FUNCIONES PARTICULARES

Función polinómica

Una función polinómica es una expresión de la forma:

$$f(x) = a_n . x^n + a_{n-1} . x^{n-1} + \cdots + a_2 . x^2 + a_1 . x + a_o$$

Siendo: $n \geq 0$ y $entero$; $a_n \neq 0$. El valor de "n" es el grado del polinomio.

a_n ; a_{n-1}; …; a_2; a_1: $coeficientes$ $(pertenecen$ a los $reales)$ | a_o: $término$ $independiente$

Ejemplo: $f(x) = 2x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x - 1$

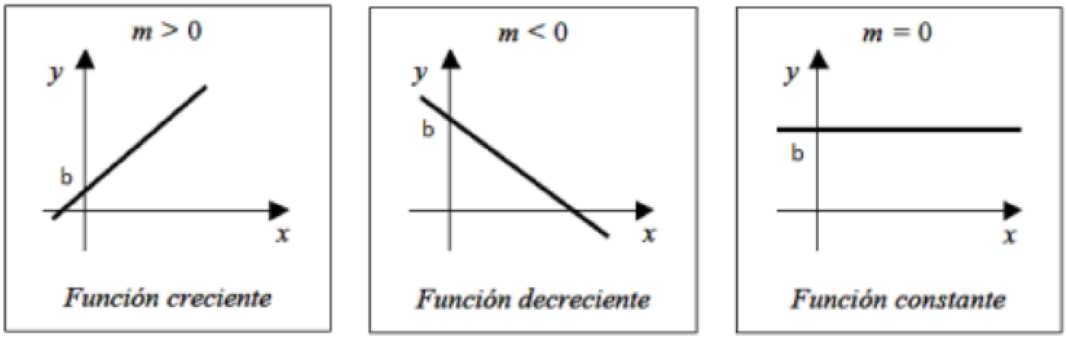
Veremos dos casos particulares de la función polinómica en este curso: la función lineal y la función cuadrática

Función lineal

Ecuación de la función lineal.

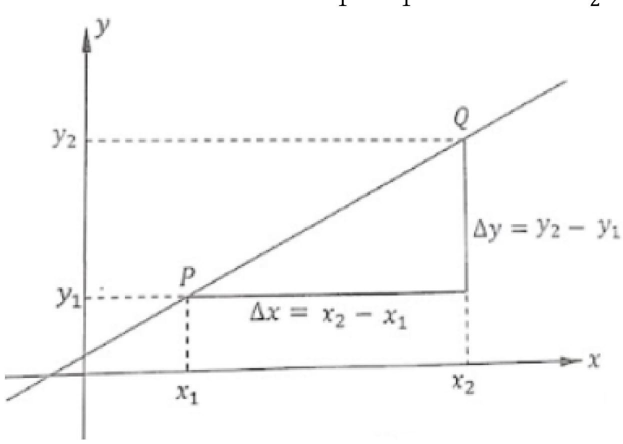
f: R → R/ f(x) = m.x + b

es la función lineal con m ∈ R y b ∈ R. m es la pendiente,



b es la ordenada al origen, la recta corta al eje de ordenadas en el punto (0;b).

En ocasiones, debemos encontrar la ecuación de la recta, a partir de puntos que sabemos que pertenecen a ella. Si esto sucede, procedemos de la siguiente manera:
Dados los puntos $P = (x_1, y_1)$; y $Q = (x_2, y_2)$



encontramos el valor de la pendiente con la fórmula

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

y utilizamos este valor para hallar el valor de la ordenada al origen en la siguiente fórmula:

$$y_1 = x_1 m + b \quad \text{o} \quad y_2 = x_2 m + b$$

Ejemplo:
Calcular la ecuación de la recta que pasa por los puntos (-1,3) y (2,-6)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6-3}{2-(-1)} = \frac{-9}{3} = -3$$

