

# COULOMB SOLUCIÓN 1

$$\epsilon_0 = 8,85418 \times 10^{-12} \text{ Coul}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2 = \text{permitividad del vacío.}$$

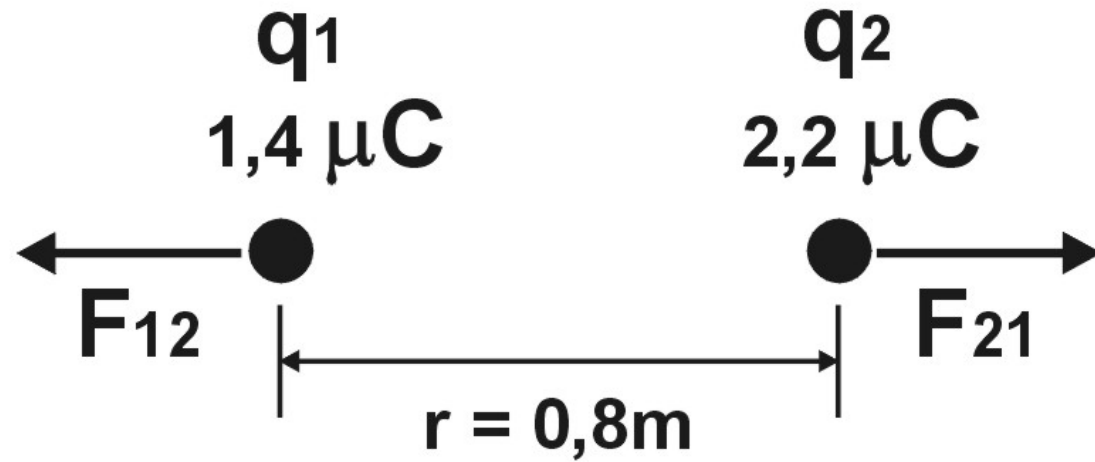
$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{Coul}^2}$$

$$\vec{F}_{12} = \vec{F}_{21} = \vec{F}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{Coul}^2} \times \frac{1,4 \times 10^{-6} \text{ Coul} \times 2,2 \times 10^{-6} \text{ Coul}}{(0,8)^2 \text{ m}^2} = 0,043 \text{ N}$$

$$F = 0,043 \text{ N}$$



## COULOMB SOLUCIÓN 2

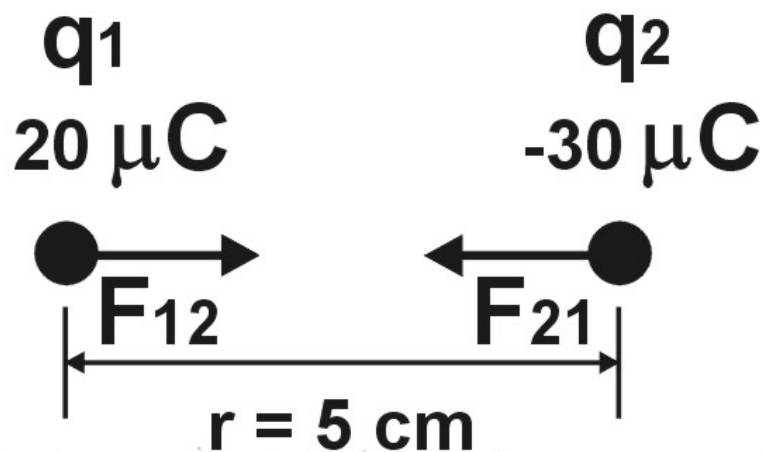
$$q_1 = 20 \mu\text{C} \quad : r = 5 \text{ cm}$$

$$q_2 = -30 \mu\text{C}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

$$F_{12} = F_{21} = F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow$$

$$F = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \times \frac{20 \times 10^{-6} \times |30 \times 10^{-6}| \text{C}^2}{(0,05)^2 \text{m}^2}$$



