

1. Circuitos integradores y derivadores

1.1. Introducción

Los circuitos implementados con amplificadores operacionales permiten la implementación de diferentes configuraciones que resuelven problemas matemáticos. Con el diseño adecuado pueden usarse para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales. En este caso estudiaremos 2 bloques fundamentales. El circuito integrador y el derivador. Se analizarán sus características más relevantes así como también sus límites de uso y como extenderlos para aprovecharlos al máximo.

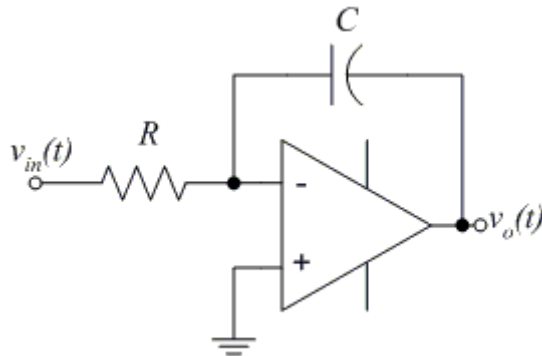


Figura 1: Circuito integrador

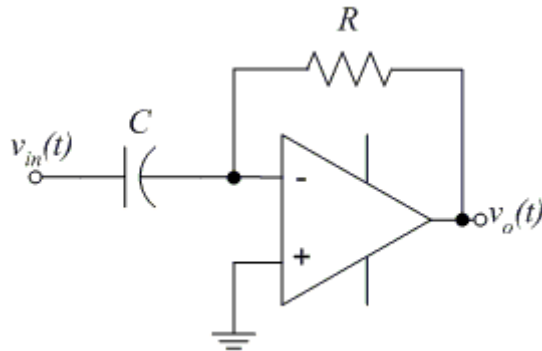


Figura 2: Circuito Derivador

1.2. Análisis previo del LM833N

El amplificador a utilizar es el **LM833N** de STMicroelectronics. El mismo es un operacional de bajo ruido diseñado para aplicaciones relacionadas al manejo de audio. En su hoja de datos podemos ver que posee un alto nivel Slew Rate de hasta $7 \frac{V}{s}$, un GBP de 15MHz y una ganancia de tensión a lazo abierto típica de unos 110 dB. Notemos que también se indica que la ganancia mínima es de unos 90 dB.

1.2.1. Cálculo de A_{vol}

Para poder realizar los cálculos de transferencia y establecer sus correspondientes transferencias de teóricas primero debemos conocer A_{vol} medido en veces. Para esto basta con tomar el valor de ganancia de tensión típica a veces.

$$A_{vol} = 10^{\frac{110}{20}}$$

$$A_{vol} \approx 316,227,77$$

1.2.2. Cálculo de la f_p , polo dominante

Dado el **GBP** de 15MHz podemos fácilmente calcular la frecuencia de corte a lazo abierto

$$f_p = \frac{15MHz}{A_{vol}}$$

$$f_p \approx 47,44Hz$$

2. Ganancia bajo diferentes condiciones de A_{vol}

En esta sección analizaremos las características de la ganancia de tensión brindada por ambos circuitos bajo diferentes condiciones.

2.1. A_{vol} infinito

En un circuito con amplificadores operacionales es deseable utilizar dispositivos con A_{vol} (ganancia a lazo abierto) lo más alto posible para que los modelos teóricos se aproximen a su implementación física.

Ambos circuitos adoptan la configuración de un circuito inversor y sus transferencias pueden ser descritas mediante

$$H(s)_{inv} = \frac{-\frac{Z_{Feed}}{Z_{in}}}{1 + \frac{1 + \frac{Z_{Feed}}{Z_{in}}}{A_{vol}}}$$

La cual representa la función transferencia de un amplificador operacional no ideal. Si consideramos A_{vol} infinito obtenemos la transferencia para el inversor ideal:

$$H(s)_{inv} = \frac{-\frac{Z_{Feed}}{Z_{in}}}{1 + \underbrace{\frac{1 + \frac{Z_{Feed}}{Z_{in}}}{A_{vol}}}_{\substack{A_{vol} \rightarrow \infty \\ \rightarrow 0}}}$$

$$H(s)_{ideal} = -\frac{Z_{Feed}}{Z_{in}}$$

Entonces para el circuito integrador obtenemos:

$$H(s)_f = \frac{-1}{sCR}$$

Podemos corroborar que la acción de este circuito es integrar la señal de entrada al realizar la transformada inversa de Laplace

$$v_{out}(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)H(s)]$$

$$v_{out}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[X(s) \cdot \frac{-1}{sCR}\right]$$

$$v_{out}(t) = \frac{-1}{CR} \cdot \int_0^t v_t dt$$

Por otro lado tenemos el circuito derivador:

$$H(s) \frac{d}{dt} = -sCR$$

Análogamente aplicamos la anti-transformada de Laplace:

$$v_{out}(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)H(s) \frac{d}{dt}]$$

$$v_{out}(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s) \cdot (-sCR)]$$

$$v_{out}(t) = -CR \frac{d}{dt} v_t(t)$$

Si bien, estos circuitos tienen la capacidad de realizar las operaciones antes mencionadas, en los párrafos siguientes estudiaremos su comportamiento y bajo que condiciones funcionan.

