

# Instituto Tecnológico de Buenos Aires

## 22.01 TEORÍA DE CIRCUITOS

---

# Trabajo práctico N°5

---

### *Grupo 3*

MECHOULAM, Alan	58438
LAMBERTUCCI, Guido Enrique	58009
RODRIGUEZ TURCO, Martín Sebastian	56629
LONDERO BONAPARTE, Tomás Guillermo	58150
GALDEMAN, Agustín	59827

### *Profesores*

Jacoby, Daniel Andrés  
Belaustegui Goitia, Carlos  
Iribarren, Rodrigo Iñaki

Presentado: \*/\*/19

# Índice

<b>1. Aproximacion de Chebycheff con celda Rauch</b>	<b>2</b>
1.1. Introducción	2
1.2. Aproximación de Chebycheff.	2
1.2.1. Elecciones de diseño	3
1.3. Celda Rauch	3
1.3.1. Cálculo Analítico	3
1.3.2. Elecciones de diseño	6
1.3.3. Acoplamiento de Impedancias	7
1.4. Respuesta en Frecuencia	8
1.5. Rango Dinámico.	8
1.5.1. Etapas	9
1.5.2. Filtro definitivo	11
1.6. Estabilidad	15
1.7. Conclusiones	15
<b>2. Aproximacion de Cauer con celda Sedra</b>	<b>16</b>
2.1. Introducción	16
2.2. Aproximación de Cauer	16
2.2.1. Elecciones de diseño	17
2.3. Celda Sedra-Ghorab-Martin	18
2.3.1. Cálculo Analítico	18
2.3.2. Elecciones de diseño	20
2.3.3. Acoplamiento de Impedancias	21
2.4. Respuesta en Frecuencia	22
2.4.1. Etapas	23
2.4.2. Filtro definitivo	25
2.5. Rango Dinámico	27
2.6. Estabilidad	27
2.7. Conclusiones	28
<b>3. Aproximacion de Chebycheff Inverso con celda Universa</b>	<b>28</b>
3.1. Celda universal	28
3.1.1. Kerwin-Huelsman-Newcomb (KHN)	28
3.1.2. Tow-Thomas (TT)	30
3.1.3. Åckerberg-Mossberg (AM)	32
3.1.4. Fleischer-Tow (FT)	32
3.2. Filtro a desarrollar	34
3.2.1. Rango Dinámico	35
3.2.2. Análisis de sensibilidades	35
3.2.3. Análisis de Montecarlo	36
3.2.4. Confección del filtro y mediciones	39

# 1. Aproximacion de Chebycheff con celda Rauch

## 1.1. Introducción

En esta sección se implementó un filtro Band-Pass utilizando la aproximación de **Chebycheff** e implementandola con celdas **Rauch**. El circuito en cuestión debe cumplir con la siguiente plantilla.

<i>Pendiente</i>	$-40 \frac{dB}{dec}$
$f_p$	28kHz
$B$	$\frac{1}{10}$
$A_p$	3dB
<i>Filtro</i>	BP
$ Z_{in} $	$\geq 50k\Omega$

Tabla 1: Especificaciones del filtro realizado.

## 1.2. Aproximación de Chebycheff.

Para esta sección se utilizó la aproximación de **Chebycheff**. Además, se propuso una plantilla mas restrictiva, con el fin de asegurar el cumplimiento de la original. De esta forma se calculó el valor de  $f_p^+$  y  $f_p^-$  mediante las ecuaciones

$$f_0^2 = f_p^+ \cdot f_p^- \quad (1)$$

$$B = \frac{\Delta f_p}{f_0} \quad (2)$$

Es así que se obtuvo  $f_p^+ = 29.435 \text{ kHz}$  y  $f_p^- = 26.635 \text{ kHz}$ . Luego, teniendo en cuenta que la pendiente originalmente es de 40 dB por década, se tomo una frecuencia de atenuación acorde, tal que mantenga las condiciones de simetría. Es así que se calculó  $f_a^+ = 294.35 \text{ kHz}$  y  $f_a^- = 2.635 \text{ kHz}$ .

De esta forma, se obtiene como plantilla final la presentada en la Tabla (9).

$f_s^-$	2.6635 kHz
$f_p^-$	26.635 kHz
$f_p^+$	29.435 kHz
$f_s^+$	294.35 kHz
$A_s$	40dB
$A_p$	1dB

Tabla 2: Plantilla cumplida por el filtro.

Luego, se obtiene la siguiente función transferencia:

$$H(s) = \frac{s \cdot -1.0448 \cdot 10^5}{s^2 + s \cdot 71653 + 5.2722 \cdot 10^{10}} \cdot \frac{s \cdot -74995}{s^2 + s \cdot 51101 + 2.7236 \cdot 10^{10}} \quad (3)$$

A continuación se plasman los diagramas de ceros y polos de dicho filtro. Estos últimos se caracterizan por poseer un factor  $Q$  de 3.23.

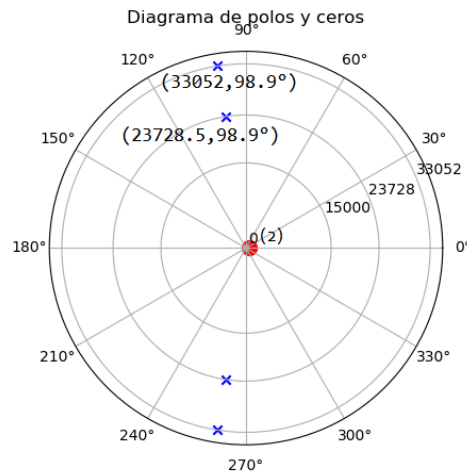


Figura 1: Diagrama Polos y Ceros

### 1.2.1. Elecciones de diseño

Se decidió armar etapas con celdas segundo orden en cascada, dado a que el orden del filtro es de 4. Para la asociación de polos se tomo criterio, se agrupa cada par con un cero, asociandolos de la siguiente forma.

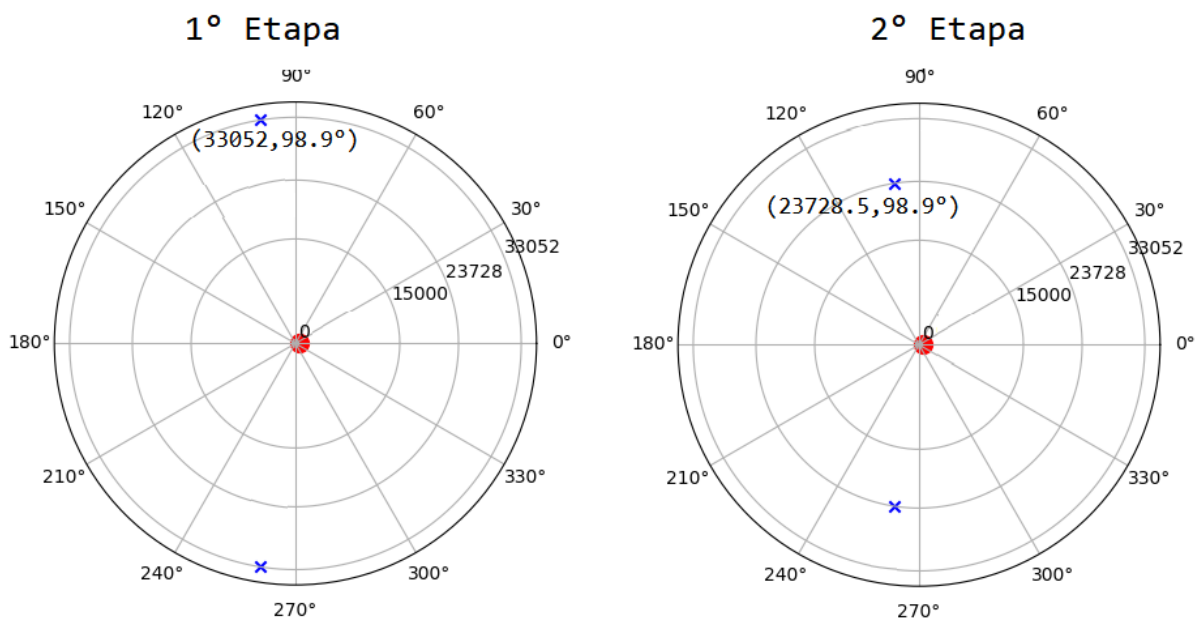


Figura 2: Diagrama de polos y ceros para cada etapa.

## 1.3. Celda Rauch

### 1.3.1. Cálculo Analítico

El circuito clásico para una celda Rauch pasa-banda (Deliyannis-Friend) es el siguiente:

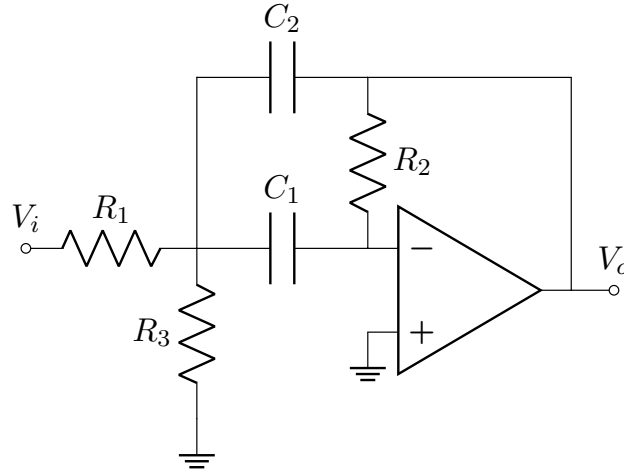


Figura 3: Circuito clásico celda Rauch Band-Pass (Deliyannis-Friend).

De aquí, planteando los nodos y considerando el amplificador operacional ideal, se hallan las siguientes ecuaciones:

$$\frac{V_{in} - V_a}{R_1} + (V_{out} - V_a) \cdot sC_2 - V_a \cdot sC_1 = \frac{V_a}{R_3} \quad (4)$$

$$\frac{V_{out}}{R_2} = -V_a \cdot sC_1 \quad (5)$$

Con lo planteado previamente, se despeja la función transferencia como:

$$H(s) = \frac{s \cdot C_1 R_2 R_3}{s^2 \cdot R_1 R_2 C_2 C_1 + s \cdot (C_3 R_1 R_3 + R_1 C_2 R_3) + R_3 + R_1} = \frac{H_0 \cdot \frac{s}{\omega_0 Q}}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{\omega_0 Q} + 1} \quad (6)$$

De esta forma, se extraen los parámetros típicos del diseño de filtros siendo los presentados a continuación:

$$H_0 = \frac{R_2 C_2}{R_1 C_2 + C_1 R_1} \quad (7)$$

$$\omega_0^2 = \frac{R_1 + R_3}{R_1^2 R_2 C_2 C_1} \quad (8)$$

$$Q = \frac{\sqrt{1 + \frac{R_3}{R_1}}}{\sqrt{\frac{R_3 C_1}{R_2 C_2}} + \sqrt{\frac{R_3 C_2}{R_2 C_1}}} \quad (9)$$

Luego, para simplificar la elección de componentes, se suele tomar  $C_1 = C_2$ . De esta forma, para obtener un factor  $Q$  relativamente alto, se necesitan valores de resistencias altas, lo cual es un problema. Para solucionarlo, se modificó la celda, incluyendo una realimentación positiva, permitiendo obtener un  $Q$  de mayor valor. Finalmente, la celda Rauch con  $Q$  mejorado, se presenta a continuación.

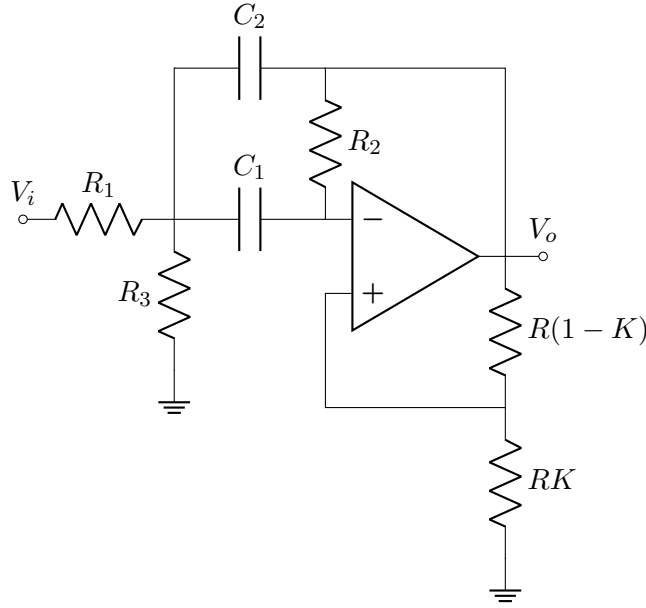


Figura 4: Circuito celda Rauch Band-Pass con Q mejorado.

Para resolver el circuito presentado en la Figura (4), basta con plantear los siguientes nodos:

$$\frac{V_{out} - K \cdot V_{out}}{R_2} = (K \cdot V_{out} - V_a) \cdot sC_1 \quad (10)$$

$$\frac{V_{in} - V_a}{R_1} + (V_{out} - V_a) \cdot sC_2 + (K \cdot V_{out} - V_a) \cdot sC_1 = \frac{V_a}{R_3} \quad (11)$$

Es así que se obtiene la transferencia del circuito, siendo esta la presentada a continuación.

$$H(s) = \frac{1}{1 - K} \cdot \frac{H_0 \cdot \frac{s}{\omega_0 Q_0}}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{\omega_0 Q} + 1} \quad (12)$$

De ella se obtiene  $Q_0$ , la cual es una constante de valor 1.5<sup>1</sup>, y el K es utilizado para ajustar el valor de Q del circuito, dado que quedarán así definidos los parámetros del filtro:

$$\omega_0^2 = \frac{R_1 + R_3}{R_1 R_3 R_2 C_2 C_1} \quad (13)$$

$$Q = \frac{Q_0}{1 - 2Q_0^2 \cdot \frac{K}{1-K}} = \frac{\sqrt{R_1 R_3 R_2 C_1 C_2 (R_1 + R_3)}}{R_1 R_3 (C_1 + C_2) - \frac{K}{1-K} (R_1 + R_3) R_2 C_1} \quad (14)$$

$$H_0 = \frac{R_3 R_2}{(C_1 + C_2) \cdot (K - 1) R_1 R_3 + K (R_1 + R_3) R_2 C_2} \quad (15)$$

También es posible calcular la impedancia de entrada de la celda.

$$Z_{in}(s) = \frac{V_{in}(s)}{I_{in}(s)} = \frac{s^2 R_1 R_2 R_3 C_1 C_2 + s \cdot R_1 R_3 (C_1 + C_2) + R_1 + R_3}{s^2 R_3 R_2 C_1 C_2 + s R_3 (C_1 + C_2) + 1} \quad (16)$$

<sup>1</sup>R. Schaumann, H. Xiao, M. Van Valkenburg, M. Van Valkenburg and M. Van Valkenburg, Analog filter design. New York: Oxford University Press, 2011, pp. 170-176.

### 1.3.2. Elecciones de diseño

Se realiza el cálculo de sensibilidades a partir de las expresiones (13), (14) y (15), obteniéndose así las expresiones presentadas en las Tablas (3) y (4).

Componente	$S^{\omega_0}$	$S^{H_0}$
$S_{R_1}$	$-\frac{R_3}{2.0 R_1 + 2.0 R_3}$	$-\frac{(C_1 K R_3 + K R_2 C_2 + C_2 K R_3 - C_1 R_3 - C_2 R_3) R_1}{C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_2 R_1 + C_2 K R_1 R_3 + K R_2 C_2 R_3 - C_1 R_1 R_3 - C_2 R_1 R_3}$
$S_{R_2}$	-0.5	$\frac{R_1 R_3 (C_1 K + C_2 K - C_1 - C_2)}{C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_2 R_1 + C_2 K R_1 R_3 + K R_2 C_2 R_3 - C_1 R_1 R_3 - C_2 R_1 R_3}$
$S_{R_3}$	$-\frac{R_1}{2.0 R_1 + 2.0 R_3}$	$\frac{K R_2 C_2 R_1}{C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_2 R_1 + C_2 K R_1 R_3 + K R_2 C_2 R_3 - C_1 R_1 R_3 - C_2 R_1 R_3}$
$S_{C_1}$	-0.5	$-\frac{R_3 R_1 (-1 + K) C_1}{C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_2 R_1 + C_2 K R_1 R_3 + K R_2 C_2 R_3 - C_1 R_1 R_3 - C_2 R_1 R_3}$
$S_{C_2}$	-0.5	$-\frac{(K R_2 R_1 + R_1 R_3 K + K R_2 R_3 - R_1 R_3) C_2}{C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_2 R_1 + C_2 K R_1 R_3 + K R_2 C_2 R_3 - C_1 R_1 R_3 - C_2 R_1 R_3}$

Tabla 3: Tabla de sensibilidades de  $\omega_0$  y de la ganancia.

Componente	$S^Q$
$S_{R_1}$	$1/2 \frac{R_3 (K R_2 C_1 R_1 - C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_1 R_3 - C_2 K R_1 R_3 + C_1 R_1 R_3 + C_2 R_1 R_3)}{(K R_2 C_1 R_1 + C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_1 R_3 + C_2 K R_1 R_3 - C_1 R_1 R_3 - C_2 R_1 R_3)(R_1 + R_3)}$
$S_{R_2}$	$-1/2 \frac{K R_2 C_1 R_1 - C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_1 R_3 - C_2 K R_1 R_3 + C_1 R_1 R_3 + C_2 R_1 R_3}{R_1 (K R_2 C_1 R_1 - C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_1 R_3 - C_2 K R_1 R_3 + C_1 R_1 R_3 + C_2 R_1 R_3)}$
$S_{R_3}$	$1/2 \frac{R_1 (K R_2 C_1 R_1 - C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_1 R_3 - C_2 K R_1 R_3 + C_1 R_1 R_3 + C_2 R_1 R_3)}{(K R_2 C_1 R_1 + C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_1 R_3 + C_2 K R_1 R_3 - C_1 R_1 R_3 - C_2 R_1 R_3)(R_1 + R_3)}$
$S_{C_1}$	$-1/2 \frac{K R_2 C_1 R_1 + C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_1 R_3 - C_2 K R_1 R_3 - C_1 R_1 R_3 + C_2 R_1 R_3}{K R_2 C_1 R_1 + C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_1 R_3 - C_2 K R_1 R_3 - C_1 R_1 R_3 + C_2 R_1 R_3}$
$S_{C_2}$	$1/2 \frac{K R_2 C_1 R_1 + C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_1 R_3 - C_2 K R_1 R_3 - C_1 R_1 R_3 + C_2 R_1 R_3}{K R_2 C_1 R_1 + C_1 K R_1 R_3 + K R_2 C_1 R_3 - C_2 K R_1 R_3 - C_1 R_1 R_3 + C_2 R_1 R_3}$

Tabla 4: Tabla de sensibilidades de Q.

Reemplazando por valores numéricos en las expresiones presentadas anteriormente, se obtienen los valores presentados en las Tablas (5) y (6).

Etapa 1			
Componente	$S^{H_0}$	$S^Q$	$S^{\omega_0}$
$S_{R_1}$	-1.33	-0.41	-0.08
$S_{R_2}$	3	2.5	-0.5
$S_{R_3}$	-1.67	-2.09	-0.45
$S_{C_1}$	-1.5	-1	-0.5
$S_{C_2}$	1.5	1	-0.5

Tabla 5: Tabla de sensibilidades de la primer etapa.

Etapa 1			
Componente	$S^{H_0}$	$S^Q$	$S^{\omega_0}$
$S_{R_1}$	-1.33	-0.41	-0.08
$S_{R_2}$	3	2.5	-0.5
$S_{R_3}$	-1.67	-2.09	-0.42
$S_{C_1}$	-1.5	-1	-0.5
$S_{C_2}$	1.5	1	-0.5

Tabla 6: Tabla de sensibilidades de la segunda etapa.

En base a lo establecido en las tablas previas, se tomó especial cuidado en la elección de componentes y en el matcheo de impedancias. De esta forma, los componentes utilizados son los siguientes:

Componente	1er Etapa	Composición	2da Etapa	Composición
$R_1$	$7.3k\Omega$	$10k//27k\Omega$	$5.24k\Omega$	$5.6k//82k\Omega$
$R_2$	$5.56k\Omega$	$5.6k//680k\Omega$	$3.99k\Omega$	$82 + 3.9k\Omega$
$R_3$	$1.43k\Omega$	$1.5k//33k\Omega$	$1.03k\Omega$	$27 + 1k\Omega$
$R_4$	$3.49k\Omega$	$3.9k//33k\Omega$	$3.49k\Omega$	$3.9k//33k\Omega$
$R_5$	$1k\Omega$	$1k\Omega$	$1k\Omega$	$1k\Omega$
$C_1$	$2.35 \text{ nF}$	$(4.7+4.7) \text{ nF}$	$2.35 \text{ nF}$	$(4.7+4.7) \text{ nF}$
$C_2$	$2.35 \text{ nF}$	$(4.7+4.7) \text{ nF}$	$2.35 \text{ nF}$	$(4.7+4.7) \text{ nF}$

Tabla 7: Componentes seleccionados para el filtro.

