

# Simulación Proporcional de Reparto de Torta

## Método del Último Reductor

Trabajo Práctico – Moroni Giancarlo, Pañale Agustín

17 de junio de 2025

### 1. Objetivo

Evaluar mediante simulación la garantía proporcional ( $\forall p : U_p \geq \frac{1}{3}$ ) en un reparto de una torta unidimensional de  $T$  pedazos entre tres jugadores, utilizando el protocolo *Last-Diminisher* con cuota fija  $1/3$ .

### 2. Descripción del algoritmo

Se implementó en Python la clase `CakeDivisionSimulator` con los siguientes métodos clave:

- **generate\_cake(T)**: arreglo aleatorio de  $\text{long}.T$  con componentes 'A' o 'B'.
- **generate\_random\_preferences()**: valores  $v_{p,A}, v_{p,B} \sim U(0,1,2,0)$  para cada jugador  $p$ .
- **normalize\_utilities(cake,prefs)**: escala de modo que la suma de valores del cake entero sea 1.
- **last\_diminisher\_algorithm(cake,prefs)**:
  1. Cada ronda sigue: el primer jugador propone un corte donde su valor acumulado alcance  $\frac{1}{3}$ ;
  2. los demás pueden “reducir” si valoran ese trozo por encima de  $\frac{1}{3}$ ;
  3. el último que reduce se lleva el trozo;
  4. se repite con el resto hasta asignar a todos.
- **run\_simulation(T,N)**: repite  $N$  veces el reparto para tortas de tamaño  $T$ , guarda utilidades y desviaciones medias  $\frac{1}{3} \sum |U_p - \frac{1}{3}|$ .

### 3. Resultados

Se ejecutó la simulación con  $T = 300$ ,  $N = 50$ . La Figura 1 muestra:

- *Utilities per Iteration*: cada jugador oscila muy cerca de  $1/3$ , sin caer por debajo.
- *Utility Distribution*: histograma concentrado a la derecha de la línea  $1/3$ .
- *Deviation per Iteration*: desviaciones típicas en torno a 0,003–0,006.
- *Boxplot Utilities*: cajas centradas en  $\geq 0,333$  con colas superiores moderadas.

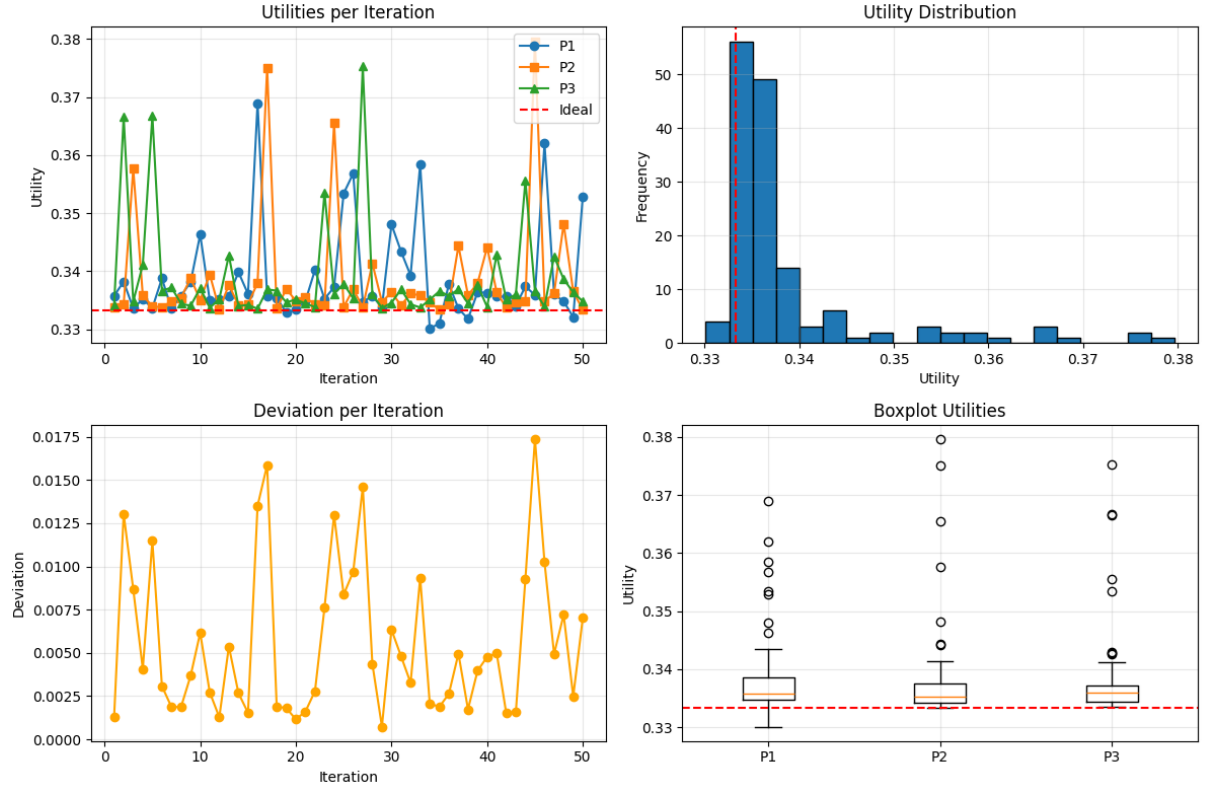


Figura 1: Simulación con método Last-Diminsher fijo ( $T = 300, N = 50$ ).

## 4. Conclusiones

- El protocolo garantiza proporcionalidad: ningún jugador recibe menos de  $\frac{1}{3}$  salvo error discretizado  $1/T$ .
- Las utilidades mínimas observadas rondan 0,332, dentro del margen  $\pm 1/300 \approx 0,0033$ .
- La variabilidad residual se debe a la granularidad discreta.
- Para reducir aún más la dispersión, aumentar  $T$  o usar algoritmos de equidad más fuertes (p.ej. Selfridge-Conway).