2.1.1. Diagramas de Bode con A_{vol} ideal

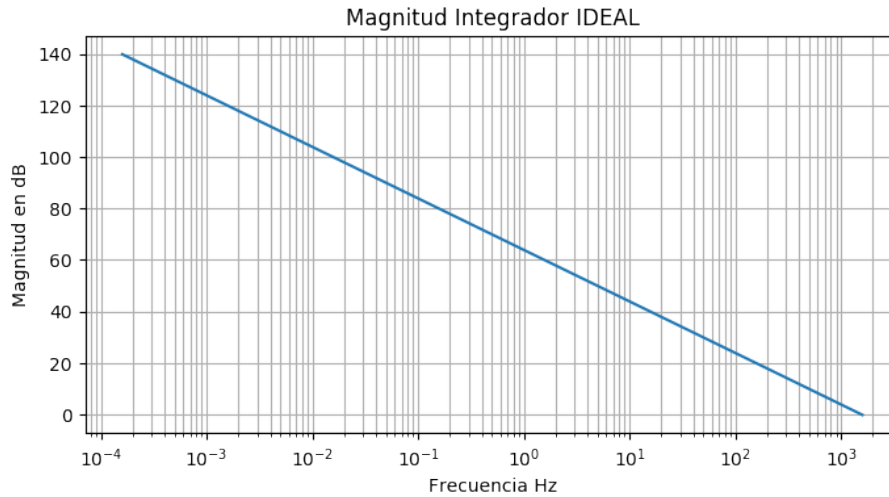


Figura 3: Ganancia Ideal Circuito Integrador

Observamos que el integrador ideal tiene una muy alta ganancia a bajas frecuencias y muy baja cuando se acerca a los 10KHz lo cual limita su rango de operación.

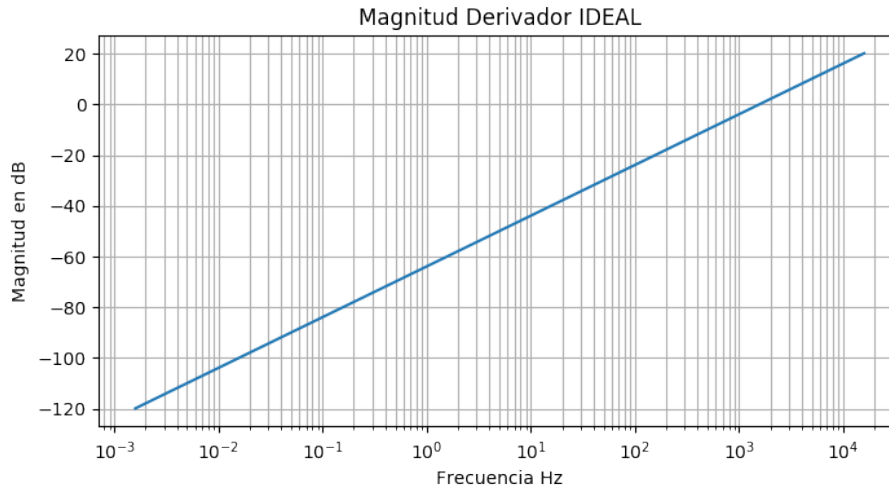


Figura 4: Ganancia Ideal Circuito Derivador

De modo contrario el derivador exhibe sus capacidades a altas frecuencias. En cuanto a la fase en ambos casos podemos observar como ver cómo las operaciones de integración y diferenciación introducen un desfase de $\pm 90^\circ$ de la señal original según el caso.