$$\therefore \boxed{F = 2160 \text{ N}}$$

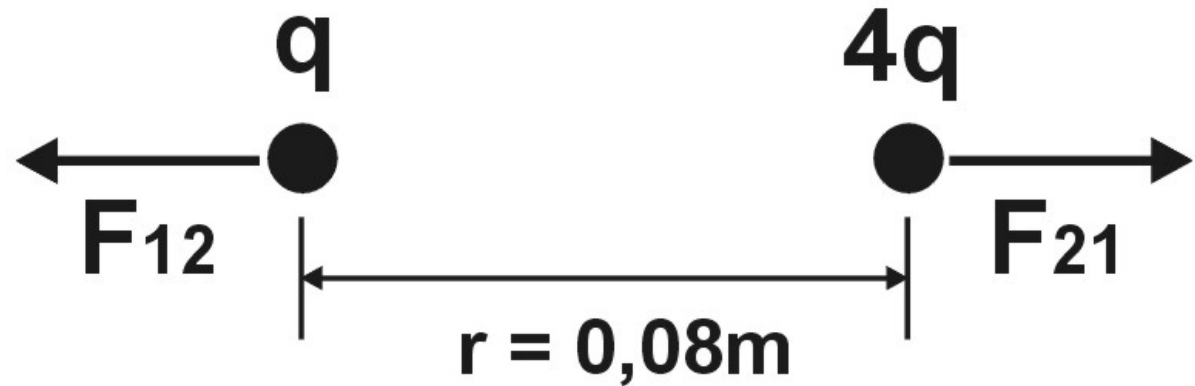
COULOMB SOLUCIÓN 5

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$$

$$q_1 = q$$

$$q_2 = 4 \cdot q$$

$$r = 0,08 \text{ m}$$



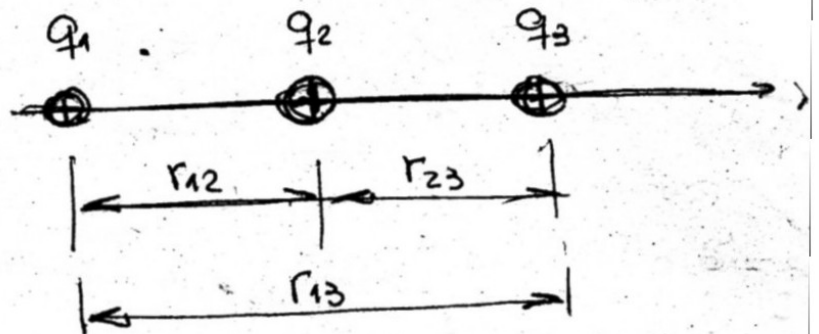
$$0,225 \text{ N} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \frac{4 \cdot q^2}{(0,08 \text{ m})^2} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 0,2 \mu\text{C} \\ q_2 = 0,8 \mu\text{C} \end{cases}$$

6) SUPERPOSICIÓN DE FUERZAS

$$q_1 = 20 \mu\text{C}$$

$$q_2 = 10 \mu\text{C}$$

$$q_3 = 30 \mu\text{C}$$



$$r_{12} = 0,1 \text{ m} \quad r_{23} = 0,1 \text{ m}$$

$$r_{13} = 0,2 \text{ m}$$

$$F_{13} = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \times \frac{(20 \times 30) \times 10^{-12} \text{C}^2}{(0,2 \text{ m})^2} = 135 \text{ N} = F_{13} = F_{31}$$

$$F_{12} = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \times \frac{(20 \times 10) \times 10^{-12} \text{C}^2}{(0,1 \text{ m})^2} = 180 \text{ N} = F_{12} = F_{21}$$

$$F_{23} = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \times \frac{(10 \times 30) \times 10^{-12} \text{C}^2}{(0,1 \text{ m})^2} = 270 \text{ N} = F_{23} = F_{32}$$

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} = (180 \text{ N} + 135 \text{ N})(-\vec{i}) = 315 \text{ N}(-\vec{i}) \rightarrow \boxed{\vec{F}_1 = -315 \text{ N} \vec{i}}$$