Luego, se calculó el error porcentual asociado a la aproximación de la resistencias, expresando los resultados obtenidos en la Tabla (8).

Error Porcentual	1er Etapa	2da Etapa
$R_1$	0.1 %	0.038 %
$R_2$	0.1 %	0.2 %
$R_3$	0.4 %	0.1 %
$R_4$	0.1 %	0.1 %
$R_5$	$\approx 0$ %	$\approx 0$ %
$C_1$	$\approx 0$ %	$\approx 0$ %
$C_1$	$\approx 0$ %	$\approx 0$ %

Tabla 8: Error porcentual de los componetnes.

Cabe destacar que todas las impedancias que fueron colocadas en el circuito fueron elegidas entre varias de su mismo tipo, ya que estas fueron medidas, garantizando así que las utilizadas sean realmente de los valores deseados.

### 1.3.3. Acoplamiento de Impedancias

Para que ambas etapas no se carguen entre, la impedancia de entrada de la segunda etapa debe ser mucho mayor a la de salida de la primera. Para garantizar que ello ocurra, se simularon las impedancias de entrada de ambas celdas, incluyendo la de salida de la primera.

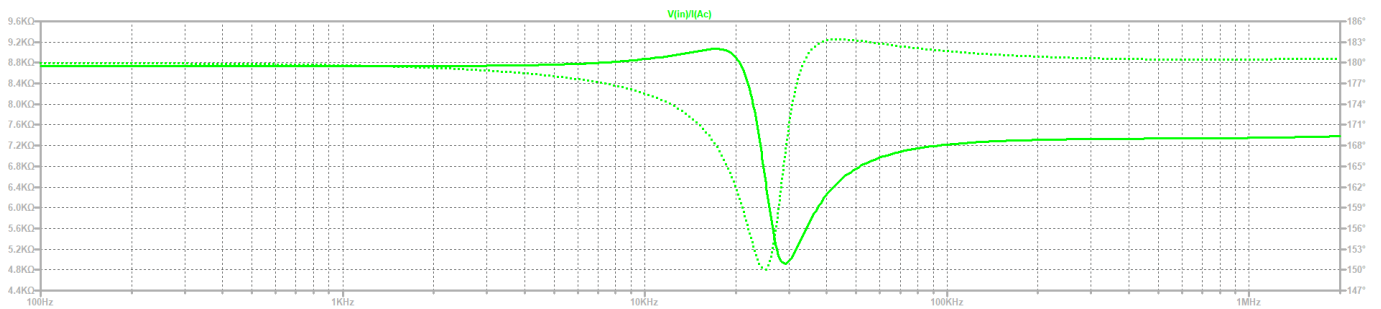


Figura 5: Impedancia de entrada de la primer etapa.



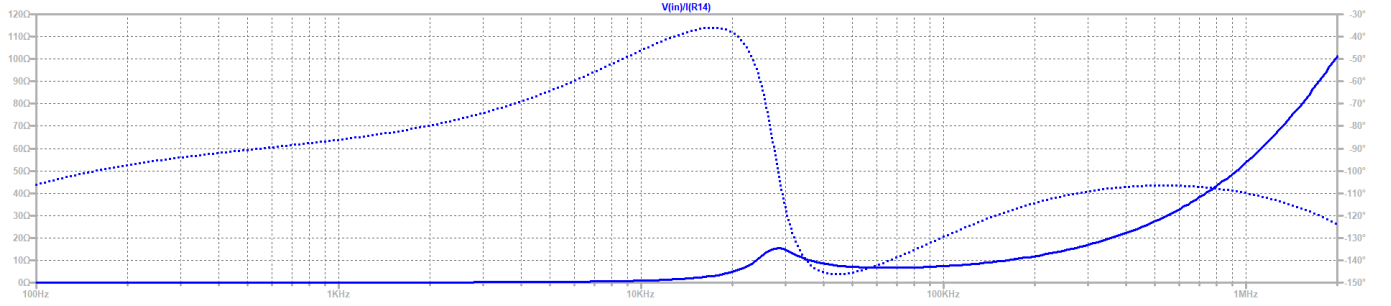


Figura 6: Impedancia de salida de la primer etapa.

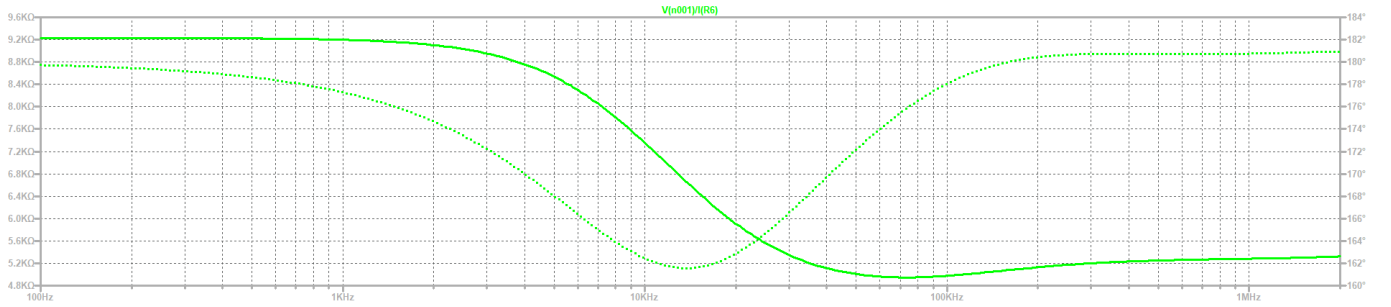


Figura 7: Impedancia de entrada de la segunda etapa.

Se puede apreciar que la impedancia de salida de la primer etapa es mucho menor en comparación a la de entrada de la segunda, por lo tanto, se da un buen acoplamiento de impedancias y no es necesario el uso de buffers.

#### 1.4. Respuesta en Frecuencia

Se realizó un análisis de Montecarlo de la respuesta en frecuencia del circuito, utilizando una tolerancia de las resistencias al 1 % y capacitores al 10 % obteniendo la siguiente dispersión.

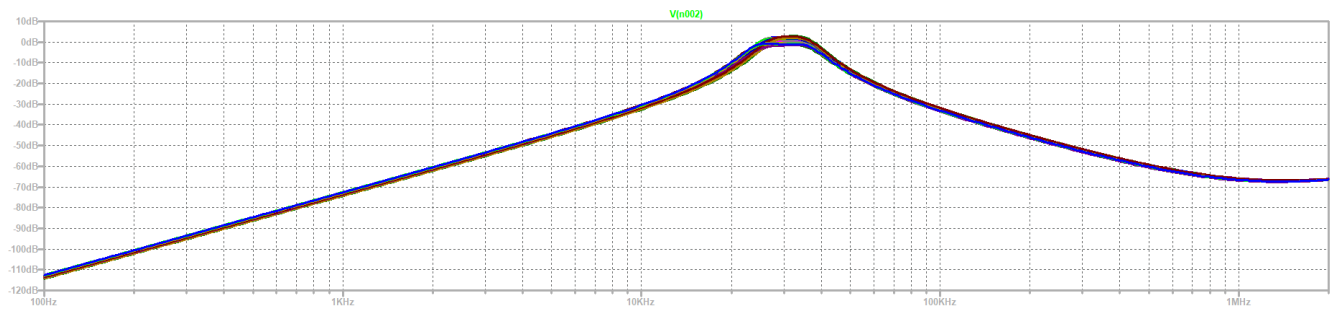


Figura 8: Análisis de Montecarlo del filtro.

#### 1.5. Rango Dinámico.

El rango dinámico se define como la razón entre el máximo y mínimo valor que puede tomar un observable de interés. Para el caso en cuestión, queda definido de la forma

$$R_d = 20 \log_{10} \left( \frac{V_{in_{max}}}{V_{in_{min}}} \right) \quad (17)$$

Para definir  $V_{in_{min}}$ , se tuvo en cuenta la tensión mínima que se pudo distinguir respecto al piso de ruido, la cual es de  $V_{in_{min}} \approx 10 \text{ mV}$ . Luego, para el caso de  $V_{in_{max}}$ , se tuvo en cuenta la máxima tensión previa a la aparición de alinealidades, siendo estos efectos el cross-over, slew-rate y saturación del amplificador operacional. Dos de estos

problemas son solucionados mediante la elección del integrado, ya que se utiliza un TL081, el cual tiene un slew-rate elevado y no posee el problema del cross-over debido a su etapa de salida. Por su parte, para el problema de la saturación, es de utilidad saber que la máxima tensión de salida es  $V_{sat} = V_{cc} - 1.5 V = 13.5 V$ . Para encontrar el valor de tensión máximo de entrada se consideró la ganancia del sistema y, teniendo en cuenta la conexión entre etapas, este factor queda definido por la siguiente expresión:

$$V_{in_{max}} = \frac{V_{sat}}{\max(G_{E1} \cdot G_{E2})} = 12.24V \quad (18)$$

Es así que con lo mencionado previamente, se obtiene  $R_d = 61.75dB$ .

### 1.5.1. Etapas

Se realizaron 2 etapas, ambas siendo el mismo tipo de celda, pero con distintos parámetros. Para cada una, se decidió realizar un análisis de Montecarlo

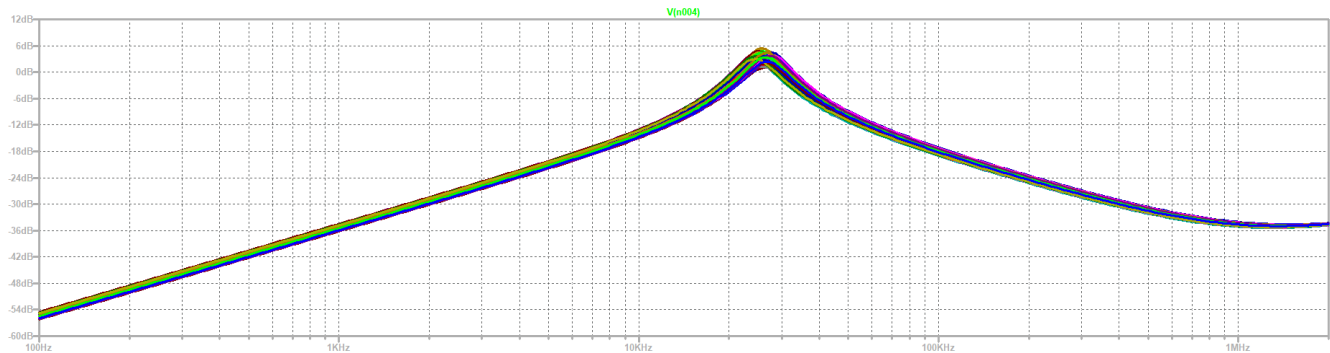


Figura 9: Análisis de Montecarlo de la primer etapa.

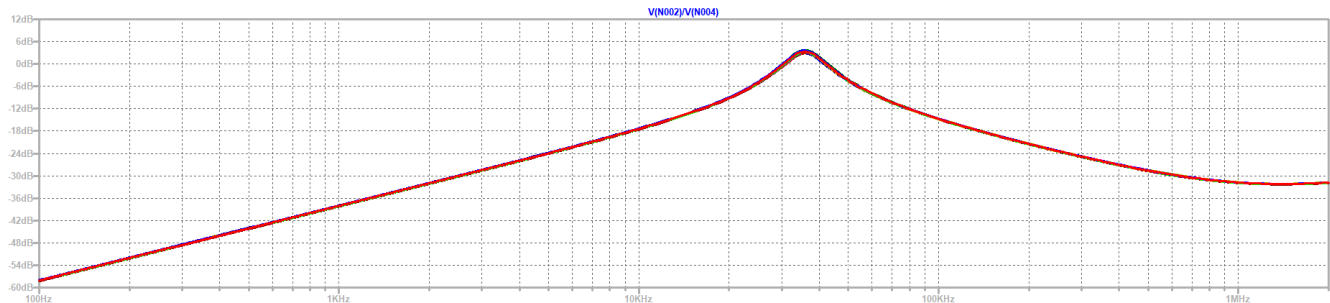


Figura 10: Análisis de Montecarlo de la segunda etapa.

Es notable que no existe una gran dispersión debido a los componentes en el diagrama de bode. Más allá de esto, mirando las sensibilidades, se nota una gran dependencia, tanto en el Q como en la frecuencia de corte del sistema, con respecto a la resistencia  $R_3$ . Es por ello que a continuación se presentan dos simulaciones de Montecarlo. Una representa la variación de dicha resistencia en cada etapa, mientras que la otra muestra como afecta cada una al filtro final.

Primero se presenta la variación de  $R_3$  en la primer etapa, modificandola entre  $100 \Omega$  y  $2 k\Omega$ .

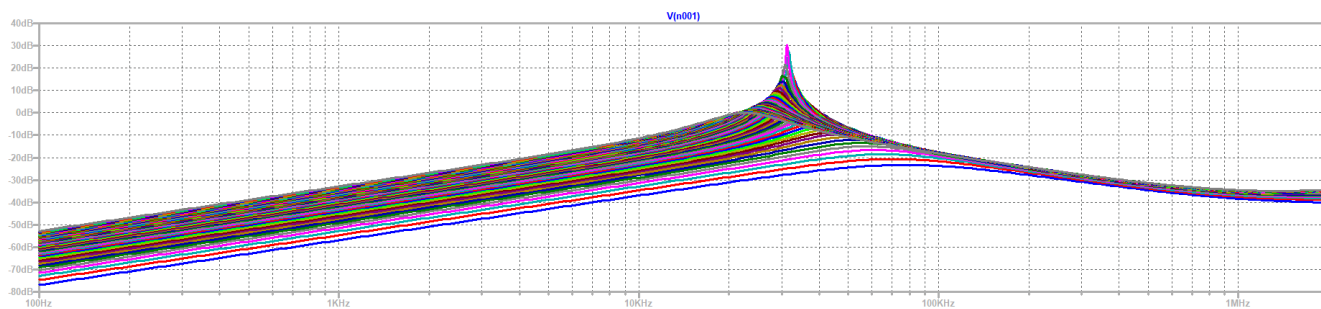


Figura 11: Variación salida de la primer etapa al cambiar  $R_3$ .

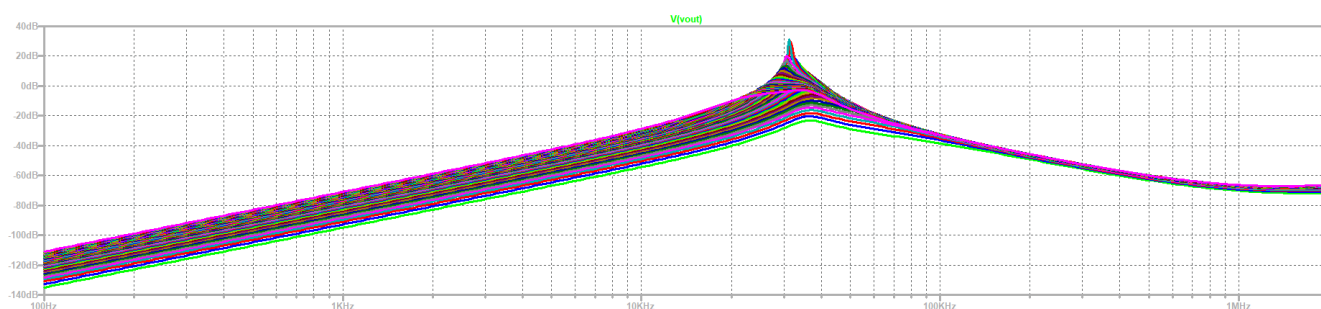


Figura 12: Variación salida del filtro al cambiar  $R_3$  de la primer etapa.

Se puede notar como se modifica el Q del circuito al igual que el valor de la frecuencia de corte. Luego se prosiguió a realizar el mismo análisis, pero de la siguiente etapa.

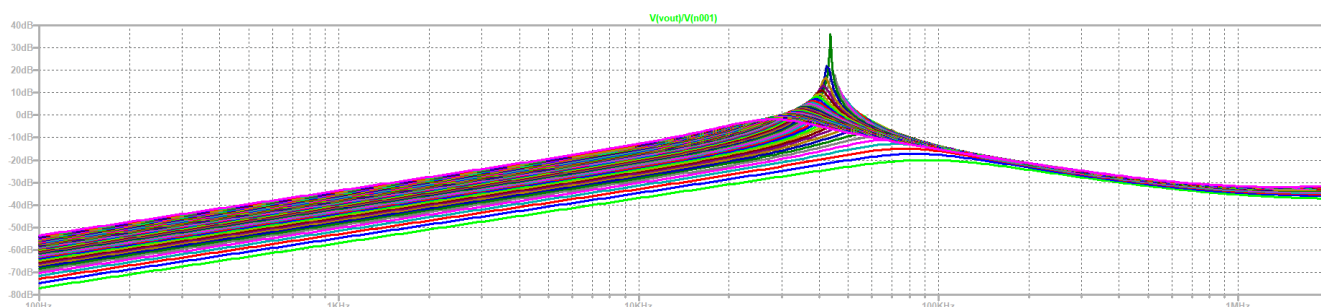


Figura 13: Variación salida de la segunda etapa al cambiar  $R_3$ .

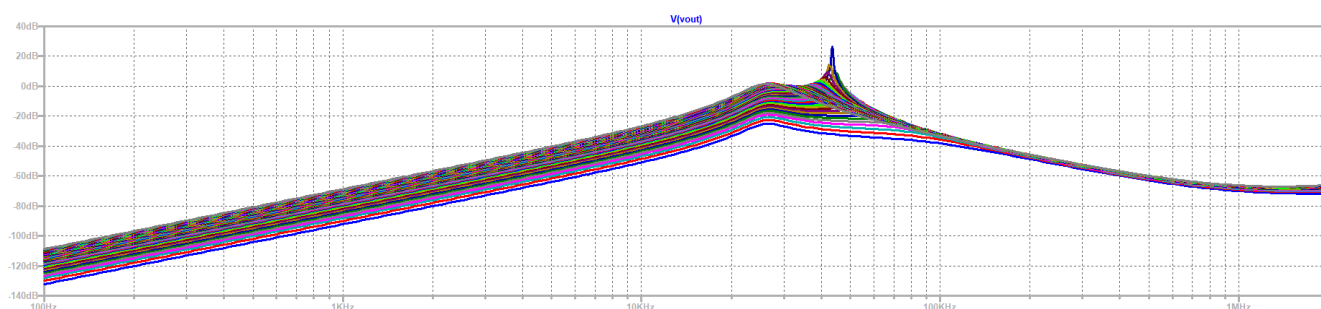


Figura 14: Variación salida del filtro al cambiar  $R_3$  de la segunda etapa.

En contraparte a la primer etapa, los cambios de la segunda afectan de una manera más significativa el  $Q$ , mientras que se observa lo contrario con el  $\omega_0$  del circuito.

Luego se realizó un histograma de la aparición de  $\omega_0$  en el análisis de Montecarlo.

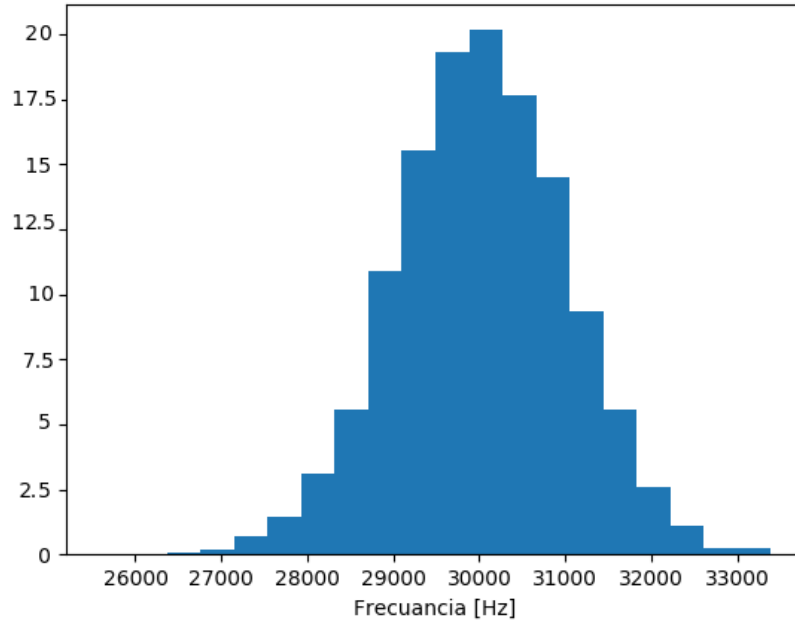


Figura 15: Histograma de aparición de  $\omega_0$ .