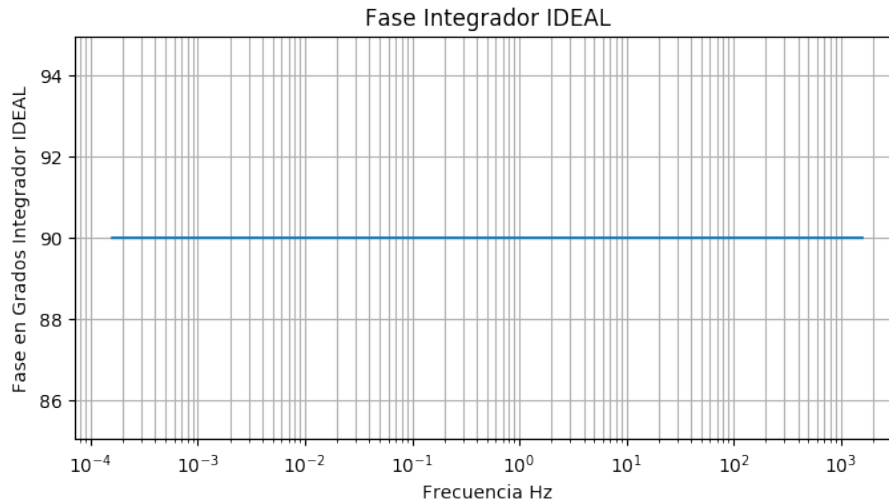


Figura 5: Fase Ideal Circuito Integrador

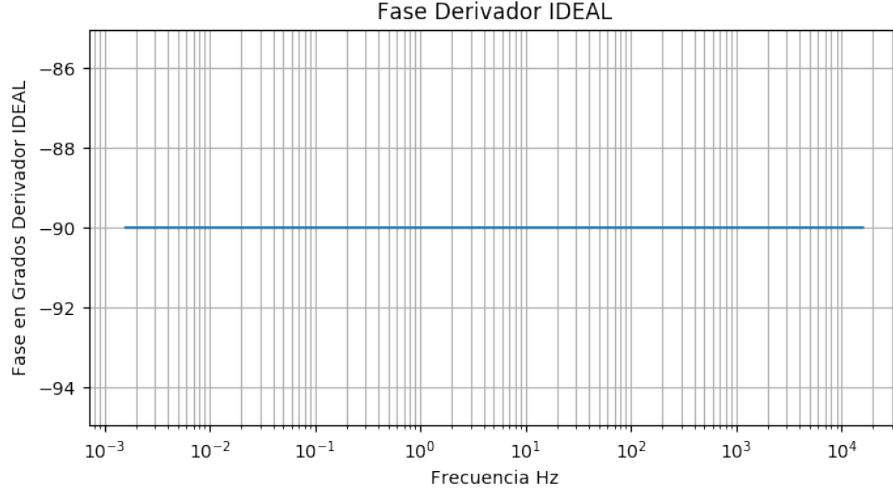


Figura 6: Fase Ideal Circuito Derivador

2.2. A_{vol} finito

La ganancia a lazo abierto nunca es infinita en los amplificadores operacionales aunque por cuestiones de simplicidad podemos tratarlo como así fuese. En la introducción calculamos el A_{vol} del **LM833** a partir de los datos brindados por el fabricante en la hoja de datos y encontramos que este valor se encuentra aproximadamente en 316,227,77. Ahora podemos volver a mirar a la función transferencia del inversor no ideal presentada al comienzo.

$$H(s)_{inv} = \frac{-\frac{Z_{Feed}}{Z_{in}}}{1 + \frac{Z_{Feed}}{A_{vol} Z_{in}}}$$

2.2.1. Diagramas de Bode con A_{vol} finito

Considerando A_{vol} finito obtenemos las siguientes transferencias modificadas.

Para el **integrador** tenemos que $Z_{in} = R$, $Z_{feed} = \frac{1}{sCR}$

$$H(s) = \frac{-A_{vol}}{sCR(A_{vol} + 1) + 1}$$

Por otro lado para **derivador** las impedancias de entrada y feedback serán $Z_{in} = \frac{1}{sC}$ y $Z_{feed} = R$

$$H(s) = -\frac{A_{vol}CRs\omega_p}{A_{vol}\omega_p + (s + \omega_p)(CRs + 1)}$$

Y se obtienen las siguientes diagramas de Bode Teóricos

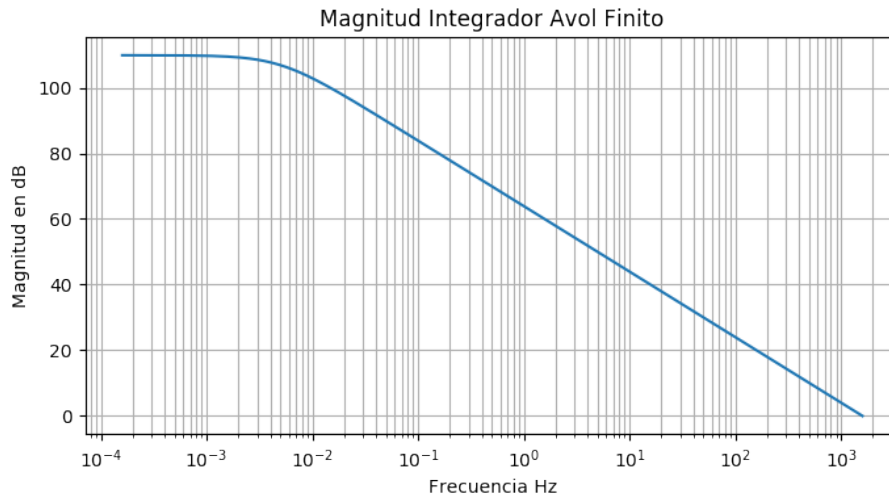


Figura 7: Ganancia con A_{vol} finito Circuito Integrador

El tipo de integrador analizado aquí comienza a integrar aproximadamente para señales de $5mHz$ en adelante. Sin embargo su alta ganancia hace que una señal de 150 mV a $1mHz$ sature la salida del opamp. Veremos más adelante como esta característica afecta significativamente el desempeño del este circuito.