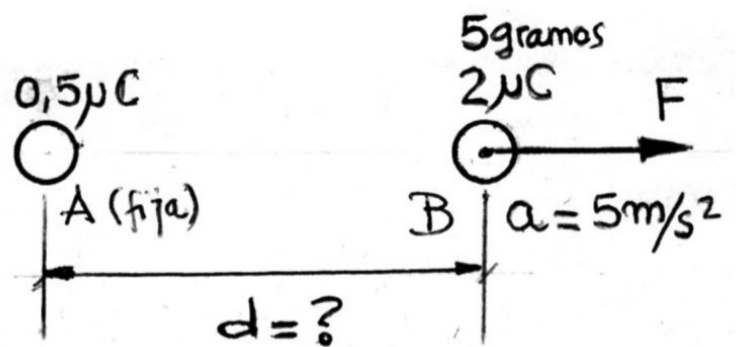
$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} =$$

$$\vec{F}_2 = 180 \vec{i} - 270 \vec{i} = -90 \text{ N} \vec{i} \rightarrow \boxed{\vec{F}_2 = -90 \text{ N} \vec{i}}$$

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32} = 135 \text{ N} \vec{i} + 270 \text{ N} \vec{i} = 405 \text{ N} \vec{i} \rightarrow \boxed{\vec{F}_3 = 405 \text{ N} \vec{i}}$$

El cuerpo B (sistema)  
experimenta una fuerza  
de origen Coulombiano

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_A q_B}{d^2}$$



dado que posee Carga Eléctrica  $q_B$

y además se encuentra en las cercanías del cuerpo A que posee carga  $q_A$  - que forma parte del medio ambiente.

Pero el cuerpo B, además de carga tiene masa  $m_B = 0,005 \text{ kg}$

y por lo tanto, según Newton, esa fuerza Coulombiana  $F$ , hará que B acelere con  $a = \frac{F}{m_B}$ . Es decir que

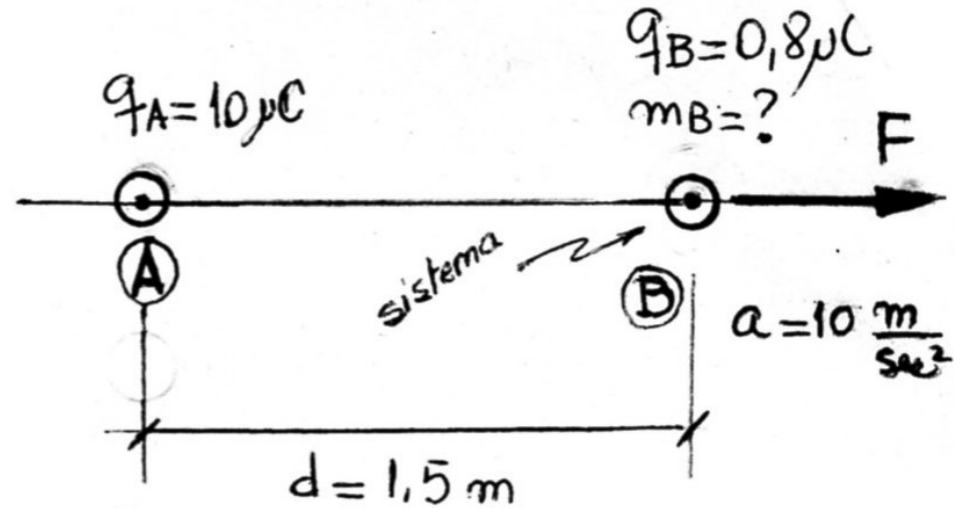
$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_A q_B}{d^2} = m_B a \Rightarrow d = \sqrt{\frac{q_A q_B}{4\pi\epsilon_0 a m_B}}$$

$$\therefore d = \sqrt{9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \times \frac{0,5 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6} \text{ C}^2}{5 \text{ m/seg}^2 \times 5 \times 10^{-3} \text{ kg}}} = 0,6 \text{ m.}$$