### 1.5.2. Filtro definitivo

Se midió la respuesta en frecuencia del filtro obteniendo los siguientes resultados:

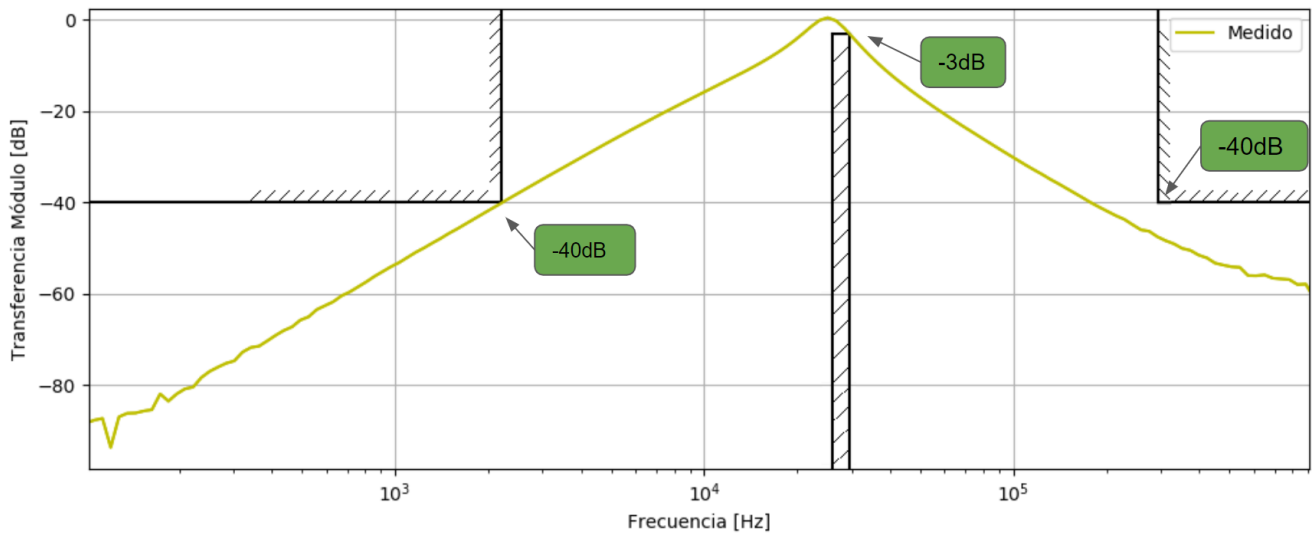


Figura 16: Bode medido en módulo.

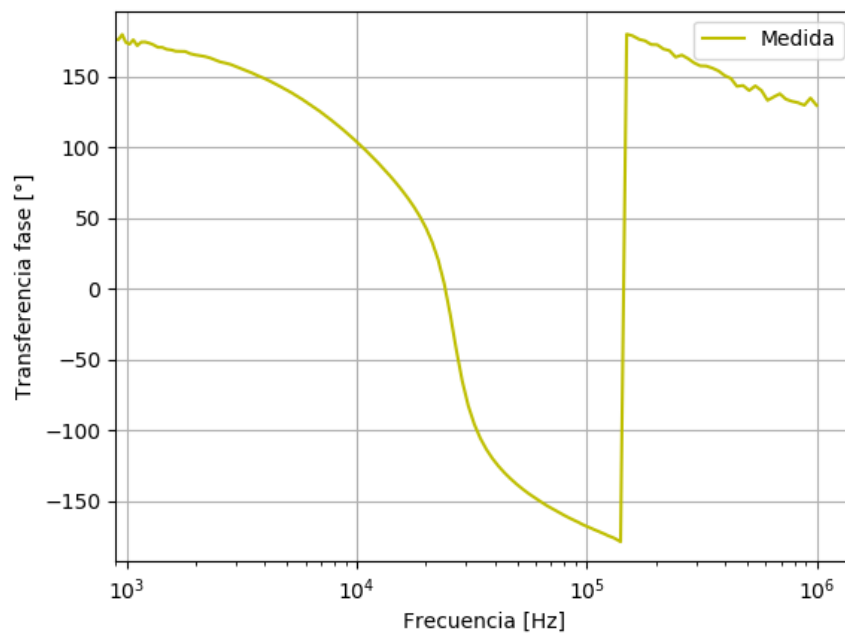


Figura 17: Bode medido en fase.

Luego se compararon los resultados, tanto con la simulación, como con el cálculo teórico.

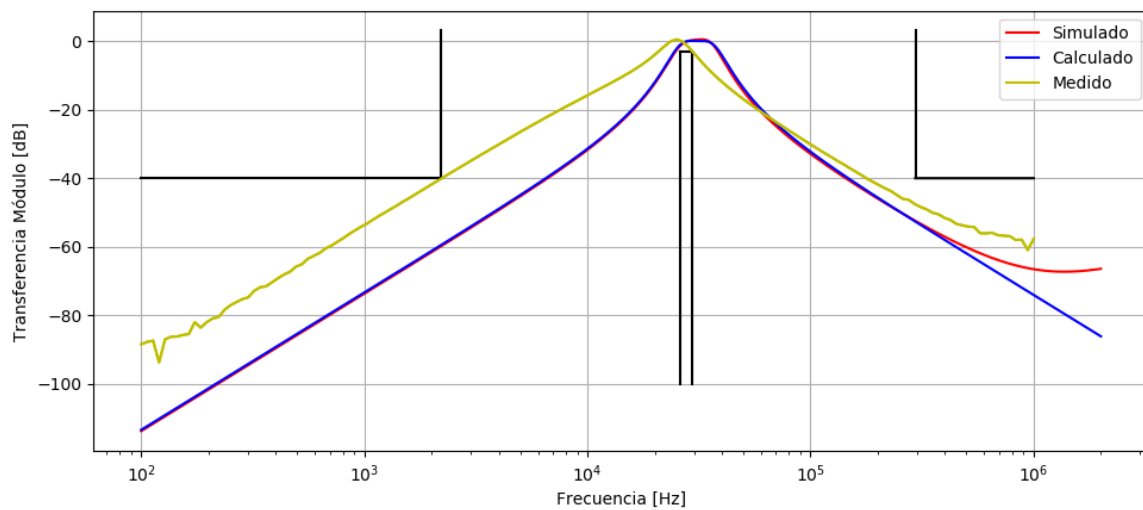


Figura 18: Comparación de diagramas de Bode en módulo.

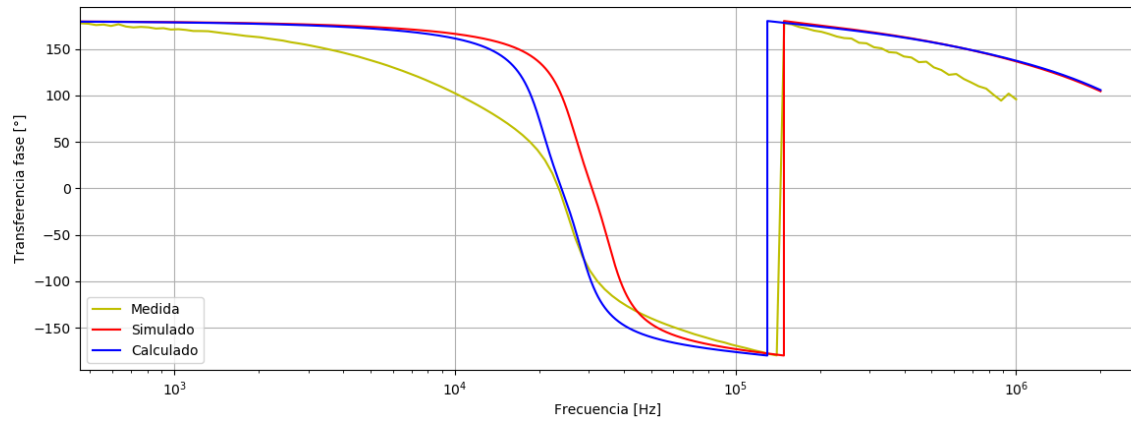


Figura 19: Comparación de diagramas de Bode en fase.

Se puede observar como el calculado y el simulado difieren ligeramente del medido. Para solucionar esto, se colocaron presets sobre la resistencia  $R_3$ , ya que controla el factor  $Q$ , como se analizó previamente.

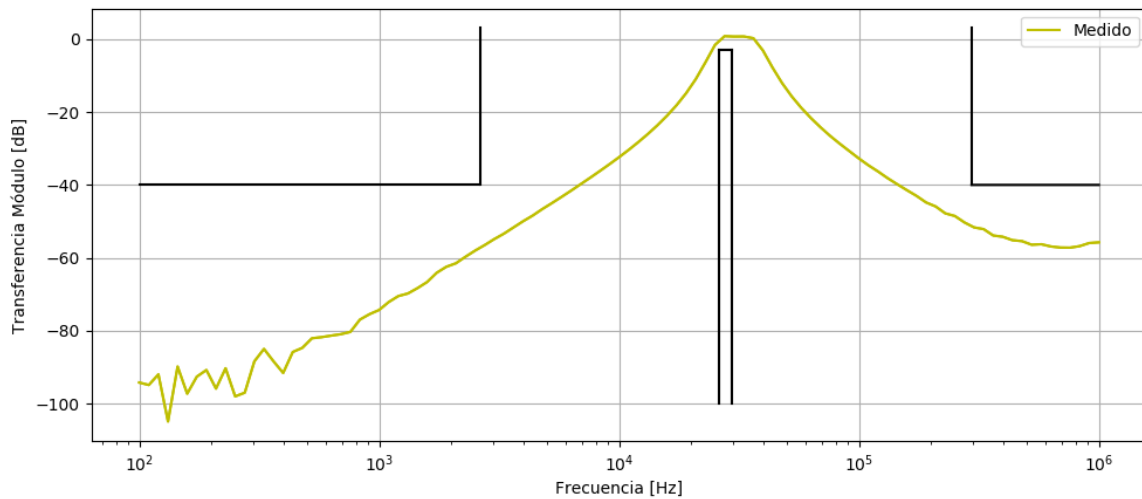


Figura 20: Bode medido en módulo con ajuste de  $R_3$ .

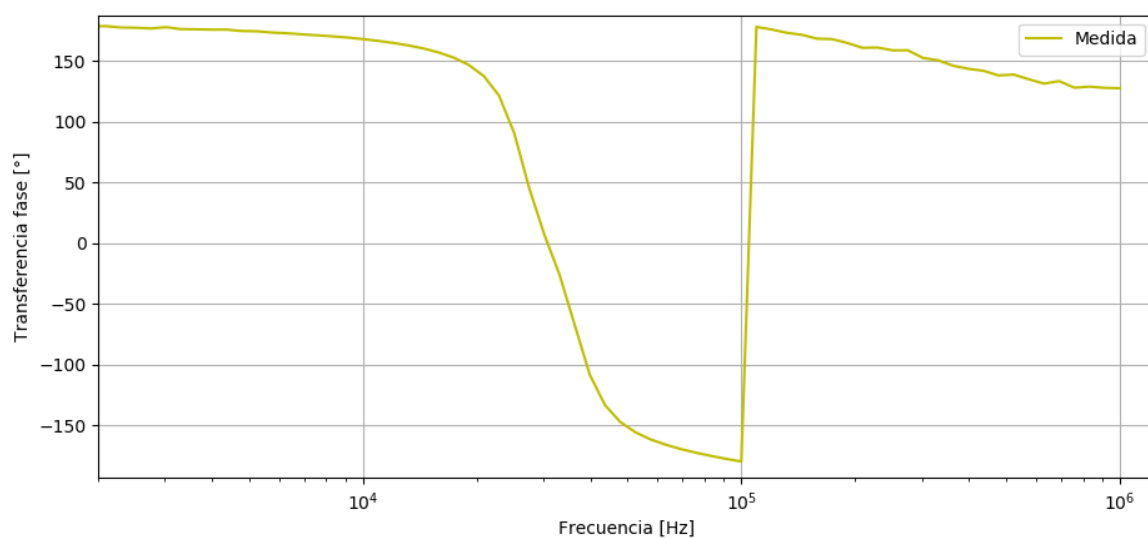


Figura 21: Bode medido en fase con ajuste de  $R_3$ .

Debido a la calibración efectuada, el diagrama de Bode tiene una banda mucho más ancha, cumpliendo con mayor facilidad la plantilla.

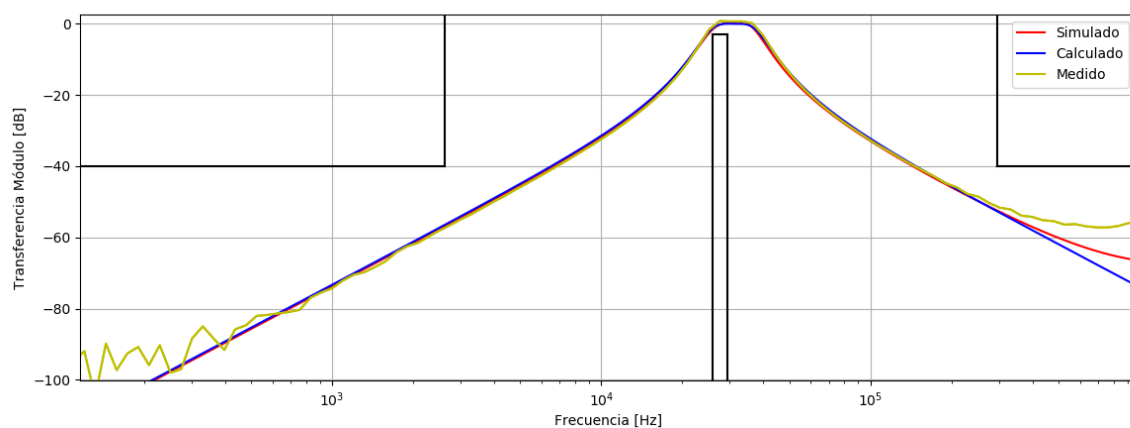


Figura 22: Comparación de diagramas de Bode en módulo con ajuste de  $R_3$ .

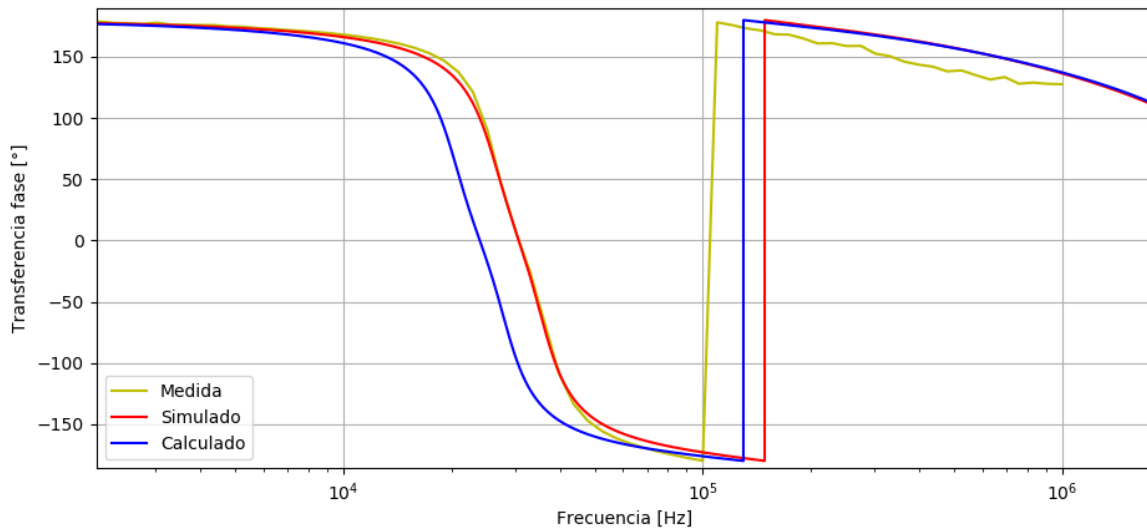


Figura 23: Comparación de diagramas de Bode en fase con ajuste de  $R_3$ .

Es así que se observa en las Figuras (22) y (23) como las curvas teóricas, medidas y simuladas se acoplan mucho mejor que en las Figuras (18) y (19).

## 1.6. Estabilidad

En esta sección, se buscó lograr que la celda oscile, introduciéndole una señal cuadrada, la cual es sabido que está compuesta por un gran número de frecuencias. Es así que, variando no solo la amplitud de la misma, sino que también su frecuencia y duty-cycle, no se logró que la celda oscile. La siguiente imagen es la respuesta de la celda al escalón.

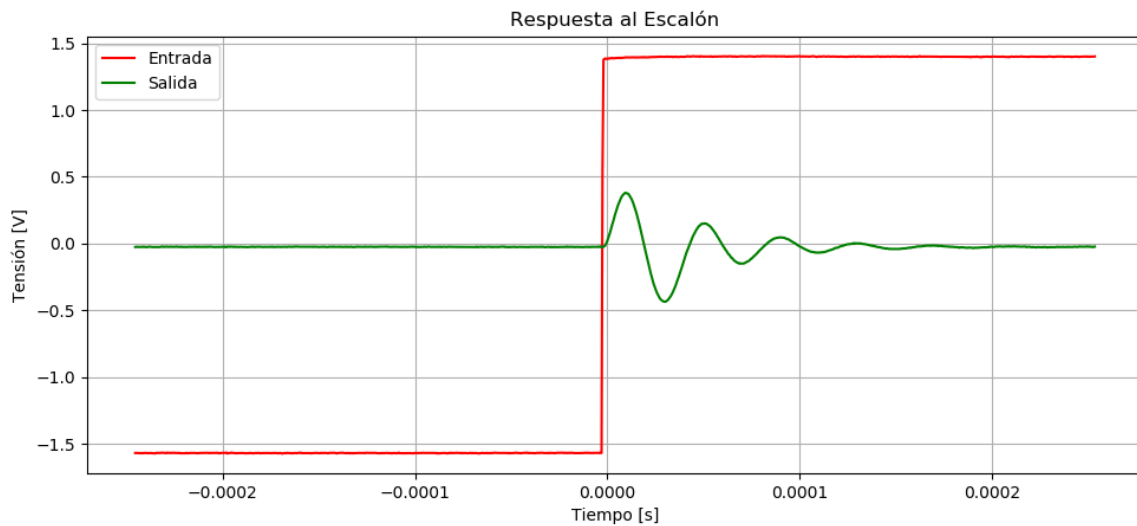


Figura 24: Respuesta al escalón.

## 1.7. Conclusiones

Se pudo realizar correctamente la implementación de un filtro pasa banda con la aproximación de Chebycheff mediante celdas Rauch. Una ventaja este tipo de celdas es que permite la implementación de un filtro de segundo orden con tan solo 1 operacional, mientras que por ejemplo, la celda universal, utiliza 3 de ellos. Otro punto a favor para esta es que cuenta con la capacidad de sintetizar valores de  $Q$  relativamente altos. Esto se debe a su doble realimentación, tanto negativa como positiva, mediante la utilización del  $Q$  enhancement, dando esta última una de



sus desventajas, la cual consiste en la existencia de la posibilidad de que haya una oscilación en el circuito. Una cualidad a destacar es que fue de gran utilidad el uso de un preset para ajustar el Q del circuito.

## 2. Aproximacion de Cauer con celda Sedra

### 2.1. Introducción

En esta sección se implementó un filtro High-Pass, utilizando una aproximación **Cauer** e implementándola con celdas **Sedra**. El filtro diseñado cumple con la siguiente plantilla.

$f_s$	11.65 kHz
$f_p$	23.3 kHz
$A_p$	2 dB
$A_s$	40 dB
$ Z_{in} $	$\geq 50 \text{ k}\Omega$

Tabla 9: Plantilla del filtro.

### 2.2. Aproximación de Cauer

Se utilizó la aproximación elíptica de **Cauer**, además se propuso una plantilla mas restrictiva, con el fin de asegurar el cumplimiento de la original, siendo la plantilla final la presentada en la Tabla (9).

