

Instituto Tecnológico de Buenos Aires

22.01 TEORÍA DE CIRCUITOS

Trabajo práctico N°5

Grupo 3

MECHOULAM, Alan	58438
LAMBERTUCCI, Guido Enrique	58009
RODRIGUEZ TURCO, Martín Sebastian	56629
LONDERO BONAPARTE, Tomás Guillermo	58150
GALDEMAN, Agustín	59827

Profesores

Jacoby, Daniel Andrés
Belaustegui Goitia, Carlos
Iribarren, Rodrigo Iñaki

Presentado: */*/19

Índice

1. Aproximacion de Cauer con celda Sedra.	2
1.1. Introducción	2
1.2. Aproximación de Cauer	2
1.2.1. Elecciones de diseño	3
1.3. Celda Sedra-Ghorab-Martin	4
1.3.1. Cálculo Analítico	4
1.3.2. Elecciones de diseño	6
1.3.3. Acoplamiento de Impedancias	7
1.4. Respuesta en Frecuencia	8
1.4.1. Etapas	9
1.4.2. Filtro definitivo	11
1.5. Rango Dinámico	13
1.6. Estabilidad	13
1.7. Conclusiones	14

1. Aproximacion de Chebycheff con celda Rauch

1.1. Introducción

En esta sección se implementó un filtro Band-Pass utilizando la aproximación de **Chebycheff** e implementandola con celdas **Rauch**. El circuito en cuestión debe cumplir con la siguiente plantilla.

<i>Pendiente</i>	$-40 \frac{dB}{dec}$
f_p	28kHz
B	$\frac{1}{10}$
A_p	3dB
<i>Filtro</i>	BP
$ Z_{in} $	$\geq 50k\Omega$

Tabla 1: Especificaciones del filtro realizado.

1.2. Aproximación de Chebycheff.

Para esta sección se utilizó la aproximación de **Chebycheff**. Además, se propuso una plantilla mas restrictiva, con el fin de asegurar el cumplimiento de la original. De esta forma se calculó el valor de f_p^+ y f_p^- mediante las ecuaciones

$$f_0^2 = f_p^+ \cdot f_p^- \quad (1)$$

$$B = \frac{\Delta f_p}{f_0} \quad (2)$$

Es así que se obtuvo $f_p^+ = 29.435 \text{ kHz}$ y $f_p^- = 26.635 \text{ kHz}$. Luego, teniendo en cuenta que la pendiente originalmente es de 40 dB por década, se tomo una frecuencia de atenuación acorde, tal que mantenga las condiciones de simetría. Es así que se calculó $f_a^+ = 294.35 \text{ kHz}$ y $f_a^- = 2.635 \text{ kHz}$.

De esta forma, se obtiene como plantilla final la presentada en la Tabla (1).

f_s^-	2.6635 kHz
f_p^-	26.635 kHz
f_p^+	29.435 kHz
f_s^+	294.35 kHz
A_s	40dB
A_p	1dB

Tabla 2: Plantilla cumplida por el filtro.

Luego, se obtiene la siguiente función transferencia:

$$H(s) = \frac{s \cdot -1.0448 \cdot 10^5}{s^2 + s \cdot 71653 + 5.2722 \cdot 10^{10}} \cdot \frac{s \cdot -74995}{s^2 + s \cdot 51101 + 2.7236 \cdot 10^{10}} \quad (3)$$

A continuación se plasman los diagramas de ceros y polos de dicho filtro. Estos últimos se caracterizan por poseer un factor Q de 3.23.

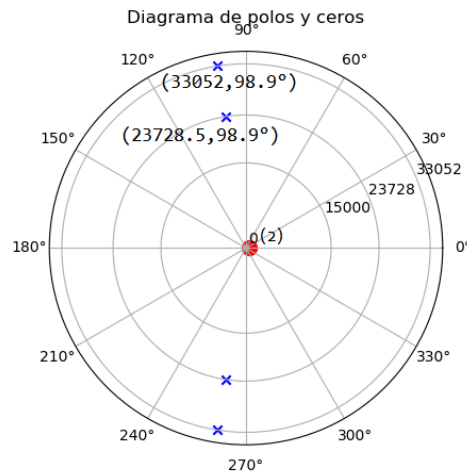


Figura 1: Diagrama Polos y Ceros

1.2.1. Elecciones de diseño

Se decidió armar etapas con celdas segundo orden en cascada, dado a que el orden del filtro es de 4. Para la asociación de polos se tomo criterio, se agrupa cada par con un cero, asociandolos de la siguiente forma.

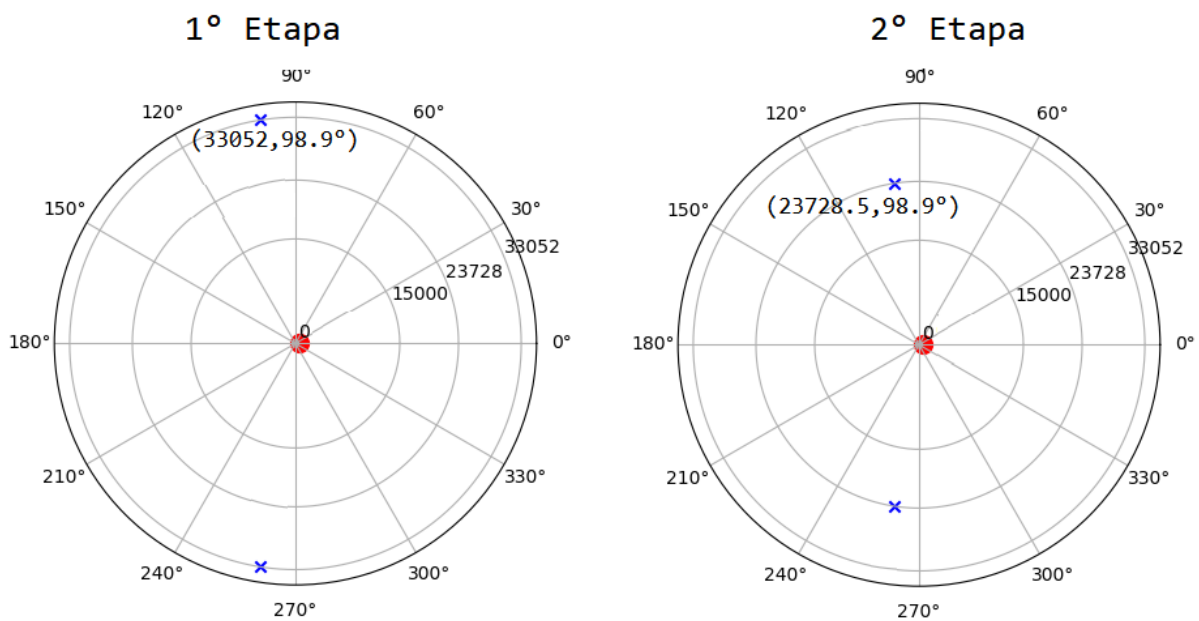


Figura 2: Diagrama de polos y ceros para cada etapa.

1.3. Celda Rauch

1.3.1. Cálculo Analítico

El circuito clásico para una celda Rauch pasa-banda (Deliyannis-Friend) es el siguiente:

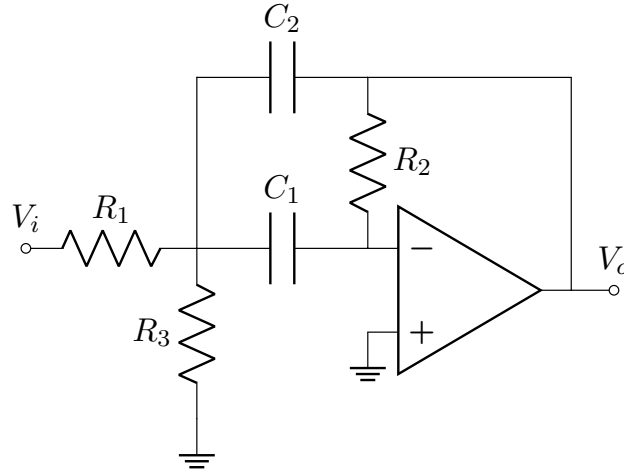


Figura 3: Circuito clásico celda Rauch Band-Pass (Deliyannis-Friend).

De aquí, planteando los nodos y considerando el amplificador operacional ideal, se hallan las siguientes ecuaciones:

$$\frac{V_{in} - V_a}{R_1} + (V_{out} - V_a) \cdot sC_2 - V_a \cdot sC_1 = \frac{V_a}{R_3} \quad (4)$$

$$\frac{V_{out}}{R_2} = -V_a \cdot sC_1 \quad (5)$$

Con lo planteado previamente, se despeja la función transferencia como:

$$H(s) = \frac{s \cdot C_1 R_2 R_3}{s^2 \cdot R_1 R_2 C_2 C_1 + s \cdot (C_3 R_1 R_3 + R_1 C_2 R_3) + R_3 + R_1} = \frac{H_0 \cdot \frac{s}{\omega_0 Q}}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{\omega_0 Q} + 1} \quad (6)$$

De esta forma, se extraen los parámetros típicos del diseño de filtros siendo los presentados a continuación:

$$H_0 = \frac{R_2 C_2}{R_1 C_2 + C_1 R_1} \quad (7)$$

$$\omega_0^2 = \frac{R_1 + R_3}{R_1^2 R_2 C_2 C_1} \quad (8)$$

$$Q = \frac{\sqrt{1 + \frac{R_3}{R_1}}}{\sqrt{\frac{R_3 C_1}{R_2 C_2}} + \sqrt{\frac{R_3 C_2}{R_2 C_1}}} \quad (9)$$

Luego, para simplificar la elección de componentes, se suele tomar $C_1 = C_2$. De esta forma, para obtener un factor Q relativamente alto, se necesitan valores de resistencias altas, lo cual es un problema. Para solucionarlo, se modificó la celda, incluyendo una realimentación positiva, permitiendo obtener un Q de mayor valor. Finalmente, la celda Rauch con Q mejorado, se presenta a continuación.

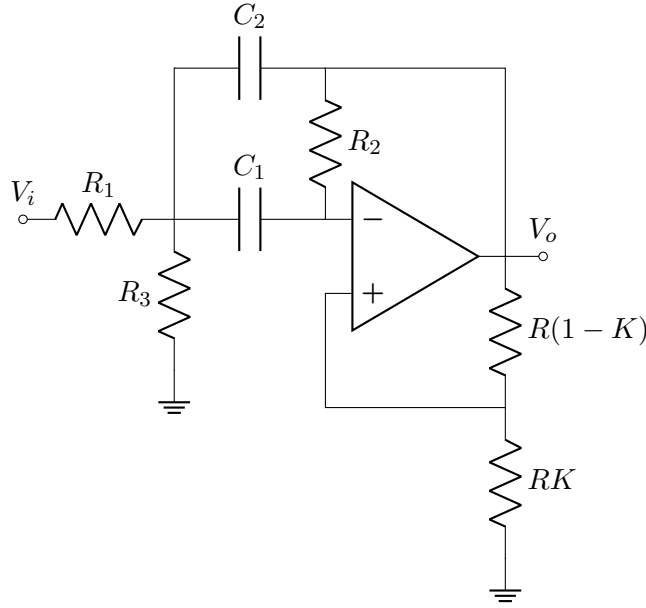


Figura 4: Circuito celda Rauch Band-Pass con Q mejorado.

Para resolver el circuito presentado en la Figura (??), basta con plantear los siguientes nodos:

$$\frac{V_{out} - K \cdot V_{out}}{R_2} = (K \cdot V_{out} - V_a) \cdot sC_1 \quad (10)$$

$$\frac{V_{in} - V_a}{R_1} + (V_{out} - V_a) \cdot sC_2 + (K \cdot V_{out} - V_a) \cdot sC_1 = \frac{V_a}{R_3} \quad (11)$$

Es así que se obtiene la transferencia del circuito, siendo esta la presentada a continuación.

$$H(s) = \frac{1}{1 - K} \cdot \frac{H_0 \cdot \frac{s}{\omega_0 Q_0}}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{\omega_0 Q} + 1} \quad (12)$$

De ella se obtiene Q_0 , la cual es una constante de valor 1.5¹, y el K es utilizado para ajustar el valor de Q del circuito, dado que quedarán así definidos los parámetros del filtro:

$$\omega_0^2 = \frac{R_1 + R_3}{R_1 R_3 R_2 C_2 C_1} \quad (13)$$

$$Q = \frac{Q_0}{1 - 2Q_0^2 \cdot \frac{K}{1-K}} = \frac{\sqrt{R_1 R_3 R_2 C_1 C_2 (R_1 + R_3)}}{R_1 R_3 (C_1 + C_2) - \frac{K}{1-K} (R_1 + R_3) R_2 C_1} \quad (14)$$

$$H_0 = \frac{R_3 R_2}{(C_1 + C_2) \cdot (K - 1) R_1 R_3 + K (R_1 + R_3) R_2 C_2} \quad (15)$$

También es posible calcular la impedancia de entrada de la celda.

$$Z_{in}(s) = \frac{V_{in}(s)}{I_{in}(s)} = \frac{s^2 R_1 R_2 R_3 C_1 C_2 + s \cdot R_1 R_3 (C_1 + C_2) + R_1 + R_3}{s^2 R_3 R_2 C_1 C_2 + s R_3 (C_1 + C_2) + 1} \quad (16)$$

¹R. Schaumann, H. Xiao, M. Van Valkenburg, M. Van Valkenburg and M. Van Valkenburg, Analog filter design. New York: Oxford University Press, 2011, pp. 170-176.