$$\therefore \boxed{d = 0,6 \text{ m} = 60 \text{ cm}}$$

Según Newton

$$m_B = \frac{F}{a}$$



Conocemos "a" pero

no conocemos "F" que  $q_A$  ejerce sobre  $q_B$  (sistema) -

La "F" es de origen Coulombiano

$$\therefore F = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \times \frac{10 \times 10^{-6} \text{C} \times 0,8 \times 10^{-6} \text{C}}{(1,5 \text{ m})^2} = \boxed{0,032 \text{ N} = F}$$

$$\therefore m_B = \frac{0,032 \text{ N}}{10 \text{ m/sec}^2} = 0,0032 \text{ Kg} \Rightarrow \boxed{m_B = 3,2 \text{ g}}$$

$$q_1 = -4 \mu\text{C}$$

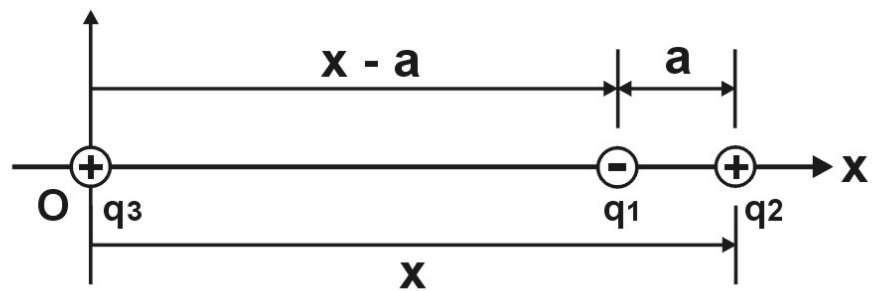
$$q_2 = 6 \mu\text{C}$$

$$q_3 = 2 \mu\text{C}$$

$$r_{12} = a = 0,1\text{m}$$

$$r_{23} = x$$

$$r_{13} = x - a$$



$$|F_{13}| = |F_{23}|$$

$$\frac{|4| \cdot |2|}{(x-a)^2} = \frac{|6| \cdot |2|}{x^2} \Rightarrow \frac{(x-a)^2}{8} = \frac{x^2}{12} \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot (x-a)^2 = x^2$$

$$3(x-a)^2 = 2x^2$$

$$3(x^2 - 2ax + a^2) = 2x^2 \therefore 3x^2 - 2x^2 - 6ax + 3a^2 = 0 \therefore$$

$$x^2 - 6ax + 3a^2 = 0 \Rightarrow x^2 - 0,6x + 0,03 = 0$$

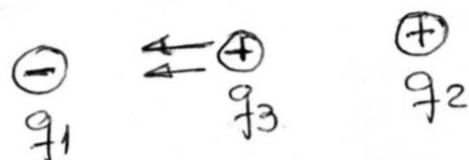
Se resuelve la cuadrática y resulta  $x_1 = 0,545\text{m}$   $\leftarrow$   $\checkmark$   
 $x_2 = 0,045\text{m}$   $\leftarrow$  No