$$y = mx + b \Rightarrow 3 = -3.(-1) + b \Rightarrow b = 0$$

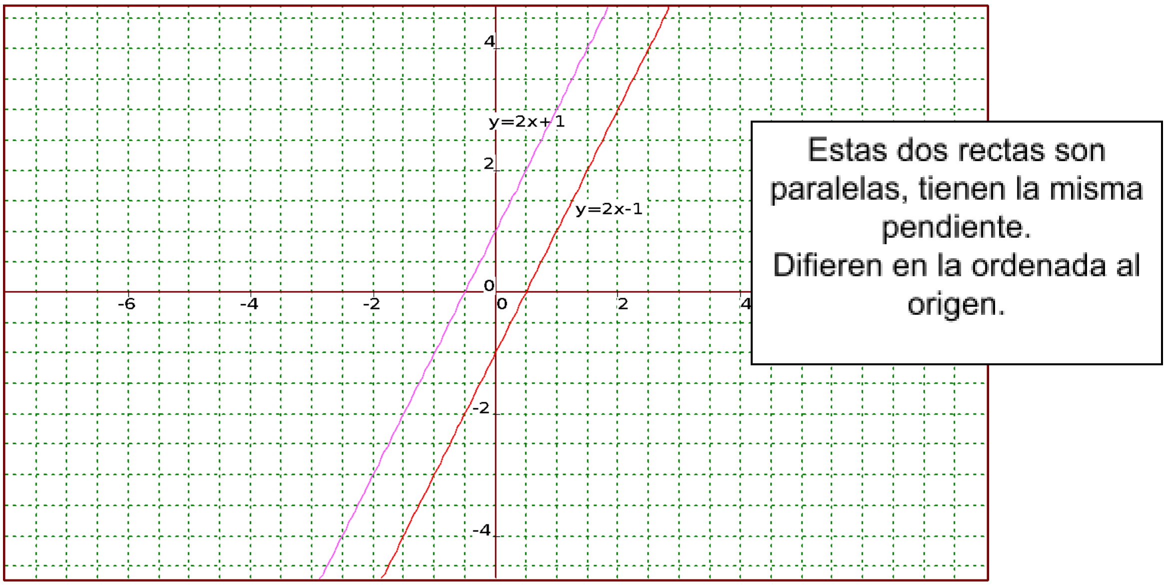
Por lo tanto la recta pedida es $y = -3x$

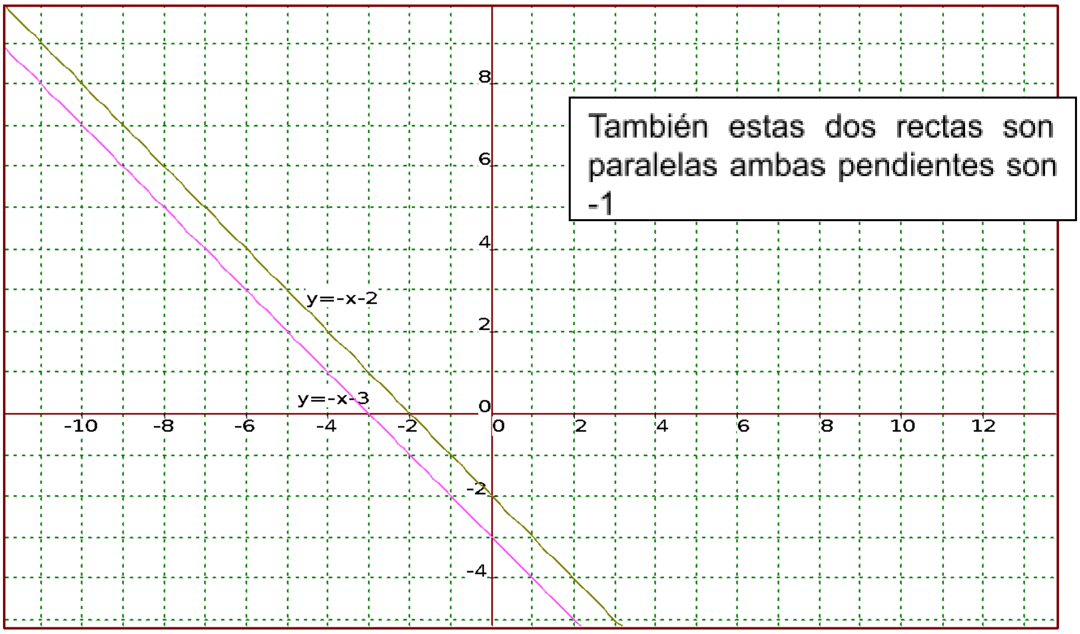
<u>*Rectas paralelas*</u>

Dos rectas paralelas tienen la **misma pendiente**

Ejemplo:
Sean dos rectas y_1 e y_2
$y_1 = m_1 x + b_1$
$y_2 = m_2 x + b_2$

Sólo serán paralelas si $\mathbf{m_1 = m_2}$





Un posible ejercicio puede ser:

