

### 2.1.3. Elección de componentes.

Este filtro debe poseer una frecuencia de corte de  $8,1 \text{ kHz}$ . Para eso se requerían resistencias de  $8,9 \text{ k}\Omega$  y  $4,5 \text{ k}\Omega$  y capacitores de  $2,2 \text{ nF}$  y  $4,4 \text{ nF}$ . Dado

a que los componentes vienen limitados por los valores comerciales, se seleccionaron resistencias de  $6,8\text{ k}\Omega$  y  $2,2\text{ k}\Omega$  en serie para obtener  $9\text{ k}\Omega$  y resistencias de  $10\text{ k}\Omega$  y  $8,2\text{ k}\Omega$  en paralelo para formar  $4,5\text{ k}\Omega$ , mientras que para los capacitores, se eligieron 2 de  $2,2\text{ nF}$  en paralelo para lograr los  $4,4\text{ nF}$  deseados. Esto desplaza ligeramente la frecuencia de corte teniendo esta un nuevo valor de  $f_c \approx 8,03\text{ KHz}$ . Por lo tanto, en las ecuaciones mencionadas anteriormente, se considera  $R = 9\text{ k}\Omega$  y  $C = 2,2\text{ nF}$ .

Previo a la puesta en practica del circuito se realizó una simulación de Montecarlo. De esta forma se busca observar las variaciones en la frecuencia de corte provocada las tolerancias reales de las resistencias. Es así que se obtienen los siguientes gráficos:

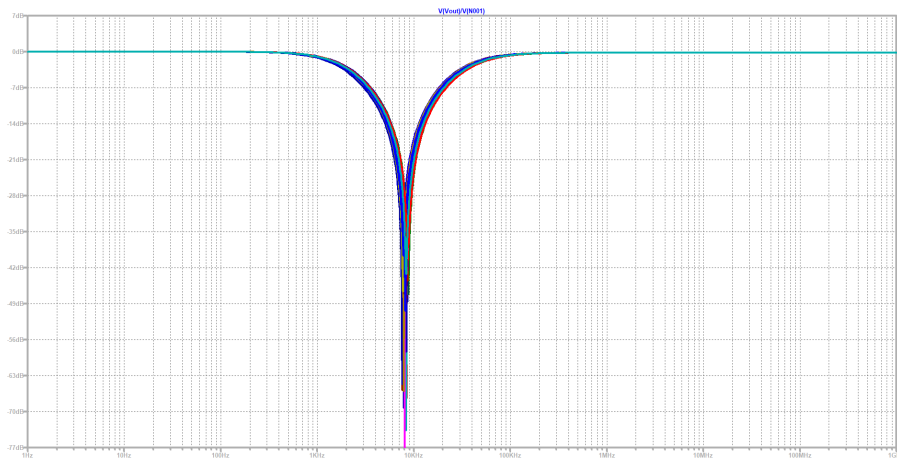


Figura 4: Montecarlo Twin-T Notch Amplitud.

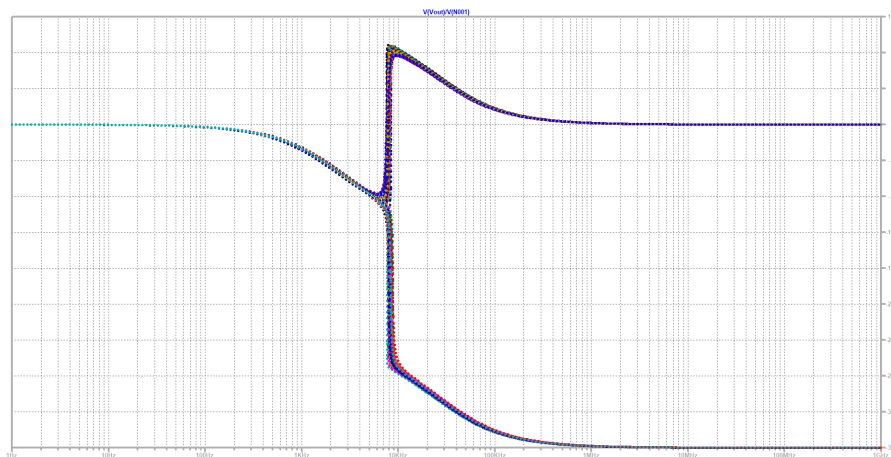


Figura 5: Montecarlo Twin-T Notch Fase. Cabe tener en cuenta que el punto donde divergen las curvas se debe a por como grafica el simulador de LTSpice.