1.3.2. Elecciones de diseño

Se realiza el cálculo de sensibilidades a partir de las expresiones (??), (??) y (??), obteniéndose así las expresiones presentadas en las Tablas (??) y (??).

Componente	S^{ω_0}	S^{H_0}
S_{R_1}	$-\frac{R_3}{2.0 R_1 + 2.0 R_3}$	$-\frac{(C_1 K R_3 + K R_2 C_2 + C_2 K R_3 - C_1 R_3 - C_2 R_3) R_1}{C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_2 R_1 + C_2 K R_1 R_3 + K R_2 C_2 R_3 - C_1 R_1 R_3 - C_2 R_1 R_3}$
S_{R_2}	-0.5	$\frac{R_1 R_3 (C_1 K + C_2 K - C_1 - C_2)}{C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_2 R_1 + C_2 K R_1 R_3 + K R_2 C_2 R_3 - C_1 R_1 R_3 - C_2 R_1 R_3}$
S_{R_3}	$-\frac{R_1}{2.0 R_1 + 2.0 R_3}$	$\frac{K R_2 C_2 R_1}{C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_2 R_1 + C_2 K R_1 R_3 + K R_2 C_2 R_3 - C_1 R_1 R_3 - C_2 R_1 R_3}$
S_{C_1}	-0.5	$-\frac{R_3 R_1 (-1 + K) C_1}{C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_2 R_1 + C_2 K R_1 R_3 + K R_2 C_2 R_3 - C_1 R_1 R_3 - C_2 R_1 R_3}$
S_{C_2}	-0.5	$-\frac{(K R_2 R_1 + R_1 R_3 K + K R_2 R_3 - R_1 R_3) C_2}{C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_2 R_1 + C_2 K R_1 R_3 + K R_2 C_2 R_3 - C_1 R_1 R_3 - C_2 R_1 R_3}$

Tabla 3: Tabla de sensibilidades de ω_0 y de la ganancia.

Componente	S^Q
S_{R_1}	$1/2 \frac{R_3 (K R_2 C_1 R_1 - C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_1 R_3 - C_2 K R_1 R_3 + C_1 R_1 R_3 + C_2 R_1 R_3)}{(K R_2 C_1 R_1 + C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_1 R_3 + C_2 K R_1 R_3 - C_1 R_1 R_3 - C_2 R_1 R_3)(R_1 + R_3)}$
S_{R_2}	$-1/2 \frac{K R_2 C_1 R_1 - C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_1 R_3 - C_2 K R_1 R_3 + C_1 R_1 R_3 + C_2 R_1 R_3}{R_1 (K R_2 C_1 R_1 - C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_1 R_3 - C_2 K R_1 R_3 + C_1 R_1 R_3 + C_2 R_1 R_3)}$
S_{R_3}	$1/2 \frac{R_1 (K R_2 C_1 R_1 - C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_1 R_3 - C_2 K R_1 R_3 + C_1 R_1 R_3 + C_2 R_1 R_3)}{(K R_2 C_1 R_1 + C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_1 R_3 + C_2 K R_1 R_3 - C_1 R_1 R_3 - C_2 R_1 R_3)(R_1 + R_3)}$
S_{C_1}	$-1/2 \frac{K R_2 C_1 R_1 + C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_1 R_3 - C_2 K R_1 R_3 - C_1 R_1 R_3 + C_2 R_1 R_3}{K R_2 C_1 R_1 + C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_1 R_3 - C_2 K R_1 R_3 - C_1 R_1 R_3 + C_2 R_1 R_3}$
S_{C_2}	$1/2 \frac{K R_2 C_1 R_1 + C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_1 R_3 - C_2 K R_1 R_3 - C_1 R_1 R_3 + C_2 R_1 R_3}{K R_2 C_1 R_1 + C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_1 R_3 - C_2 K R_1 R_3 - C_1 R_1 R_3 + C_2 R_1 R_3}$

Tabla 4: Tabla de sensibilidades de Q.

Reemplazando por valores numéricos en las expresiones presentadas anteriormente, se obtienen los valores presentados en las Tablas (??) y (??).

Etapa 1			
Componente	S^{H_0}	S^Q	S^{ω_0}
S_{R_1}	-1.33	-0.41	-0.08
S_{R_2}	3	2.5	-0.5
S_{R_3}	-1.67	-2.09	-0.45
S_{C_1}	-1.5	-1	-0.5
S_{C_2}	1.5	1	-0.5

Tabla 5: Tabla de sensibilidades de la primer etapa.

Etapa 1			
Componente	S^{H_0}	S^Q	S^{ω_0}
S_{R_1}	-1.33	-0.41	-0.08
S_{R_2}	3	2.5	-0.5
S_{R_3}	-1.67	-2.09	-0.42
S_{C_1}	-1.5	-1	-0.5
S_{C_2}	1.5	1	-0.5

Tabla 6: Tabla de sensibilidades de la segunda etapa.

En base a lo establecido en las tablas previas, se tomó especial cuidado en la elección de componentes y en el matcheo de impedancias. De esta forma, los componentes utilizados son los siguientes:

Componente	1er Etapa	Composición	2da Etapa	Composición
R_1	$7.3k\Omega$	$10k//27k\Omega$	$5.24k\Omega$	$5.6k//82k\Omega$
R_2	$5.56k\Omega$	$5.6k//680k\Omega$	$3.99k\Omega$	$82 + 3.9k\Omega$
R_3	$1.43k\Omega$	$1.5k//33k\Omega$	$1.03k\Omega$	$27 + 1k\Omega$
R_4	$3.49k\Omega$	$3.9k//33k\Omega$	$3.49k\Omega$	$3.9k//33k\Omega$
R_5	$1k\Omega$	$1k\Omega$	$1k\Omega$	$1k\Omega$
C_1	2.35 nF	$(4.7+4.7) \text{ nF}$	2.35 nF	$(4.7+4.7) \text{ nF}$
C_2	2.35 nF	$(4.7+4.7) \text{ nF}$	2.35 nF	$(4.7+4.7) \text{ nF}$

Tabla 7: Componentes seleccionados para el filtro.

Luego, se calculó el error porcentual asociado a la aproximación de la resistencias, expresando los resultados obtenidos en la Tabla (??).

Error Porcentual	1er Etapa	2da Etapa
R_1	0.1 %	0.038 %
R_2	0.1 %	0.2 %
R_3	0.4 %	0.1 %
R_4	0.1 %	0.1 %
R_5	≈ 0 %	≈ 0 %
C_1	≈ 0 %	≈ 0 %
C_1	≈ 0 %	≈ 0 %

Tabla 8: Error porcentual de los componetnes.

Cabe destacar que todas las impedancias que fueron colocadas en el circuito fueron elegidas entre varias de su mismo tipo, ya que estas fueron medidas, garantizando así que las utilizadas sean realmente de los valores deseados.

1.3.3. Acoplamiento de Impedancias

Para que ambas etapas no se carguen entre, la impedancia de entrada de la segunda etapa debe ser mucho mayor a la de salida de la primera. Para garantizar que ello ocurra, se simularon las impedancias de entrada de ambas celdas, incluyendo la de salida de la primera.

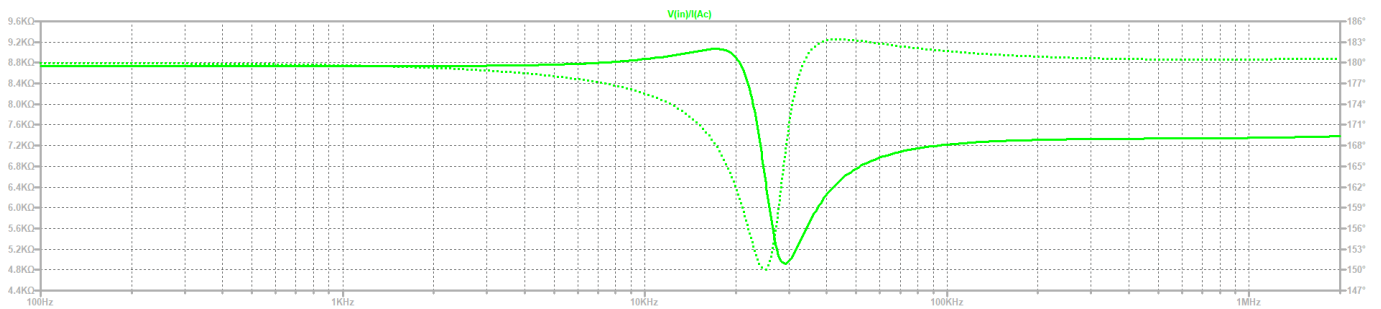


Figura 5: Impedancia de entrada de la primer etapa.

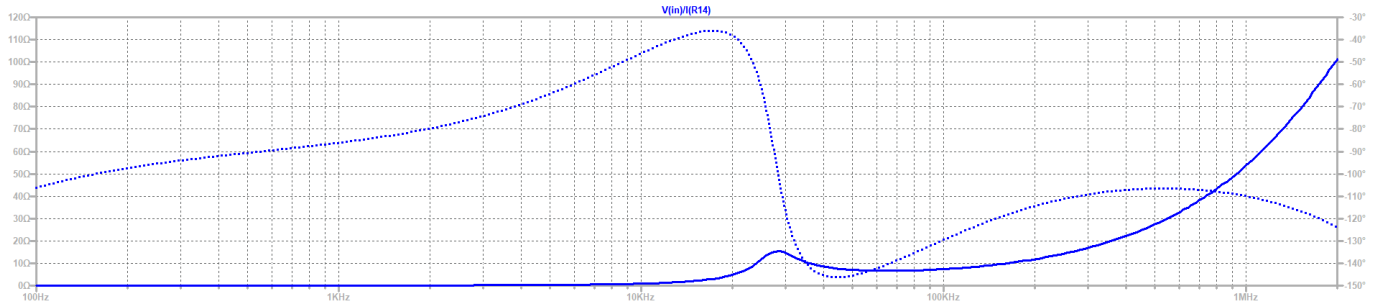


Figura 6: Impedancia de salida de la primer etapa.

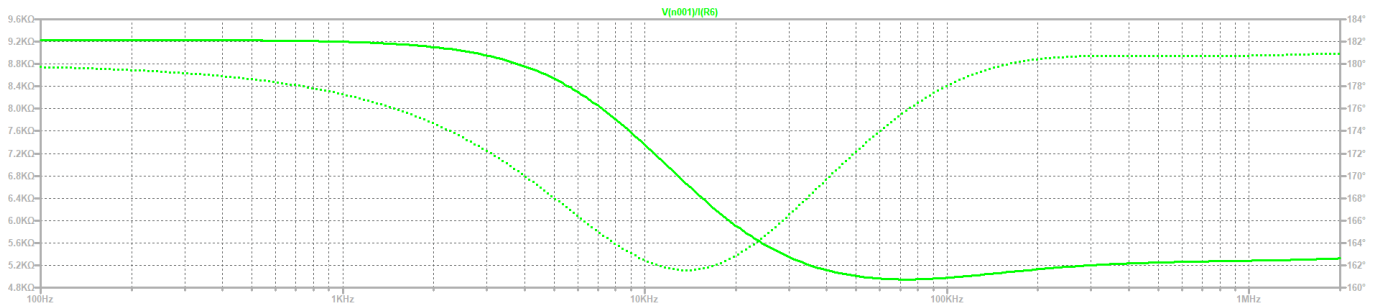


Figura 7: Impedancia de entrada de la segunda etapa.

Se puede apreciar que la impedancia de salida de la primer etapa es mucho menor en comparación a la de entrada de la segunda, por lo tanto, se da un buen acoplamiento de impedancias y no es necesario el uso de buffers.

1.4. Respuesta en Frecuencia

Se realizó un análisis de Montecarlo de la respuesta en frecuencia del circuito, utilizando una tolerancia de las resistencias al 1 % y capacitores al 10 % obteniendo la siguiente dispersión.

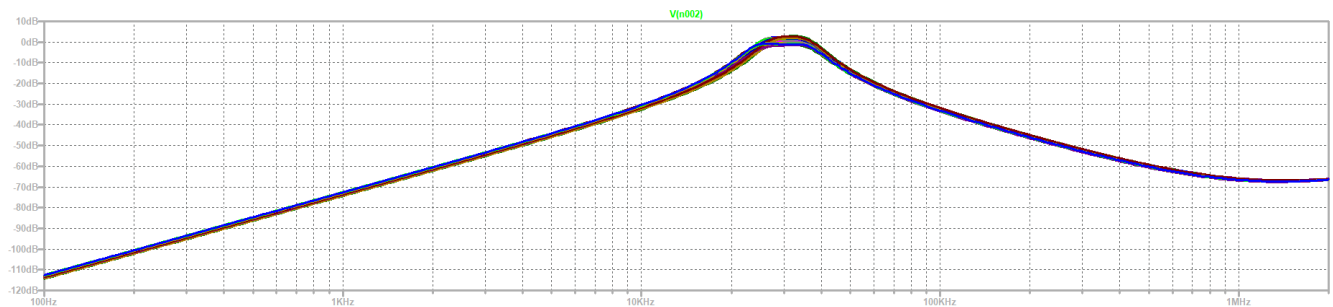


Figura 8: Análisis de Montecarlo del filtro.

