

# COMBINATORIA

La Combinatoria es una rama de las matemáticas cuyo objeto es estudiar las **posibles agrupaciones o formas de ordenar objetos** que podemos llevar a cabo de un modo rápido teniendo en cuenta las relaciones que deben existir entre ellas.

**Conceptos que debemos distinguir a la hora de ordenar o agrupar:**

Población: el número de elementos que se están estudiando

Muestra: cuántos elementos se seleccionan del total para agrupar u ordenar

El objetivo de esta unidad no es hallar todas y cada una de las agrupaciones o combinaciones de elementos, sino más bien, la **CANTIDAD** de esas ordenaciones.

Para descubrirlo debemos hacernos dos preguntas importantes:

1. **¿Se incluyen todos los elementos en la elección?**
2. **¿Importa el orden en el cual se ordenan?**
3. **¿Se pueden repetir los elementos?**

	INCLUYE A TODOS LOS ELEMENTOS	IMPORTA EL ORDEN	REPETICIÓN	FÓRMULA
VARIACIÓN	NO	SI	NO	$V_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$
			SI	$VR_r^n = n^r$
PERMUTACIÓN	SI	SI	NO	$P_n = n!$
			SI	$PR_{\underline{a.b.c...}}^n = \frac{n!}{a!b!c!}$
COMBINACIÓN	NO	NO	NO	$C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$
			SI	$CR_r^n = \frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}$

$n$  = "población"  
 $r$  = "muestra"

Un alumno tiene 7 libros diferentes, ¿De cuántas maneras puede acomodar cinco de ellos en un estante?

$$V_5^7 = \frac{7!}{(7-5)!}$$
$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{2} \cdot \cancel{1}}$$
$$\boxed{2520}$$

Poblacion: 7

Muestra: 5

¿Se incluyen todos los elementos en la elección? no

¿Importa el orden en el cual se ordenan? si

¿Se pueden repetir los elementos? NO

$$V_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

El capitán de un barco solicita 2 marineros para realizar un trabajo, sin embargo, se presentan 10. ¿De cuántas formas podrá seleccionar a los 2 marineros?

Poblacion: 10

Muestra: 2

¿Se incluyen todos los elementos en la elección? no

¿Importa el orden en el cual se ordenan? no

¿Se pueden repetir los elementos? no

$$C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$C_{10}^2 = \frac{10!}{2!(10-2)!}$$
$$= \frac{10!}{2! \cdot 8!}$$
$$= \frac{10 \cdot 9 \cdot \cancel{8!}}{2 \cdot \cancel{8!}}$$
$$= 45$$



De cuantas formas distintas se pueden sentar 8 personas juntas en una fila de butacas?

Poblacion: 8

Muestra: 8

¿Se incluyen todos los elementos en la elección? si

¿Importa el orden en el cual se ordenan? SI

¿Se pueden repetir los elementos? NO

$$P_8 = 8! = 40.320$$

Un club cuenta con 20 socios en condiciones de integrar la comisión directiva. Los cargos son presidente, vicepresidente, tesorero y vocal. ¿Cuántas formas hay de formar las listas?

Poblacion: 20  
Muestra: 4  
Incluyo a todos: NO  
orden: SI  
repeticion: NO

116.280

$$V_4^{20} = \frac{20!}{(20-4)!} = \frac{20!}{16!}$$
$$\frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot \cancel{16!}}{\cancel{16!}}$$

¿Cuántas jugadas diferentes se pueden obtener si se sacan cinco cartas de una baraja de 40 cartas?

Poblacion: 40  
Muestra: 5  
Incluyo a todos: NO  
orden: NO  
repeticion: NO

$$C_5^{40} = \frac{40!}{5! (40-5)!} = \frac{40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35!}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \cancel{35!}}$$

658.008

En un supermercado hay para elegir entre los refrescos de:  
coca-cola, fanta, sprite, pepsi-cola y manaos de uva.  
¿De cuántas formas podemos elegir 2 botellas?