Hallar la ecuación de una recta paralela a $y = 2x - 1$ que pase por el punto (5;1)
Como la recta pedida debe ser paralela a la que me dan, debe tener la misma pendiente m = 2 , y pasar por el punto pedido. Uso estos datos en la fórmula general de la recta para hallar el valor de b.

$5 = 1.2 + b \Rightarrow 5 - 2 = b \Rightarrow 3 = b$

Por lo tanto, la recta pedida es $y = 2x + 3$

Rectas perpendiculares

Dos rectas perpendiculares si tienen como pendiente la inversa multiplicativa, cambiada de signo

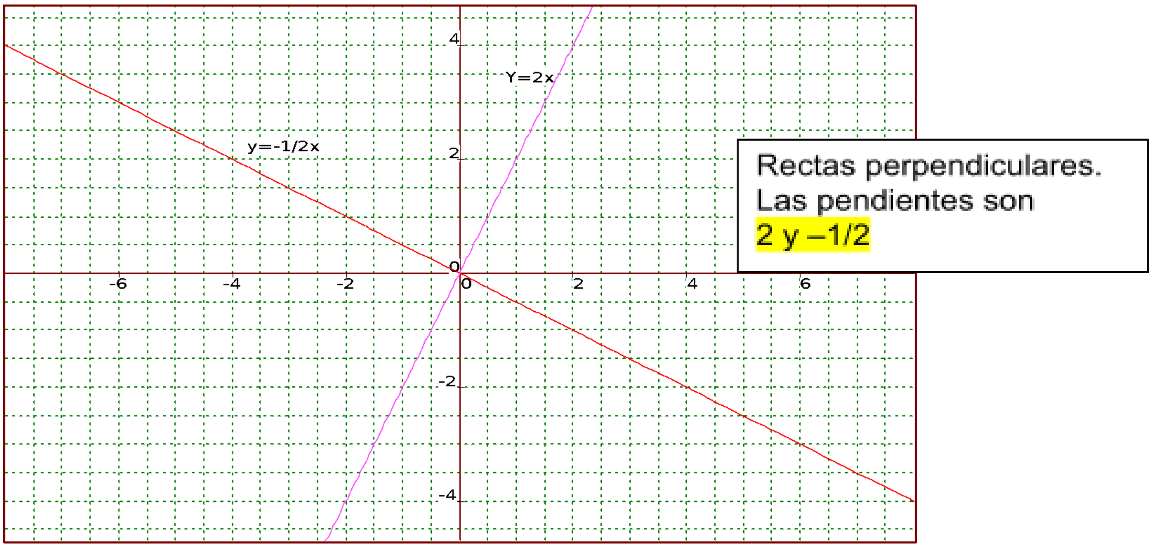
Ejemplo:

