

$$\frac{2x-3}{4} = \frac{6x+7}{3}$$

$$(2x-3) \cdot 3 = (6x+7) \cdot 4$$

$$6x - 9 = 24x + 28$$

$$6x - 24x = 28 + 9$$

$$-18x = 37$$

$$x = 37 : -18$$

$$x = -\frac{37}{18} = 2,05\hat{5}$$

$$\frac{x}{x+1} = \frac{2x+1}{2x-3} \quad x \cdot x = x^2$$

$$x \cdot (2x-3) = (2x+1) \cdot (x+1)$$

$$2x^2 - 3x = 2x^2 + 2x + x + 1$$

$$2x^2 - 2x^2 - 3x - 2x - x = 1$$

$$\cancel{0x^2} - 6x = 1$$

$$x = -\frac{1}{6}$$



Resolver los siguientes problemas utilizando lenguaje coloquial y simbólico:

1. Encontrá dos números de forma que su diferencia sea 120 y el menor sea la quinta parte del mayor.
2. Necesitamos repartir 27 naranjas en dos cajas de forma que en la primera haya 3 más que en la segunda. ¿Cuántas naranjas habrá en cada caja?
3. Después de gastar las  $\frac{4}{7}$  partes de un depósito quedan 78 litros. ¿Cuál es la capacidad del depósito?
4. Hallá el valor de los tres ángulos de un triángulo sabiendo que  $\hat{B}$  mide  $40^\circ$  más que  $\hat{C}$  y que  $\hat{A}$  mide  $40^\circ$  más que  $\hat{B}$ .



Resolver los siguientes problemas utilizando lenguaje coloquial y simbólico:

1. El padre de Ana tiene 5 años menos que su madre y la mitad de la edad de la madre es 23. ¿Qué edad tiene el padre de Ana?
2. Carmen tiene 16 años y sus dos hermanos pequeños tienen 2 y 3 años. ¿Cuántos años han de pasar para que el doble de la suma de las edades de los hermanos de Carmen sea la misma que la que tiene ella?
3. Un terreno tiene forma rectangular y su ancho es 3 m más pequeño que su largo. Si el perímetro es 22 m, calcular el ancho del terreno.
4. Para transportar a los 225 alumnos de un curso se emplean autobuses y autos. En cada autobús caben 50 alumnos y en cada auto, 5. Si el número de autos es 5 veces el de autobuses, ¿cuántos vehículos se emplean?

# ¿Qué son los múltiplos?

Los **múltiplos** de un número son aquellos números que se obtienen al multiplicar un número «n» por cualquiera de los números naturales.

Recuerda que el conjunto de números naturales son:

- $N=\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21...\}$
- Los números naturales (N) son infinitos.

## Calcular los múltiplos de 3:

$$3 \times 1 = 3$$

$$3 \times 2 = 6$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$3 \times 5 = 15$$

$$3 \times 6 = 18$$

$$3 \times 7 = 21$$

Los múltiplos de 3 son:

**3, 6, 9, 12, 15, 18, 21 ...**

Y demás números que se puedan seguir calculando.

# ¿Qué son los divisores?

Los **divisores** de un número natural son los números que lo pueden dividir a través de una división exacta, las divisiones exactas son aquellas donde el cociente es un número natural y el residuo es cero.

- Los divisores de 10 son:

$\{ 1, 2, 5, 10 \}$

- Los divisores de 20 son:

$\{ 1, 2, 4, 5, 10, 20 \}$

Un número natural «**b**» es **divisor** de otro número natural «**a**» cuando al dividir el número «**a**» entre el número «**b**» la división es **exacta**.

*Recuerda que una división es exacta cuando al dividir dos números el cociente obtenido es un número natural y el residuo es igual a 0.*



1) Escribir los números que cumplen con cada una de las siguientes condiciones

a) Divisores de 24

b) Divisores de 60

c) Divisores de 200

d) Múltiplos de 6

e) Múltiplos de 11

f) Múltiplos de 19

a) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

b) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

d) 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, ...

# MCM (Múltiplo Común Menor)

Podríamos buscar los **múltiplos en común** que tienen dos o más números. Por ejemplo: Los múltiplos que comparten los números 30 y 40.

**múltiplos de 30:** 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 300, 330, 360, 390, 420, 450, 480...

**múltiplos de 40:** 40, 80, 120, 160, 200, 240, 280, 320, 360, 400, 440, 480...

y vamos a seguir encontrando porque son infinitos...

¿Cuál es el múltiplo común menor (**MCM**) entre 40 y 30? **el 120**, y todos los que le siguen son múltiplos de él.

# DCM (Divisor Común Mayor)

Podríamos buscar qué divisores en común tienen dos o más números, por ejemplo: Los divisores que comparten los números 40 y 30.