Se puede observar que la mayoría de las frecuencias de corte se encuentran en un entorno cercano a  $8,1\text{ kHz}$

#### 2.1.4. Mediciones.

Se midió el BODE del circuito diseñado utilizando un generador de funciones y un osciloscopio, luego se hizo una simulación y se cotejó con el calculo teórico superponiendo los 3 gráficos:

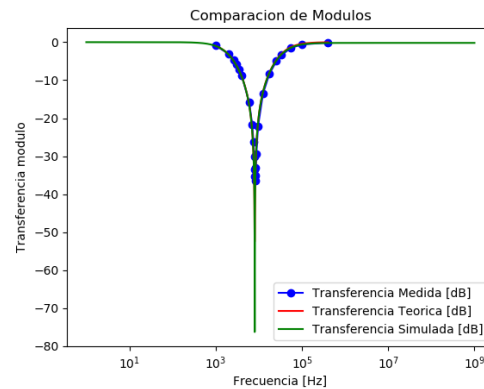


Figura 6: Bode Notch, Amplitud.

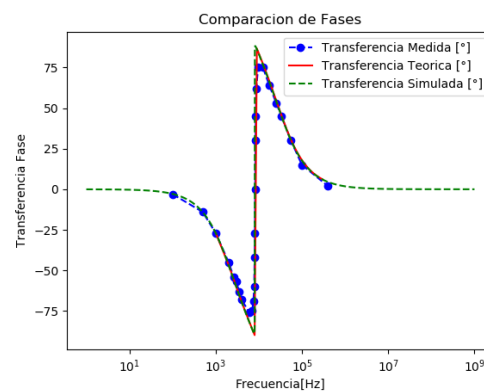


Figura 7: Bode Notch, Fase.

Se puede apreciar que la frecuencia de corte es de aproximadamente  $8,1 \text{ kHz}$  y que las mediciones coinciden con las simulaciones y las predicciones teoricas.

#### 2.1.5. Respuesta al escalon.

Convolucionando la respuesta impulsiva con el escalón, se llega a la respuesta al escalón

$$y(t) = \frac{2}{\sqrt{3}} \left( e^{-t \frac{2+\sqrt{3}}{RC}} - e^{t \frac{\sqrt{3}-2}{RC}} \right) + 1 \quad (4)$$

Luego se simuló y midió la respuesta al escalon con el siguiente grafico siendo la superposicion de los 3

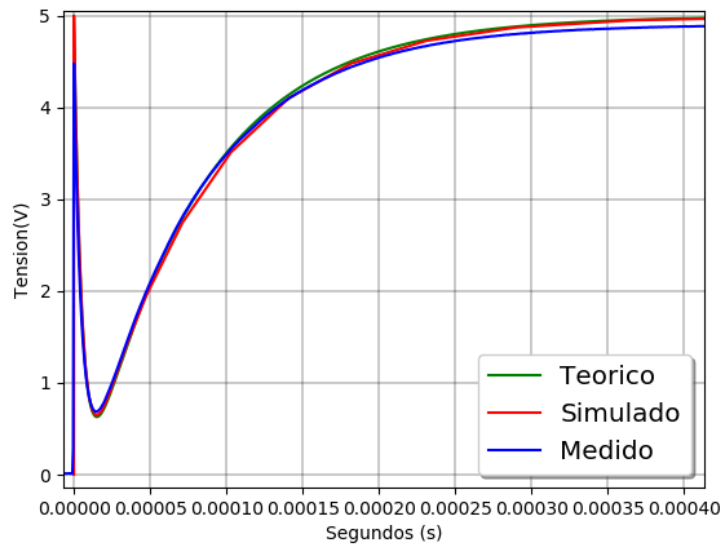


Figura 8: Respuesta al escalon.