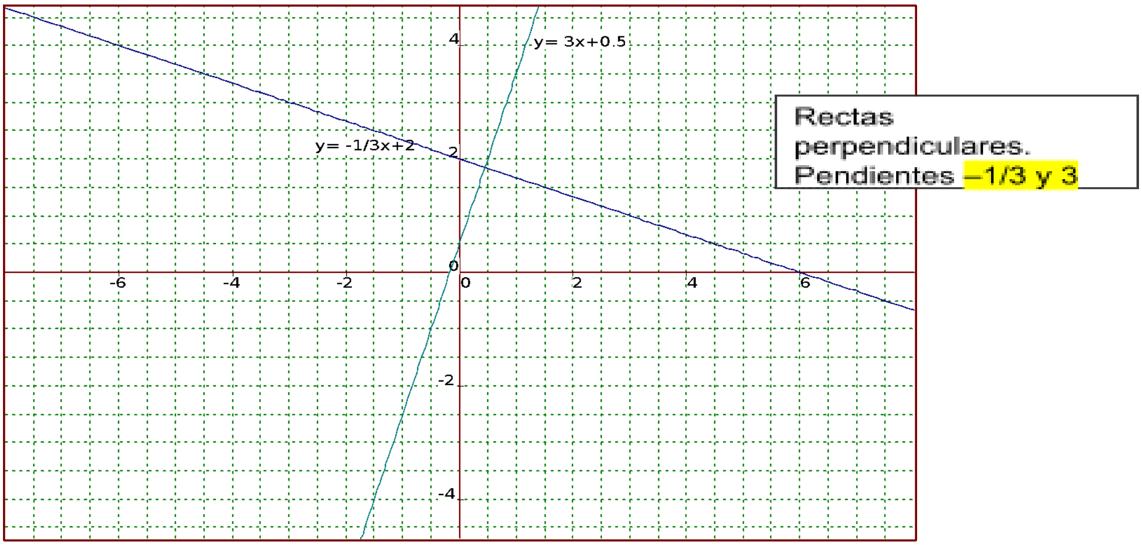
Sean dos rectas y_1 e y_2

$y_1=m_1\, x_1 + b_1$
$y_2=m_2\, x_2 + b_2$

Sólo serán perpendiculares si

$\mathbf{m_2} = -\frac{1}{m_1}$





Hallar la ecuación de una recta perpendicular a y = 3x + 2 que pase por el punto (6, −1)
Como la recta pedida debe ser perpendicular a la que me dan, debe tener pendiente opuesta e inversa $m = \ -\frac{1}{3}$ y pasar por el punto pedido. Uso estos datos en la fórmula general de la recta para hallar el valor de b.

$-\ 1 = -\frac{1}{3}.6 \ + \ b \quad \Rightarrow \quad 1 = -2 + b \quad \Rightarrow \quad -1 + 2 = b \quad \Rightarrow \quad 1 = b$

Por lo tanto, la recta pedida es $y = \ -\frac{1}{3}x \ + \ 1$

Intersección de dos funciones lineales

Si tenemos dos funciones lineales, podemos preguntarnos si las rectas que representan se cortan y en qué punto lo hacen. Para responder esta pregunta, sólo tenemos que igualar las dos expresiones algebraicas y resolver la ecuación.*Ejemplo:* Vamos a calcular el punto de corte de las dos siguientes rectas:

$$y = 11 - x \qquad \text{y} \qquad y = 2x - 1$$

Como estoy buscando cuando los valores de x e y son iguales en ambas funciones, entonces busco cuando y (de la primer función) = y (de la segunda función), por el **método de igualación**:

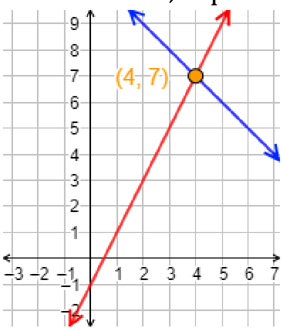
$$11 - x = 2x - 1$$

Resolvemos la ecuación:

$$11 - x = 2x - 1$$
$$11 + 1 = 2x + x$$
$$12 = 3x$$
$$12 : 3 = x$$
$$4 = x$$

La primera coordenada del punto de corte es x=4
La segunda coordenada la obtenemos calculando su imagen en alguna de las dos rectas:

$y = 11 - 4 = 7$ Por tanto, el punto de corte es (4,7)



Ojo: No todos los sistemas de ecuaciones tienen solución. Por ejemplo; dos rectas paralelas nunca intersecan. Ejemplo: Hallemos la intersección entre las rectas:

$$x + 2y = 4 \quad \text{y} \quad 2x + 4y = -4$$

Despejando las y: $y = \frac{4-x}{2}$ $\qquad$ $y = \frac{-4-2x}{4}$

$$y = 2 - \frac{1}{2}x \qquad y = -1 - \frac{1}{2}x$$

Tienen la misma pendiente, son paralelas! igualando:

$$2 - \frac{1}{2}x = -1 - \frac{1}{2}x$$
$$2 = -1$$

Absurdo! ¡La ecuación no tiene solución! Las rectas no intersecan