Obteniendo la siguiente función transferencia, se expresa como producto de transferencias de segundo orden, teniendo los pares de polos con un Q de 0.84 la primer etapa y 4.17.

$$H(s) = \frac{s^2 + 124088460.2}{s^2 + s \cdot 5466 + 519.84 \cdot 10^6} \cdot \frac{s^2 + 23794591.32}{s^2 + s \cdot 48182 + 1.6 \cdot 10^9} \quad (19)$$

De esta forma, se presenta el diagrama de polos y ceros de dicha función:

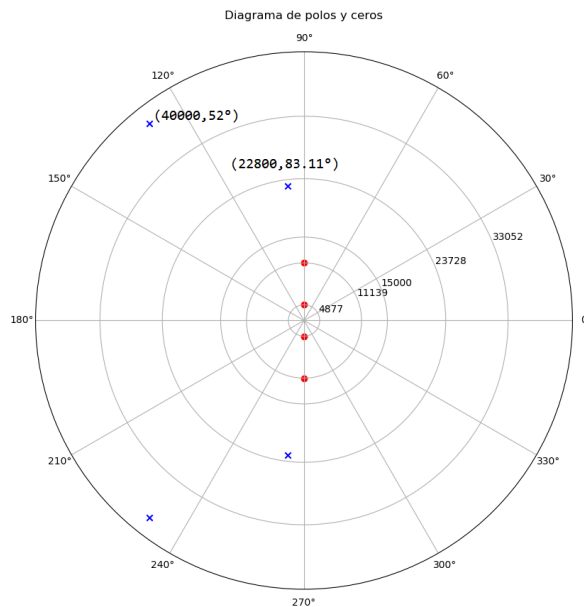


Figura 25: Diagrama Polos y Ceros

Finalmente se graficó la respuesta en frecuencia tanto en fase como en módulo:

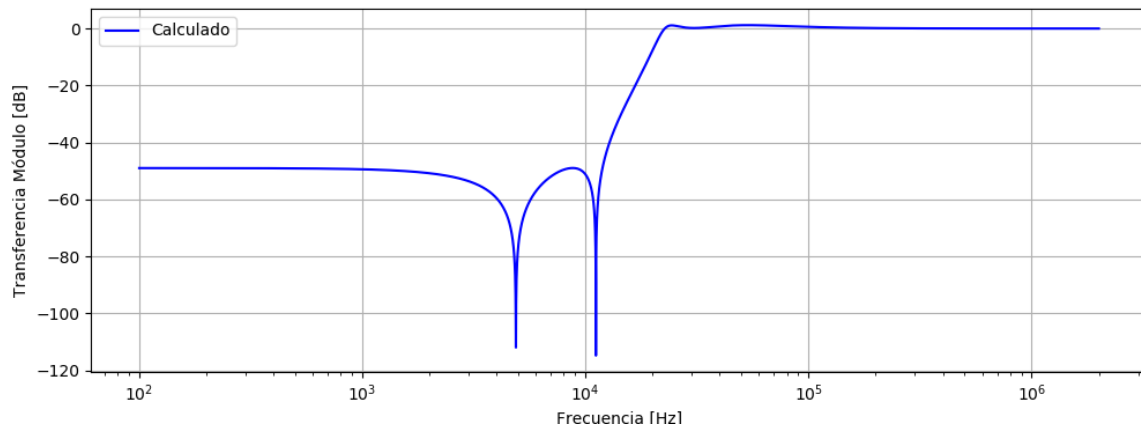


Figura 26: Diagrama de bode Módulo.

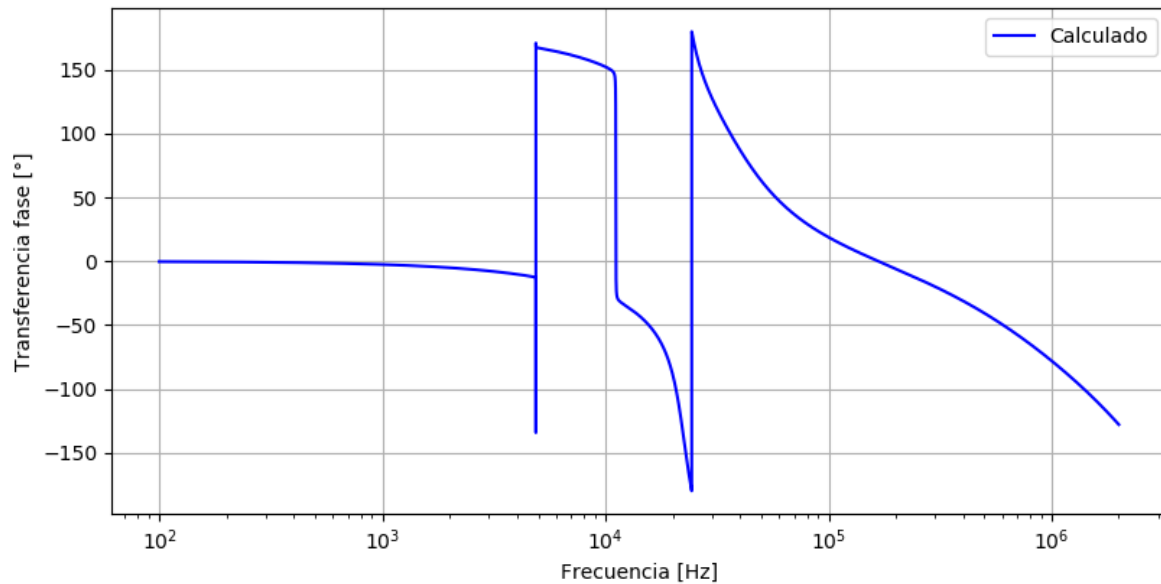


Figura 27: Diagrama de bode Fase.

Se aclara que en la Figura (fig:BodeCalcF) la fase se encuentra acotada entre  $-180^\circ$  y  $180^\circ$ .

### 2.2.1. Elecciones de diseño

Se decidió armar etapas con celdas de segundo orden en cascada, dado a que el orden del filtro es de 4. Para la asociación de polos se tomó como criterio agrupar los polos por su cercanía, obteniéndose así la siguiente forma.

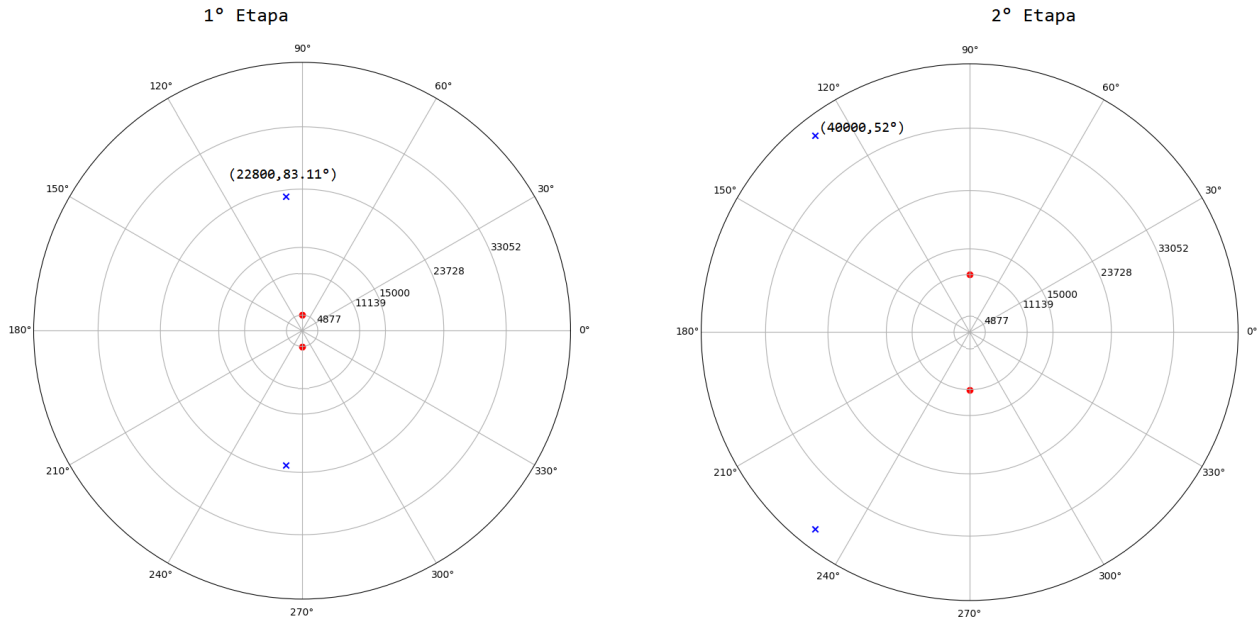


Figura 28: Diagrama Polos y Ceros para cada etapa

Una vez determinado esto, se optó por colocar la etapa de mayor  $Q$  al final.

### 2.3. Celda Sedra-Ghorab-Martin

La celda Sedra-Ghorab-Martin fue propuesta en el paper “Optimum Configurations for Single Amplifiers Biquadratic Filters”, originalmente como una mejora de la celda Deliyannis. Es un diseño que permite sintetizar celdas de segundo orden con  $Q$  relativamente altos, con un único amplificador operacional, razón por la cual por eso son llamadas Single-Amplifier-Biquad. Es destacable que este diseño tiene una baja sensibilidad del factor  $Q$  con respecto a la ganancia a lazo abierto del amplificador operacional. Este beneficio de la reducción de la sensibilidad del  $A_0$ , trae un aumento en la sensibilidad respecto a otros componentes pasivos. Finalmente, en el artículo mencionado, se tomó la configuración de HPB, dado a que es lo único utilizado, siendo el circuito propuesto el presentado en la Figura (29).

#### 2.3.1. Cálculo Analítico

Como se mencionó previamente, se presenta el circuito a analizar.

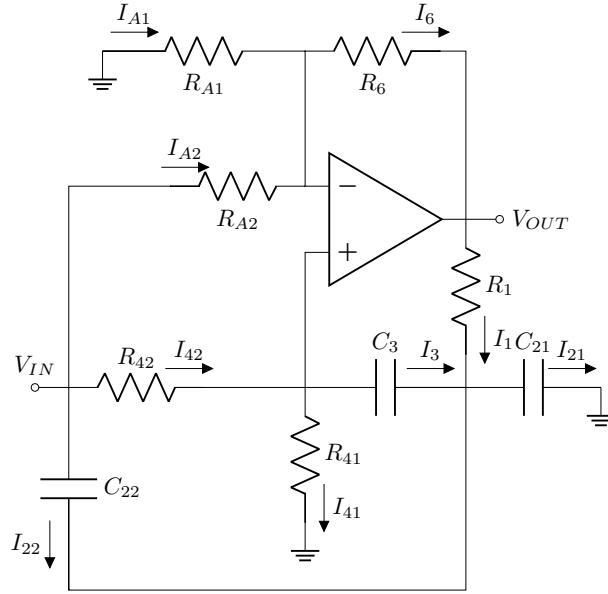


Figura 29: Circuito celda.

Plantenado los siguientes nodos es posible llegar a la expresión de la función transferencia:

$$\frac{-V^-}{R_{a1}} + \frac{V_{in} - V^-}{R_{a2}} = \frac{V^- - V_{out}}{R_b} \quad (20)$$

$$V^+ = V^- \quad (21)$$

$$\frac{V_{in} - V^+}{R_{42}} = \frac{V^+}{R_{41}} + sC_3 \cdot (V^+ - V_a) \quad (22)$$

$$(V^+ - V_a) \cdot sC_3 + (V_{in} - V_a) \cdot sC_{22} + \frac{V_{out} - V_a}{R_1} = V_a \cdot sC_{21} \quad (23)$$

$$H(s) = \frac{\alpha + s\beta + s^2\gamma}{\delta + s\epsilon + s^2\zeta} \quad (24)$$

$$\alpha = R_{a2} R_B R_{41} - R_{a1} R_b R_{42} + R_{a1} R_{a2} R_{42} \quad (25)$$

$$\beta = (C_3 R_{a1} R_{a2} R_{41} R_1 - C_3 R_{a1} R_b R_{41} R_{42} - C_3 R_{a1} R_b R_{42} R_1 + C_3 R_{a2} R_b R_{41} R_1) \quad (26)$$

$$\gamma = (-C_{21} C_3 R_{a1} R_b R_{41} R_{42} R_1 + C_{22} C_3 R_{a1} R_{a2} R_{41} R_{42} R_1 + C_{22} C_3 R_{a2} R_b R_{41} R_{42} R_1) \quad (27)$$

$$\delta = R_{a1} R_{a2} R_{42} + R_{a1} R_{a2} R_{41} \quad (28)$$

$$\epsilon = \eta + \iota \quad (29)$$

$$\eta = C_3 R_{a1} R_{a2} R_{41} R_1 + C_3 R_{a1} R_{a2} R_{42} R_1 - C_3 R_{a1} R_b R_{41} R_{42} - C_3 R_{a2} R_b R_{41} R_{42} \quad (30)$$

$$\iota = C_{21} R_{a1} R_{a2} R_{41} R_1 + C_{21} R_{a1} R_{a2} R_{42} R_1 + C_{22} R_{a1} R_{a2} R_{41} R_1 + C_{22} R_{a1} R_{a2} R_{42} R_1 \quad (31)$$

$$\zeta = (C_{21} C_3 R_{a1} R_{a2} R_{41} R_{42} R_1 + C_{22} C_3 R_{a1} R_{a2} R_{41} R_{42} R_1) \quad (32)$$

### 2.3.2. Elecciones de diseño

Cada una de las funciones transferencia descritas en (19) pueden ser expresadas de la siguiente manera:

$$H_i(s) = \frac{G_\infty(s^2 + \omega_z^2)}{s^2 + \frac{\omega_0 \cdot s}{Q} + \omega_0^2} \quad (33)$$

Luego, siguiendo con el análisis matemático desarrollado en el paper “Optimum Configurations for Single Amplifiers Biquadratic Filters”, se ve la necesidad de introducir algunos parámetros, los cuales permiten el diseño de la celda. Estos son  $G_\infty$ , el cual es la ganancia cuando  $\omega \rightarrow \infty$ ,  $K$  y  $Q_0$ , siendo esta ultima una constante que debe cumplir la condición  $Q_0 < Q$ . Es así que permite ajustar el valor de los componentes. Se eligió el valor de  $Q_0$  en base a una relación de dependencia con las sensibilidades. Luego se definen los parámetros de interés, presentados a continuación.

$$k = \frac{G_\infty \cdot \left(\frac{\omega_z}{\omega_0}\right)^2}{1 - \frac{Q_0}{Q}} \quad (34)$$

$$K = 1 + \frac{1 - \frac{Q_0}{Q}}{2 \cdot Q_0^2} \quad (35)$$

$$n = k \cdot \left(1 - \frac{Q_0}{K \cdot Q}\right) \quad (36)$$

$$m = \left(k - \frac{k}{K}\right) \cdot \left[1 + 2 \cdot \left(\frac{Q_0 \cdot \omega_0}{\omega_z}\right)^2\right] \quad (37)$$

A partir de aquí, y asignando valores para  $Q_0$ ,  $C$  y  $R_b$ , se puede obtener los valores para el resto de las variables con dichas equivalencias.

$$R_a = \frac{1}{(K - 1)R_b} \quad (38)$$

$$R_{a1} = \frac{1}{(1 - k) \cdot R_a} \quad (39)$$

$$R_{a2} = \frac{1}{k \cdot R_a} \quad (40)$$

$$R_{41} = \frac{1}{(1 - n) \cdot R_4} \quad (41)$$

$$R_{42} = \frac{1}{n \cdot R_4} \quad (42)$$

$$C_{21} = (1 - m) \cdot C \quad (43)$$

$$C_{22} = m \cdot C \quad (44)$$

Se presenta a continuación el análisis de sensibilidades del circuito, el cual coincide con lo publicado en el paper:

Componente	$S_0^\omega$	$S^Q$
$S_{R_1}$	-0.5	$-\left(\frac{Q}{Q_0} - 0.5\right)$
$S_C$	-0.5	$0.5 \cdot \left(\frac{Q}{Q_0} - 1\right)$
$S_{R_4}$	-0.5	$\left(\frac{Q}{Q_0} - 0.5\right)$
$S_{R_a}$	0	$-\left(\frac{Q}{Q_0} - 1\right)$
$S_{R_b}$	0	$\left(\frac{Q}{Q_0} - 1\right)$

Tabla 10: Cuadro de sensibilidades del filtro.

En base a lo expuesto en la Tabla (10), se tomó especial cuidado en la elección de componentes y en el matcheo de impedancias. De esta forma, se tomaron como valor de los componentes los presentados a continuación:

Componente	1er Etapa	Composición	2da Etapa	Composición
$R_{a1}$	12.36 k $\Omega$	330 + 12 k $\Omega$	6.2 k $\Omega$	(1.5 + 4.7) k $\Omega$
$R_{a2}$	100 k $\Omega$	100 k $\Omega$	89.67 k $\Omega$	(22 + 68) k $\Omega$
$R_b$	50.72 k $\Omega$	(3.9 + 47) k $\Omega$	1 k $\Omega$	1 k $\Omega$
$R_{41}$	23.88 k $\Omega$	(1.8 + 22) k $\Omega$	203.36 k $\Omega$	(270 // 820) k $\Omega$
$R_{42}$	207 k $\Omega$	(27 + 180) k $\Omega$	4.19 M $\Omega$	(1.8 + 2.2) M $\Omega$
$R_1$	74.05 k $\Omega$	(18 + 56) k $\Omega$	25.07 k $\Omega$	(10 + 15) k $\Omega$
$C_3$	100 pF	100 pF	100 pF	100 pF
$C_{21}$	74.14 pF	(18 // 56) pF	18.52 pF	(22 + 120) pF
$C_{22}$	25.86 pF	(33 + 120) pF	81.48 pF	(82p + 12n) F

Tabla 11: Componentes seleccionados.

Además, se calculó el error porcentual asociado a la aproximación de las impedancias.

Error Porcentual	1er Etapa	2da Etapa
$R_{a1}$	0.2 %	$\approx 0$ %
$R_{a2}$	$\approx 0$ %	0.4 %
$R_b$	0.4 %	$\approx 0$ %
$R_{41}$	0.3 %	0.1 %
$R_{42}$	$\approx 0$ %	0.3 %
$R_1$	0.1 %	0.3 %
$C_3$	$\approx 0$ %	$\approx 0$ %
$C_{21}$	0.2 %	0.4 %
$C_{22}$	0.1 %	0.1 %

Tabla 12: Error porcentual de los componentes.

Un criterio utilizado para seleccionar dichos valores fue tomar capacitores pequeños, dado a que ellos son mas certeros y no varían tanto frente a la temperatura. En base a esto, definir el resto de los componentes.

### 2.3.3. Acoplamiento de Impedancias

Para que ambas etapas no se carguen entre si, la impedancia de entrada de la segunda etapa debe ser mucho mayor a la de salida de la primera. De esta forma, se simuló la impedancia de entrada de ambas etapas.

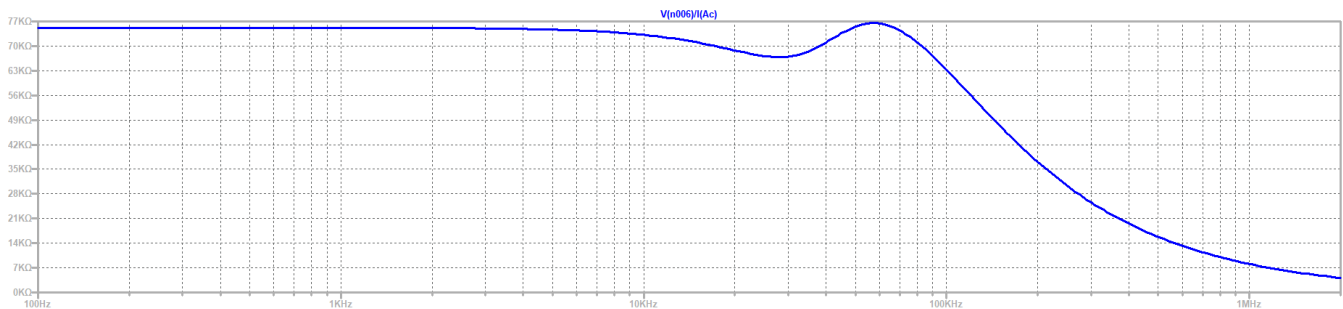


Figura 30: Impedancia de entrada de la primer etapa.

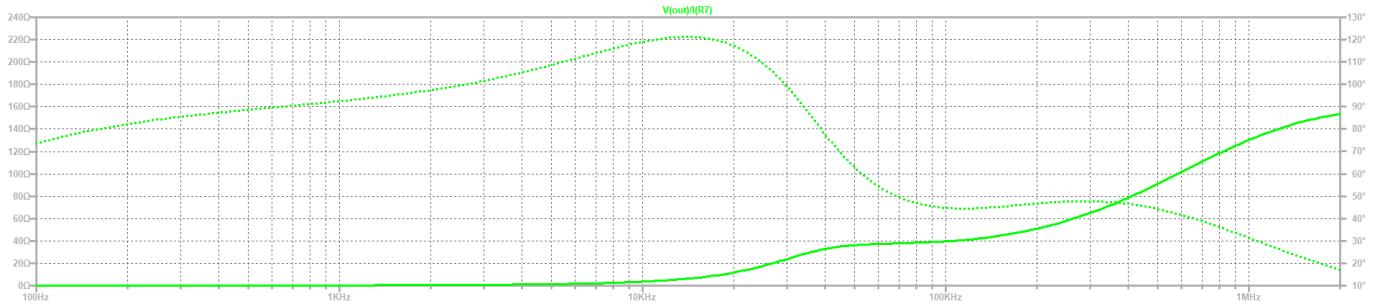


Figura 31: Impedancia de salida de la primer etapa.