Si bien lo simulado, teórico y medido parecen coincidir en la mayoría, hay una zona donde no es así, y eso ocurre en la sección inicial, donde se observa un pico máximo, dado que en el modelo teórico la cuadrada es ideal y está compuesta por infinitas frecuencias, por lo que no hay problema con que llegue a la tensión máxima en el origen, mientras que en el caso real no es así. El generador de funciones no proporciona infinitas frecuencias, además de que le lleva cierto tiempo en realizar la transición de  $0\text{ V}$  a  $5\text{ V}$ . Es por ello que no se llega a  $5\text{ V}$  en el momento inicial.

## 2.2. Ejercicio 2: Filtro pasa-bajos RC

Se simuló y se armó en un protoboard un filtro pasa-bajos RC, seleccionando los valores de los componentes adecuados para lograr que la frecuencia de corte sea de  $48\text{ kHz}$ . Los componentes utilizados fueron dos resistencias, una de  $22\ \Omega$  y otra de  $680\ \Omega$ , colocadas en serie, y un capacitor de  $4,7\text{ nF}$ , contemplando los valores comerciales. Dicho circuito fue alimentado con una señal cuadrada de  $10\text{ V}_{PP}$  con una frecuencia de  $24\text{ kHz}$ . Simulando dicho circuito, se llegan a los resultados mostrados en la Figura (9).

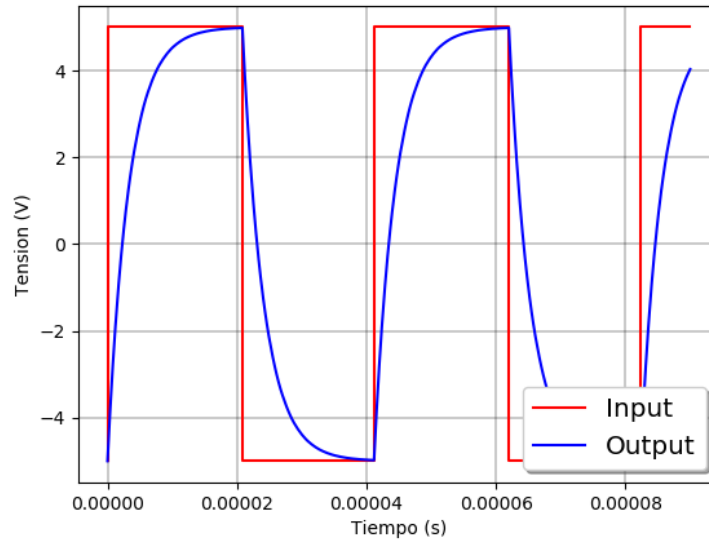


Figura 9: Entrada (en azul) y salida (en rojo) del circuito armado.

En este se observa que la salida no es igual a la entrada. Se encuentran dos formas posibles de explicar dicha observación. El primer enfoque viene dado de la mano de la carga del capacitor, la cual se sabe que no es instantánea, demorando así la obtención del valor pico. El segundo se basa en observar como afecta a los coeficientes de Fourier de la entrada el circuito. Como se ha dicho previamente, este circuito es un pasa-bajos, por lo tanto, las frecuencias altas son atenuadas. Una señal cuadrada, idealmente, está compuesta por la suma de infinitas frecuencias, en la práctica no son infinitas pero sí se puede asegurar que la conforma una gran suma de armónicos. De esta forma, al pasar por el filtro pasa bajos las altas frecuencias se ven atenuadas, lo cual causa que la onda de salida no sea una cuadrada. La atenuación de los armónicos se muestra en la Figura (10), donde se son comparados con los de la entrada.