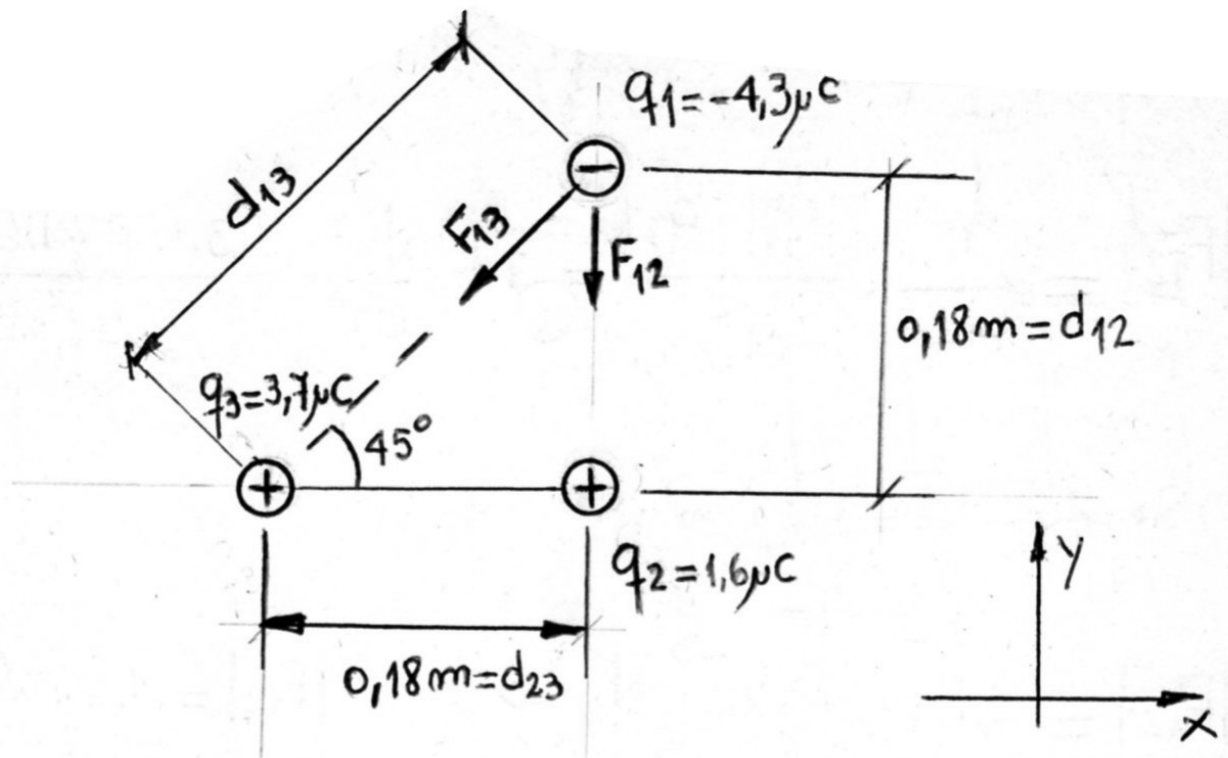
La solución correcta es

$$x = 0,545\text{m} = \underline{54,5\text{cm}} \leftarrow \text{CORRECTA.}$$

(\*) La otra solución debe descartarse ya que si la carga  $q_3$  estuviese a  $4,5\text{cm}$  de  $q_2$ , la  $q_3$  estaría entre medio de  $q_1$  y  $q_2$ .

Esto hace imposible la cancelación de fuerzas sobre  $q_3$ .





•) Acción de  $q_3$  sobre  $q_1$  :  $F_{13}$

$$|F_{13}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_1||q_3|}{d_{13}^2} = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \times \frac{4.3 \times 10^{-6} \text{ C} \times 3.7 \times 10^{-6} \text{ C}}{d_{13}^2}$$

donde  $d_{13}^2 = 0.18^2 + 0.18^2 = 0.065 \text{ m}^2$ .

$$\therefore |F_{13}| = \frac{9 \times 4.3 \times 3.7}{0.065} \times 10^{-3} = 2202.92 \times 10^{-3} \text{ N}.$$

$$\boxed{|F_{13}| \approx 2.2 \text{ N}} \Rightarrow \begin{cases} F_{13y} = 2.2 \text{ N} \times \cos 45^\circ (-\hat{j}) \\ F_{13x} = 2.2 \text{ N} \times \sin 45^\circ (-\hat{i}) \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{aligned} F_{13y} &= -1.56 \hat{j} \text{ N} \\ F_{13x} &= -1.56 \hat{i} \text{ N} \end{aligned}}$$



c.) Acción de  $q_2$  sobre  $q_1$  :  $F_{12}$

$$|F_{12}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_1||q_2|}{d_{12}^2} = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{4,3 \times 10^{-6} \text{C} \times 1,6 \times 10^{-6} \text{C}}{0,18^2 \text{m}^2}$$