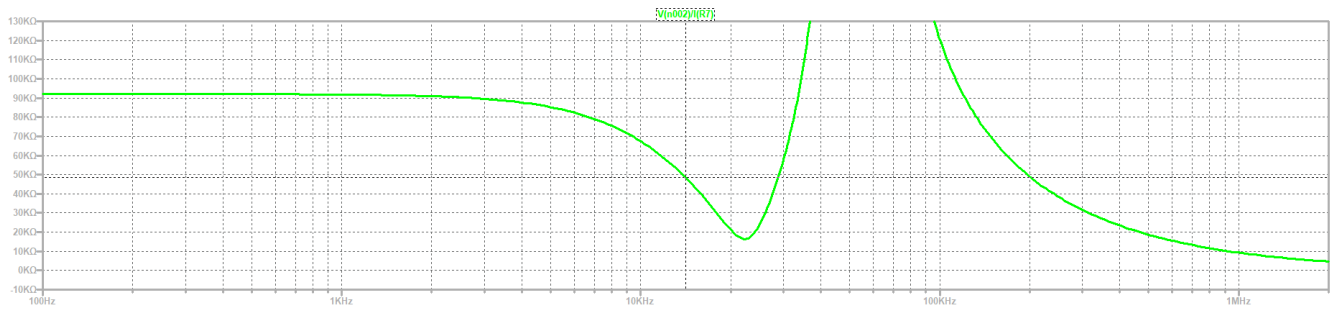


Figura 32: Impedancia de entrada de la segunda etapa.

Se puede concluir, luego de estas gráficas, que el acoplamiento de impedancias se da adecuadamente, por lo tanto se decidió no utilizar un buffer para conectar cada etapa.

## 2.4. Respuesta en Frecuencia

Se realizó un análisis de Montecarlo a la respuesta en frecuencia del circuito, utilizando una tolerancia de las resistencias al 1 % y capacitores al 10 %, obteniendo la siguiente dispersión.

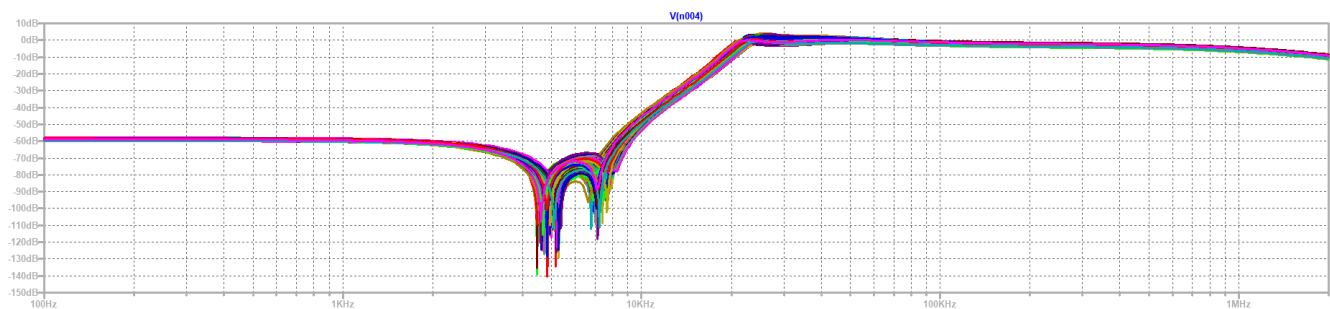


Figura 33: Análisis de Montecarlo Filtro entero.

Se puede apreciar una dispersión en la frecuencia de corte del sistema. Es a causa de esto que se tuvo en cuenta en el diseño el hecho de utilizar un preset, con el propósito de poder ajustar el filtro. Un problema que se presenta con esta metodología es que, no solamente importa la ubicación del cero de transmisión, sino que también el  $Q$  presente. Para poder solucionar esta problemática, se utiliza un preset en cada etapa. En la primera, el componente es colocado sobre  $R_1$ , dado a que la sensibilidad de  $\omega_z$  depende de esta. Por otro lado, en la segunda etapa, es decir, la de mayor  $Q$ , se lo coloca en la resistencia  $R_b$ . Dado que se decidió medir el circuito previamente a la colocación de los presets, es decir, con resistencias fijas, y dado a que el mismo cumplía con las especificaciones, se tomó la decisión de no utilizar los componentes variables.

### 2.4.1. Etapas

Además del Montecarlo del filtro en su totalidad, se realizó el mismo análisis para cada etapa por separado.

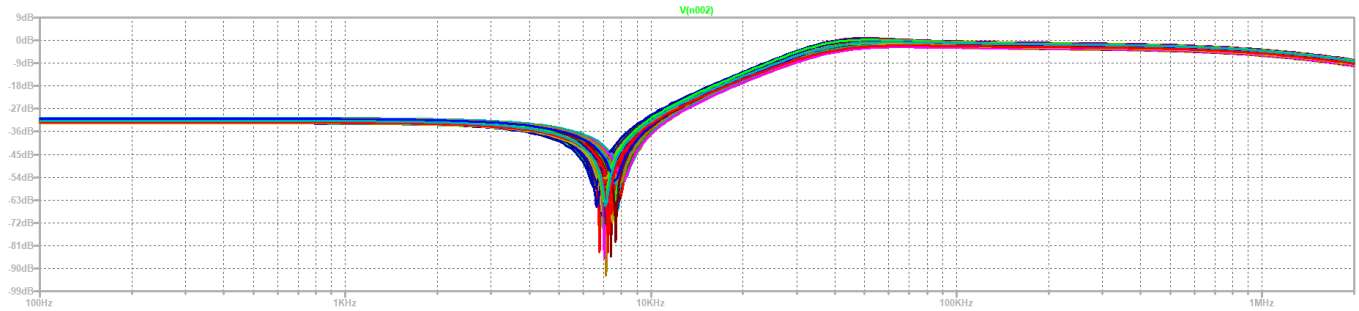


Figura 34: Análisis de Montecarlo de la primer etapa.

En la Figura (34) se puede observar como la dispersión modifica seriamente el Q tanto como la posición del cero de transmisión.

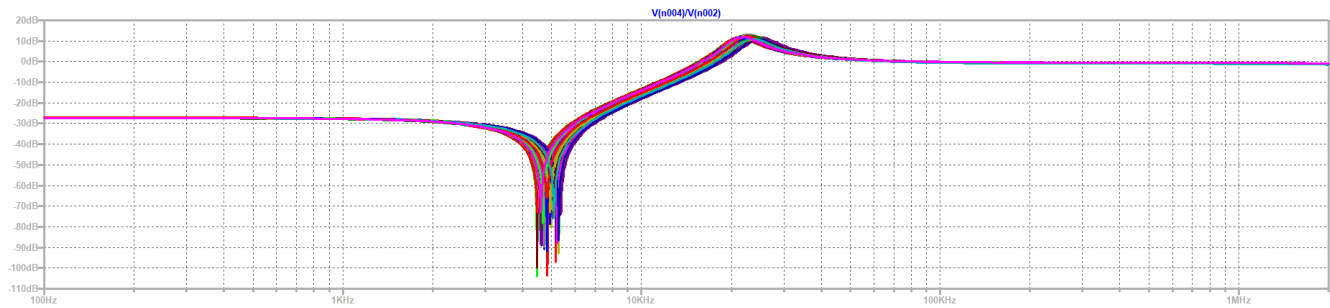


Figura 35: Análisis de Montecarlo de la segunda etapa.

Por otro lado, se puede apreciar en la Figura (35) que la altura del sobrepico posee una gran dispersión, si bien los valores de la transferencia para  $s \rightarrow 0$  y  $s \rightarrow \infty$  son aproximadamente constantes mas allá de la dispersión.

Luego, se hicieron simulaciones de como el preset podría ser utilizado para variar el Q del circuito, comenzando por utilizar un preset en la primer etapa sobre  $R_1$ , como se mencionó previamente.

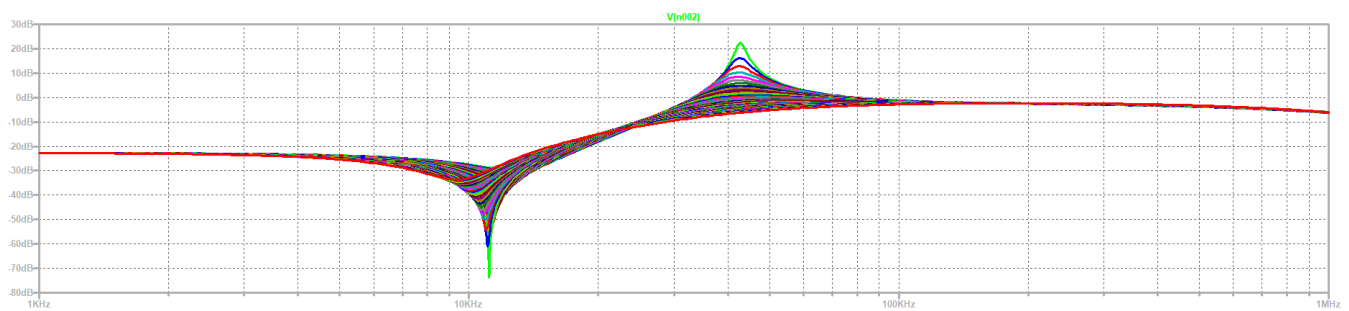


Figura 36: Análisis uso de preset primer etapa.

De aquí se puede concluir que la utilización de un preset en esta etapa ayuda a fijar tanto a un Q como a ajustar el cero de transmisión.

Luego se prosiguió con la segunda etapa, sobre la resistencia  $R_b$ :



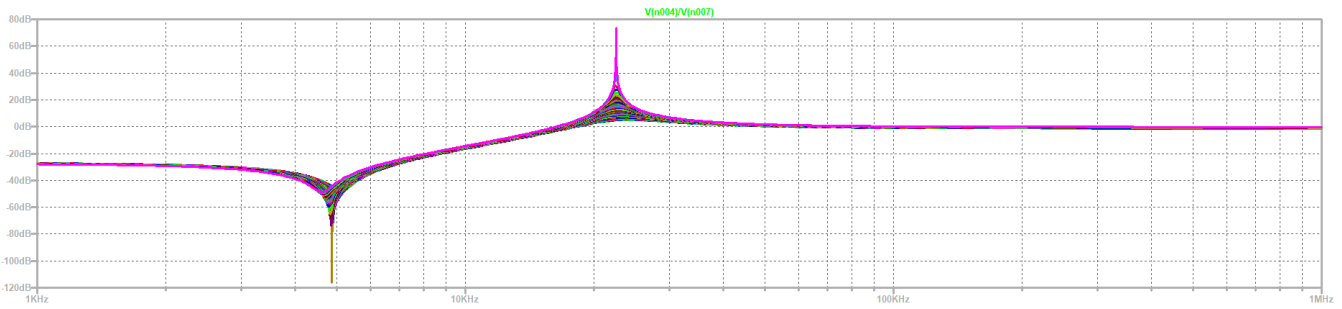


Figura 37: Análisis uso de preset segunda etapa.

De aquí, como era esperado, se ve que esta etapa tiene una mayor sensibilidad respecto a  $Q$ , lo cual implica que idealmente se debe utilizar un preset para ajustarlo.

Además, dado a que inicialmente se realizó el filtro y cumplía las especificaciones, se decidió no utilizar un preset, como ya se había mencionado. Sin embargo, se tuvo la precaución de diseñar una etapa de compensación de ganancia para el caso en el que la variación de las condiciones ambientales modifique el filtro, resultando esta necesaria. Dicha etapa consiste en un no inversor con ganancia variable.

Luego se realizó un histograma para la frecuencia de los polos, datos extraídos del análisis de Montecarlo, donde el eje Y es el porcentaje de la probabilidad de aparición y el X es la frecuencia.

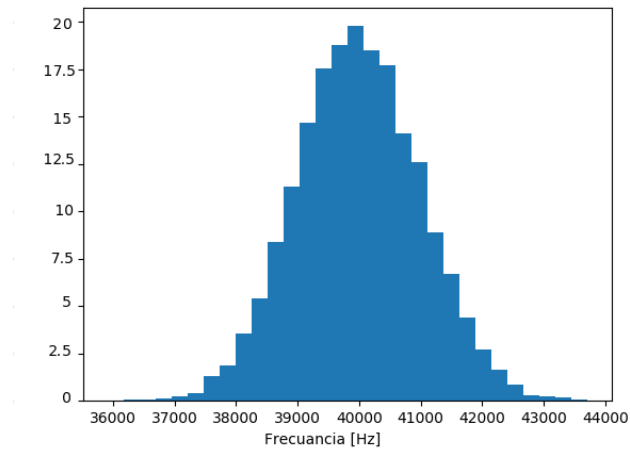


Figura 38: Histograma primer polo.

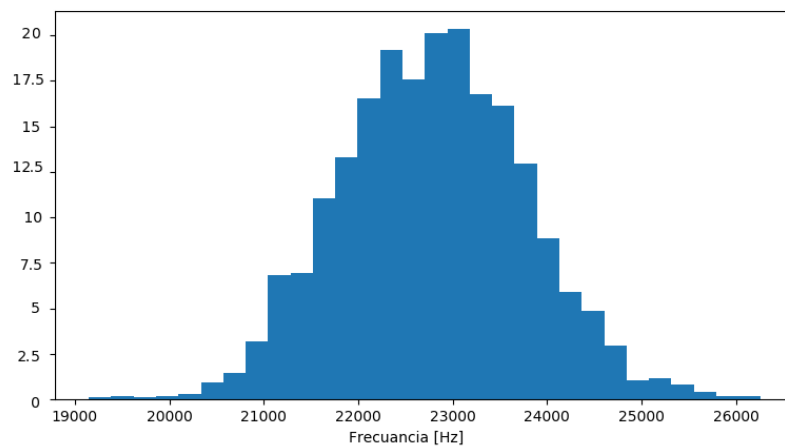


Figura 39: Histograma segundo polo.

#### 2.4.2. Filtro definitivo

Se realizó el filtro obteniendo la siguiente respuesta en frecuencia

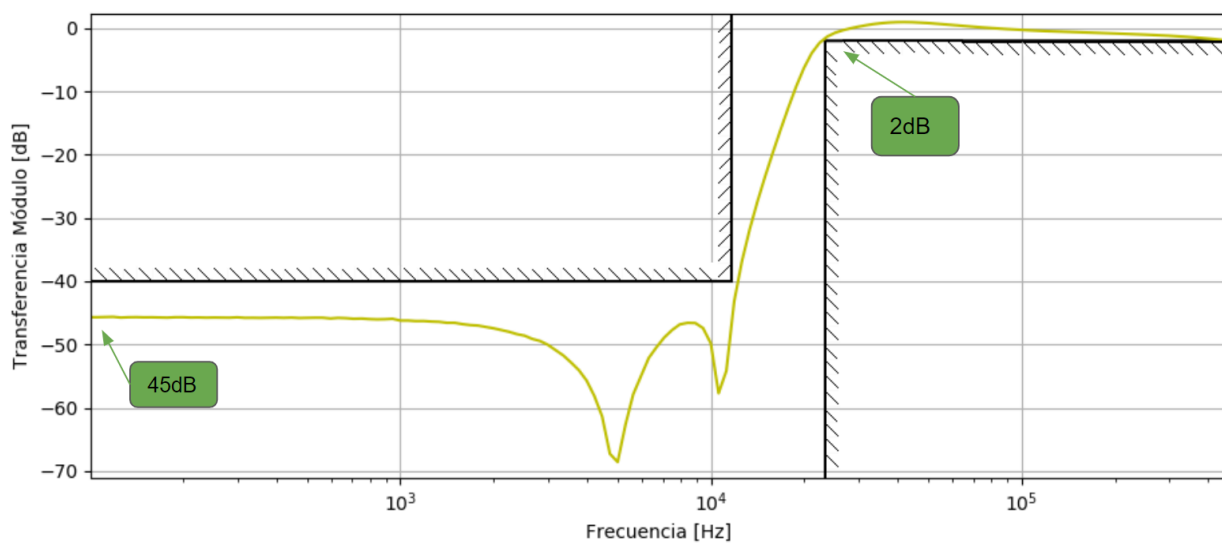


Figura 40: Filtro High-Pass en módulo.

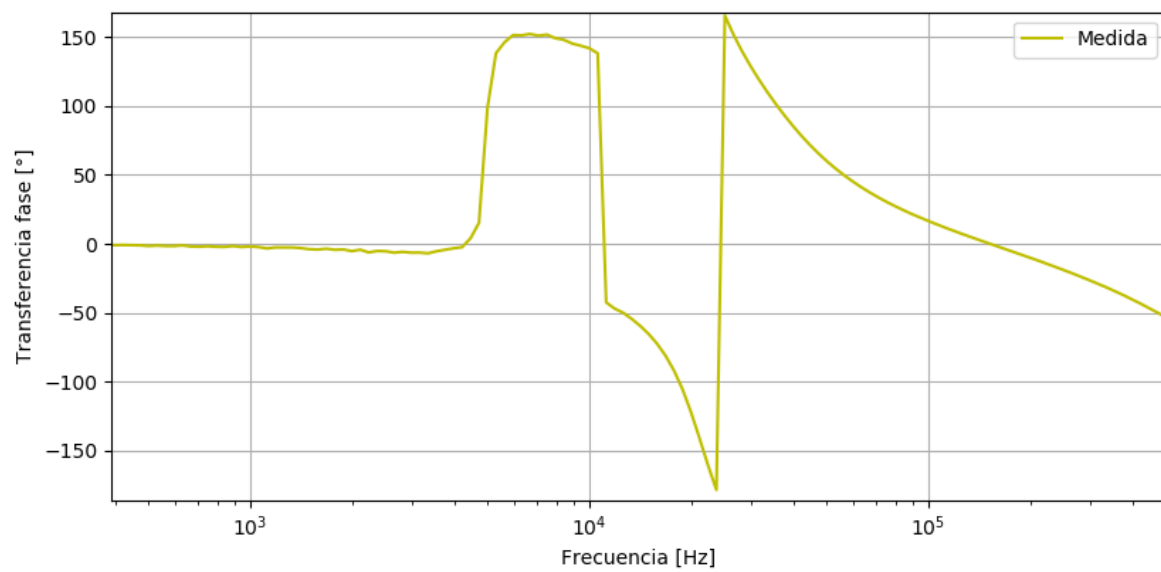


Figura 41: Filtro High-Pass en fase

Se destaca de la Figura (40) que el filtro realizado efectivamente cumple la plantilla deseada. También puede tomarse en cuenta que los resultados obtenidos se corresponden con lo simulado y calculado de forma teórica:

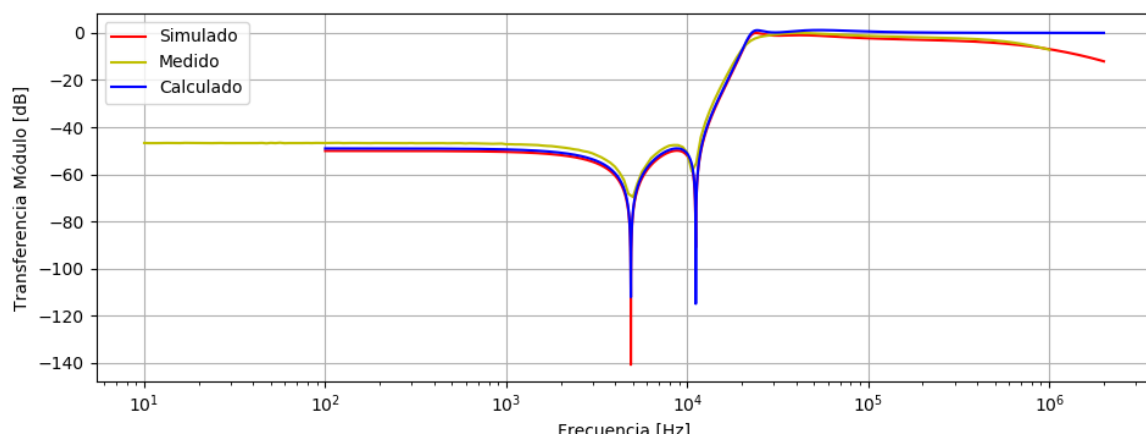


Figura 42: Comparación del filtro High-Pass en módulo.

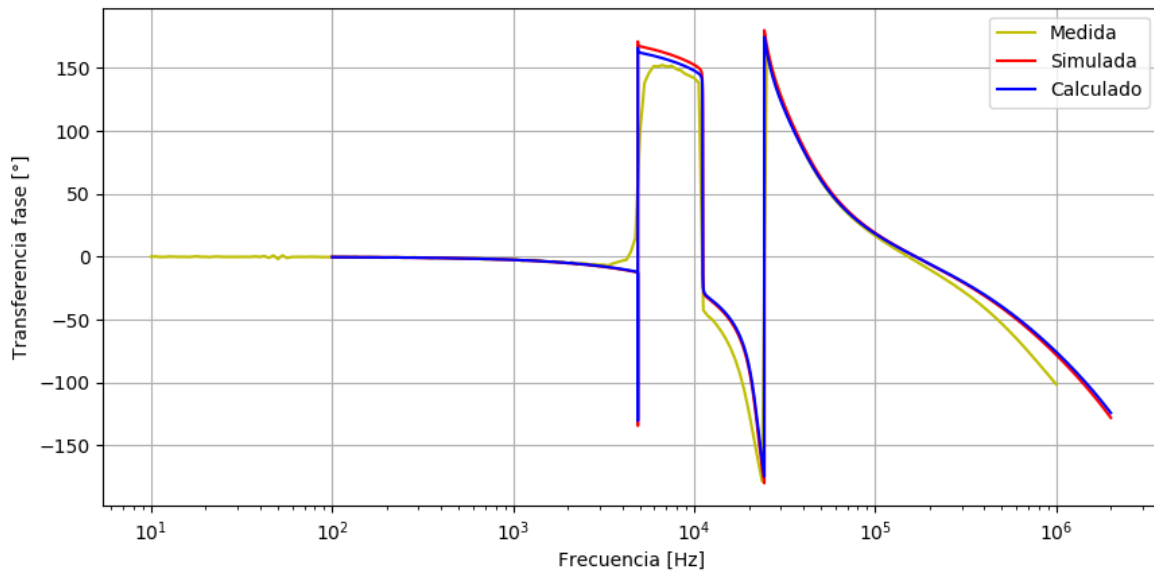


Figura 43: Comparación del filtro High-Pass en fase.