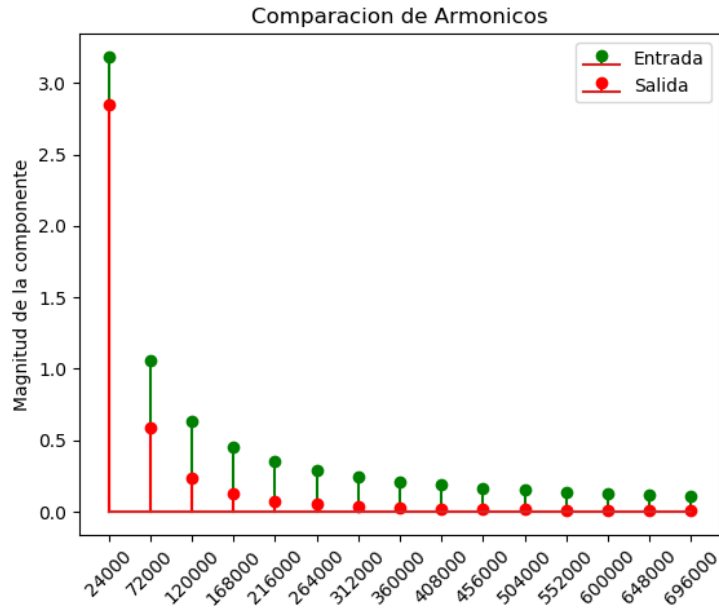


Figura 10: Comparación de armónicos de la entrada (en verde) y salida (en rojo) del circuito armado.

Por otro lado, las mediciones se observan en la Figura (11). Cabe destacar que en dicha figura, la señal cuadrada de la fuente no posee una forma cuadra perfecta debido a la baja impedancia de entrada de la fuente. Esta impedancia viene dada por el equivalente en serie de la resistencia y el capacitor

$$Z_{in} = R + \frac{1}{SC}$$

donde se observa que es inversamente proporcional a la frecuencia. A altas frecuencias, el modulo de  $Z_{in}$  disminuye y se hace mucho mas comparable con el de la fuente. A bajas frecuencias, como se muestra más adelante en la Figura (15), la impedancia de entrada aumenta, reduciendo la distorsión observada.



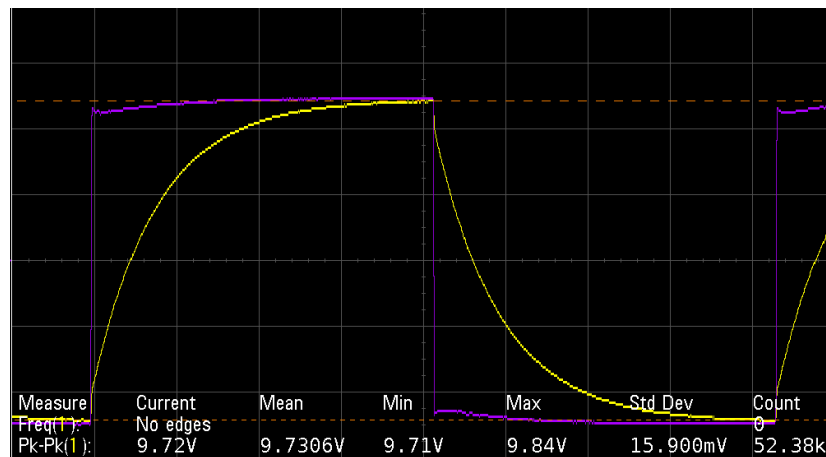


Figura 11: Entrada (en violeta) y salida (en amarillo) del circuito a  $24\text{ kHz}$ .

Luego se midió el diagrama de BODE y se procede a compararlo con el teórico, observando las Figuras (12) y (13).