**divisores de 40:** 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40

**divisores de 30:** 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

En común tienen al: 1, 2, 5 y 10

¿Cuál es el divisor común mayor (**DCM**) entre 30 y 40? el 10.



# Hallar el MCM y el DCM entre 80 y 50

divisores:

80: 1,2,4,5,8,10,20,40,80.

50: 1,2,5,10,25,50

multiplos:

80: 80,160,240,320,400,480....

50: 50, 100, 150, 200, 250,300,350,400...

# NÚMEROS PRIMOS

## *Definición:*

Un número entero  $a$ , distinto de  $0, -1, 1$  se llama primo si y sólo si es divisible únicamente por sí mismo, por  $1$ , por  $-1$  y por su opuesto ( $-a$ ).

## *Ejemplo:*

$17$  es un número primo porque solamente sus divisores son  $1, -1, -17$  y  $17$ .

## NÚMEROS PRIMOS:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89.....

... (son infinitos)

## TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA ARITMÉTICA

Un número natural  $n > 1$  es o un número primo o puede ser expresado como un único producto de factores primos (excepto por el orden en que aparecen dichos factores). Todo número  $n > 1$  se descompone en forma única como producto de factores en la forma:

$$n = p_1^{a_1} \cdot p_2^{a_2} \cdot \dots \cdot p_m^{a_m}$$

donde los números  $p_1 < p_2 < \dots < p_m$  son primos y  $a_i$  son naturales:

*Ejemplo:*

$$24 = 2^3 \cdot 3^1$$

$$32 = 2^5$$

$$13 = 13^1$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

120	2
60	2
30	3
10	5
2	2
1	

Primos

Descomponer en factores primos

$$120 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2$$

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89.....

... (son infinitos)

# MCM y DCM entre 8600 y 1800

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89.....  
 ... (son infinitos)

$$\begin{array}{r|l}
 8600 & 2 \\
 4300 & 2 \\
 2150 & 5 \\
 430 & 5 \\
 86 & 2 \\
 43 & 43 \\
 1 & 
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 1800 & 2 \\
 900 & 3 \\
 300 & 3 \\
 100 & 5 \\
 20 & 5 \\
 4 & 2 \\
 2 & 2 \\
 1 & 
 \end{array}$$

$$8600 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 43$$

$$1800 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^2$$

$$\underline{\underline{MCM}} = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^2 \cdot 43^1$$

Elegir todos los numeros con su Mayor potencia.

$$\boxed{77400}$$

DCM = Elegir SOLO los numeros repetidos en ambas descomposiciones, con la

$$2^3 \cdot 5^2 = \boxed{200}$$

# MCM y DCM entre 180 y 2200

180	2	2200	2
90	3	1100	2
30	3	550	2
10	5	275	5
2	5	55	5
1	2	11	11
		1	

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$2200 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 11$$

$$\underline{\text{MCM}} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 11^1$$

(mayor potencia)

$$\boxed{19800}$$

$$\underline{\text{DCM}} = 2^2 \cdot 5 = \boxed{20}$$

(menor potencia)



## Utilizando el teorema anterior...

### MÁXIMO COMÚN DIVISOR

- El máximo común divisor (m.c.d.) de dos o más números es el mayor de los divisores comunes.
- Para hallar el máximo común divisor de dos o más números, por ejemplo, m.c.d. (12, 18), se siguen estos pasos:
  - 1.° Se descompone cada número en producto de factores primos.
  - 2.° El producto de estos factores comunes elevados al menor exponente es el máximo común divisor de los números dados.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$12 = 2^2 \times 3$$

$$18 = 2 \times 3^2$$

$$\text{m.c.d. (12, 18)} = 2 \times 3 = 6$$

## MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

- El mínimo común múltiplo (m.c.m.) de dos o más números es el menor múltiplo común distinto de cero.
- Para hallar el mínimo común múltiplo de dos o más números, por ejemplo, m.c.m. (30, 45), se siguen estos pasos:

1.º Se descompone cada número en producto de factores primos.

2.º El producto de estos factores comunes elevados al mayor exponente y de los no comunes es el mínimo común múltiplo de los números dados.