## 2.5. Rango Dinámico

El rango dinámico se define como la razón de máximo y mínimo valor que puede tomar un observable de interés. Para el caso en cuestión, queda definido de la siguiente manera:

$$R_d = 20 \log_{10} \left( \frac{V_{in_{max}}}{V_{in_{min}}} \right) \quad (45)$$

Para definir  $V_{in_{min}}$ , se tuvo en cuenta la tensión mínima que se pudo distinguir respecto al piso de ruido, la cual es de  $V_{in_{min}} \approx 10 \text{ mV}$ . Luego, para el caso de  $V_{in_{max}}$ , se tuvo en cuenta la máxima tensión previa a la aparición de alinealidades, siendo estos efectos el cross-over, slew-rate y saturación del amplificador operacional. Dos de estos problemas son solucionados mediante la elección del integrado, ya que se utiliza un TL081, el cual tiene un slew-rate elevado y no posee el problema del cross-over debido a su etapa de salida. Por su parte, para el problema de la saturación, es de utilidad saber que la máxima tensión de salida es  $V_{sat} = V_{cc} - 1.5 \text{ V} = 13.5 \text{ V}$ . Para encontrar el valor de tensión máximo de entrada se consideró la ganancia del sistema y, teniendo en cuenta la conexión entre etapas, este factor queda definido por la siguiente expresión:

$$V_{in_{max}} = \frac{V_{sat}}{\max(G_{E1} \cdot G_{E2})} = 13 \text{ V} \quad (46)$$

Es así que con lo mencionado previamente, se obtiene  $R_d = 62.2 \text{ dB}$ .

## 2.6. Estabilidad

Se buscó en esta sección lograr que la celda oscile, introduciéndole una señal cuadrada, la cual es sabido que está compuesta por un gran número de frecuencias. De esta forma, y variando, no solo la amplitud de la misma sino también su frecuencia y duty-cycle, no se pudo hacer oscilar a la celda. La siguiente imagen es la respuesta de la celda al escalón.

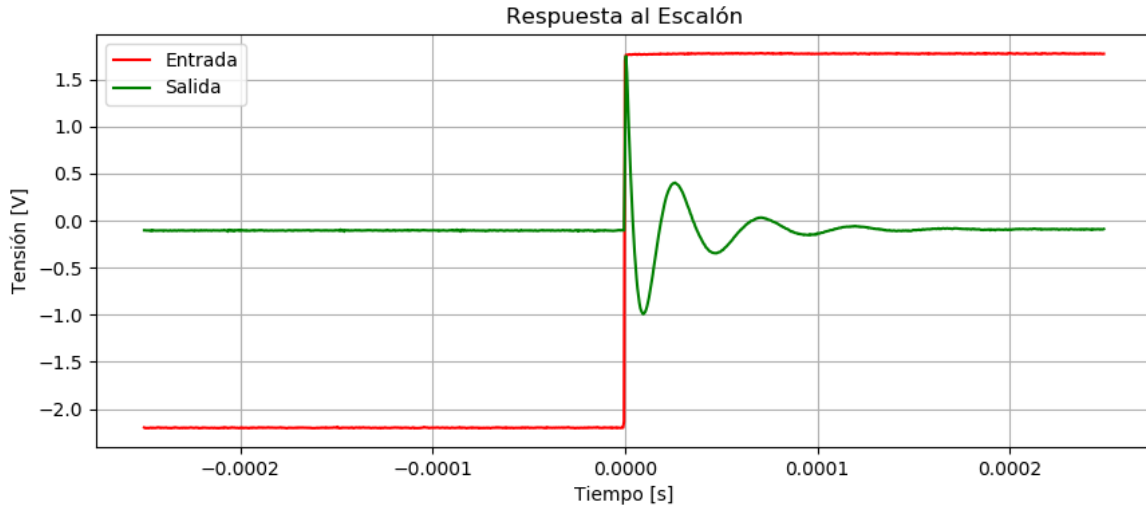


Figura 44: Respuesta al escalón del circuito.

## 2.7. Conclusiones

La celda Sedra es una gran alternativa cuando no se tiene un amplificador operacional con una ganancia a lazo abierto relativamente estable. También permite la implementación de un filtro de segundo orden con tan solo 1 operacional, mientras que por ejemplo la celda universal utiliza 3 de ellos en el mejor de los casos. Además, cuenta con el beneficio de poder sintetizar valores de  $Q$  relativamente altos gracias a su doble realimentación, tanto negativa como positiva, dando esta última una de sus desventajas, la cual consiste en la posibilidad de que haya una oscilación en el circuito.

## 3. Aproximación de Chebycheff Inverso con celda Universal

### 3.1. Celda universal

Una celda universal es un conjunto de filtros RC activos de segundo orden, compuestos por amplificadores en cascada. Estos pueden estar dispuestos en diversas configuraciones, como lo son la sumadora, restadora, integradora, amplificadora o atenuadora. Estos filtros son también conocidos como celdas de variables de estado, debido al uso de dicho método para la resolución de las ecuaciones diferenciales. Las universales se caracterizan por poseer bajas sensibilidades con respecto a sus componentes, alta flexibilidad y buen rendimiento. Existen distintos tipos de configuraciones, donde cada una de estas posee sus respectivas ventajas y desventajas. A continuación, se procede a analizar cada una de ellas<sup>2</sup>.

#### 3.1.1. Kerwin-Huelsman-Newcomb (KHN)

La celda Kerwin-Huelsman-Newcomb puede ser comprendida con mayor facilidad a partir de un ejemplo. Se considera una transferencia de un filtro pasa banda:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{Ks}{s^2 + a_1s + a_0} \quad (47)$$

Se divide, tanto el numerador como el denominador de la expresión de la izquierda, por  $s^2$ .

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{K}{s}}{1 + \frac{a_1}{s} + \frac{a_0}{s^2}} \quad (48)$$

Se define

$$V_a(s) = \frac{V_i(s)}{1 + \frac{a_1}{s} + \frac{a_0}{s^2}} \quad (49)$$

<sup>2</sup>L. Huelsman, Active and passive analog filter design, 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1993.

Reescribiendo (48) con (49), se obtiene

$$V_o(s) = \frac{K}{s} \cdot V_a(s) \quad (50)$$

Si se utiliza la transformada de Laplace inversa tanto en (49) como en (50), se observa que se posee el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} v_a(t) &= v_i(t) - a_1 \int v_a(t) dt - a_0 \int \left( \int v_a(t) dt \right) dt \\ v_o(t) &= K \int \left( \int v_a(t) dt \right) dt \end{aligned} \quad (51)$$

De las ecuaciones anteriores,  $v_a(t) = \ddot{x}(t)$ ,  $\int v_a(t) dt = \dot{x}(t)$  y  $\int \left( \int v_a(t) dt \right) dt = x(t)$  son las llamadas variables de estado. Dichas expresiones se pueden representar estas de la forma mostrada en la Figura (45).

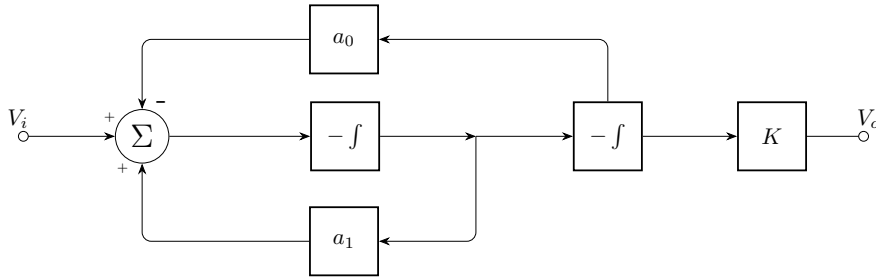


Figura 45: Diagrama de bloques de la celda KHN.

Es así que, para cada integrador se obtiene  $V_{o3} = \frac{-V_{o2}}{sR_2C_2}$  y  $V_{o2} = \frac{-V_{o1}}{sR_1C_1}$ , mientras que para el sumador

$$V_{o1} = -\frac{R_6}{R_5}V_{o3} + \frac{R_4}{R_3 + R_4} \frac{R_5 + R_6}{R_5}V_i + \frac{R_3}{R_3 + R_4} \frac{R_5 + R_6}{R_5}V_{o2}$$

Finalmente, con las definiciones previas se puede elaborar el circuito presentado a continuación.

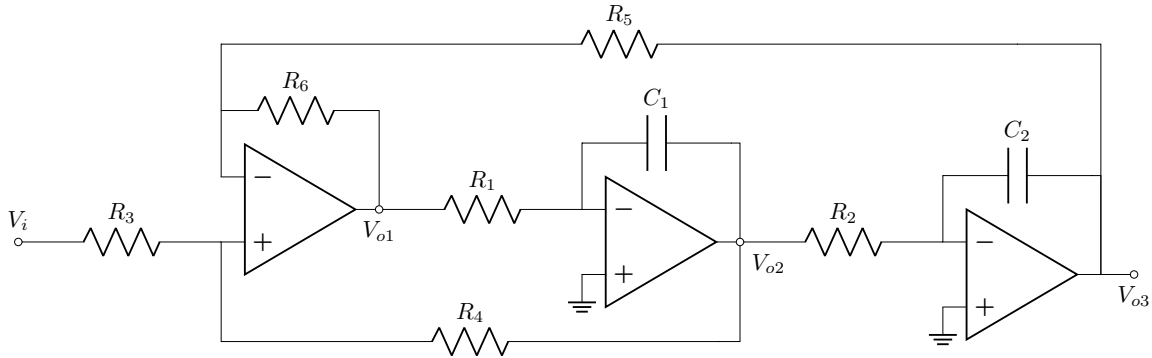


Figura 46: Celda KHN.

Con todo lo establecido previamente se consigue determinar las siguientes transferencias:

$$\frac{V_{o3}}{V_i} = \frac{R_5 + R_6}{R_4 + R_3} \frac{R_3}{R_5} \frac{1}{D(s)} \quad (52)$$

$$\frac{V_{o2}}{V_i} = -\frac{R_5 + R_6}{R_4 + R_3} \frac{R_3}{R_5} \frac{s}{R_1 C_1 D(s)} \quad (53)$$

$$\frac{V_{o1}}{V_i} = \frac{R_5 + R_6}{R_4 + R_3} \frac{R_3}{R_5} \frac{s^2}{D(s)} \quad (54)$$

Siendo

$$D(s) = s^2 + \frac{s}{R_1 C_1} \frac{R_5 + R_6}{R_4 + R_3} \frac{R_3}{R_5} + \frac{R_6}{R_1 R_2 R_5 C_1 C_2} \quad (55)$$

Observando (52), (53) y (54), se denota que, tomando cada una de dichas salidas, esta celda puede ser utilizada como un pasa bajos, de banda pasante y pasa altos respectivamente. Es por ello que a partir de ahora se considera  $V_{PA} = V_{o1}$ ,  $V_{BP} = V_{o2}$  y  $V_{PB} = V_{o3}$ . Tanto la frecuencia de corte, como el factor  $Q$  de cada etapa, es el mismo, ya que comparten denominador, siendo estos

$$\begin{aligned} \omega_o &= \sqrt{\frac{R_6}{R_1 R_2 R_5 C_1 C_2}} \\ Q &= \frac{R_3 + R_4}{R_5 + R_6} \frac{R_5}{R_3} \sqrt{\frac{R_1 R_6 C_1}{R_2 R_5 C_2}} \end{aligned} \quad (56)$$

Es destacable la independencia que posee  $\omega_o$  de  $R_3$  y  $R_4$  y la dependencia del factor  $Q$  de dichas variables. Por lo tanto, es posible modificar esta ultima sin modificar la frecuencia de corte. Además, el termino  $K$  previamente establecido, varía para cada salida.  $K_{PB}$  representa la ganancia en continua para el pasa bajos,  $K_{BP}$  la ganancia en la frecuencia de resonancia del pasa banda, y para el pasa altos,  $K_{PA}$  es la ganancia en frecuencia infinita.

$$\begin{aligned} K_{PB} &= \frac{R_5 + R_6}{R_3 + R_4} \frac{R_4}{R_6} \quad \text{con } \omega = 0 \\ K_{BP} &= -\frac{R_4}{R_3} \quad \text{con } \omega = \omega_o \\ K_{PA} &= \frac{R_5 + R_6}{R_3 + R_4} \frac{R_4}{R_5} \quad \text{con } \omega = \infty \end{aligned} \quad (57)$$

Este tipo de celda, que cuenta con una entrada ( $V_i$ ) y varias salidas ( $V_{PB}$ ,  $V_{BP}$  y  $V_{PA}$ ), se la conoce como un sistema SIMO, debido a sus siglas del ingles “single-in multi-out”. Se destaca también que la etapa que cumple el rol de pasa banda es inversora, mientras que las etapas de pasa bajos y altos no. Por otro lado, en caso de ser deseado que esta celda funcione como un rechaza banda o pasa todo, se debe agregar un cuarto amplificador operacional que actúe como restador de las tres señales previamente mencionadas para el caso del pasa todo, o entre las etapas pasa bajos y altos, para obtener el rechaza bandas<sup>3</sup>.

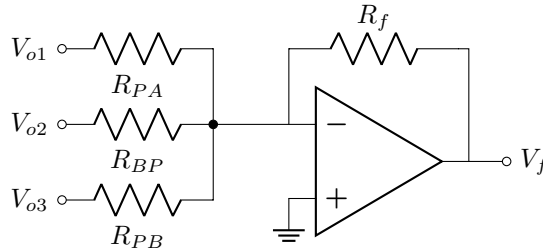


Figura 47: Configuración restadora para obtener un rechaza banda con filtro KHN.

### 3.1.2. Tow-Thomas (TT)

La celda Tow-Thomas surge como una variación de la celda KHN. A esta última, se la modifica buscando aprovechar una realimentación negativa a base de una implementación RC. De esta forma, se logra alejar las frecuencias naturales del eje  $j\omega$  por sobre el semiplano izquierdo. De igual forma que se realizó con la celda KHN, se construye el siguiente diagrama de bloques.

<sup>3</sup>A. Sedra and K. Smith, Microelectronic Circuits, 5th ed. New York: Oxford University Press, 1991.

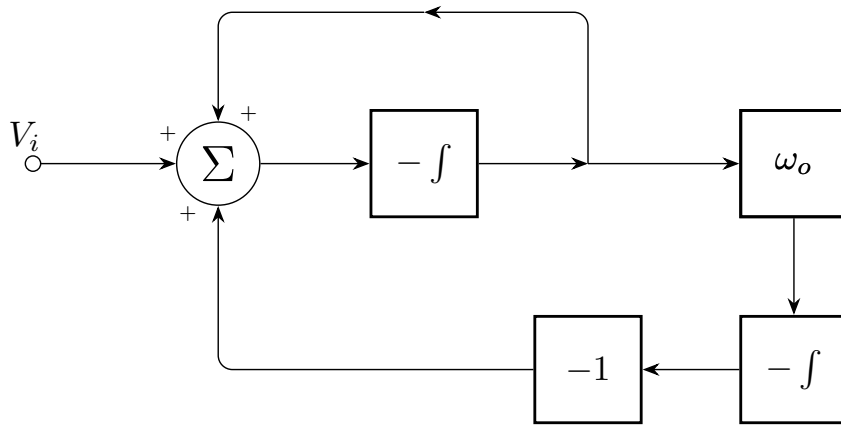


Figura 48: Diagrama de bloques de la celda TT.

Desarrollando en un circuito, se obtiene lo presentado en la Figura (49).

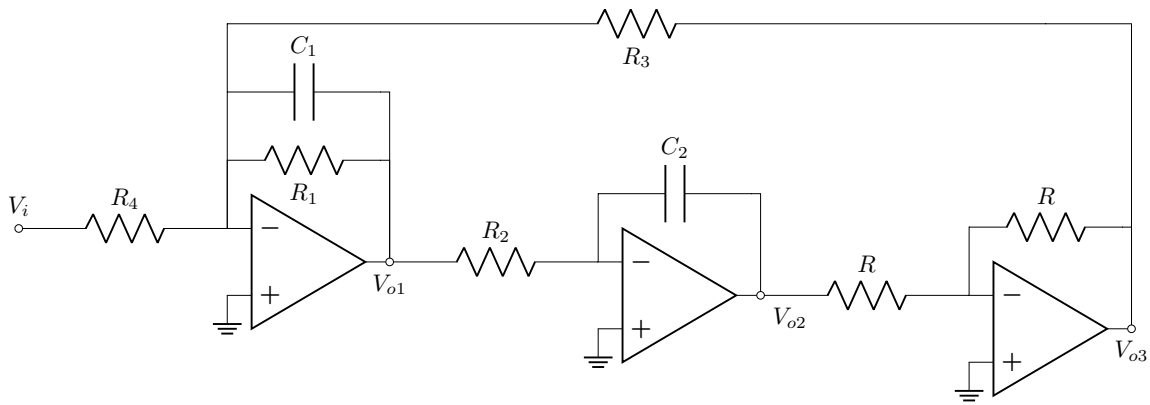


Figura 49: Celda TT.

Analizando la tensión a la salida de cada operacional, se obtiene

$$\frac{V_{o1}}{V_i} = -\frac{s}{R_4 C_1} \frac{1}{D(s)} \quad (58)$$

$$\frac{V_{o2}}{V_i} = \frac{1}{R_2 R_4 C_1 C_2} \frac{1}{D(s)} \quad (59)$$

$$\frac{V_{o3}}{V_i} = -\frac{V_{o2}}{V_i} \quad (60)$$

Siendo

$$D(s) = s^2 + \frac{s}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2} \quad (61)$$

De de la misma forma que con la celda KHN, de (61) se obtiene

$$\begin{aligned} \omega_o &= \sqrt{\frac{1}{R_2 R_3 C_1 C_2}} \\ Q &= R_1 \sqrt{\frac{C_1}{R_2 R_3 C_2}} \end{aligned} \quad (62)$$



De manera similar, se destaca el hecho de que la frecuencia  $\omega_o$  es independiente de  $R_1$ , lo que permite modificar el factor  $Q$  sin afectar a la otra variable. Se expresan además los valores de  $K$  para cada caso.

$$\begin{aligned} K_{PB} &= \frac{R_3}{R_4} \quad \text{con } \omega = 0 \\ |K_{BP}| &= \frac{R_1}{R_4} \quad \text{con } \omega = \omega_o \end{aligned} \quad (63)$$

Se denota además que  $V_{BP} = V_{o1}$  y  $V_{PB} = V_{o2}$ . Es así que la celda TT permite obtener un filtro pasa bandas y dos pasa bajos, siendo uno de ellos inversor. Este circuito no posee una transferencia que cumpla la función de pasa altos, por lo tanto, tampoco posee directamente una función de rechaza banda o pasa todo, al igual que la celda KHN.

### 3.1.3. Åckerberg-Mossberg (AM)

La celda Åckerberg-Mossberg resulta de una variación de la TT. Del circuito mostrado en la Figura (49), se invierte el amplificador operacional utilizado para retroalimentar el sistema.

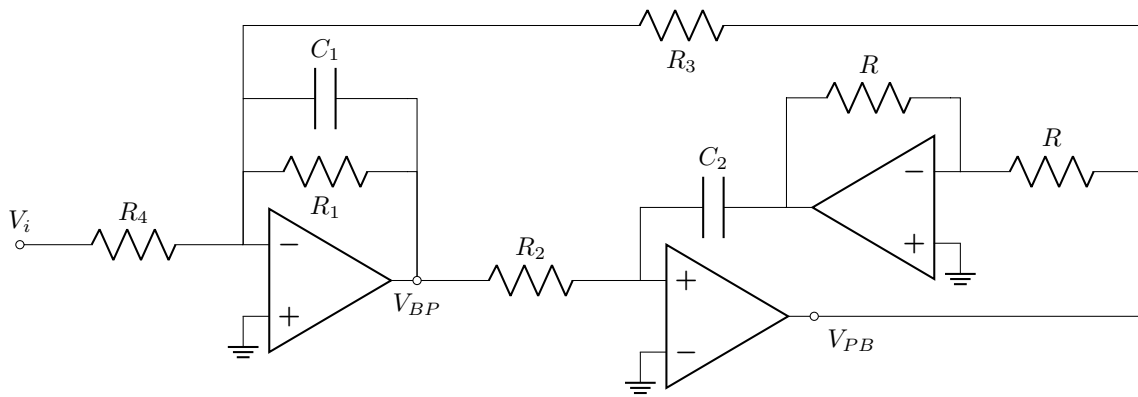


Figura 50: Celda AM.