1.5. Rango Dinámico.

El rango dinámico se define como la razón entre el máximo y mínimo valor que puede tomar un observable de interés. Para el caso en cuestión, queda definido de la forma

$$R_d = 20 \log_{10} \left(\frac{V_{in_{max}}}{V_{in_{min}}} \right) \quad (17)$$

Para definir $V_{in_{min}}$, se tuvo en cuenta la tensión mínima que se pudo distinguir respecto al piso de ruido, la cual es de $V_{in_{min}} \approx 10 \text{ mV}$. Luego, para el caso de $V_{in_{max}}$, se tuvo en cuenta la máxima tensión previa a la aparición de alinealidades, siendo estos efectos el cross-over, slew-rate y saturación del amplificador operacional. Dos de estos

problemas son solucionados mediante la elección del integrado, ya que se utiliza un TL081, el cual tiene un slew-rate elevado y no posee el problema del cross-over debido a su etapa de salida. Por su parte, para el problema de la saturación, es de utilidad saber que la máxima tensión de salida es $V_{sat} = V_{cc} - 1.5 V = 13.5 V$. Para encontrar el valor de tensión máximo de entrada se consideró la ganancia del sistema y, teniendo en cuenta la conexión entre etapas, este factor queda definido por la siguiente expresión:

$$V_{in_{max}} = \frac{V_{sat}}{\max(G_{E1} \cdot G_{E2})} = 12.24V \quad (18)$$

Es así que con lo mencionado previamente, se obtiene $R_d = 61.75dB$.

1.5.1. Etapas

Se realizaron 2 etapas, ambas siendo el mismo tipo de celda, pero con distintos parámetros. Para cada una, se decidió realizar un análisis de Montecarlo

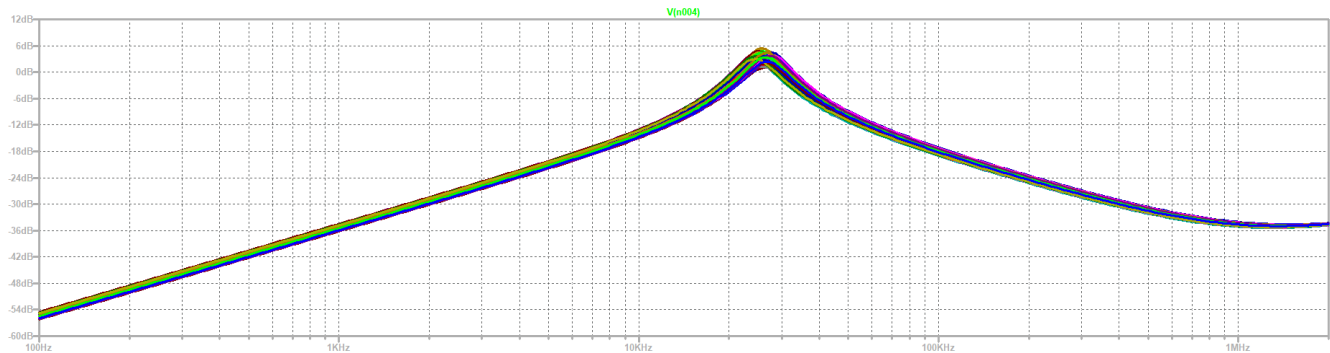


Figura 9: Análisis de Montecarlo de la primer etapa.

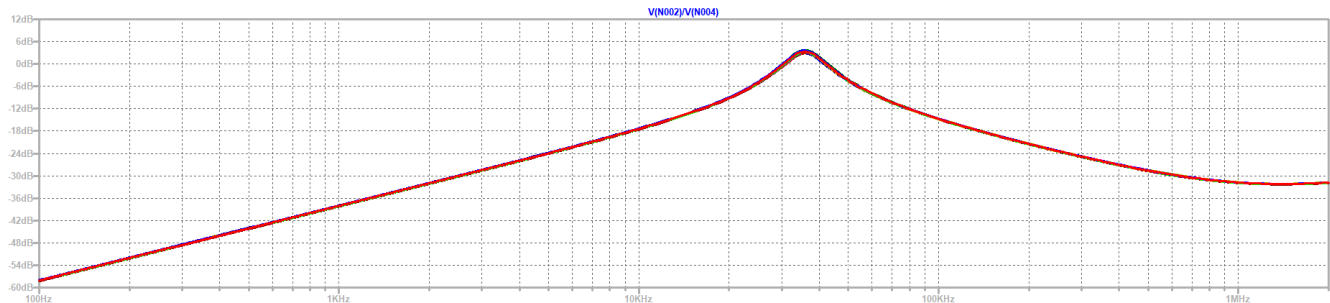


Figura 10: Análisis de Montecarlo de la segunda etapa.

Es notable que no existe una gran dispersión debido a los componentes en el diagrama de bode. Más allá de esto, mirando las sensibilidades, se nota una gran dependencia, tanto en el Q como en la frecuencia de corte del sistema, con respecto a la resistencia R_3 . Es por ello que a continuación se presentan dos simulaciones de Montecarlo. Una representa la variación de dicha resistencia en cada etapa, mientras que la otra muestra como afecta cada una al filtro final.

Primero se presenta la variación de R_3 en la primer etapa, modificandola entre 100Ω y $2 k\Omega$.

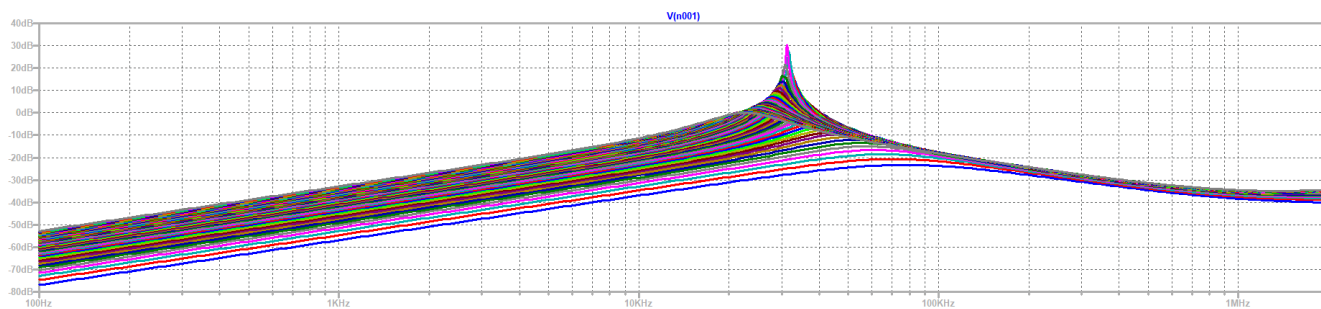


Figura 11: Variación salida de la primer etapa al cambiar R_3 .

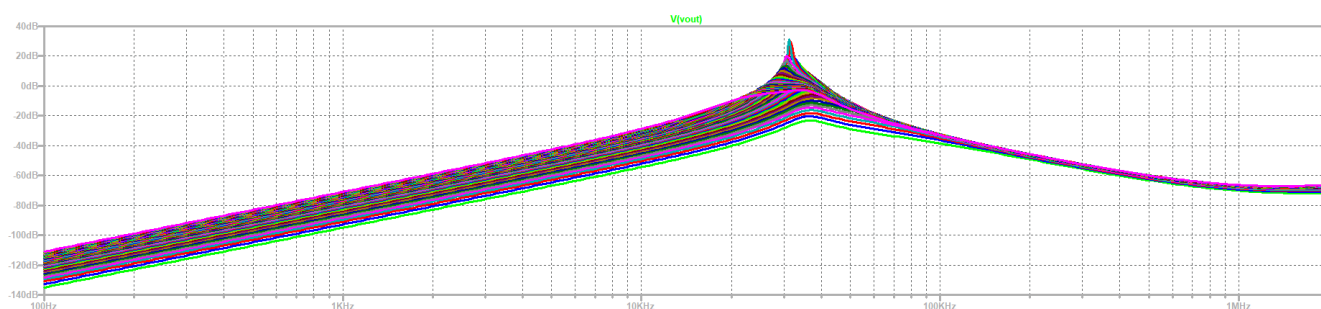


Figura 12: Variación salida del filtro al cambiar R_3 de la primer etapa.

Se puede notar como se modifica el Q del circuito al igual que el valor de la frecuencia de corte. Luego se prosiguió a realizar el mismo análisis, pero de la siguiente etapa.

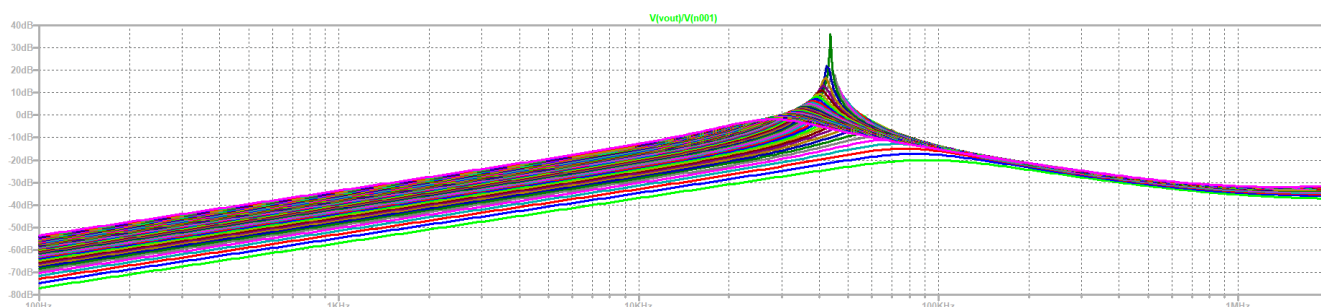


Figura 13: Variación salida de la segunda etapa al cambiar R_3 .

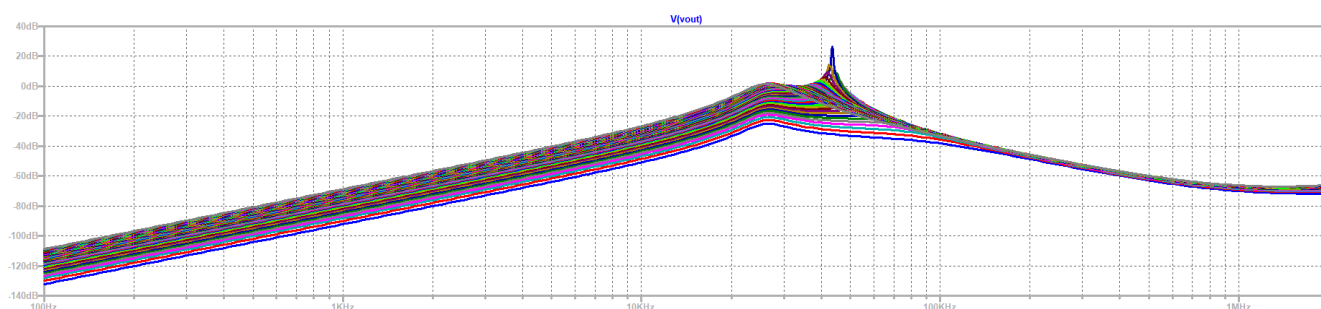


Figura 14: Variación salida del filtro al cambiar R_3 de la segunda etapa.

En contraparte a la primer etapa, los cambios de la segunda afectan de una manera más significativa el Q , mientras que se observa lo contrario con el ω_0 del circuito.

Luego se realizó un histograma de la aparición de ω_0 en el análisis de Montecarlo.

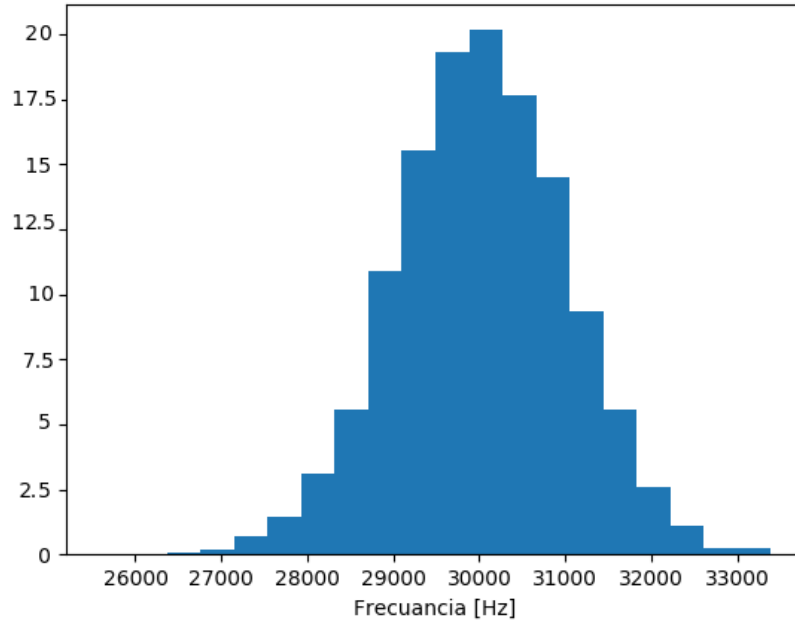


Figura 15: Histograma de aparición de ω_0 .

