1 Introducción teórica

Los amplificadores diferenciales son dispositivos cuya salida es linealmente proporcional a la diferencia entre sus entradas y que idealmente suprimen cualquier tension común a dichas entradas. Teóricamente, de ser iguales las entradas, la salida debería ser igual a cero, no obstante, dicha afirmación es muy difícil de cumplir en la práctica. Debido a lo anterior, se definen dos modos de operación para un amplificador diferencial, modo común y modo diferencial:

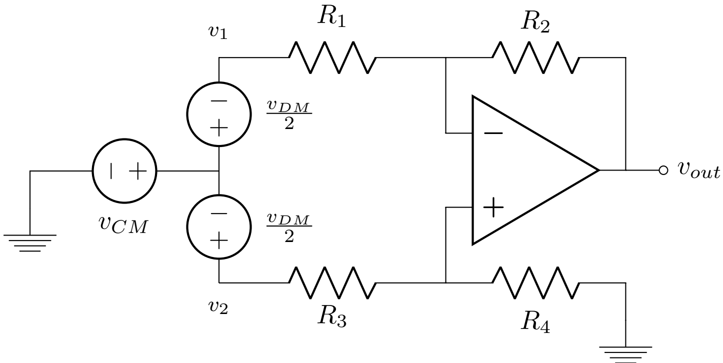

Figure 1: Entradas en términos de los componentes en modo común y modo diferencial.

De la figura anterior pueden deducirse las siguientes relaciones:

$$v_1 = v_{CM} - \frac{-v_{DM}}{2} \tag{1}$$

$$v_2 = v_{CM} + \frac{v_{DM}}{2} \tag{2}$$

El amplificador operacional en modo diferencial es un caso más general del amplificador de tensión, el cuál por lo general posee uno de sus terminales referenciado a Tierra o $0Volt$. La ventaja fundamental de la operación en modo diferencial es que de existir alguna señal de ruido común a ambas entradas la misma será cancelada a la salida, por ende los amplificadores diferenciales son útiles en el análisis de pequeñas señales propensas a recibir interferencias, como es el caso de señales biomédicas, circuitos de medición, sensores, etc.

Un caso particular de los amplificadores diferenciales son los amplificadores de instrumentación. Los útlimos cumplen con diferentes características, las cuales los hacen aptos para la instrumentación de pruebas y mediciones; De ahí su nombre. Los AI deben poseer una impedancia de entrada alta en extremo (infinita en caso ideal), una impedancia de salida lo más cercana a cero posible (nula en el caso ideal), una ganancia exacta y estable, y por último un CMRR por lo general, extremadamente elevado(la definición de este parámetro será dada más adelante).

En el siguiente ejercicio se diseñará un circuito para posibilitar la medición de presion. Para eso se utilizará el sensor piezoeléctrico MPX2010DP y un amplificador de instrumentación capaz de amplificar la señal proveniente del mismo. El circuito podrá medir en el rango de presiones comprendido entre los 0 y los $10kP$, para cuyo caso tendrá una salida de entre 0 y $3,3V$. Al medir la máxima diferencia de presion permitida por el sensor la señal de salida tendrá una amplitud de al menos $3,1V$ y menor a $3,3V$. En caso de medirse una difeencia de presion nula la salida también lo será. El circuito propuesto es el siguiente:

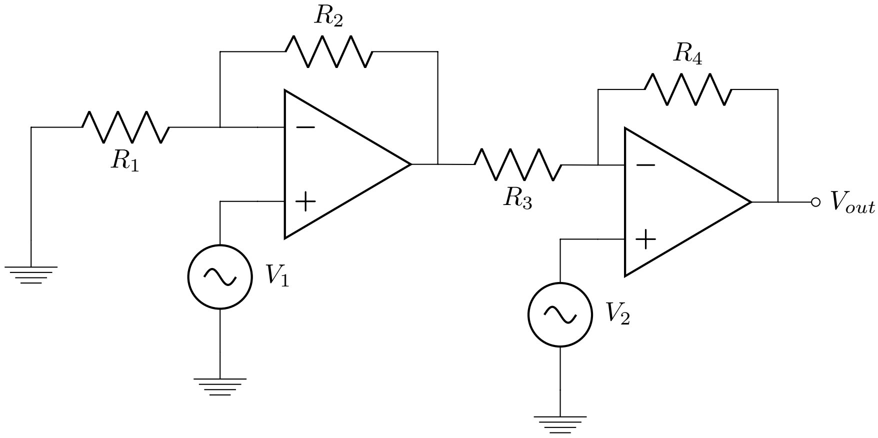

Figure 2: Circuito de medición propuesto.