En consecuencia, este sistema posee las mismas características que el anterior, poseyendo también las mismas transferencias y sensibilidades. Cabe destacar que esta configuración posee mejor compensación de fase a altas frecuencias.

### 3.1.4. Fleischer-Tow (FT)

En ocasiones es deseable poseer una señal de entrada que alimente varios nodos, obteniendo una única salida. Así como se denotó la existencia de sistemas SIMO, el caso previamente mencionado cae dentro de la definición lo que se conoce como sistemas MISO, cuyas siglas en ingles significan “multi-in single-out”. A continuación se presenta la celda Fleischer-Tow, la cual se caracteriza por poder presentar una única transferencia que, dependiendo de los componentes seleccionados, puede ser un pasa bajos, pasa altos, pasa todo, de banda pasante y rechaza banda<sup>4</sup>.

<sup>4</sup>R. Raut and M. N. S. Swamy, Modern Analog Filter Analysis and Design, 1st. ed. Weinheim: John Wiley and Sons, 2010.

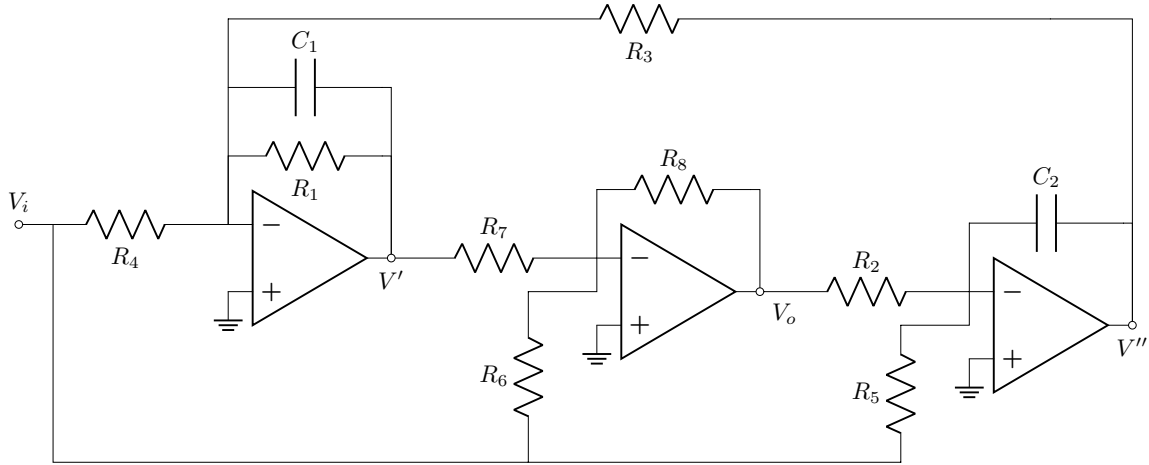


Figura 51: Celda FT.

Se analiza el circuito presentado para poder obtener la transferencia de este. Para calcular la función mencionada de esta celda, se observa primero la siguiente configuración:

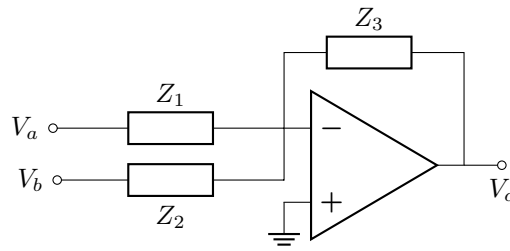


Figura 52: Circuito genérico inversor.

Observando la Figura (52), aplicando el teorema de superposición, se presenta una configuración inversora, por lo que se obtiene

$$V_c = -\frac{V_a}{\frac{Z_1}{Z_3} + \frac{Z_1}{Z_3 A_o} + \frac{1}{A_o}} - \frac{V_b}{\frac{Z_2}{Z_3} + \frac{Z_2}{Z_3 A_o} + \frac{1}{A_o}} \quad (64)$$

Aplicando (64) y considerando los tres operacionales de la Figura (51) iguales, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} V' &= -V_i A - V'' B \\ V_o &= -V' C - V_i D \\ V'' &= -V_o E - V_i F \end{aligned} \quad (65)$$

siendo las constantes empleadas las siguientes:

$$\begin{aligned} A^{-1} &= \frac{R_4}{R_1 // \frac{1}{sC_1}} + \frac{R_4}{\left(R_1 // \frac{1}{sC_1}\right) A_o} + \frac{1}{A_o} \\ B^{-1} &= \frac{R_3}{R_1 // \frac{1}{sC_1}} + \frac{R_3}{\left(R_1 // \frac{1}{sC_1}\right) A_o} + \frac{1}{A_o} \\ C^{-1} &= \frac{R_7}{R_8} + \frac{R_7}{R_8 A_o} + \frac{1}{A_o} \\ D^{-1} &= \frac{R_6}{R_8} + \frac{R_6}{R_8 A_o} + \frac{1}{A_o} \\ E^{-1} &= sC_2 R_2 + \frac{sC_2 R_2}{A_o} + \frac{1}{A_o} \\ F^{-1} &= sC_2 R_5 + \frac{sC_2 R_5}{A_o} + \frac{1}{A_o} \end{aligned} \quad (66)$$

Operando algebraicamente, se obtiene que la transferencia de esta configuración es

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{AC - BCF - D}{1 + BCE} \quad (67)$$

Si se consideran ideales los operacionales, es decir, se toma  $A_o \rightarrow \infty$ , se obtiene que la forma de la transferencia final es

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{R_5} \frac{s^2 \frac{C_1 C_2 R_3 R_5 R_7}{R_6} + s \frac{C_2 R_3 R_5 R_7}{R_1} \left( \frac{1}{R_6} - \frac{R_1}{R_4 R_7} \right) + 1}{s^2 \frac{C_1 C_2 R_2 R_3 R_7}{R_8} + s \frac{C_2 R_2 R_3 R_7}{R_1 R_8} + 1} \quad (68)$$

Es de interés obtener de esta los factores  $\omega_o$  y  $Q$  de los polos, siendo estos los presentados a continuación.

$$\begin{aligned} \omega_o &= \sqrt{\frac{R_8}{R_2 R_3 R_7 C_1 C_2}} \\ Q &= R_1 \sqrt{\frac{C_1 R_8}{C_2 R_2 R_3 R_7}} \end{aligned} \quad (69)$$

Es así que se destaca la dependencia de  $\omega_o$  y  $Q$  de los capacitores, mientras que resultan ser independientes de  $R_5$ . Finalmente, y el detalle más importante, es que, a diferencia de, por ejemplo, las celdas KHN y TT, no hay componente que modifique una variable y no la otra. Por lo tanto, una modificación de uno de estos factores, genera un cambio en el otro.

### 3.2. Filtro a desarrollar

Una vez presentado cada tipo de celda, solo resta determinar cual conviene emplear para realizar el filtro con las características deseadas.

Se busca confeccionar un filtro con las siguientes características:

Variable	Valor
$f_\infty$	37 kHz
$\Delta f_a$	600 Hz
$\Delta f_p$	13.2 kHz
$A_a$	40 dB
$A_p$	6 dB
$Z_{in}(f)$	50 kΩ
Filtro	Rechaza Banda
Plantilla	Chebyshev Inverso

Tabla 13: Características del filtro a realizar.

Como se desea confeccionar un filtro rechaza banda, se descartan los filtros TT y AM, ya que estos no poseen transferencias que sean pasa altos, por lo tanto no se puede confeccionar directamente un filtro del tipo notch. De forma similar, si bien la celda KHN posee transferencia pasa altos, se requiere un amplificador operacional extra que permita restar la salida pasa bajos y pasa altos, por lo cual también queda descartada. Por último para la celda FT basta con tomar los componentes adecuados, consiguiendo así la transferencia deseada. Es por ello que la celda considerada más optima para este caso es la FT. Esta es la razón por la cuál en (64) se optó por considerar los operacionales reales.

Con lo establecido en la Tabla (13), y sabiendo que se debe cumplir

$$\begin{aligned} f_\infty^2 &= f_p^- f_p^+ = f_a^- f_a^+ \\ \Delta f_p &= f_p^+ - f_p^- \\ \Delta f_a &= f_a^+ - f_a^- \end{aligned}$$

se calculan las frecuencias tanto de la banda pasante como atenuante:

Variable	Valor
$f_p^-$	30984 Hz
$f_a^-$	36701 Hz
$f_a^+$	37301 Hz
$f_p^+$	44184 Hz

Tabla 14: Características del filtro a realizar.

Realizando la aproximación mediante Chebycheff Inverso, se determinó que el circuito final posee un orden de  $n = 2$ . Posteriormente se procedió a elaborar el filtro que cumpla con las especificaciones deseadas.

### 3.2.1. Rango Dinámico

El rango dinámico se define como la razón entre el máximo y el mínimo valor que puede tomar el observable de interés. Para el caso en cuestión queda definido de la siguiente manera:

$$R_d = 20 \log_{10} \left( \frac{V_{in_{max}}}{V_{in_{min}}} \right) \quad (70)$$

Para definir  $V_{in_{min}}$  se tuvo en cuenta la tensión mínima que se puede distinguir respecto al piso de ruido, la cual es determinada como  $V_{in_{min}} \approx 10 \text{ mV}$ . Luego, para el caso de  $V_{in_{max}}$ , se consideró la máxima tensión previa a la aparición de distorsiones o alinealidades del amplificador operacional, siendo el cross-over, slew-rate y saturación del mismo algunos de estos efectos. Tanto el cross-over como el slew-rate son aspectos de poco interés, dado que, como para este filtro se seleccionó el amplificador [LM833](#), ya que posee un elevado slew-rate y, dada su etapa de salida, el efecto de cross-over no genera problemas. Por otro lado, para el caso de la saturación, se vale de que la máxima tensión de salida del operacional es  $V_{sat} = V_{CC} - 1.5 \text{ V}$ . Ya que  $V_{CC} = 15 \text{ V}$ ,  $V_{sat} = 13.5 \text{ V}$ . Luego, para encontrar el valor de la tensión máxima de entrada, dada la ganancia del sistema y teniendo en cuenta la conexión entre etapas, esta queda definida por la expresión:

$$V_{in_{max}} = \frac{V_{sat}}{\max(H_1 \cdot H_2)} = \frac{13.5 \text{ V}}{9} = 1.5 \text{ V} \quad (71)$$

De esta forma, con todo lo establecido, se llega a que el rango dinámico es  $R_d = 43.52 \text{ dB}$ .

### 3.2.2. Análisis de sensibilidades

En la siguiente sección, se procede a calcular las sensibilidades de  $H(s)$ ,  $Q$  y  $\omega_o$  con respecto de cada componente, definiéndose la sensibilidad de una función  $y$  con respecto de  $x$  de la forma:

$$S_x^y = \frac{\delta y}{\delta x} \frac{x}{y}$$

Primero, se presentan las sensibilidades de  $H(s)$ :

$$S_{R_1}^H = - \frac{s [s C_2 R_2 R_3 R_5 R_6 + R_4 (-R_2 R_6 + R_5 R_8)] C_2 R_1 R_3 R_7}{[R_1 R_8 + R_3 (C_1 R_1 s + 1) R_7 s C_2 R_2] [s R_3 R_5 (C_1 R_1 R_4 R_7 s - R_1 R_6 + R_4 R_7) C_2 + R_1 R_4 R_6]} \quad (72)$$

$$S_{R_2}^H = \frac{R_1 R_8}{R_3 (C_1 R_1 s + 1) R_7 s C_2 R_2} \left[ \frac{R_1 R_8}{R_3 (C_1 R_1 s + 1) R_7 s C_2 R_2} + 1 \right]^{-1} \quad (73)$$

$$S_{R_3}^H = \frac{\{[s C_1 R_4 (-R_2 R_6 + R_5 R_8) R_7 - R_8 R_5 R_6] R_1 + R_7 R_4 (-R_2 R_6 + R_5 R_8)\} s C_2 R_1 R_3}{[(C_1 C_2 R_2 R_3 R_7 s^2 + R_8) R_1 + R_3 R_7 s C_2 R_2] \{[s^2 R_7 C_1 C_2 R_3 R_4 R_5 - R_6 (C_2 R_3 R_5 s - R_4)] R_1 + R_3 R_7 s C_2 R_5 R_4\}} \quad (74)$$

$$S_{R_4}^H = - \frac{R_1 R_8}{R_4 (C_1 R_1 s + 1) R_7} \left[ - \frac{R_1 R_8}{R_3 (C_1 R_1 s + 1) R_7 s C_2 R_5} + \frac{R_1 R_8}{R_4 (C_1 R_1 s + 1) R_7} - \frac{R_8}{R_6} \right]^{-1} \quad (75)$$

$$S_{R_5}^H = \frac{R_1 R_8}{R_3 (C_1 R_1 s + 1) R_7 s C_2 R_5} \left[ - \frac{R_1 R_8}{R_3 (C_1 R_1 s + 1) R_7 s C_2 R_5} + \frac{R_1 R_8}{R_4 (C_1 R_1 s + 1) R_7} - \frac{R_8}{R_6} \right]^{-1} \quad (76)$$

$$S_{R_6}^H = \frac{R_8}{R_6} \left[ - \frac{R_1 R_8}{R_3 (C_1 R_1 s + 1) R_7 s C_2 R_5} + \frac{R_1 R_8}{R_4 (C_1 R_1 s + 1) R_7} - \frac{R_8}{R_6} \right]^{-1} \quad (77)$$

$$S_{R_7}^H = \frac{s (C_1 R_1 s + 1) [s C_2 R_2 R_3 R_5 R_6 + R_4 (-R_2 R_6 + R_5 R_8)] C_2 R_1 R_3 R_7}{(C_1 C_2 R_1 R_2 R_3 R_7 s^2 + R_3 R_7 s C_2 R_2 + R_1 R_8) [s^2 R_7 C_1 C_2 R_1 R_3 R_4 R_5 + C_2 R_3 R_5 (-R_1 R_6 + R_4 R_7) s + R_1 R_4 R_6]} \quad (78)$$

$$S_{R_8}^H = \frac{R_3 (C_1 R_1 s + 1) R_7 s C_2 R_2}{R_1 R_8 + R_3 (C_1 R_1 s + 1) R_7 s C_2 R_2} \quad (79)$$

$$S_{C_1}^H = \frac{C_1 s^2 [s C_2 R_2 R_3 R_5 R_6 + R_4 (-R_2 R_6 + R_5 R_8)] C_2 R_1^2 R_3 R_7}{[R_1 R_8 + R_3 (C_1 R_1 s + 1) R_7 s C_2 R_2] [s R_3 R_5 (C_1 R_1 R_4 R_7 s - R_1 R_6 + R_4 R_7) C_2 + R_1 R_4 R_6]} \quad (80)$$

$$S_{C_2}^H = \frac{\{[s C_1 R_4 (-R_2 R_6 + R_5 R_8) R_7 - R_8 R_5 R_6] R_1 + R_7 R_4 (-R_2 R_6 + R_5 R_8)\} s C_2 R_1 R_3}{[(C_1 C_2 R_2 R_3 R_7 s^2 + R_8) R_1 + R_3 R_7 s C_2 R_2] \{[s^2 R_7 C_1 C_2 R_3 R_4 R_5 - R_6 (C_2 R_3 R_5 s - R_4)] R_1 + R_3 R_7 s C_2 R_5 R_4\}} \quad (81)$$

Luego, dado que la sensibilidades de  $\omega_o$  y  $Q$  resultan constantes, independientemente del componente del cual se las calcula, se presenta dichos valores de interés en la siguiente tabla.

	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	$R_6$	$R_7$	$R_8$	$C_1$	$C_2$
$\omega_o$	0	-0.5	-0.5	0	0	0	-0.5	0.5	-0.5	-0.5
$Q$	1	-0.5	-0.5	0	0	0	-0.5	0.5	0.5	-0.5

Tabla 15: Sensibilidades de  $\omega_o$  y  $Q$  con respecto de cada componente

### 3.2.3. Análisis de Montecarlo

A continuación, se presenta el diagrama de Montecarlo en las Figuras (53) y (54), donde en se consideró las resistencias con una tolerancia del 1 % y los capacitores con una tolerancia del 5 %. Si bien los capacitores disponibles en el pañol son de tolerancia del 10 %, dichos componentes fueron medidos previamente para poder garantizar que cumplan la tolerancia del 5 %.

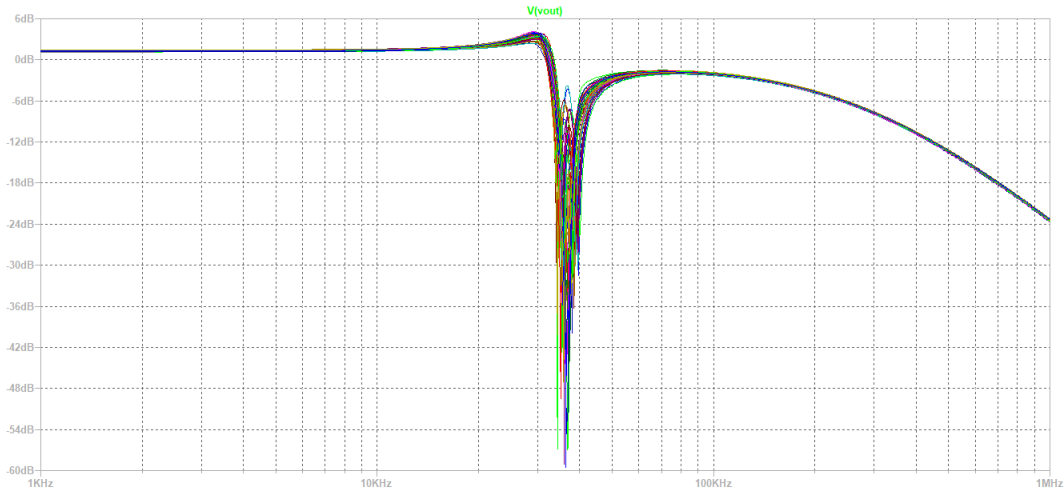


Figura 53: Diagrama de Montecarlo en módulo.

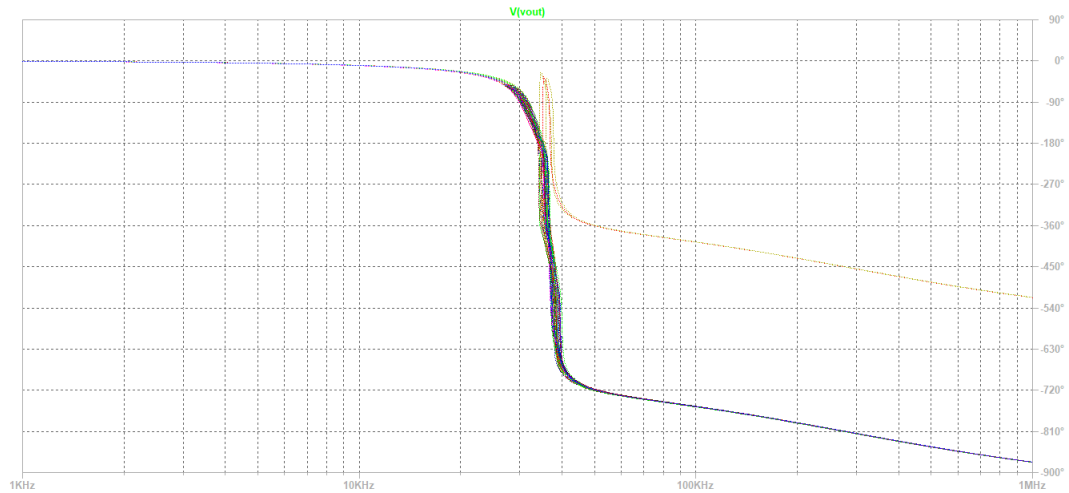
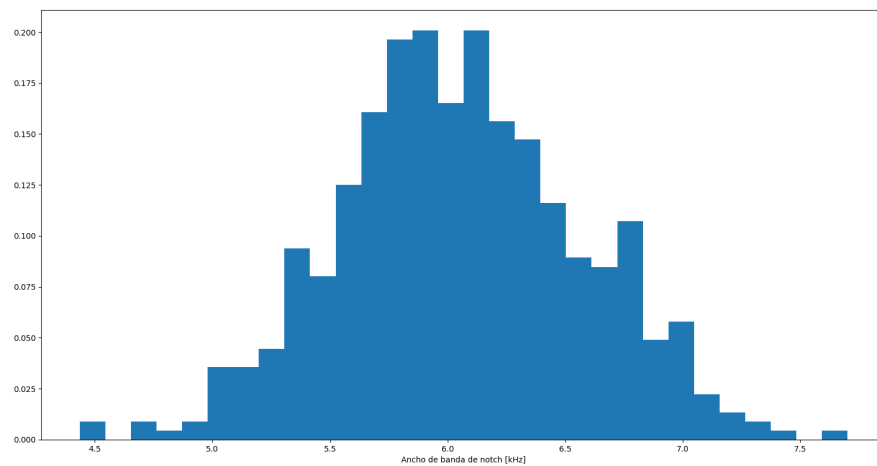
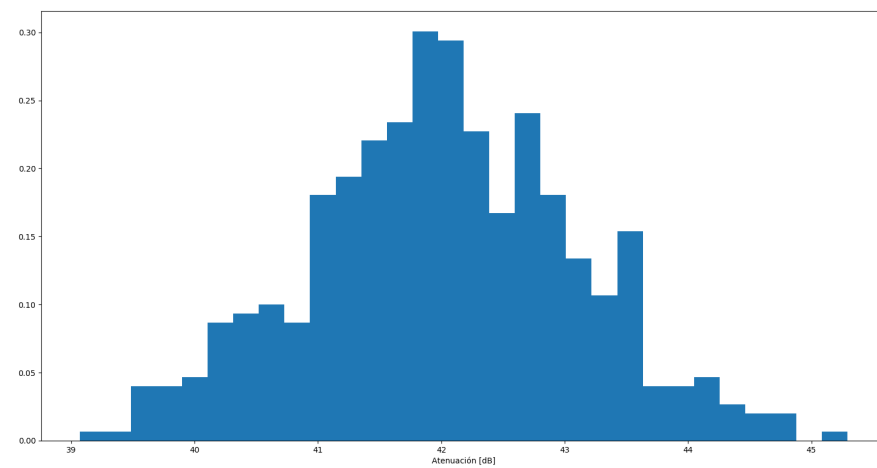


Figura 54: Diagrama de Montecarlo en fase.