Siendo  $d_{12}^2 = 0,18^2 \text{m}^2$ .

$$|F_{12}| = 1911,1 \times 10^{-3} \text{N} \Rightarrow |F_{12}| = 1,91 \text{N}$$

$$F_{12} = -1,91 \hat{j} \text{N}$$

c.)  $\Sigma$  Fuerzas

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} = -1,91 \hat{j} + (-1,56) \hat{j} - 1,56 \hat{i} \\ &= \boxed{-1,56 \hat{i} - 3,47 \hat{j} = \vec{F}} \end{aligned}$$

DATOS,

$$q_1 = q_2 = q_3 = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C. (carga del electrón).}$$

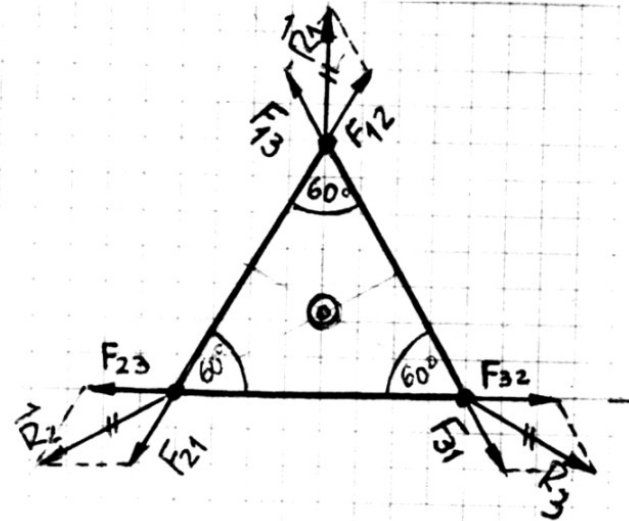
$$r_{12} = r_{13} = r_{23} = a = 3 \text{ cm } (0,03 \text{ m}).$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2}$$

1) Fuerza de Repulsión entre Cargas vértice

$$|F_{12}| = |F_{13}| = |F_{23}| = |F_R| \text{ siendo}$$

$$|F_R| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_i q_j}{(r_{ij})^2} = 9 \times 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2} \times \frac{(1,6 \times 10^{-19})^2}{(3 \times 10^{-2})^2} = 2,56 \times 10^{-25} \text{ N.} \Rightarrow \boxed{|F_R| = 2,56 \times 10^{-25} \text{ N}}$$

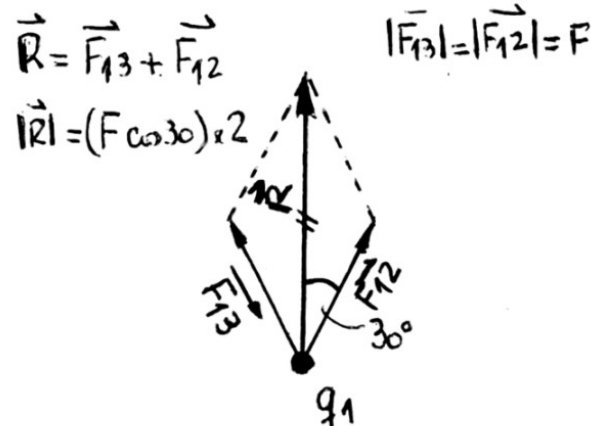
2) SUPERPOSICIÓN VECTORIAL SOBRE UN EJE DE SIMETRÍA

Cada carga  $q_i$  "sentirá" una fuerza resultante  $\vec{R}$  de Repulsión, que resulta de hacer:

$$|\vec{R}| = 2 |F_R| \cos 30^\circ =$$

$$= 2 \times 2,56 \times 10^{-25} \times 0,866 = 4,43 \times 10^{-25} \text{ N}$$