Como bien puede apreciarse en la figura anterior, el amplificador de instrumentación cuenta con una configuración dual con solo dos amplificadores operacionales. Ambos están siendo utilizados en su modo no inversor. Para el análisis siguiente se trabajarán ambos op-amps como ideales.

Utilizando superposición se pasiva V_2 en primer lugar quedando así elpriemr op-amp en su configuración no inversora, mientras que el segundo en una configuración inversora:

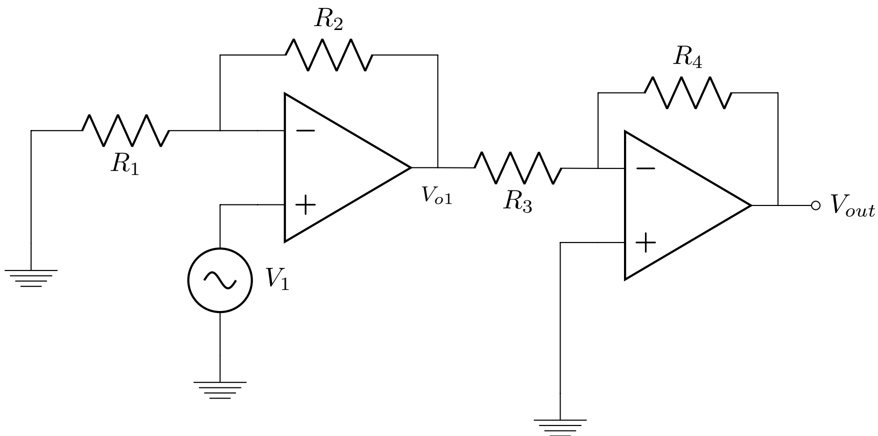

Figure 3: Circuito con V_2 pasivada.

Utilizando las expresiones para las ganacias ya conocidas se obtiene la tensión a la salida del primer amplificador y la tensión de salida del circuito:

$$V_{o1} = V_1 \frac{R_1 + R_2}{R_1} \quad (3)$$

$$V_{out} = \frac{-R_4}{R_3} V_{o1} \quad (4)$$

Reemplazando 3 en 4:

$$V_{out} = (\frac{-R_4}{R_3})(1 + \frac{R_2}{R_1})V_2 \quad (5)$$

Asimismo, si se pasiva la fuente V_1 la tensión despues del amplificador número 1 es cero, ya que ambas entradas están conecatdas a Tierra. Entonces el segundo op-amp esta en su configuración no inversora:

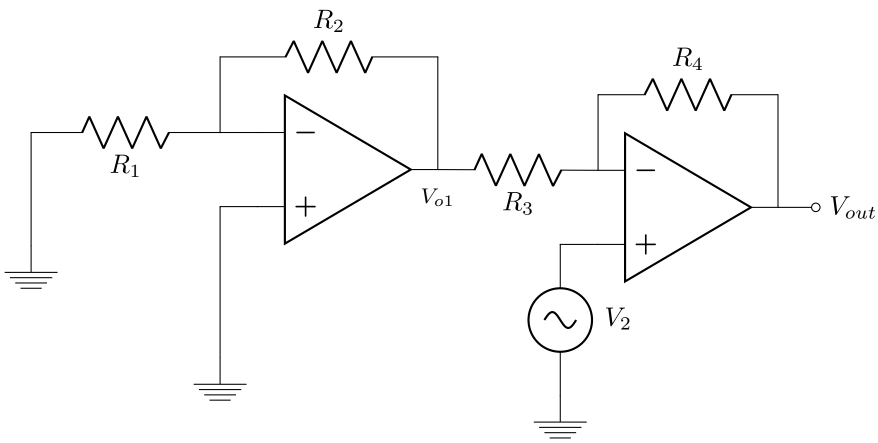

Figure 4: Circuito con V_1 pasivada.