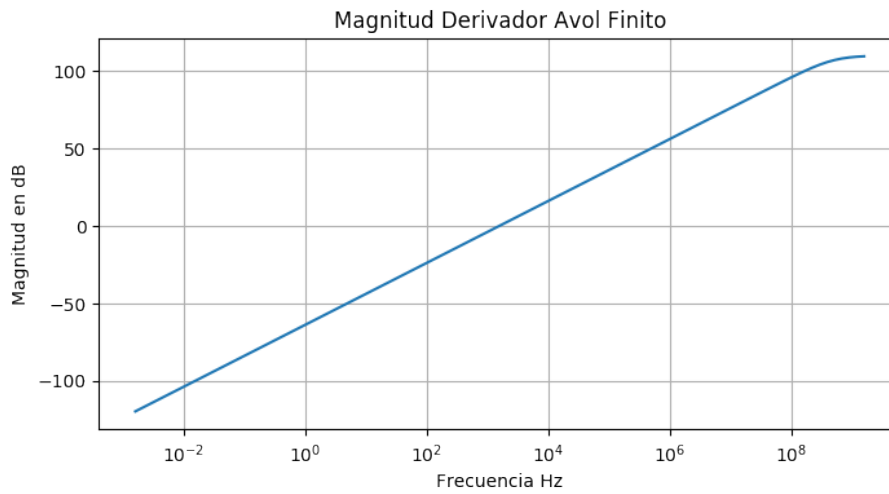


Figura 8: Ganancia con A_{vol} finito Circuito Integrador

En el caso del derivador ocurre lo contrario, es necesario alcanzar frecuencias en el orden de los $100KHz$ para poder ver una señal sin tanta atenuación. Pero tampoco sera posible y mucho más allá dado que la ganancia brindada rápidamente saturara al operacional lo cual nuevamente limita el rango de operación del circuito.

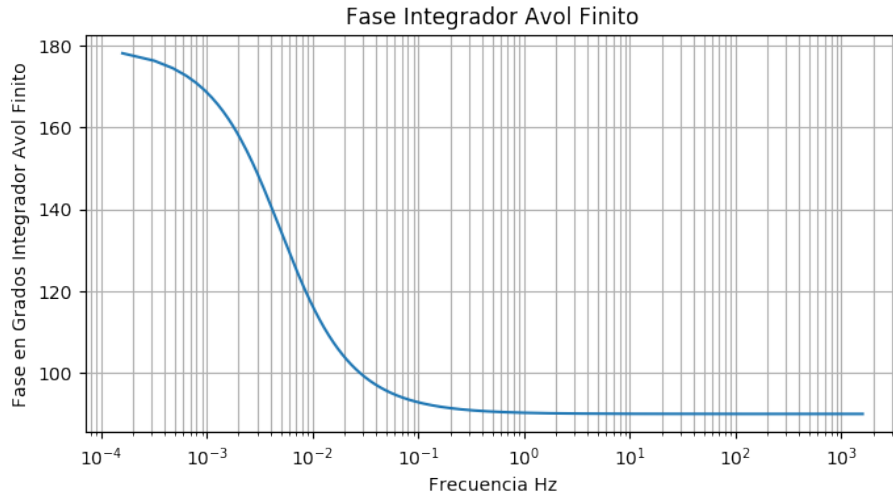


Figura 9: Fase con A_{vol} finito Circuito Integrador

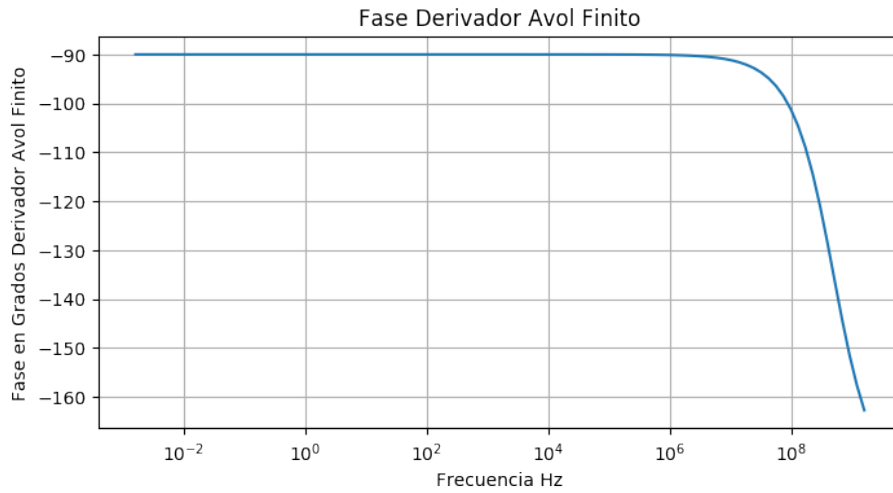


Figura 10: Fase con A_{vol} finito Circuito Integrador

2.3. Análisis con Polo Dominante

Con la finalidad de obtener resultados más predecible y garantizar la estabilidad del opamp, los fabricantes añaden el llamado **polo dominante**. Por lo tanto ahora consideraremos:

$$A(s) = \frac{A_{vol}}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$$

Reemplazando en las expresiones de la sección anterior obtenemos

$$H(s)_f = -\frac{\omega_p A_{vol}}{(s + \omega_p) \left(scr \left(\frac{s + \omega_p A_{vol} + \omega_p}{s + \omega_p} \right) + 1 \right)}$$