Población = 5

muestra = 2

incluyo todos = no

orden = no

repetir = si

$$CR_r^n = \frac{(n+r-1)!}{r! (n-1)!}$$

$$CR_2^5 = \frac{(5+2-1)!}{2! (5-1)!}$$

$$CR_2^5 = \frac{6!}{2! \cdot 4!}$$

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot \cancel{4!}}{2 \cdot \cancel{4!}} = \frac{30}{2} = 15$$

CC<sup>MM</sup>  
CF  
CS  
CP  
CM  
FF  
FS  
FP  
FM  
SS  
SP  
SM  
PP<sup>MM</sup>  
PM



¿Cuántas mezclas de 3 colores se pueden obtener de 8 colores diferentes?

Combinación

$$\binom{8}{3} = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5}!}{\cancel{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 5!} = 56$$

¿Cuántas banderas diferentes, de tres franjas horizontales de igual ancho y de colores distintos, pueden confeccionarse a partir de siete colores diferentes?

todas x  
orden ✓  
repetir x

$$V_3^7 = \frac{7!}{(7-3)!} = 210$$



En una urna hay 9 bolas del mismo peso y tamaño pero distintos colores: 3 blancas, 2 rojas y 4 negras. ¿De cuantas formas distintas se pueden extraer las bolas, una por una, de la urna?

Población = 9

muestra = 9

todas = ✓

orden = ✓

repetir = ✓

$$PR_{a.b.c...}^n = \frac{n!}{a!b!c!}$$

$$PR_{3,2,4}^9 = \frac{9!}{3! \cdot 2! \cdot 4!}$$

$$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4!} = \boxed{1260}$$

Nuestras patentes actuales constan de 2 letras, 3 números y 2 letras.  
¿Cuántas patentes pueden formarse utilizando este sistema?

$$\frac{27}{L} \cdot \frac{27}{L} \cdot \frac{10}{N^o} \cdot \frac{10}{N^o} \cdot \frac{10}{N^o} \cdot \frac{27}{L} \cdot \frac{27}{L}$$

$$531.441.000$$

Letras

$$\text{poblacion} = 27$$

$$\text{muestra} = 4$$

$$\text{orden} = \checkmark$$

$$\text{todos} = \times$$

$$\text{repetir} = \checkmark$$

$${}_{27}^4 P_4 = 27^4$$

$${}_{10}^3 P_3 = 10^3$$

Números

$$\text{población} = 10$$

$$\text{muestra} = 3$$

$$\text{orden} = \checkmark$$

$$\text{todos} = \times$$

$$\text{repetir} = \checkmark$$

Todas las personas que asisten a una reunión se estrechan la mano.  
Si hubo 105 apretones, ¿cuántas personas asistieron?

$$\text{Población} = \textcircled{?} = 15$$

$$\text{muestra} = 2$$

$$\text{todos} = \text{NO}$$

$$\text{orden} = \text{NO}$$

$$\text{repetir} = \text{NO}$$

$$C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$C_{\textcircled{2}}^{\textcircled{?}} = \frac{\textcircled{?}!}{2! \cdot (\textcircled{?}-2)!} = 105$$

$$\frac{15!}{2! \cdot 13!} = \frac{15 \cdot 14}{2} = \textcircled{105}$$



# Tarea

Tres matrimonios se reúnen para celebrar el aniversario de uno de ellos. Desean que les hagan una fotografía de forma que estén todos los hombres juntos y también las mujeres. ¿De cuántas formas distintas pueden colocarse?

¿Cuántas opciones tienes, si debes escoger tres asignaturas entre seis optativas?

¿Cuántos números de cinco cifras se pueden formar con todas cifras impares?

¿Cuántos de ellos tienen todas cifras distintas?

En un plano hay rectas que no son paralelas, ni concurren tres en un mismo punto. Si el número de intersecciones es 21. ¿Cuántas rectas hay?



Con 4 varones y 6 mujeres. ¿Cuántas formas hay de armar un grupo con 3 integrantes de cada género?

¿Cuántos números hay entre 2000 y 3000 que tengan sus cifras diferentes?