$$V_{out} = (1 + \frac{R_4}{R_3})V_2 \quad (6)$$

Por principio de superposición la salida total será la suma entre las dos transferencias anteriores:

$$V_{out} = (1 + \frac{R_4}{R_3})V_2 + (\frac{-R_4}{R_3})(1 + \frac{R_2}{R_1})V_1 \quad (7)$$

Factorizando la ecuación anterior se llega a:

$$V_{out} = (1 + \frac{R_4}{R_3})(V_2 - \frac{(1 + \frac{R_2}{R_1})}{(1 + \frac{R_3}{R_4})} V_1) \quad (8)$$

Sin embargo, no es posible factorizar la expresión anterior con tal de llegar a una ecuación de la forma $Ganancia = \frac{V_{out}}{V_2 - V_1}$, a menos que se cumpla la siguiente condición:

$$1+\frac{R_2}{R_1}=1+\frac{R_3}{R_4}\Rightarrow\boxed{\frac{R_2}{R_1}=\frac{R_3}{R_4}} \tag{9}$$

Aunque bajo esta condición la ganancia del circuito dependa solamente de ña diferencia de tensiones entre ambas entradas, en la práctica lograr que las resistencias cumplan dicha condición es más complicado de lo que parece. Cualquier desviación generará ruido en la salida, el cual interferirá con la señal que realmente se quiere amplificar. Por ende, ésta variable es de suma importancia a la hora de diseñar e implementar un circuito de esta indole.

Sabiendo entonces que las resistencias estarán desbalanceadas, pueden plantearse una ganacia en modo diferencial y una ganancia en modo común si se reemplazan 1 y 2 en 8 y se reordena para lograr uan expresión más limpia:

$$V_{out}=V_{CM}((1+\frac{R_4}{R_3})(1-\frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{1+\frac{R_3}{R_4}}))+\frac{V_D}{2}((1+\frac{R_4}{R_3})(1+\frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{1+\frac{R_3}{R_4}})) \tag{10}$$

De la ecuación anterior se ven dos cosas, en primer lugar mientras más cerca se esté de la condición de funcionamiento diferencial descrita en 9 V_{CM} tiende a 0 y la ganancia tiende a:

$$\boxed{V_{out}=V_D(1+\frac{R_4}{R_3})=(V_2-V_1)(1+\frac{R_4}{R_3})} \tag{11}$$

En segundo lugar, pueden definirse tanto la ganancia diferencial como la ganancia a modo común:

$$A_D=\frac{V_{out}}{V_D}=\frac{1}{2}((1+\frac{R_4}{R_3})(1+\frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{1+\frac{R_3}{R_4}})) \tag{12}$$

$$A_{CM}=\frac{V_{out}}{V_{CM}}=(1+\frac{R_4}{R_3})(1-\frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{1+\frac{R_3}{R_4}}) \tag{13}$$

Nuevamente se ve en 13 que la misma tiende a 0 a medida que la condiciónd e balance se cumple. Otra posibilidad para eliminar la componente común en la señal de salida es utilizar dos señales cuyo promedio sea igual a 0, en otras palabras, $V_2=-V_1$ o viceversa. En la práctica, el sensor utilizado devuelve dos señales de es manera para lograr el comportamiento deseado. Que tan exactas sean esa señales será otro factor para tener en cuenta a la hora de determinar la precisión de las mediciones.