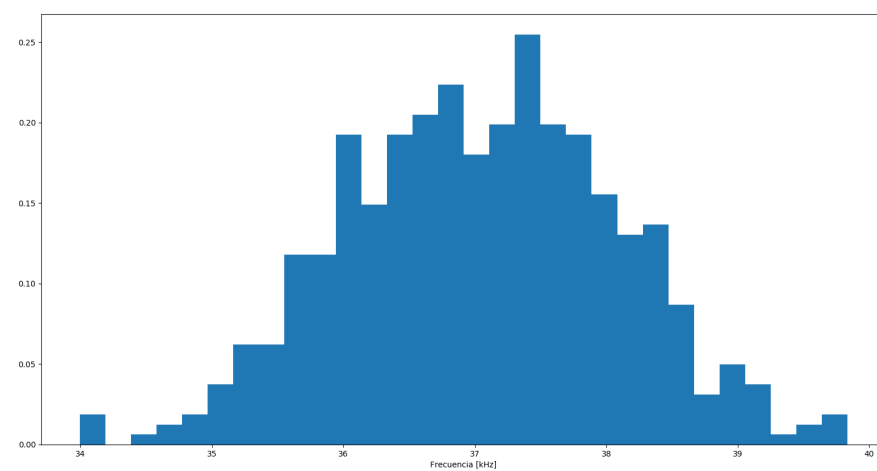
Con la información adquirida de estos análisis, se realizaron histogramas, los cuales permiten observar la dispersión ciertas variables, como lo son la atenuación máxima y la frecuencia de Notch.



(a) Ancho de banda.



(b) Atenuación máxima.



(c) Frecuencia central.

Figura 55: Dispersiones de variables de Notch, siendo el eje vertical la probabilidad de aparición.

Es así que se observa de las Figuras (55a), (55b) y (55c) que existen posibilidades de que el filtro no cumpla con la plantilla deseada, aún respetando las tolerancias indicadas. Es por ello que se tuvo sumo cuidado al seleccionar los componentes, realizando una medición previa de ellos, para garantizar su valor real.

### 3.2.4. Confección del filtro y mediciones

Respetando lo presentado en la Figura (51), considerando lo observado en (68) y en (69), se dispuso de dos etapas, para las cuales se seleccionó los componentes presentados en la Tabla (16). Se destaca que, para ambos casos, se optó por  $R_4 = R_5 = R_6 = 47 \text{ k}\Omega$  y  $C_1 = C_2 = 10 \text{ nF}$ .

	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_7$	$R_8$	$Q_Z$	$Q_P$	$f_o$
1 <sup>er</sup> Etapa	1547 $\Omega$	46.38 $\text{k}\Omega$	121.22 $\Omega$	1547 $\Omega$	34.2 $\text{k}\Omega$	$\infty$	3.07	31.56 $\text{kHz}$
2 <sup>da</sup> Etapa	1.2 $\text{k}\Omega$	55.2 $\text{k}\Omega$	150 $\Omega$	1.2 $\text{k}\Omega$	64.35 $\text{k}\Omega$	$\infty$	3.05	40.50 $\text{kHz}$

Tabla 16: Componentes seleccionados.

Se decidió colocar en lugar de los capacitores pines hembra, los cuales permiten reemplazar con facilidad dichos componentes. Esto se debe a que lo que se comentó previamente sobre la disponibilidad de estos. Además, como se presentó anteriormente, estos dispositivos afectan tanto el  $Q$  como el  $\omega_o$  del circuito. Pequeñas variaciones en ellos puede modificar la frecuencia de notch de cada etapa, haciendo que estos se acerquen o se alejen. Por otro lado, como la impedancia de entrada del sistema resulta del paralelo entre las resistencias  $R_4$ ,  $R_5$  y  $R_6$ , lo cual implica  $Z_{in} = 15.67 \text{ k}\Omega$ , se coloca un buffer a la entrada de cada instancia, ya que de esta forma, la impedancia de entrada del circuito es la del buffer, garantizando que ambas instancias se acoplen adecuadamente. Al momento de realizar las placas, se optó por colocar jumpers, de forma tal que se pueda hacer las mediciones deseadas con y sin dichos buffers, para poder realizar comparaciones.

Se observa a continuación una comparación entre los diagramas de Bode teóricos, simulados y medidos.



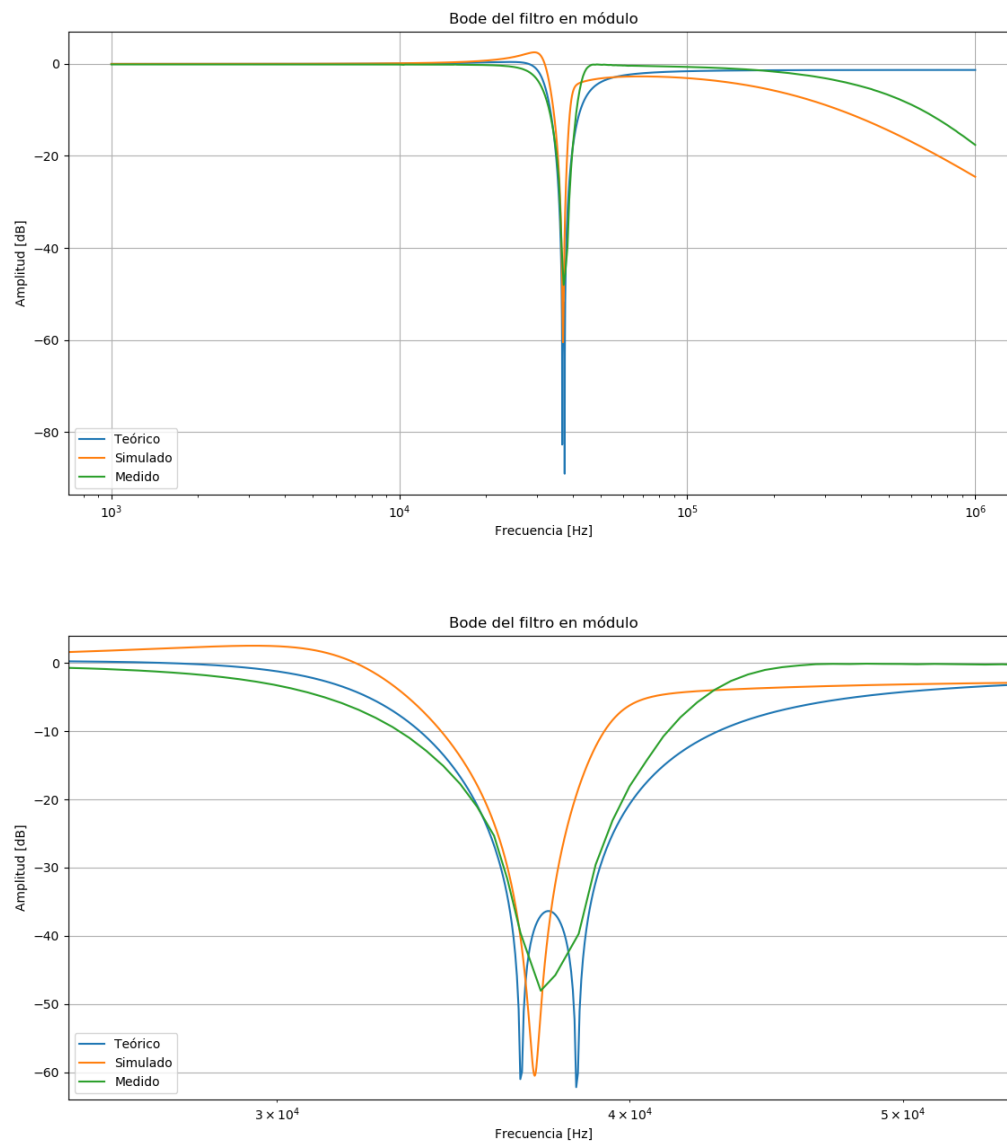


Figura 56: Comparación de diagramas de Bode en módulo.

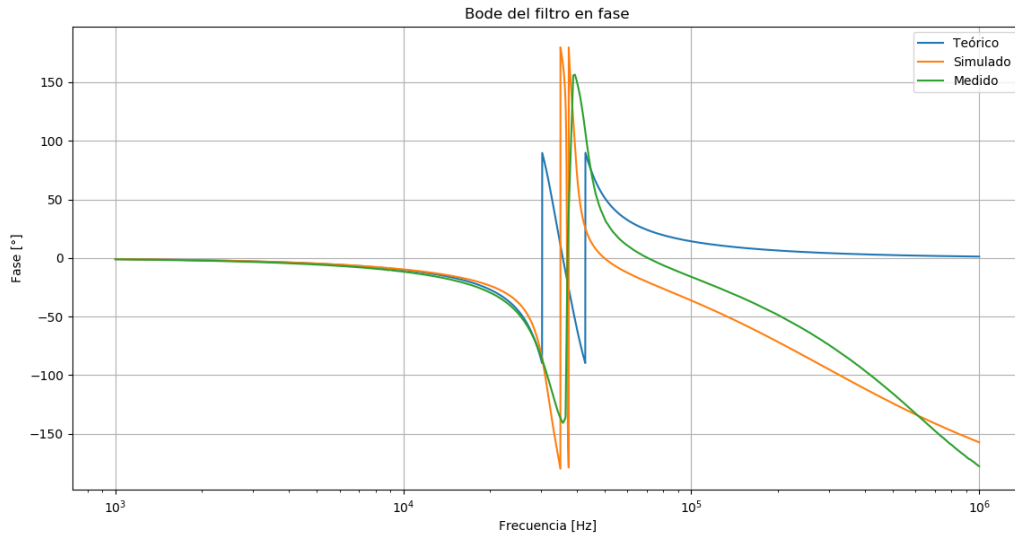


Figura 57: Comparación de diagramas de Bode en fase.

Se presentó en la Figura (57) las fases acotadas entre  $180^\circ$  y  $-180^\circ$ . Es importante notar que la fase teórica difiere de las demás ya que en esta, los picos de atenuación máxima, se encuentran más separados, mientras que en el simulado y el medido se encuentran más próximos, siendo difícil diferenciarlos.

De manera similar a lo presentado en las Figuras (53) y (54), se analiza como los capacitores del circuito afectan el factor  $f_\infty$  de cada etapa. Es así que los picos de atenuación máxima puede superponerse, generando que no se observe el ripple característico de la plantilla de Chebycheff. Un ejemplo de esto se presenta a continuación.

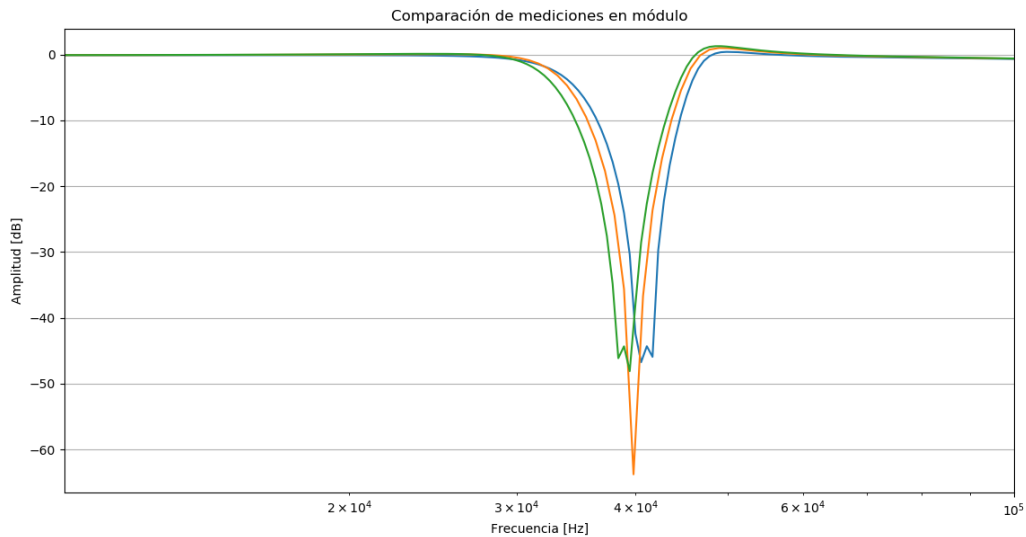


Figura 58: Picos de atenuación máximos medidos variando  $C_1$  y  $C_2$ .

Finalmente, se procede a presentar una de las mediciones realizadas, en la cuál se consiguió que, dado los capacitores empleados, se cumpla con la plantilla deseada.

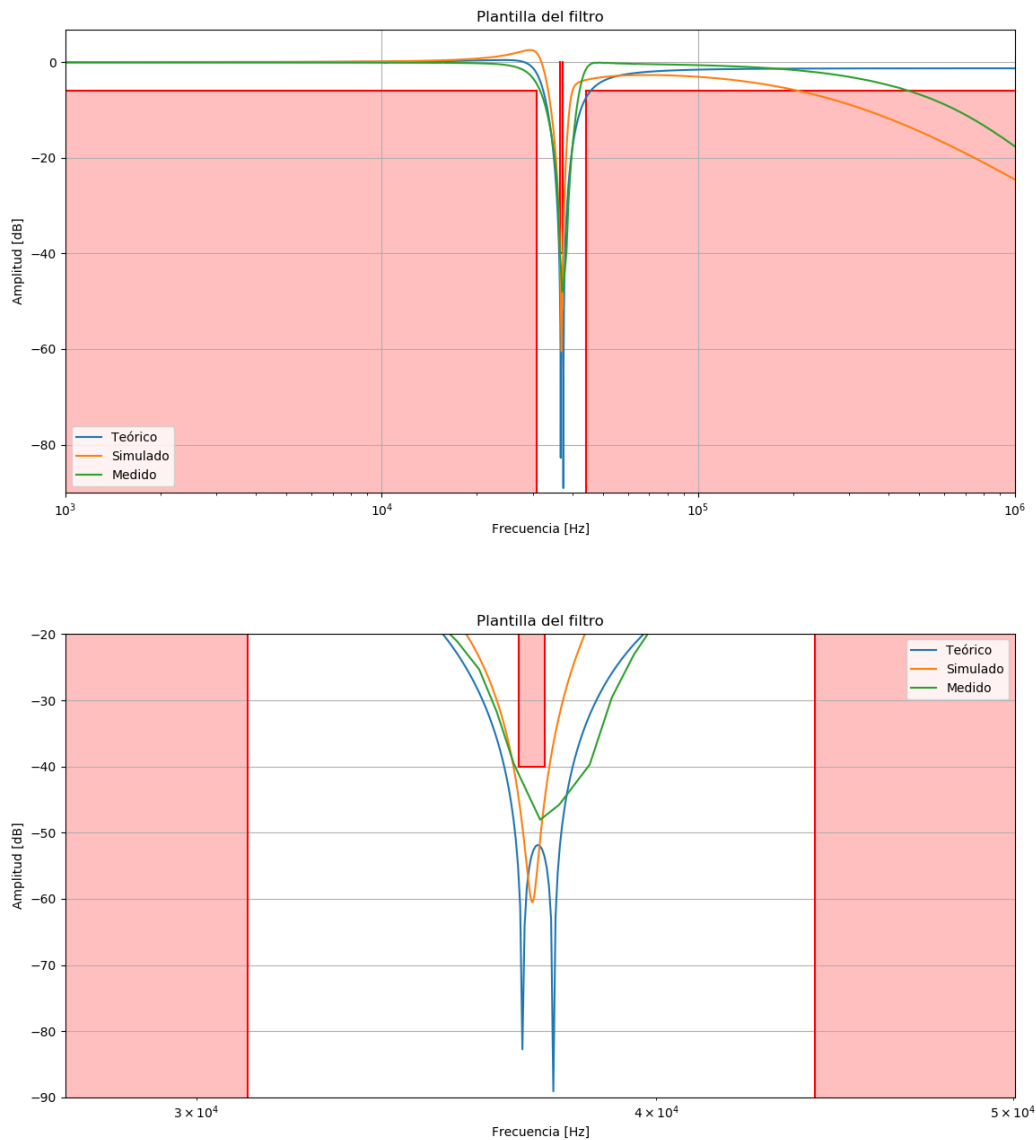


Figura 59: Medición con plantilla.

En esta figura se observa como el pico de la primer etapa sobrepasa la banda prohibida, mientras que el segundo se encuentra en frecuencias posteriores a esta, pero dentro de los márgenes establecidos.

Tanto en la Figura (58) como en la (59), no se presentan los diagramas de Bode en fase, ya que estos no presentan variaciones significativas comparados con lo presentado en la Figura (57).

Finalmente, cabe destacarse de la Figura (59) dos aspectos de interés. El primero se centra en la pequeña sección de la zona prohibida, en la cual la curva teórica la atraviesa. Si bien este error cae dentro de lo aceptable, esto puede ser solucionado mediante el uso de una etapa amplificadora, la cual permita aumentar la ganancia total del sistema unos pocos *dB*, haciendo que el filtro cumpla la plantilla. En la práctica no fue necesaria dicha etapa. Por otro lado el comportamiento del filtro a altas frecuencias resulta también de interés. Se denota que idealmente, el filtro cumple la plantilla deseada, mientras que la simulación y en la medición, decaen lentamente, hasta atravesar la zona prohibida. Esto se debe a las limitaciones propias del operacional seleccionado, como lo es el GBP. Se presentan a continuación simulaciones variando el dicho factor del integrado, obteniendo así diversos resultados.

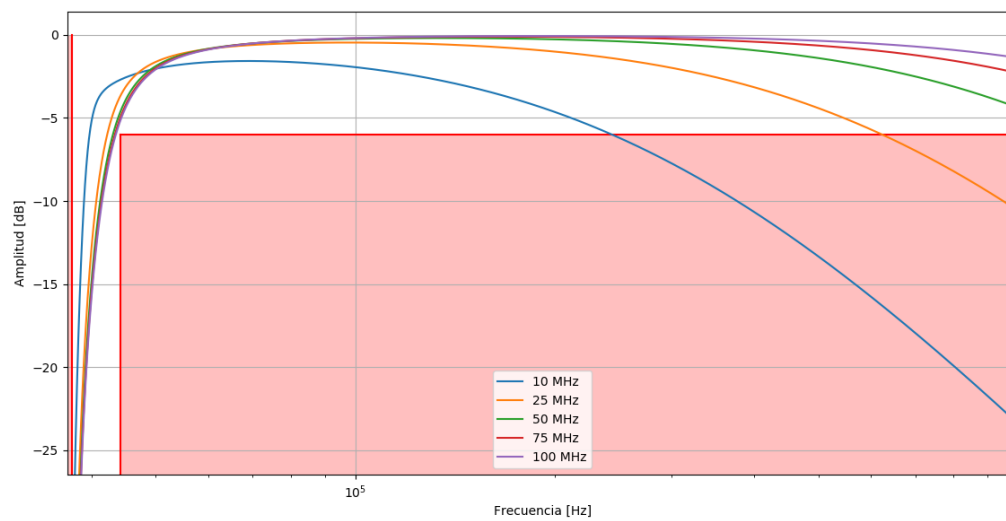


Figura 60: Variación del comportamiento a altas frecuencias variando el GBP.

Es así que de la Figura (60) se observa como características propias del amplificador pueden afectar el cumplimiento del filtro a altas frecuencias. Una solución posible a dicho inconveniente es el uso de diferentes amplificadores.