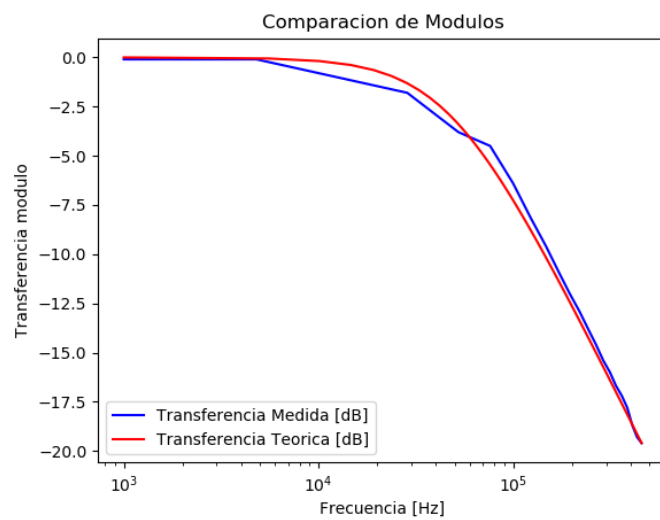


Figura 12: Comparación del BODE real (en azul) con el teórico (en rojo).

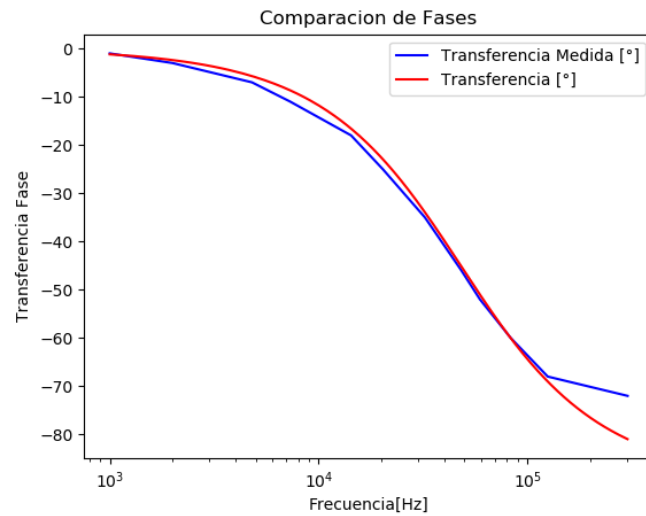


Figura 13: Comparación de las fases del BODE real (en azul) con el teórico (en rojo).

En ambas figuras es posible ver que las mediciones se corresponden a los valores esperados, dejando pasar las frecuencias bajas y atenuando las altas. La distorsión entre las fases que se observa en la parte inferior de la Figura (13) se atribuye a las altas frecuencias.

Graficando tanto el modulo de la respuesta en frecuencia en decibels y los armónicos calculados se obtiene la siguiente figura. Se puede apreciar en un mismo grafico como son los armónicos a la entrada, y el nivel de atenuación causada por la transferencia sobre los armónicos de la salida.

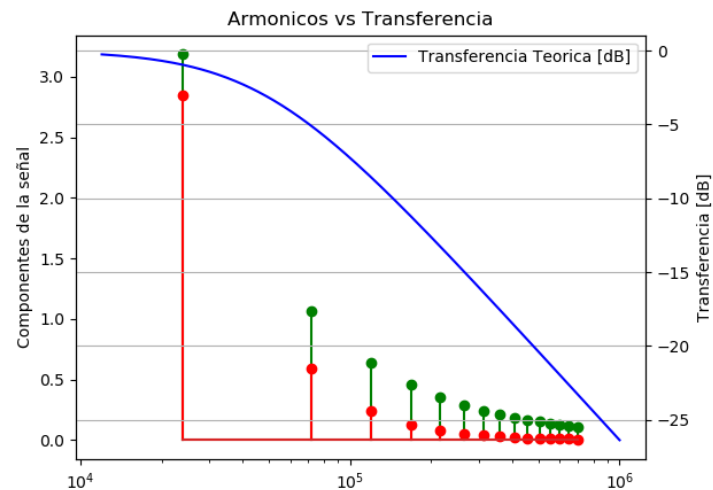


Figura 14: Grafico de transferencia y armónicos simulados.