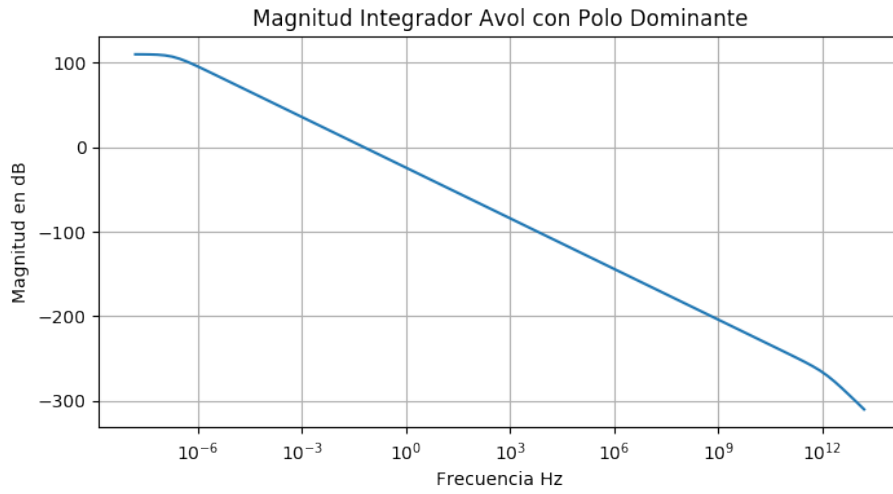


Figura 11: Ganancia con $A_{vol}(s)$ Polo Dominante Circuito Integrador

Notamos que no hay grandes diferencias en cuanto a su comportamiento al añadir el polo dominante. Sin embargo, se observa que para frecuencias de más de $1GHz$ comienzan a afectar los demás polos presentes en el opamps

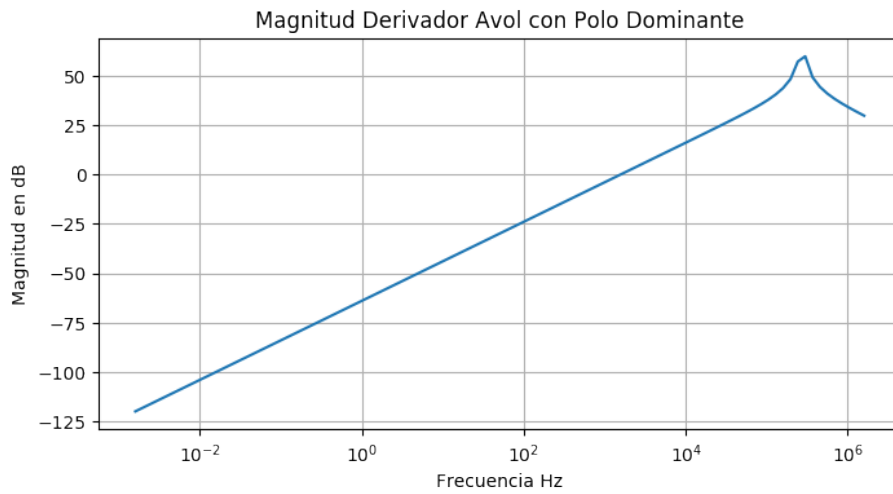


Figura 12: Ganancia con $A_{vol}(s)$ Polo Dominante Circuito Derivador

El caso del derivador es más interesante ya que al contrario de la sección anterior, aquí se nos presentan de manera evidente las limitaciones prácticas de este circuito. En el rango de frecuencias bajas esta configuración presenta una atenuación significativa por lo que la amplitud de entrada será un factor crítico.