1.5.2. Filtro definitivo

Se midió la respuesta en frecuencia del filtro obteniendo los siguientes resultados:

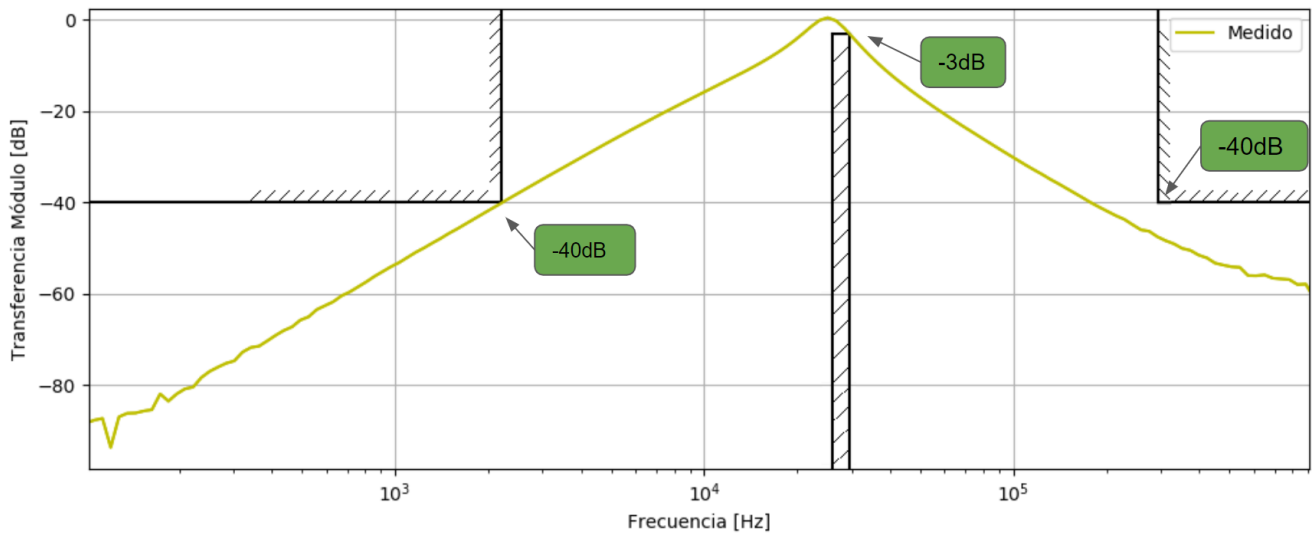


Figura 16: Bode medido en módulo.

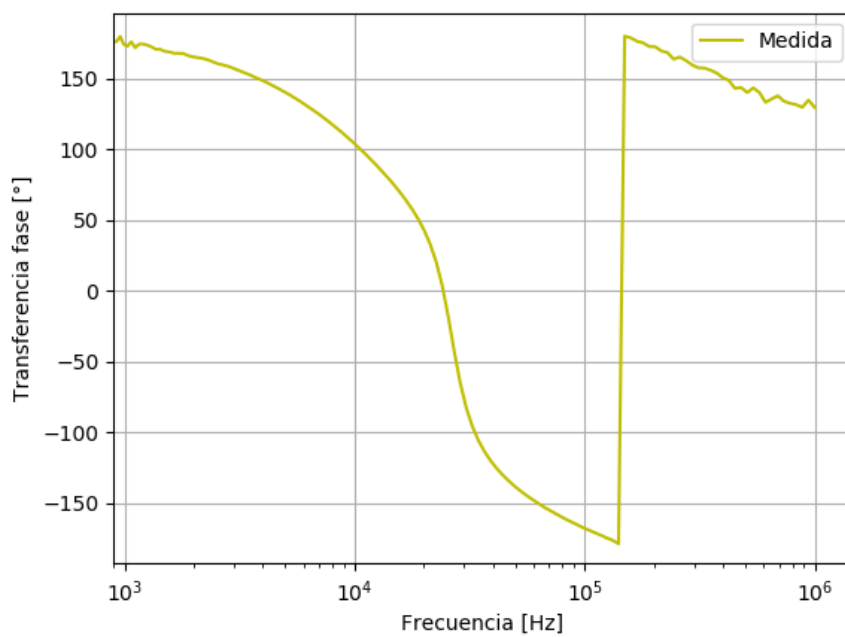


Figura 17: Bode medido en fase.

Luego se compararon los resultados, tanto con la simulación, como con el cálculo teórico.

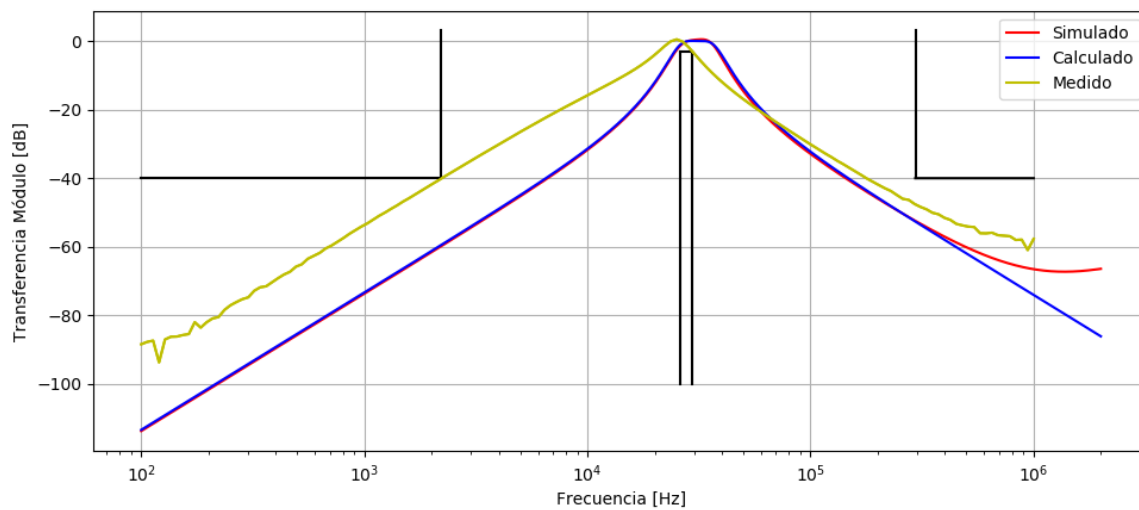


Figura 18: Comparación de diagramas de Bode en módulo.

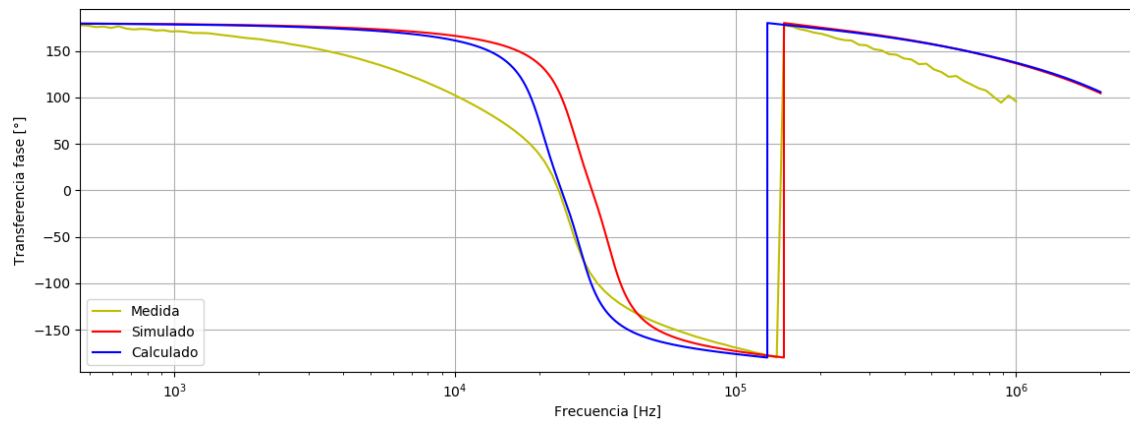


Figura 19: Comparación de diagramas de Bode en fase.

Se puede observar como el calculado y el simulado difieren ligeramente del medido. Para solucionar esto, se colocaron presets sobre la resistencia R_3 , ya que controla el factor Q , como se analizó previamente.

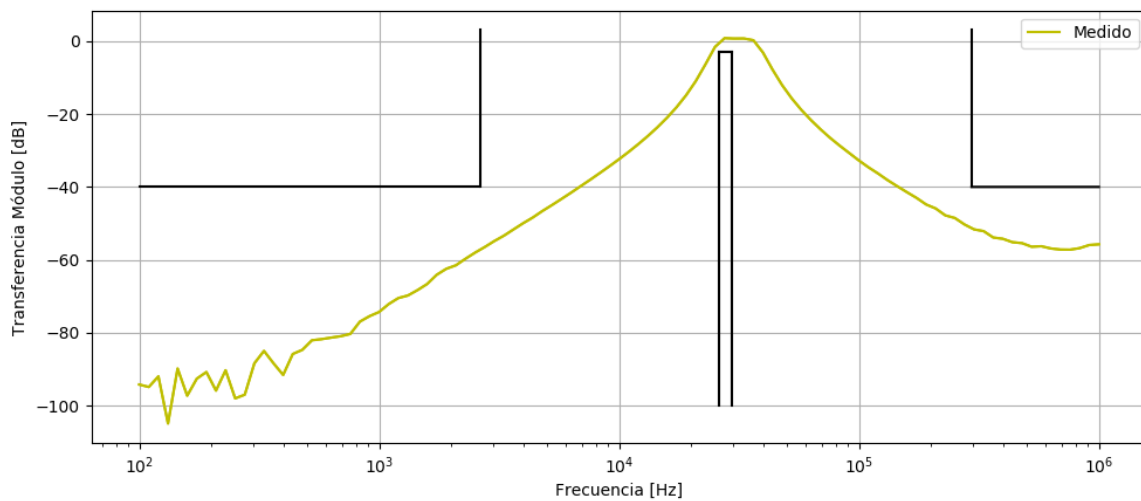


Figura 20: Bode medido en módulo con ajuste de R_3 .

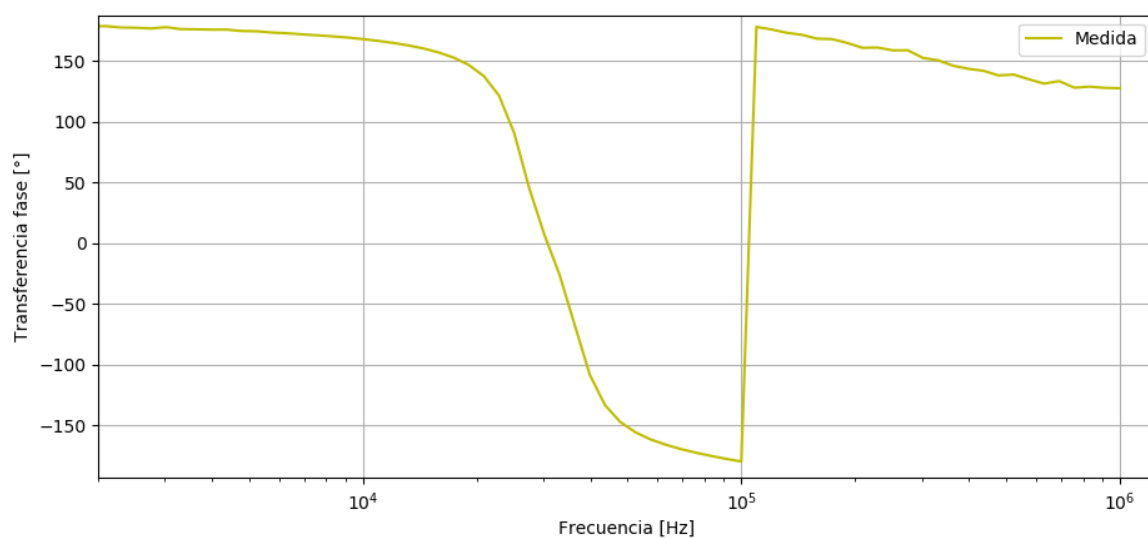


Figura 21: Bode medido en fase con ajuste de R_3 .

Debido a la calibración efectuada, el diagrama de Bode tiene una banda mucho más ancha, cumpliendo con mayor facilidad la plantilla.

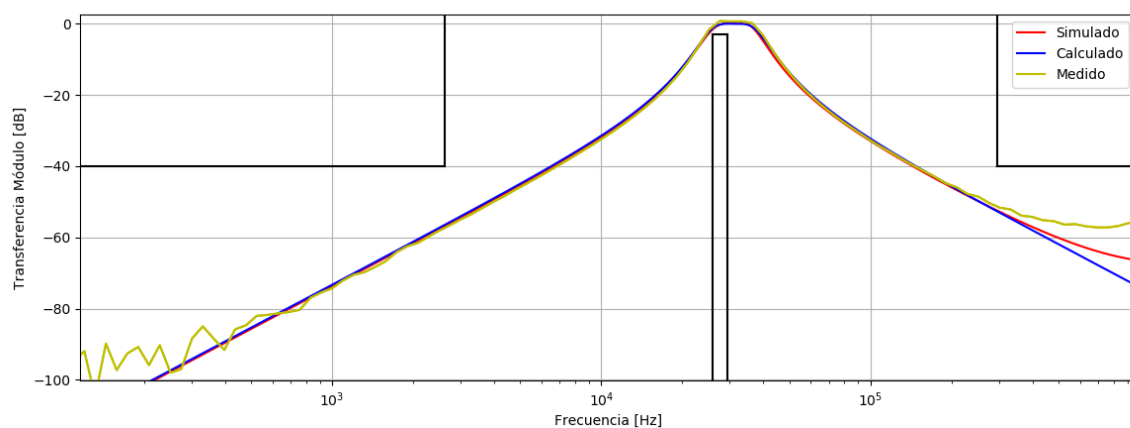


Figura 22: Comparación de diagramas de Bode en módulo con ajuste de R_3 .