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 = 3^2 \times 5$$

$$\text{m.c.m. (30, 45)} = 2 \times 3^2 \times 5 = 90$$

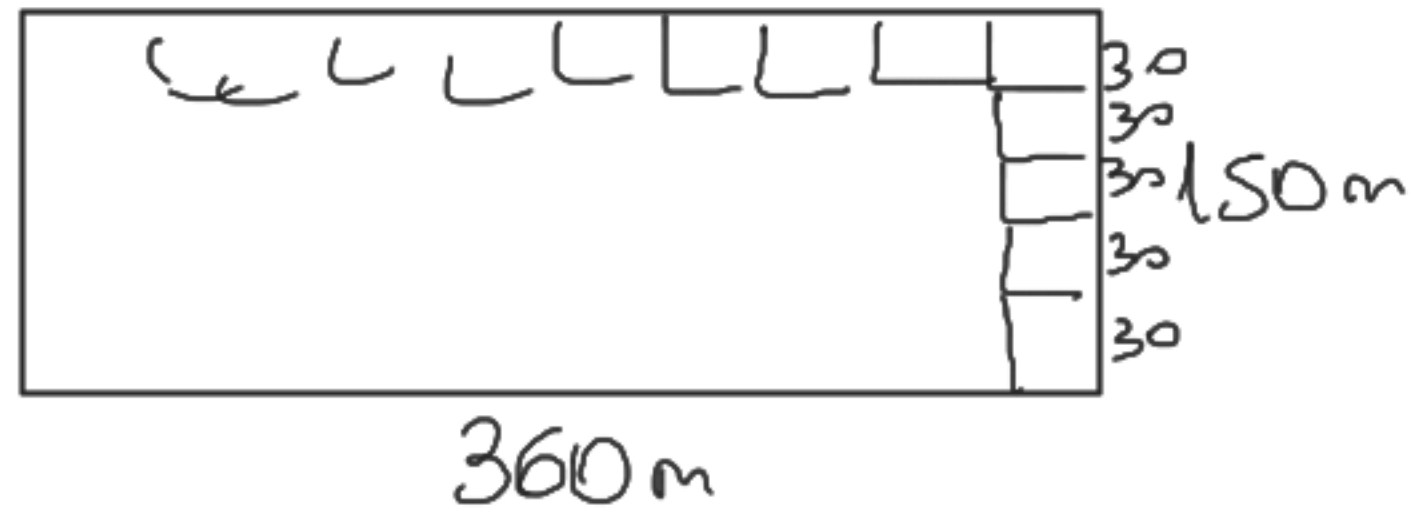
## ACTIVIDAD 1:

**Hallar el MCM y DCM entre:**

- a. 600 y 180
- b. 252 y 108
- c. 132 y 72
- d. 147 y 882
- e. 234 y 117
- f. 300, 150 y 220
- g. 196, 294 y 686

1. Un campo rectangular de 360 m de largo y 150 m de ancho, está dividido en parcelas cuadradas iguales. El área de cada una de estas parcelas cuadradas es la mayor posible. ¿Cuál es la longitud del lado de cada parcela cuadrada?

D.C.M



$$\begin{array}{r|l} 360 & 3 \\ 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 3 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 150 & 5 \\ 30 & 3 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\underline{\text{DCM}} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 5}{\textcircled{30}}$$

$$\underline{\underline{30 \text{ metros}}}$$

Teresa tiene un reloj que suena cada hora, otro reloj que suena cada 150 minutos y un tercero cada 6 horas. A las 9 de la mañana los tres relojes han coincidido.

a) ¿Cuántas horas, como mínimo, han de pasar para que vuelvan a coincidir?

b) ¿A qué hora volverán a sonar otra vez juntos?

Activar Windows  
Ve a Configuración para activar

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 3 \\ 10 & 5 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 150 & 5 \\ 30 & 2 \\ 15 & 5 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 360 & 3 \\ 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 3 \\ 10 & 5 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$\text{MCM} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 1800 \text{ minutos}$$

$$\underline{\underline{30 \text{ hr}}}$$

$$\underline{\underline{15:00}}$$

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$150 = 5^2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$360 = 3^2 \cdot 2^3 \cdot 5$$

3. Un acuario pequeño se quedó en bancarrota, por lo que otros acuarios van a comprar los peces que tienen. En total, se venderán 48 peces payaso, 60 peces globo, 36 tiburones bebés, 24 pulpos y 72 peces león.

Para la venta, se desea que los contenedores sean del mismo tamaño y que alberguen la mayor cantidad de animales posible. Además, en cada contenedor sólo puede haber peces de una única especie.

$$\text{DCM}(48, 60, 36, 24, 72) = 12$$

4 contenedores de peces payasos, 5 contenedores de peces globo....3 de tiburones, 2 de pulpos y 6 de peces leon

4. Un estudiante de Astronomía sabe que Venus le da la vuelta al Sol en 225 días y Marte en 687 días. Si sabe que la última vez que Venus, Tierra y Marte se alinearon fue hace 1805645 días, ¿en cuánto tiempo se volverán a alinear los 3 planetas en el mismo punto?

$$\text{MCM} = (225, 687, 365) = 3.761.325$$

Luego de 1955680 dias se encuentran

$$\begin{array}{r|l} 687 & 3 \\ 229 & 229 \\ \hline 1 & \end{array}$$