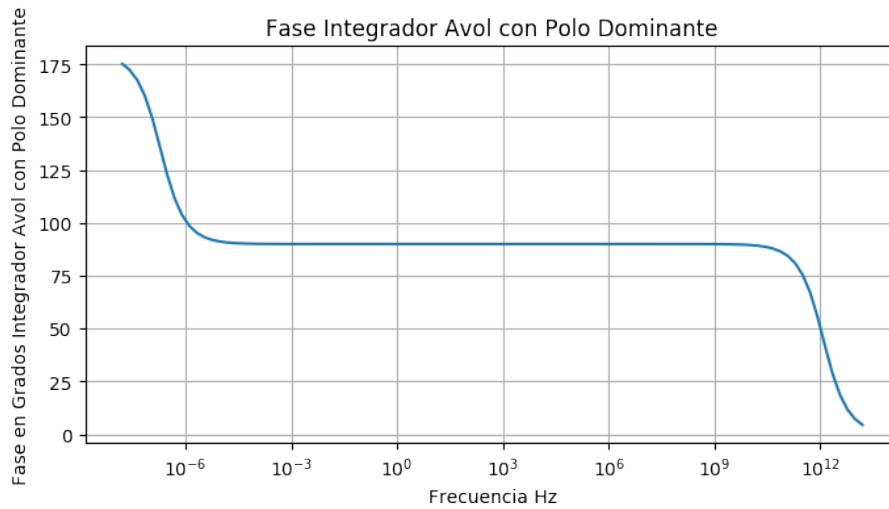


Figura 13: Fase con $A_{vol}(s)$ Polo Dominante Circuito Integrador

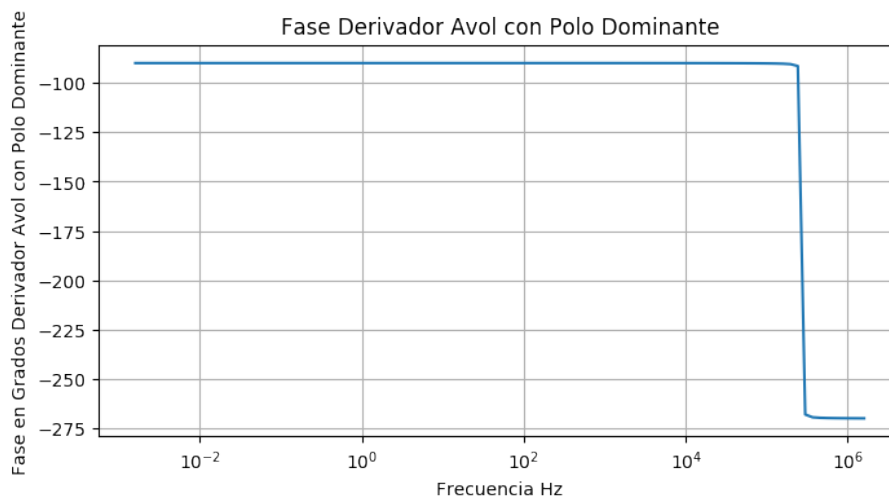


Figura 14: Fase con $A_{vol}(s)$ Polo Dominante Circuito Derivador

3. Respuesta en frecuencia

3.0.1. Integrador NO Compensado

El circuito integrador no compensado presenta una muy alta ganancia a bajas frecuencia lo cual produce saturación a la salida. Se utilizaron señales del orden de los 150 mV para poder realizar las mediciones a bajas frecuencias.

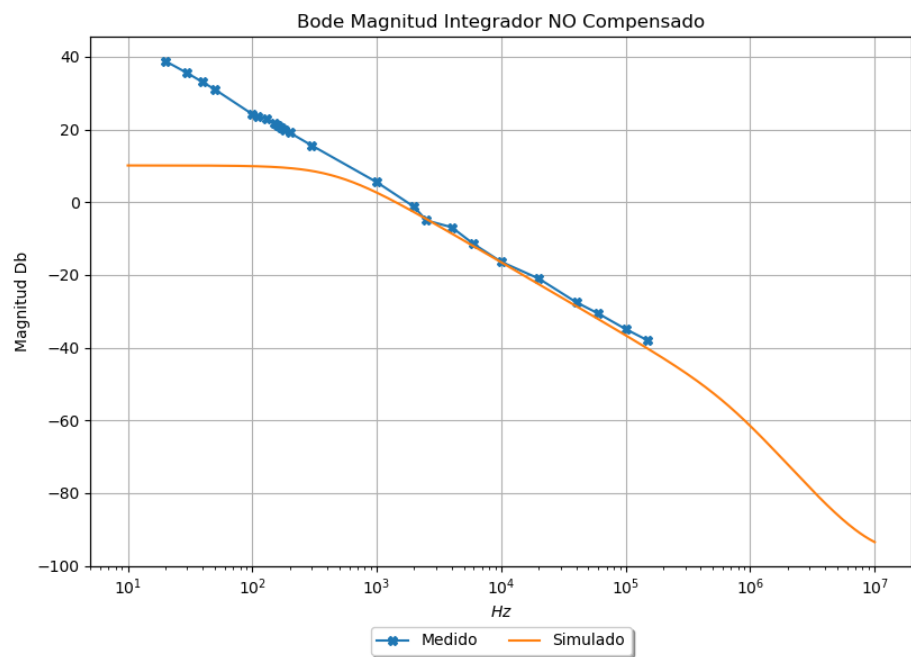


Figura 15: Bode Integrador NO Compensado

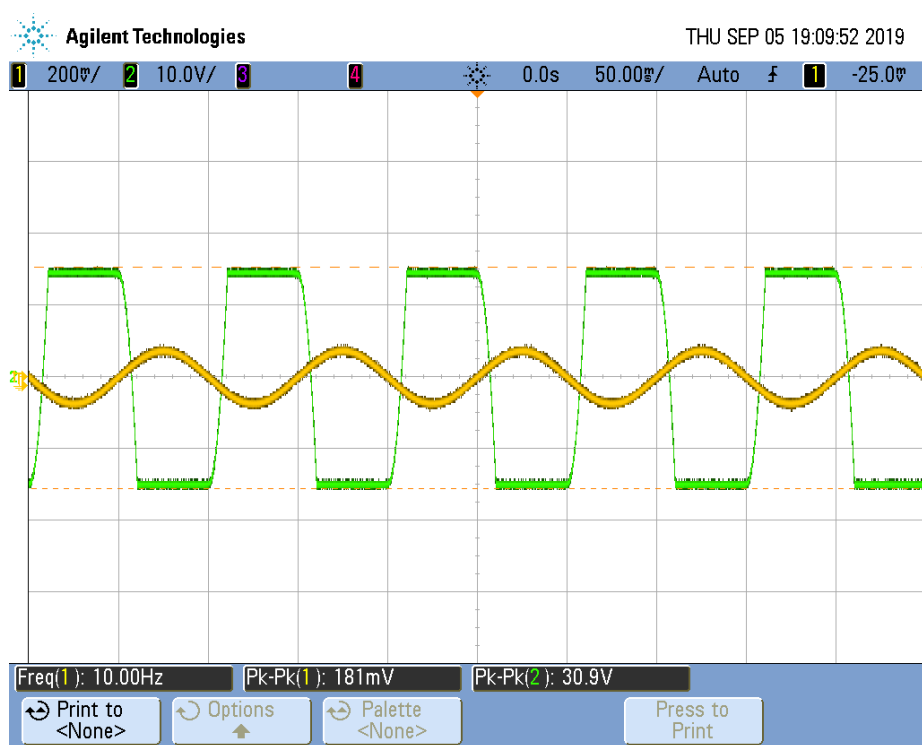


Figura 16: Medición a 10Hz 181mVpp
Se intento reducir la amplitud de la señal de entrada pero los defectos del
circuito integrador no permitieron una medición confiable