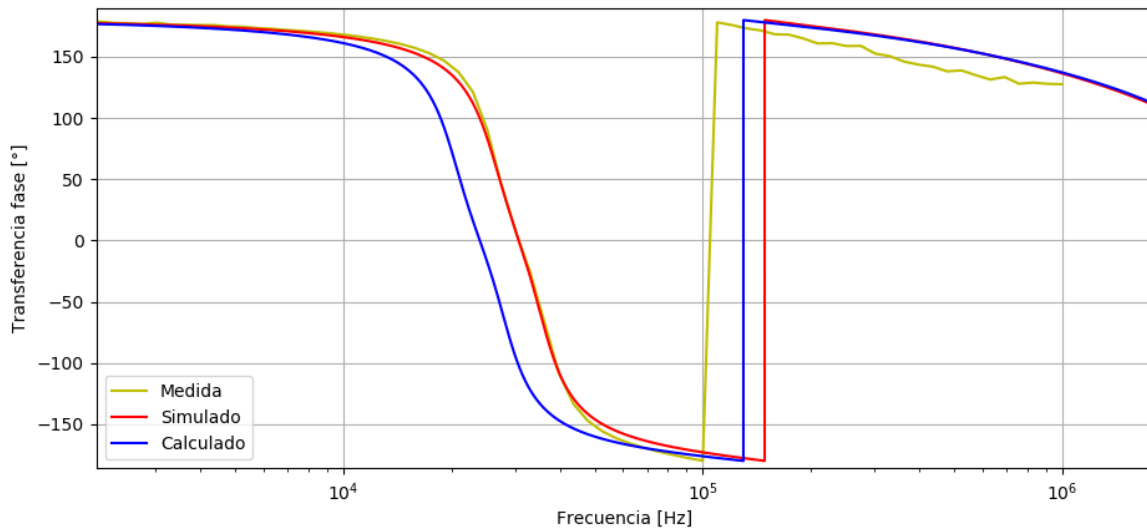


Figura 23: Comparación de diagramas de Bode en fase con ajuste de R_3 .

Es así que se observa en las Figuras (??) y (??) como las curvas teóricas, medidas y simuladas se acoplan mucho mejor que en las Figuras (??) y (??).

1.6. Estabilidad

En esta sección, se buscó lograr que la celda oscile, introduciéndole una señal cuadrada, la cual es sabido que está compuesta por un gran número de frecuencias. Es así que, variando no solo la amplitud de la misma, sino que también su frecuencia y duty-cycle, no se logró que la celda oscile. La siguiente imagen es la respuesta de la celda al escalón.

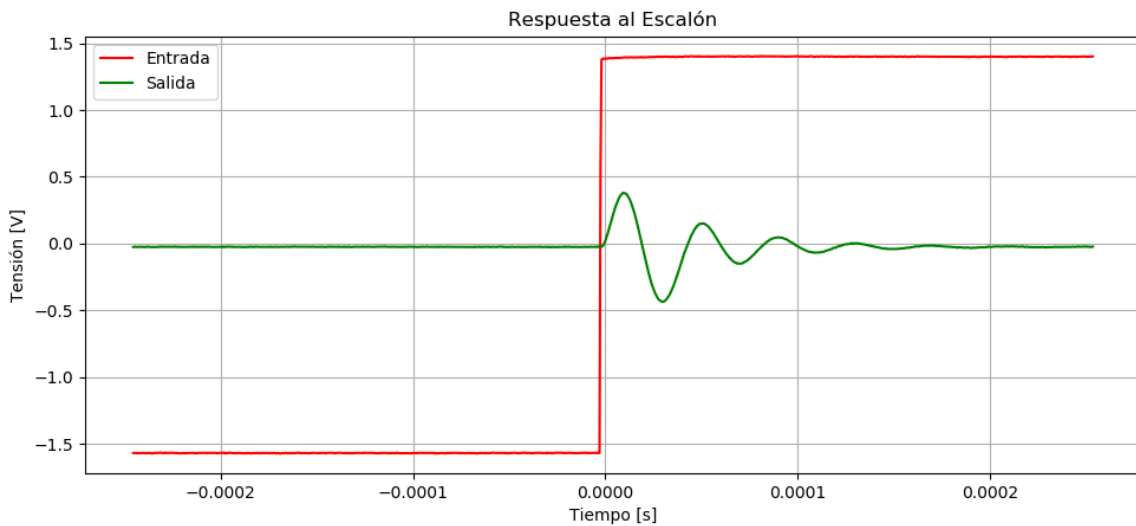


Figura 24: Respuesta al escalón.

1.7. Conclusiones

Se pudo realizar correctamente la implementación de un filtro pasa banda con la aproximación de Chebycheff mediante celdas Rauch. Una ventaja este tipo de celdas es que permite la implementación de un filtro de segundo orden con tan solo 1 operacional, mientras que por ejemplo, la celda universal, utiliza 3 de ellos. Otro punto a favor para esta es que cuenta con la capacidad de sintetizar valores de Q relativamente altos. Esto se debe a su doble realimentación, tanto negativa como positiva, mediante la utilización del Q enhancement, dando esta última una de

sus desventajas, la cual consiste en la existencia de la posibilidad de que haya una oscilación en el circuito. Una cualidad a destacar es que fue de gran utilidad el uso de un preset para ajustar el Q del circuito.

2. Aproximacion de Cauer con celda Sedra

2.1. Introducción

En esta sección se implementó un filtro High-Pass, utilizando una aproximación **Cauer** e implementándola con celdas **Sedra**. El filtro diseñado cumple con la siguiente plantilla.

f_s	11.65 kHz
f_p	23.3 kHz
A_p	2 dB
A_s	40 dB
$ Z_{in} $	$\geq 50 \text{ k}\Omega$

Tabla 9: Plantilla del filtro.

2.2. Aproximación de Cauer

Se utilizó la aproximación elíptica de **Cauer**, además se propuso una plantilla mas restrictiva, con el fin de asegurar el cumplimiento de la original, siendo la plantilla final la presentada en la Tabla (1).

Obteniendo la siguiente función transferencia, se expresa como producto de transferencias de segundo orden, teniendo los pares de polos con un Q de 0.84 la primer etapa y 4.17.

$$H(s) = \frac{s^2 + 124088460.2}{s^2 + s \cdot 5466 + 519.84 \cdot 10^6} \cdot \frac{s^2 + 23794591.32}{s^2 + s \cdot 48182 + 1.6 \cdot 10^9} \quad (19)$$

De esta forma, se presenta el diagrama de polos y ceros de dicha función:

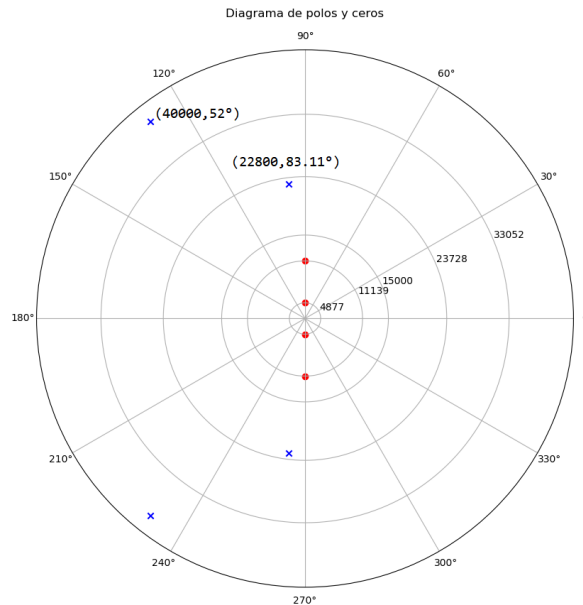


Figura 25: Diagrama Polos y Ceros

Finalmente se graficó la respuesta en frecuencia tanto en fase como en módulo:

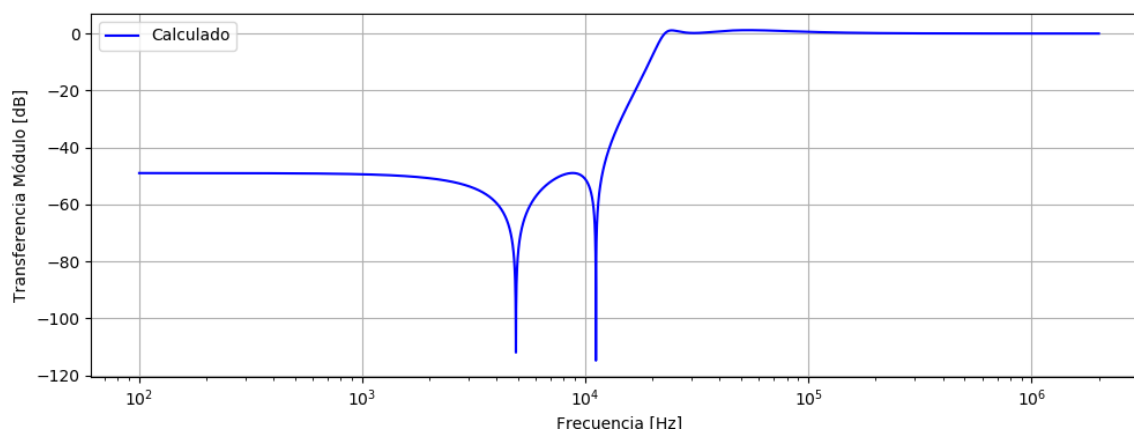


Figura 26: Diagrama de bode Módulo.

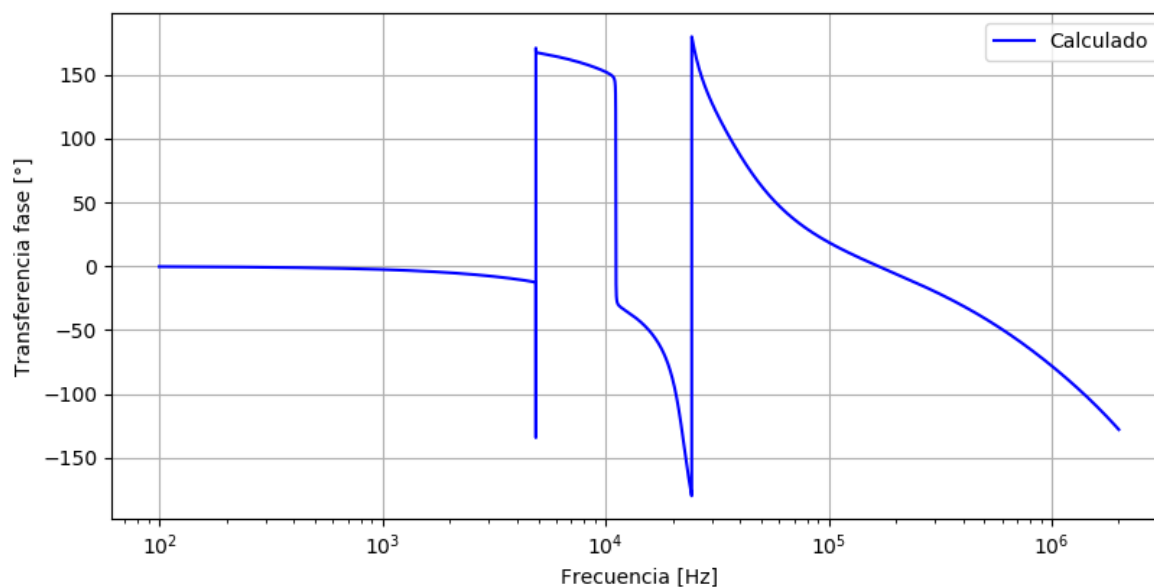


Figura 27: Diagrama de bode Fase.

Se aclara que en la Figura (fig:BodeCalcF) la fase se encuentra acotada entre -180° y 180° .

2.2.1. Elecciones de diseño

Se decidió armar etapas con celdas de segundo orden en cascada, dado a que el orden del filtro es de 4. Para la asociación de polos se tomó como criterio agrupar los polos por su cercanía, obteniéndose así la siguiente forma.

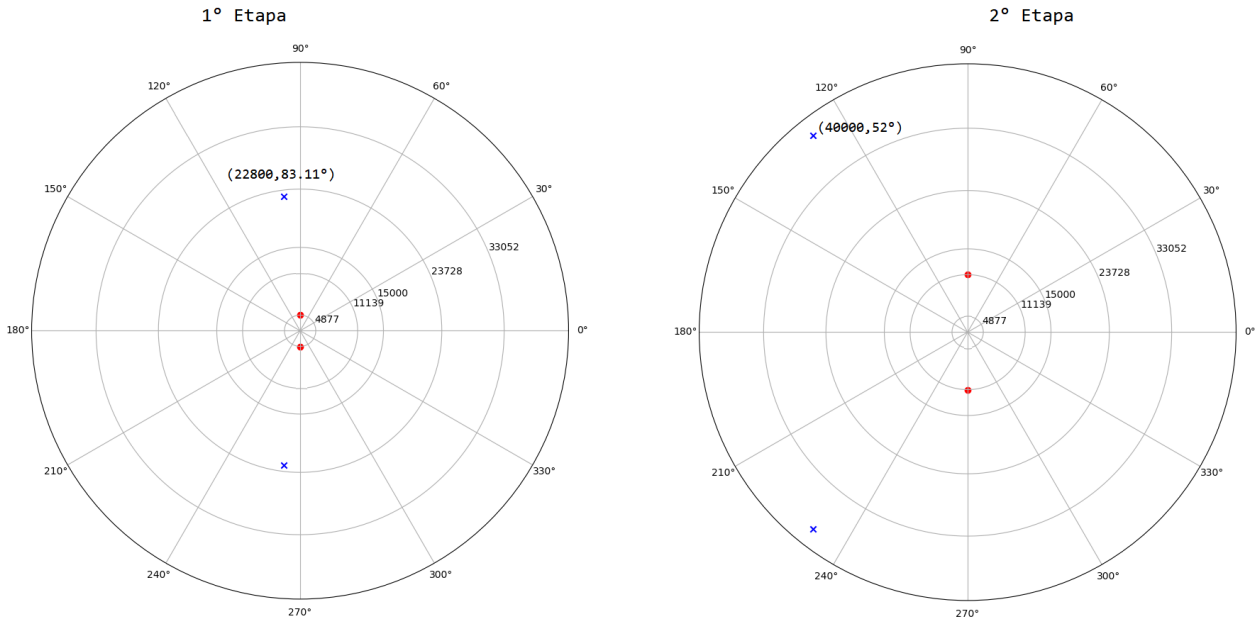


Figura 28: Diagrama Polos y Ceros para cada etapa

Una vez determinado esto, se optó por colocar la etapa de mayor Q al final.