Debido a las dos imperfeccciones que ya se describieron, el balance de las resistencias y la igualdad entre las señales de entrada, se define un factor de mérito con el objetivo de describir el funcionamiento de un amplificador de instrumentación, el factor de rechazo a modo común o CMRR por sus siglas en inglés. El CMRR es una medida del rechazo que ofrece la configuración a la entrada de voltaje común. El mismo es positivos y se mide en decibelios, e idealmente es igual a infinito.

$$CMRR=20\log(\frac{A_D}{A_{CM}})=20\log(\frac{\frac{1}{2}(1+\frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{1+\frac{R_3}{R_4}})}{1-\frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{1+\frac{R_3}{R_4}}}) \tag{14}$$

1.1 Análiss teórico de error

Cualquier amplificador de instrumentación será insensible a v_{CM} mientras se cumpla que los amplificadores sean ideales y la relación 9 sea cierta. Si se considera que al menos el comportamiento de loas amplificadores se asemeja al ideal se puede analizar como las discordancias entre los valores nominales y reales de las resistencias afectan al circuito. En general puede decirse que si la condición de puente esta desbalanceada el circuito responderá tanto a v_D como a v_{CM}.

Si se introduce un factor de desbalance ϵ y se asume que solo uno de los cuatro resistores posee una desviación de su valor nominal expresamos a R_2 como:

$$R_2(1-\epsilon) \tag{15}$$

Si se propone que los resistores tienen una tolerancia igual a p el peor caso posible es cuando, por ejemplo, la relación $\frac{R_3}{R_4}$ es maximizada y $\frac{R_2}{R_1}$ es minimizada. La anterior se cumple cuando R_3 y R_1 son maximizadas y R_4 y R_2 son minimizadas.Pero para que la condición de balance siga cumpliendose las resistencias minimizadas deben ser multiplicadas por $(1+p)$ y las maximizadas por $(1-p)$:

$$\frac{R_3(1-p)}{R_4(1+p)} = \frac{R_2(1+p)}{R_1(1-p)} \tag{16}$$

Reagrupando:

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{R_2(1+p)^2}{R_1(1-p)^2} \tag{17}$$

Para $p \gg 1$ se cumple que $\frac{1}{(1+p)} \cong (1-p)$, entonces:

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{R_2(1+p)^2}{R_1(1-p)^2} \cong \frac{R_2(1-p)^2}{R_4(1-p)^2} \cong \frac{R_2(1-4p)}{R_4} \tag{18}$$

Lo anterior si se consideran los terminos de p^n con $n > 2$ como cercanos a 0. Ahora bien, si se compara la ecuación anterior con 15 se llega a la siguiente conclusión:

$$|\epsilon|_{max} \cong 4p \tag{19}$$

Si se reemplaza ϵ en 10:

$$V_{out} = V_{CM}((1+\frac{R_4}{R_3})(1-\frac{1+\frac{R_2(1-\epsilon)}{R_1}}{1+\frac{R_3}{R_4}})) + \frac{V_D}{2}((1+\frac{R_4}{R_3})(1+\frac{1+\frac{R_2(1-\epsilon)}{R_1}}{1+\frac{R_3}{R_4}})) \tag{20}$$

Si nuevamente se separa V_{out} en:

$$V_{out} = A_D V_D + D_{CM} V_{CM} \tag{21}$$

$$A_D = \frac{1}{2}((1+\frac{R_4}{R_3})(1+\frac{1+\frac{R_2(1-\epsilon)}{R_1}}{1+\frac{R_3}{R_4}})) \tag{22}$$

$$A_{CM} = \frac{V_{out}}{V_{CM}} = (1 + \frac{R_4}{R_3})(1 - \frac{1 + \frac{R_2(1-\epsilon)}{R_1}}{1 + \frac{R_3}{R_4}}) \tag{23}$$

1.2 Comentarios respecto al funcionamiento del sensor

El dispositivo utilizado para medir la diferencia de presion es un sensor piezoresistivo de silicio. Su principio de funcionamiento es simple: se aprovecha de cambios en la resistencia eléctrica del material que lo constituye generados por la diferencia de presion entre dos entradas. El sensor proporciona una salida de tensión lineal, precisa y directamente proporcional a la presión aplicada. El sensor posee cuatro pines: uno de alimentación, Tierra, y las dos salidas con signos opuestos antes mencionadas. El mismo opera en diferencias de presión entre los 0 y $10kP$. Según las curvas del fabricante la tensión típica de salida va de 0 a aproximadamente $25mV$, mientras que para el caso mínimo la misma oscila entre los -2 y $22,5mV$ y para el máximo entre los 2 y los $27,5mV$. Hay que tener en cuenta los valores anteriores a la hora de elegir las resistencias a utilizar, para configurar la ganancia deseada.