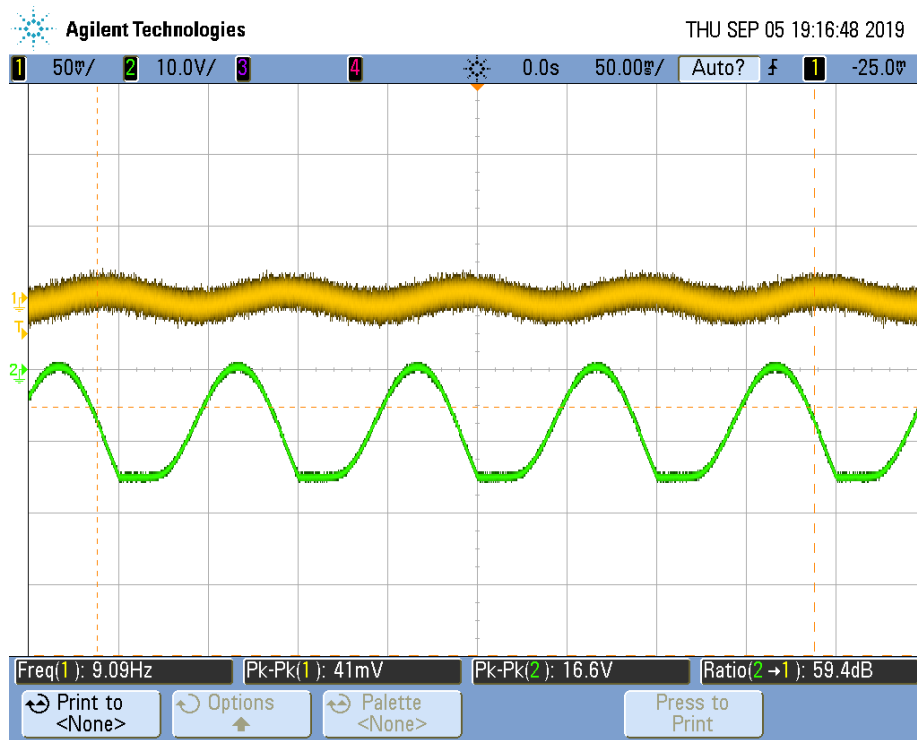


Figura 17: Medición a 10Hz 41mVpp

Podemos observar que el osciloscopio nos indica una ganancia de 54.4 dB. Sin embargo, si vemos con mayor detenimiento la señal de salida tiene su mínimo ubicado en -15V. Lo cual se corresponde con la tensión V_- provista a la alimentación del operacional y la cual define el mayor nivel de tensión a la que se puede amplificar. Este desplazamiento se debe a que el circuito integrador otorga una ganancia muy alta a la componentes de baja frecuencia de la señal. Entre ellas se encuentra la tensión de offset del propio operacional en adición a las componentes de baja frecuencia de la entrada. Para que ocurra este desplazamiento el circuito integra esa componente constante y no nula. Al integrarlo la señal de baja frecuencia crece como si fuese una rampa hasta llegar a la saturación donde se convierte en una constante. El hecho de que se encuentre en el límite inferior de tensión se debe a la naturaleza inversora del circuito.