2.3. Celda Sedra-Ghorab-Martin

La celda Sedra-Ghorab-Martin fue propuesta en el paper “Optimum Configurations for Single Amplifiers Biquadratic Filters”, originalmente como una mejora de la celda Deliyannis. Es un diseño que permite sintetizar celdas de segundo orden con Q relativamente altos, con un único amplificador operacional, razón por la cual por eso son llamadas Single-Amplifier-Biquad. Es destacable que este diseño tiene una baja sensibilidad del factor Q con respecto a la ganancia a lazo abierto del amplificador operacional. Este beneficio de la reducción de la sensibilidad del A_0 , trae un aumento en la sensibilidad respecto a otros componentes pasivos. Finalmente, en el artículo mencionado, se tomó la configuración de HPB, dado a que es lo único utilizado, siendo el circuito propuesto el presentado en la Figura (5).

2.3.1. Cálculo Analítico

Como se mencionó previamente, se presenta el circuito a analizar.

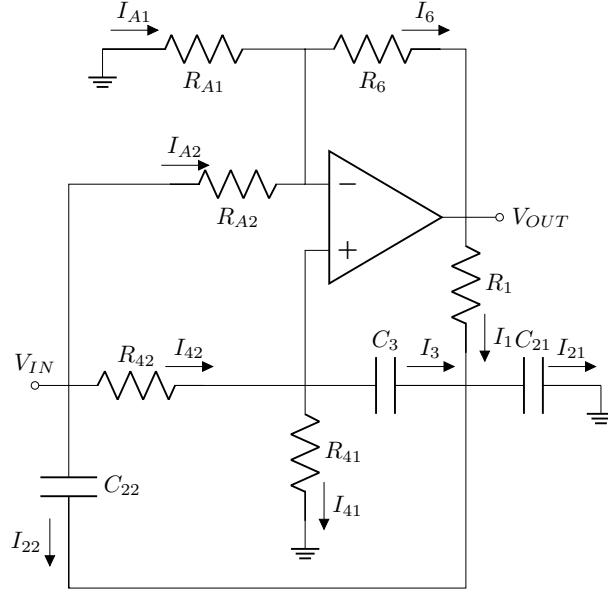


Figura 29: Circuito celda.

Plantenado los siguientes nodos es posible llegar a la expresión de la función transferencia:

$$\frac{-V^-}{R_{a1}} + \frac{V_{in} - V^-}{R_{a2}} = \frac{V^- - V_{out}}{R_b} \quad (20)$$

$$V^+ = V^- \quad (21)$$

$$\frac{V_{in} - V^+}{R_{42}} = \frac{V^+}{R_{41}} + sC_3 \cdot (V^+ - V_a) \quad (22)$$

$$(V^+ - V_a) \cdot sC_3 + (V_{in} - V_a) \cdot sC_{22} + \frac{V_{out} - V_a}{R_1} = V_a \cdot sC_{21} \quad (23)$$

$$H(s) = \frac{\alpha + s\beta + s^2\gamma}{\delta + s\epsilon + s^2\zeta} \quad (24)$$

$$\alpha = R_{a2} R_B R_{41} - R_{a1} R_b R_{42} + R_{a1} R_{a2} R_{42} \quad (25)$$

$$\beta = (C_3 R_{a1} R_{a2} R_{41} R_1 - C_3 R_{a1} R_b R_{41} R_{42} - C_3 R_{a1} R_b R_{42} R_1 + C_3 R_{a2} R_b R_{41} R_1) \quad (26)$$

$$\gamma = (-C_{21} C_3 R_{a1} R_b R_{41} R_{42} R_1 + C_{22} C_3 R_{a1} R_{a2} R_{41} R_{42} R_1 + C_{22} C_3 R_{a2} R_b R_{41} R_{42} R_1) \quad (27)$$

$$\delta = R_{a1} R_{a2} R_{42} + R_{a1} R_{a2} R_{41} \quad (28)$$

$$\epsilon = \eta + \iota \quad (29)$$

$$\eta = C_3 R_{a1} R_{a2} R_{41} R_1 + C_3 R_{a1} R_{a2} R_{42} R_1 - C_3 R_{a1} R_b R_{41} R_{42} - C_3 R_{a2} R_b R_{41} R_{42} \quad (30)$$

$$\iota = C_{21} R_{a1} R_{a2} R_{41} R_1 + C_{21} R_{a1} R_{a2} R_{42} R_1 + C_{22} R_{a1} R_{a2} R_{41} R_1 + C_{22} R_{a1} R_{a2} R_{42} R_1 \quad (31)$$

$$\zeta = (C_{21} C_3 R_{a1} R_{a2} R_{41} R_{42} R_1 + C_{22} C_3 R_{a1} R_{a2} R_{41} R_{42} R_1) \quad (32)$$

2.3.2. Elecciones de diseño

Cada una de las funciones transferencia descritas en (1) pueden ser expresadas de la siguiente manera:

$$H_i(s) = \frac{G_\infty(s^2 + \omega_z^2)}{s^2 + \frac{\omega_0 \cdot s}{Q} + \omega_0^2} \quad (33)$$

Luego, siguiendo con el análisis matemático desarrollado en el paper “Optimum Configurations for Single Amplifiers Biquadratic Filters”, se ve la necesidad de introducir algunos parámetros, los cuales permiten el diseño de la celda. Estos son G_∞ , el cual es la ganancia cuando $\omega \rightarrow \infty$, K y Q_0 , siendo esta ultima una constante que debe cumplir la condición $Q_0 < Q$. Es así que permite ajustar el valor de los componentes. Se eligió el valor de Q_0 en base a una relación de dependencia con las sensibilidades. Luego se definen los parámetros de interés, presentados a continuación.

$$k = \frac{G_\infty \cdot \left(\frac{\omega_z}{\omega_0}\right)^2}{1 - \frac{Q_0}{Q}} \quad (34)$$

$$K = 1 + \frac{1 - \frac{Q_0}{Q}}{2 \cdot Q_0^2} \quad (35)$$

$$n = k \cdot \left(1 - \frac{Q_0}{K \cdot Q}\right) \quad (36)$$

$$m = \left(k - \frac{k}{K}\right) \cdot \left[1 + 2 \cdot \left(\frac{Q_0 \cdot \omega_0}{\omega_z}\right)^2\right] \quad (37)$$

A partir de aquí, y asignando valores para Q_0 , C y R_b , se puede obtener los valores para el resto de las variables con dichas equivalencias.

$$R_a = \frac{1}{(K - 1)R_b} \quad (38)$$

$$R_{a1} = \frac{1}{(1 - k) \cdot R_a} \quad (39)$$

$$R_{a2} = \frac{1}{k \cdot R_a} \quad (40)$$

$$R_{41} = \frac{1}{(1 - n) \cdot R_4} \quad (41)$$

$$R_{42} = \frac{1}{n \cdot R_4} \quad (42)$$

$$C_{21} = (1 - m) \cdot C \quad (43)$$

$$C_{22} = m \cdot C \quad (44)$$

Se presenta a continuación el análisis de sensibilidades del circuito, el cual coincide con lo publicado en el paper:

Componente	S_0^ω	S^Q
S_{R_1}	-0.5	$-\left(\frac{Q}{Q_0} - 0.5\right)$
S_C	-0.5	$0.5 \cdot \left(\frac{Q}{Q_0} - 1\right)$
S_{R_4}	-0.5	$\left(\frac{Q}{Q_0} - 0.5\right)$
S_{R_a}	0	$-\left(\frac{Q}{Q_0} - 1\right)$
S_{R_b}	0	$\left(\frac{Q}{Q_0} - 1\right)$

Tabla 10: Cuadro de sensibilidades del filtro.

En base a lo expuesto en la Tabla (2), se tomó especial cuidado en la elección de componentes y en el matcheo de impedancias. De esta forma, se tomaron como valor de los componentes los presentados a continuación:

Componente	1er Etapa	Composición	2da Etapa	Composición
R_{a1}	12.36 k Ω	330 + 12 k Ω	6.2 k Ω	(1.5 + 4.7) k Ω
R_{a2}	100 k Ω	100 k Ω	89.67 k Ω	(22 + 68) k Ω
R_b	50.72 k Ω	(3.9 + 47) k Ω	1 k Ω	1 k Ω
R_{41}	23.88 k Ω	(1.8 + 22) k Ω	203.36 k Ω	(270 // 820) k Ω
R_{42}	207 k Ω	(27 + 180) k Ω	4.19 M Ω	(1.8 + 2.2) M Ω
R_1	74.05 k Ω	(18 + 56) k Ω	25.07 k Ω	(10 + 15) k Ω
C_3	100 pF	100 pF	100 pF	100 pF
C_{21}	74.14 pF	(18 // 56) pF	18.52 pF	(22 + 120) pF
C_{22}	25.86 pF	(33 + 120) pF	81.48 pF	(82p + 12n) F

Tabla 11: Componentes seleccionados.

Además, se calculó el error porcentual asociado a la aproximación de las impedancias.

Error Porcentual	1er Etapa	2da Etapa
R_{a1}	0.2 %	≈ 0 %
R_{a2}	≈ 0 %	0.4 %
R_b	0.4 %	≈ 0 %
R_{41}	0.3 %	0.1 %
R_{42}	≈ 0 %	0.3 %
R_1	0.1 %	0.3 %
C_3	≈ 0 %	≈ 0 %
C_{21}	0.2 %	0.4 %
C_{22}	0.1 %	0.1 %

Tabla 12: Error porcentual de los componentes.

Un criterio utilizado para seleccionar dichos valores fue tomar capacitores pequeños, dado a que ellos son mas certeros y no varían tanto frente a la temperatura. En base a esto, definir el resto de los componentes.

2.3.3. Acoplamiento de Impedancias

Para que ambas etapas no se carguen entre si, la impedancia de entrada de la segunda etapa debe ser mucho mayor a la de salida de la primera. De esta forma, se simuló la impedancia de entrada de ambas etapas.

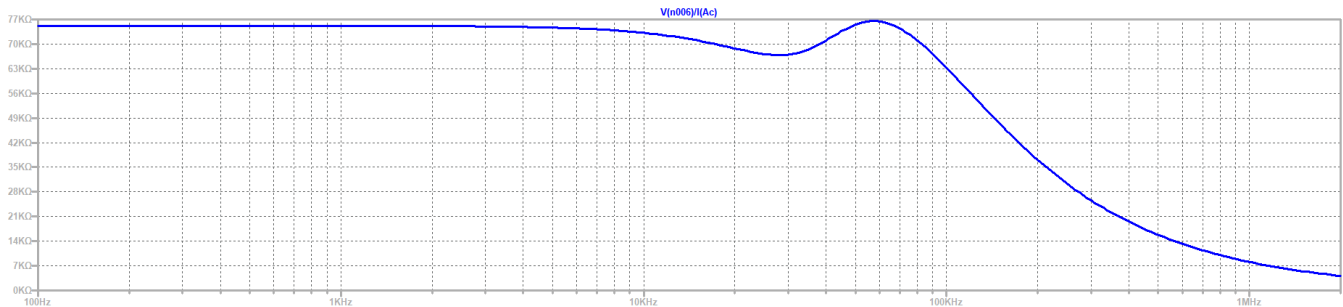


Figura 30: Impedancia de entrada de la primer etapa.

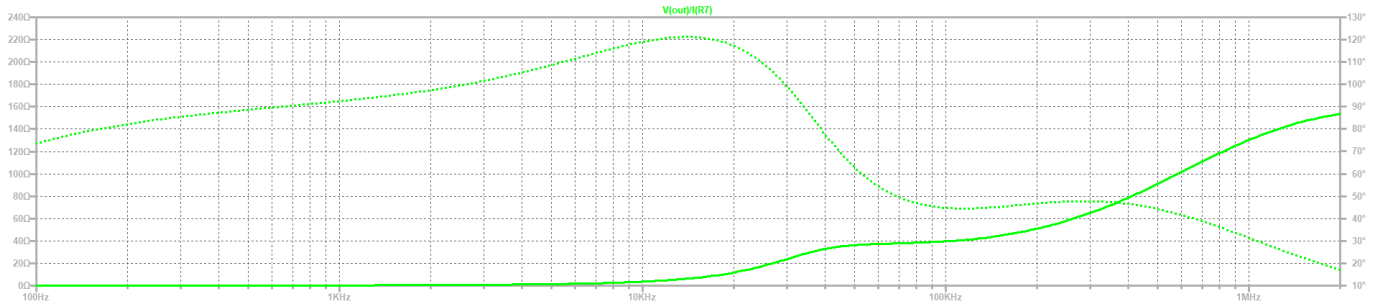


Figura 31: Impedancia de salida de la primer etapa.