Repitiendo las mediciones con una señal de las mismas características, pero con una frecuencia de  $480\text{ Hz}$  se observó que, a diferencia de lo observado en la Figura (11), la señal de salida se acopla mejor a la entrada debido a que esta, al ser de baja frecuencia, no es atenuada como en el caso anterior.

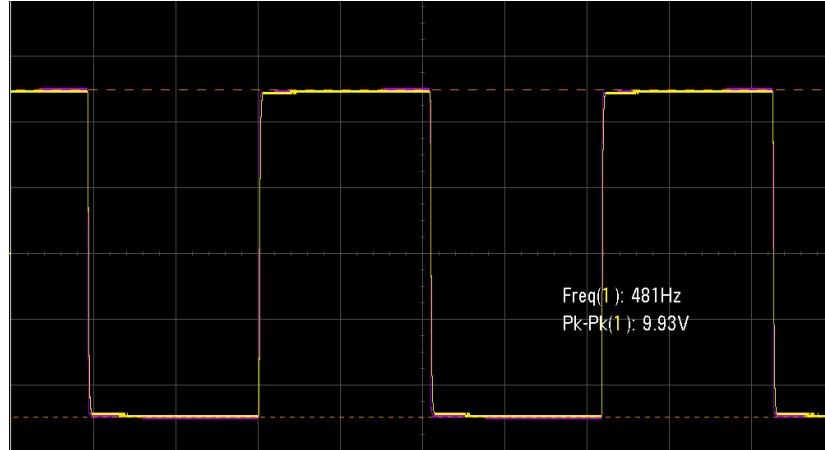


Figura 15: Entrada (en violeta) y salida (en amarillo) del circuito a  $480\text{ Hz}$ .

Finalmente, se puede observar que dicho circuito puede ser utilizado como un integrador atenuado a muy altas frecuencias, ya que

$$H(S) = \frac{1}{SRC + 1} \approx \frac{1}{RC} \cdot \frac{1}{S} \quad (5)$$

El sistema quedara definido por

$$Y(S) = X(S) \cdot \frac{1}{S} \cdot \frac{1}{RC} \quad (6)$$

Al antitransformar la expresión queda

$$y(t) = \int_0^t \frac{1}{RC} \cdot x(\tau) d\tau \quad (7)$$

Esto se llevó a la practica y se midió la entrada versus la salida a una frecuencia de  $200\text{ kHz}$ , así concluyendo que realmente actúa como integrador.

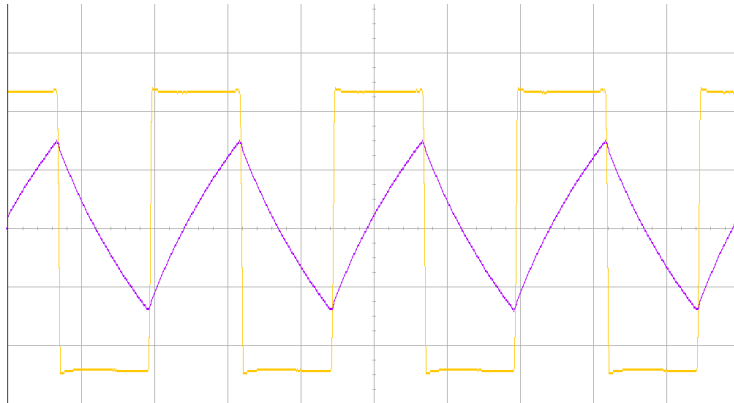


Figura 16: Filtro pasa bajos actuando como Integrador.

### 2.3. Ejercicio 3: Plot Tool 2019

Finalmente, en este punto se programó una GUI en Phyton que permite realizar gráficos de diagramas de BODE. Dicho programa permite analizar funciones transferencia analíticas, archivos de LTSpice, entre otros tipos de archivos. Esta interfaz facilita el estudio, análisis y comparación de los distintos diagramas.