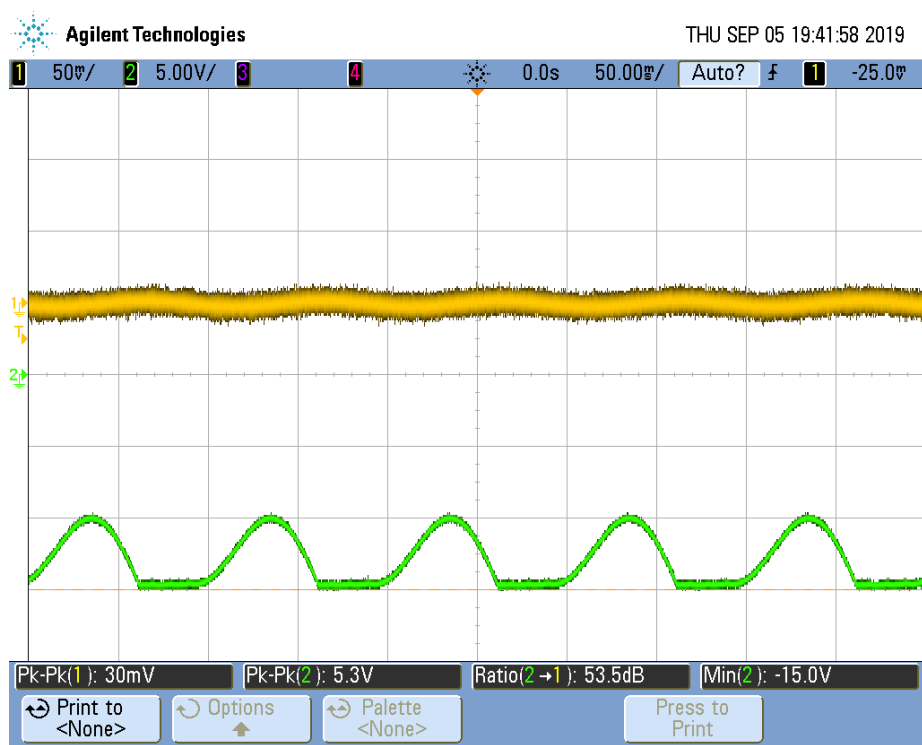


Figura 18: Medición a 10Hz 41mVpp

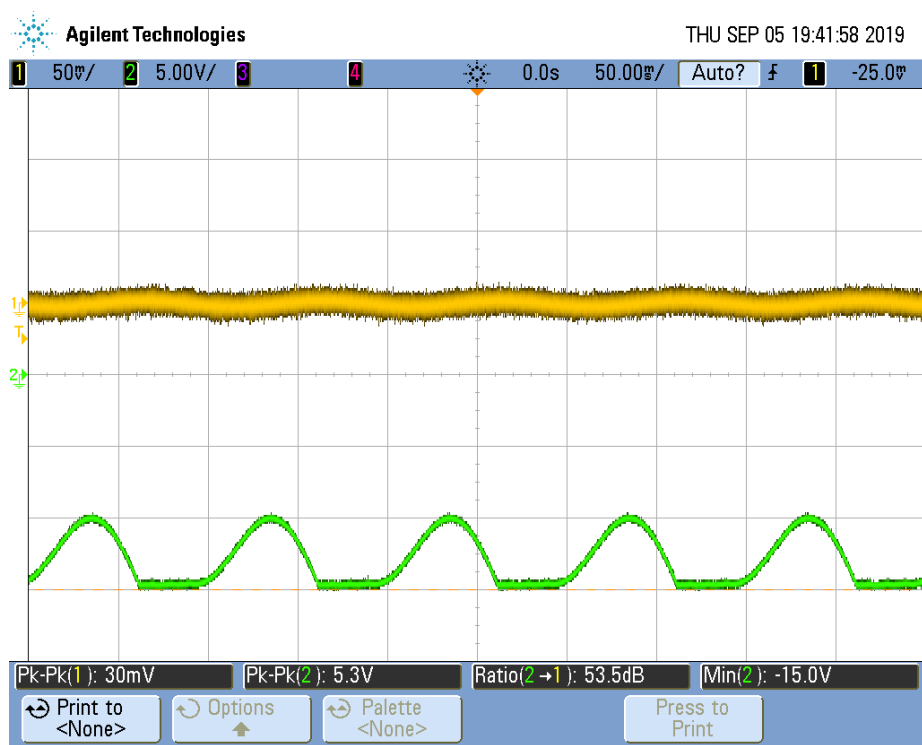


Figura 19: Medición a 10Hz 41mVpp

Por las mismas razones de falta de precisión no se presenta el Bode de Fase.

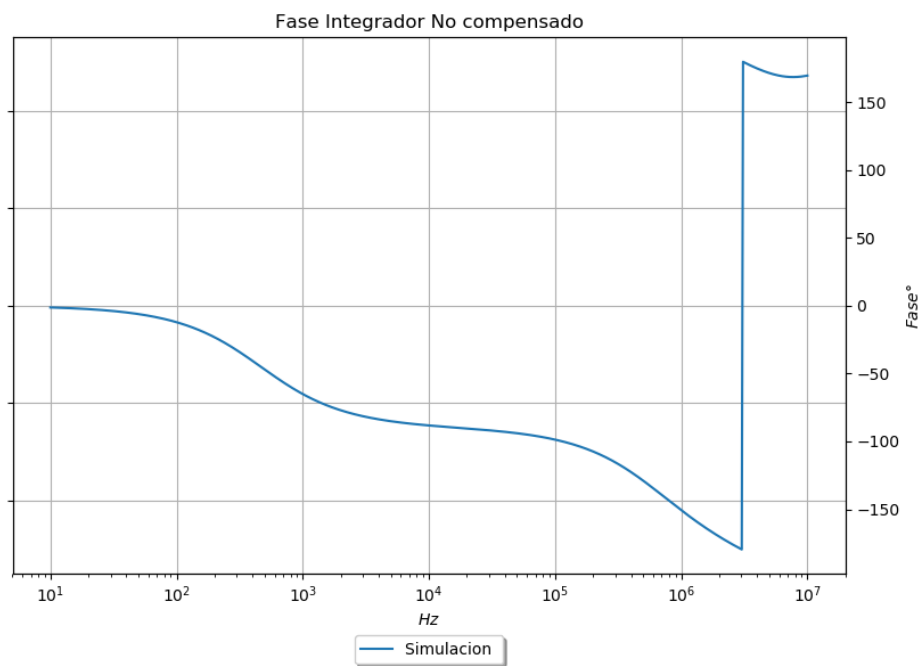


Figura 20: Medición a 10Hz 41mVpp

3.0.2. Derivador No Compensado