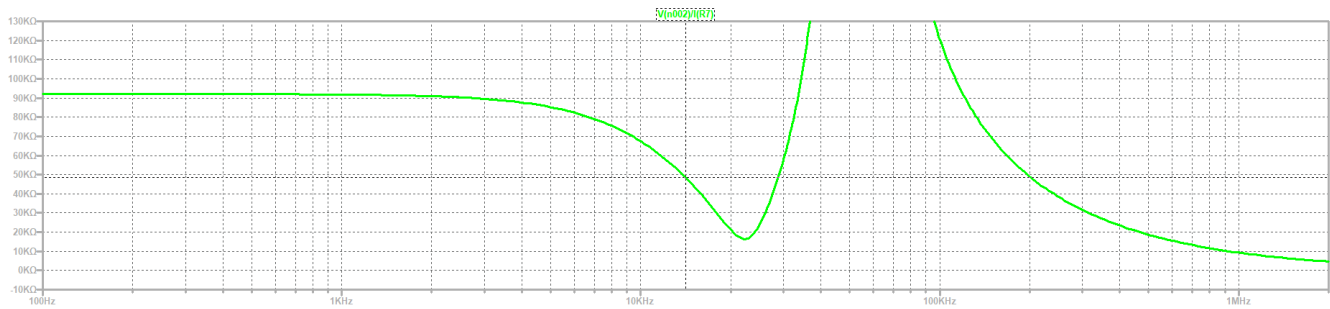


Figura 32: Impedancia de entrada de la segunda etapa.

Se puede concluir, luego de estas gráficas, que el acoplamiento de impedancias se da adecuadamente, por lo tanto se decidió no utilizar un buffer para conectar cada etapa.

2.4. Respuesta en Frecuencia

Se realizó un análisis de Montecarlo a la respuesta en frecuencia del circuito, utilizando una tolerancia de las resistencias al 1 % y capacitores al 10 %, obteniendo la siguiente dispersión.

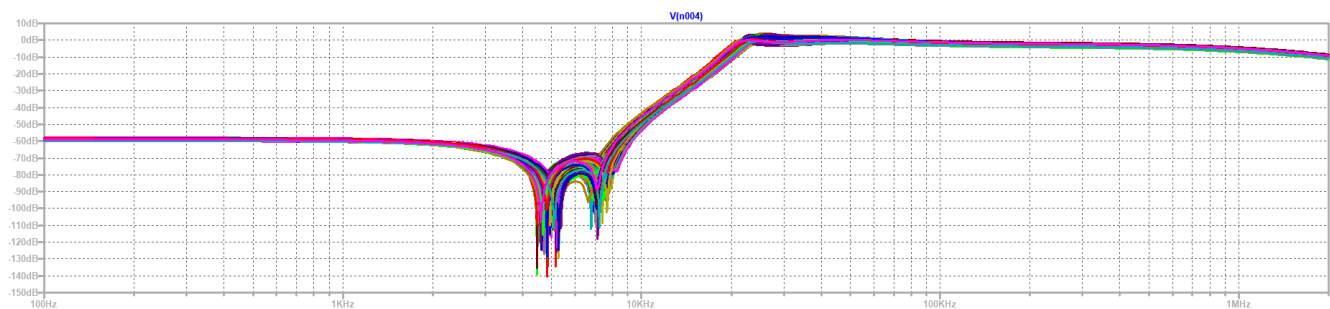


Figura 33: Análisis de Montecarlo Filtro entero.

Se puede apreciar una dispersión en la frecuencia de corte del sistema. Es a causa de esto que se tuvo en cuenta en el diseño el hecho de utilizar un preset, con el propósito de poder ajustar el filtro. Un problema que se presenta con esta metodología es que, no solamente importa la ubicación del cero de transmisión, sino que también el Q presente. Para poder solucionar esta problemática, se utiliza un preset en cada etapa. En la primera, el componente es colocado sobre R_1 , dado a que la sensibilidad de ω_z depende de esta. Por otro lado, en la segunda etapa, es decir, la de mayor Q , se lo coloca en la resistencia R_b . Dado que se decidió medir el circuito previamente a la colocación de los presets, es decir, con resistencias fijas, y dado a que el mismo cumplía con las especificaciones, se tomó la decisión de no utilizar los componentes variables.

2.4.1. Etapas

Además del Montecarlo del filtro en su totalidad, se realizó el mismo análisis para cada etapa por separado.

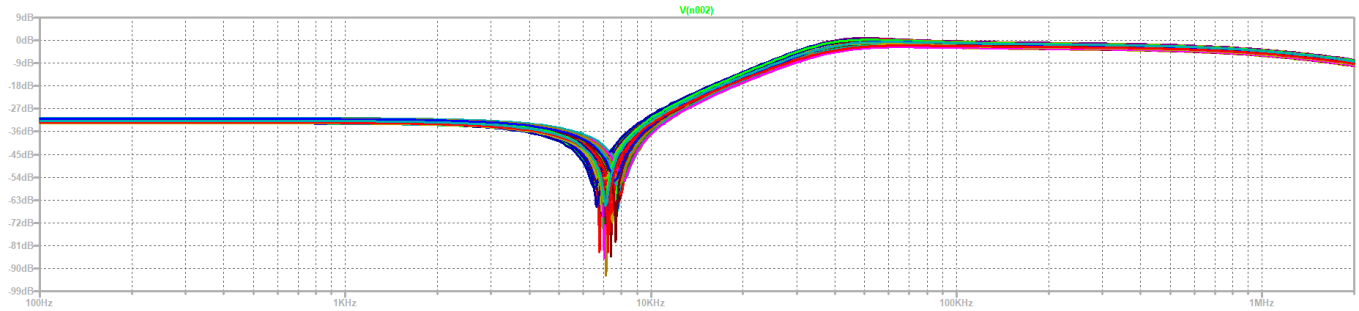


Figura 34: Análisis de Montecarlo de la primer etapa.

En la Figura (10) se puede observar como la dispersión modifica seriamente el Q tanto como la posición del cero de transmisión.

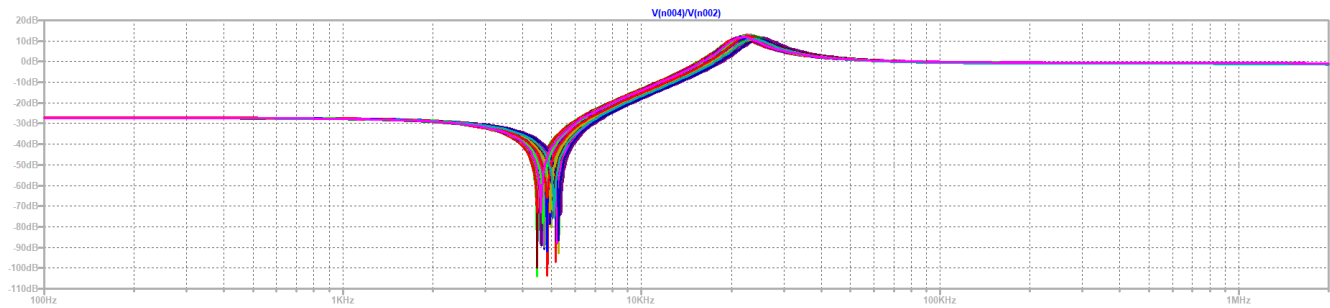


Figura 35: Análisis de Montecarlo de la segunda etapa.

Por otro lado, se puede apreciar en la Figura (11) que la altura del sobrepico posee una gran dispersión, si bien los valores de la transferencia para $s \rightarrow 0$ y $s \rightarrow \infty$ son aproximadamente constantes mas allá de la dispersión.

Luego, se hicieron simulaciones de como el preset podría ser utilizado para variar el Q del circuito, comenzando por utilizar un preset en la primer etapa sobre R_1 , como se mencionó previamente.

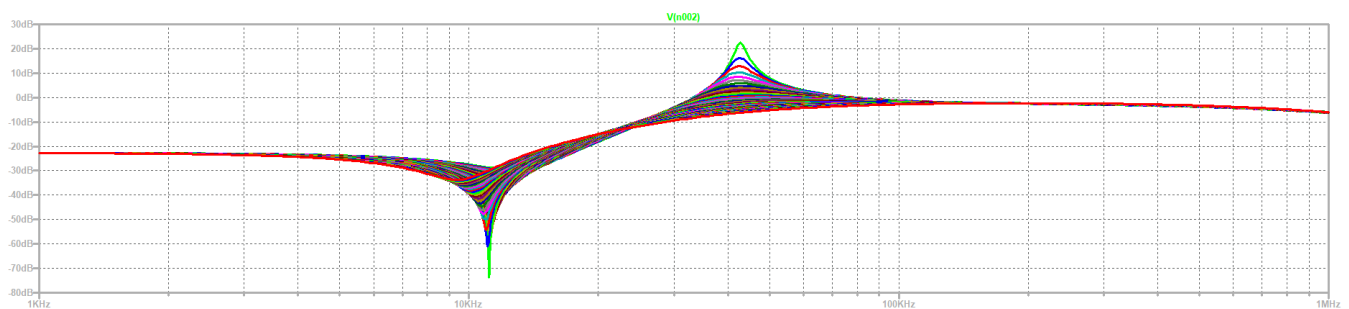


Figura 36: Análisis uso de preset primer etapa.

De aquí se puede concluir que la utilización de un preset en esta etapa ayuda a fijar tanto a un Q como a ajustar el cero de transmisión.

Luego se prosiguió con la segunda etapa, sobre la resistencia R_b :

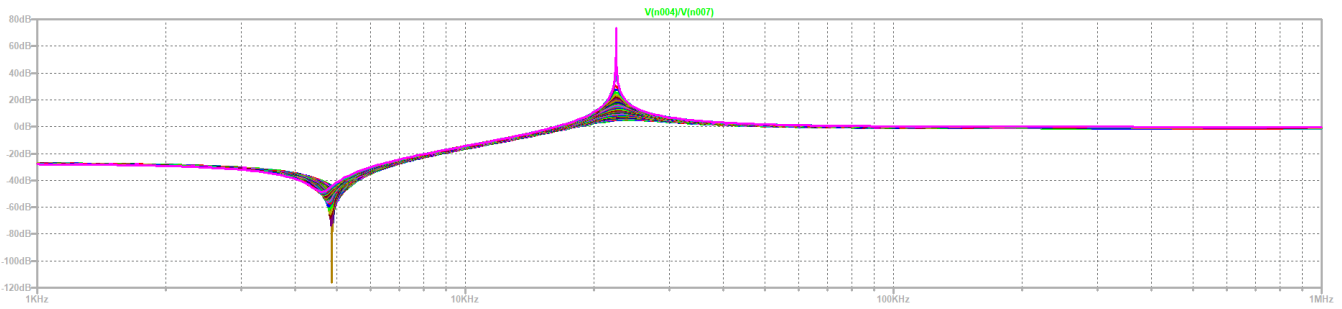


Figura 37: Análisis uso de preset segunda etapa.

De aquí, como era esperado, se ve que esta etapa tiene una mayor sensibilidad respecto a Q , lo cual implica que idealmente se debe utilizar un preset para ajustarlo.

Además, dado a que inicialmente se realizó el filtro y cumplía las especificaciones, se decidió no utilizar un preset, como ya se había mencionado. Sin embargo, se tuvo la precaución de diseñar una etapa de compensación de ganancia para el caso en el que la variación de las condiciones ambientales modifique el filtro, resultando esta necesaria. Dicha etapa consiste en un no inversor con ganancia variable.

Luego se realizó un histograma para la frecuencia de los polos, datos extraídos del análisis de Montecarlo, donde el eje Y es el porcentaje de la probabilidad de aparición y el X es la frecuencia.

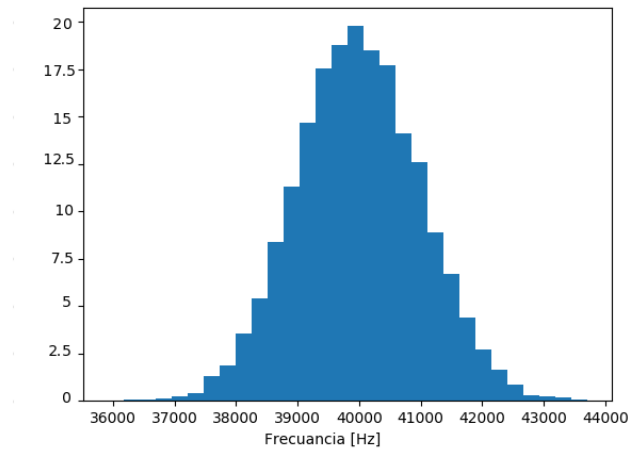


Figura 38: Histograma primer polo.

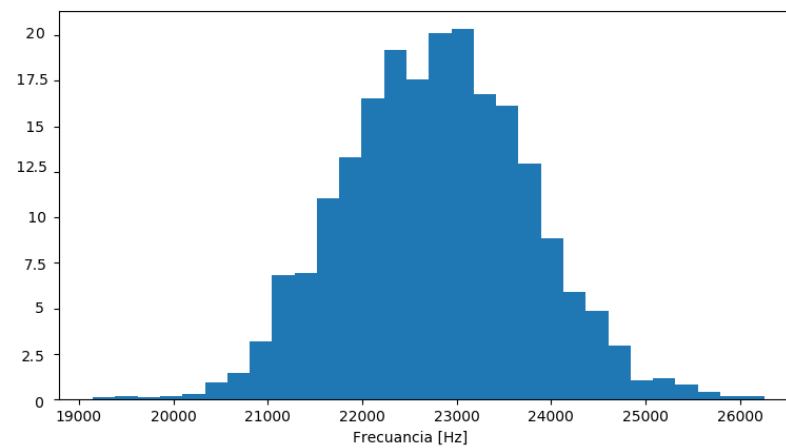


Figura 39: Histograma segundo polo.