Por último se mencionan las ecuaciones manjeadas para el cálculo de presion. La presión hidrostática en un contenedor líquido depende solamente de tres factores y viene dada por la siguiente expresion:

$$P = \rho g h \tag{24}$$

Donde ρ es la densidad del líquido (en caso de ser agua $997\frac{kg}{m^3}$), g es la aceleración de la gravedad ($9,7968\frac{m}{s^2}$ en la ciudad de Buenos Aires) y h es la profundidad a la que está sumergido el objeto en metros. Con estos datos e debería sumergir un objeto hasta los $1,02$ metros de profundidad para llegar a los $10kPa$, la presión máxima que es capaz de medir el sensor utilizado.

2 Implementación práctica

En primer lugar es necesario fijar la ganancia del circuito mediante la elección de las resistencias. Si se toman los valores típicos de la tensión de salida del sensor y se considera el funcionamiento en modo diferencial ideal dado por 11, para lograr una tension de salida de como mínimo $3,1V$ se necesita una ganancia como mínimo igual a 124, por lo que $\frac{R_4}{R_3} = 123$. Es importante utilizar el mínimo número de resistencias, en lo posible solamente 4, con tal de minimizar el error producido por las tolerancias de las mismas. Con este fin se decidió utilizar resistencias SMD con 1 porciento de tolerancia, de $150lk\Omega$ y $1,2k\Omega$, que dan una ganancia igual a 126, o sea, una tension máxima teórica igual a $3,15V$.

En segundo lugar, se eligió el integrado TL082 de Texas Instruments debido a su gran impedancia de entrada($10^{12}\Omega$), la cual permite tener flexibilidad en la elección de las resitencias, y evita cargar la fuente de la señal de entrada lo que podría hacer que la amplitud de la misma disminuyese. Además de lo anterior se propone agregar un potenciómetro de la siguiente manera con el fin de poder regular la ganancia del circuito facilmente:

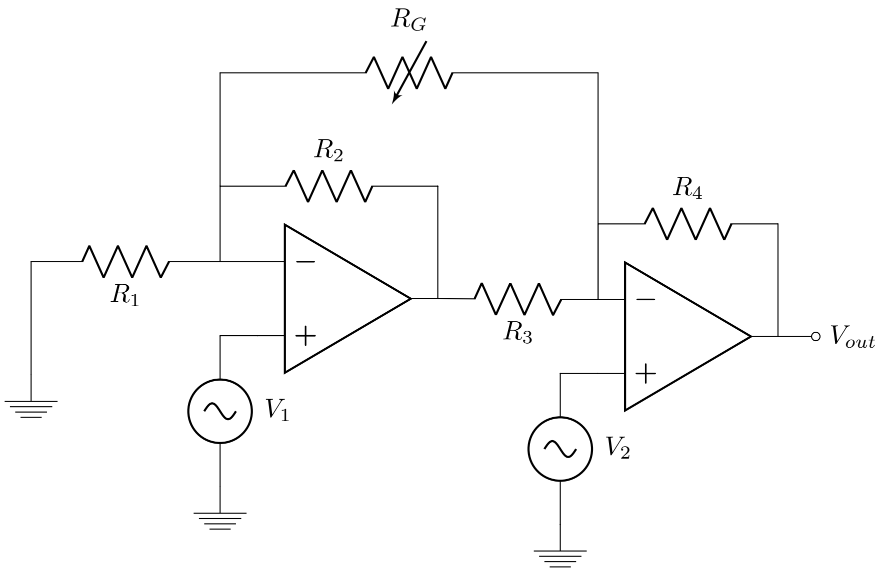

Figure 5: Circuito de medición con potenciómetro.

Puede demostrarse que la nueva ganancia del circuito al incluir el potenciómetros es igual a:

$$\boxed{A = 1 + \frac{R_4}{R_3} + \frac{2R_2}{R_g}} \tag{25}$$