2.4.2. Filtro definitivo

Se realizó el filtro obteniendo la siguiente respuesta en frecuencia

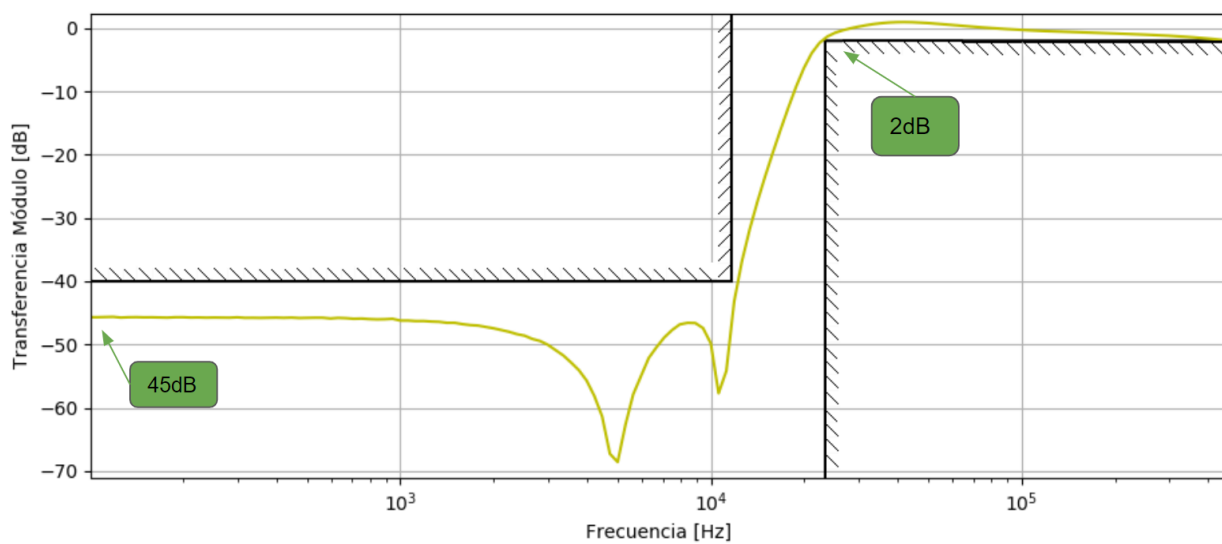


Figura 40: Filtro High-Pass en módulo.

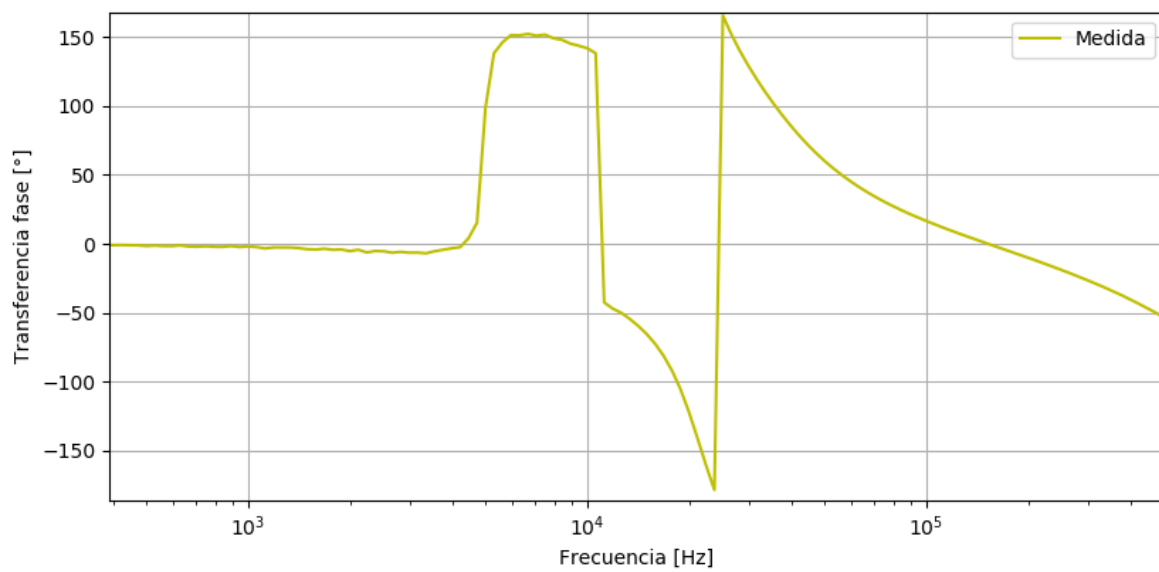


Figura 41: Filtro High-Pass en fase

Se destaca de la Figura (16) que el filtro realizado efectivamente cumple la plantilla deseada. También puede tomarse en cuenta que los resultados obtenidos se corresponden con lo simulado y calculado de forma teórica:

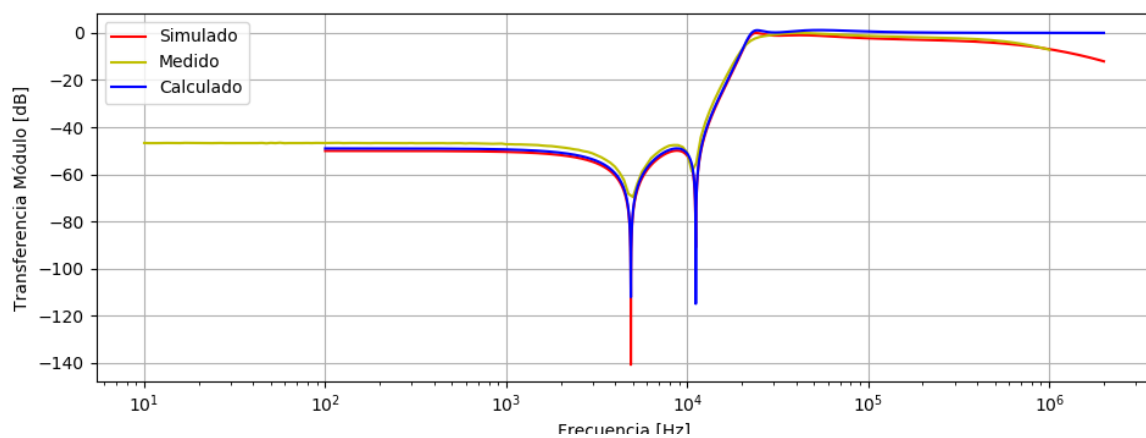


Figura 42: Comparación del filtro High-Pass en módulo.

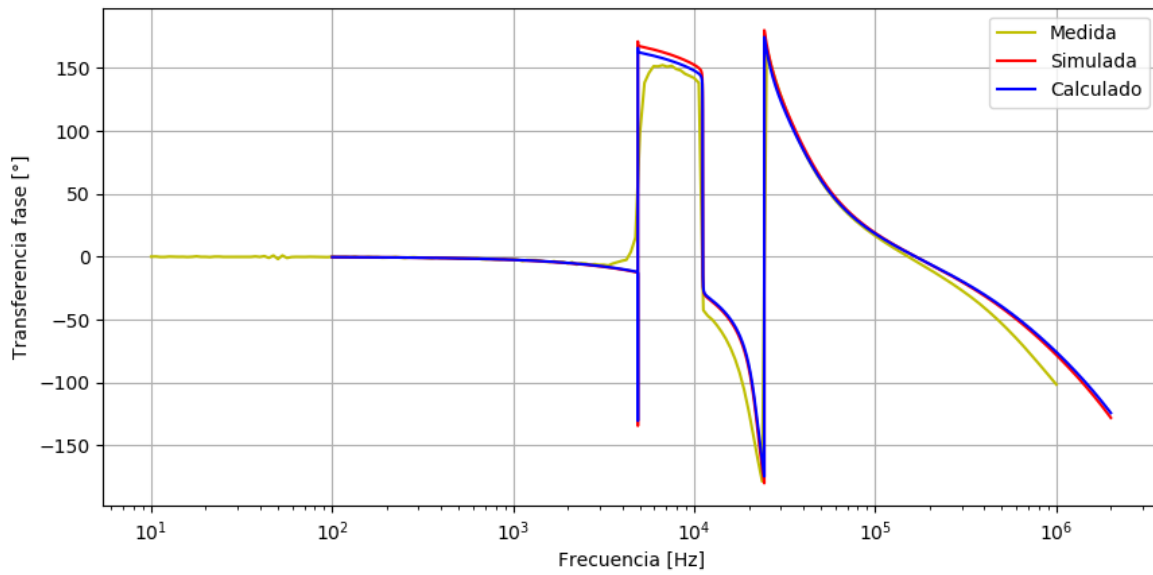


Figura 43: Comparación del filtro High-Pass en fase.

2.5. Rango Dinámico

El rango dinámico se define como la razón de máximo y mínimo valor que puede tomar un observable de interés. Para el caso en cuestión, queda definido de la siguiente manera:

$$R_d = 20 \log_{10} \left(\frac{V_{in_{max}}}{V_{in_{min}}} \right) \quad (45)$$

Para definir $V_{in_{min}}$, se tuvo en cuenta la tensión mínima que se pudo distinguir respecto al piso de ruido, la cual es de $V_{in_{min}} \approx 10 \text{ mV}$. Luego, para el caso de $V_{in_{max}}$, se tuvo en cuenta la máxima tensión previa a la aparición de alinealidades, siendo estos efectos el cross-over, slew-rate y saturación del amplificador operacional. Dos de estos problemas son solucionados mediante la elección del integrado, ya que se utiliza un TL081, el cual tiene un slew-rate elevado y no posee el problema del cross-over debido a su etapa de salida. Por su parte, para el problema de la saturación, es de utilidad saber que la máxima tensión de salida es $V_{sat} = V_{cc} - 1.5 \text{ V} = 13.5 \text{ V}$. Para encontrar el valor de tensión máximo de entrada se consideró la ganancia del sistema y, teniendo en cuenta la conexión entre etapas, este factor queda definido por la siguiente expresión:

$$V_{in_{max}} = \frac{V_{sat}}{\max(G_{E1} \cdot G_{E2})} = 13 \text{ V} \quad (46)$$

Es así que con lo mencionado previamente, se obtiene $R_d = 62.2 \text{ dB}$.

2.6. Estabilidad

Se buscó en esta sección lograr que la celda oscile, introduciéndole una señal cuadrada, la cual es sabido que está compuesta por un gran número de frecuencias. De esta forma, y variando, no solo la amplitud de la misma sino también su frecuencia y duty-cycle, no se pudo hacer oscilar a la celda. La siguiente imagen es la respuesta de la celda al escalón.

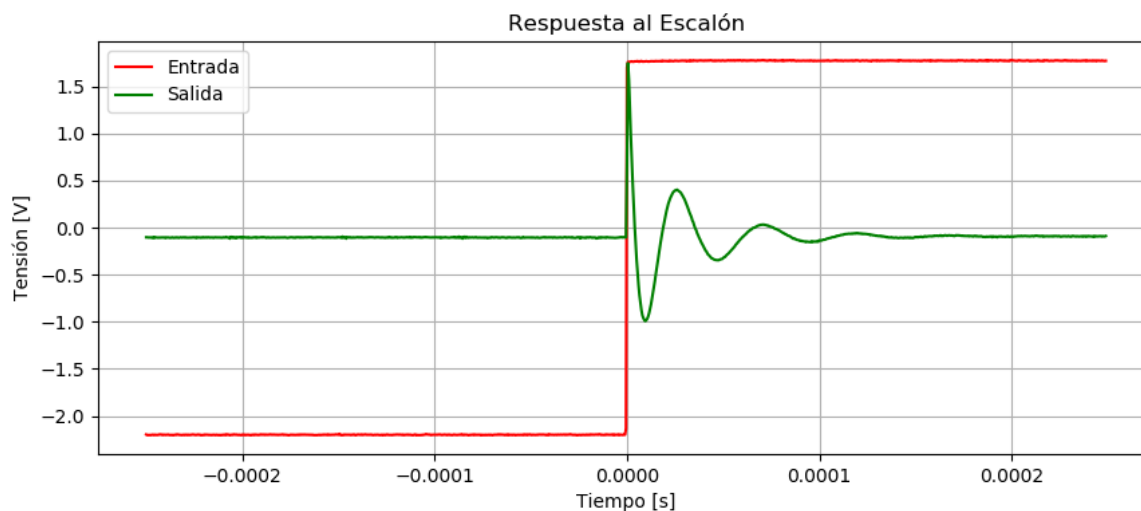


Figura 44: Respuesta al escalón del circuito.

2.7. Conclusiones

La celda Sedra es una gran alternativa cuando no se tiene un amplificador operacional con una ganancia a lazo abierto relativamente estable. También permite la implementación de un filtro de segundo orden con tan solo 1 operacional, mientras que por ejemplo la celda universal utiliza 3 de ellos en el mejor de los casos. Además, cuenta con el beneficio de poder sintetizar valores de Q relativamente altos gracias a su doble realimentación, tanto negativa como positiva, dando esta última una de sus desventajas, la cual consiste en la posibilidad de que haya una oscilación en el circuito.