$$\boxed{|\vec{R}| = 4,43 \times 10^{-25} \text{ N}}$$



### 3) CARGA Q (POSITIVA)

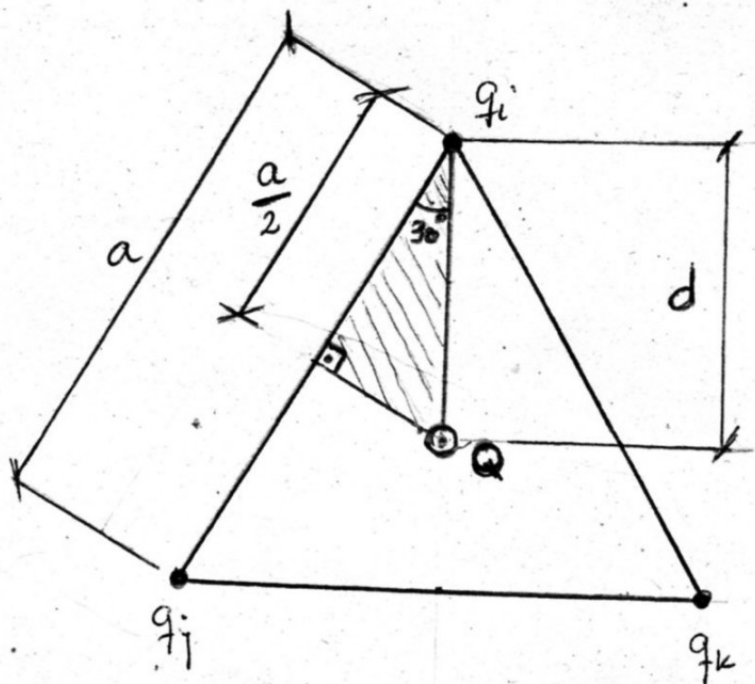
### COULOMB SOLUCIÓN 13-B

- La carga Q se ubica a una distancia "d" de una de las cargas  $q_i$ , siendo

$$d = \frac{a/2}{\cos 30^\circ}$$

$$\therefore d = \frac{3 \text{ cm} / 2}{0,866} = 1,73 \text{ cm}.$$

$$\therefore \boxed{d = 1,73 \times 10^{-2} \text{ m}}$$



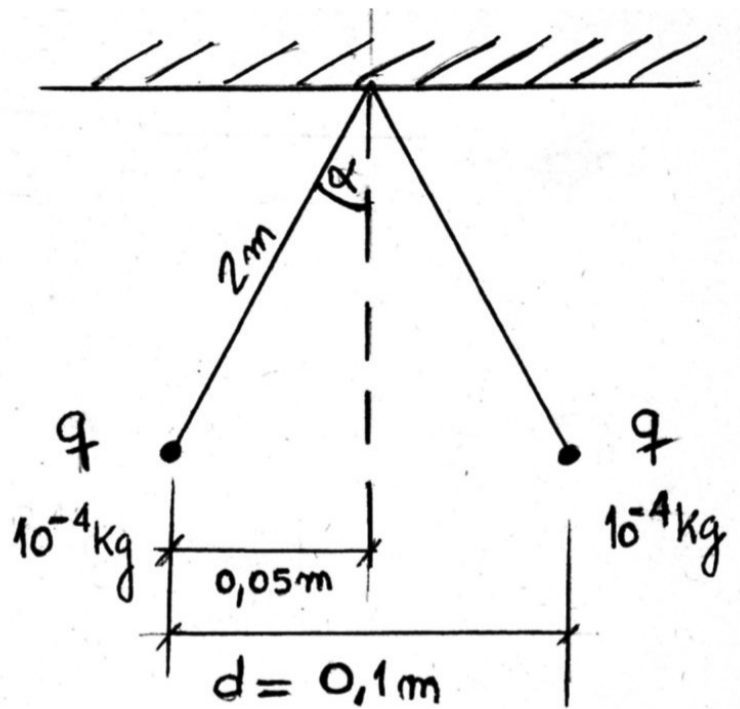
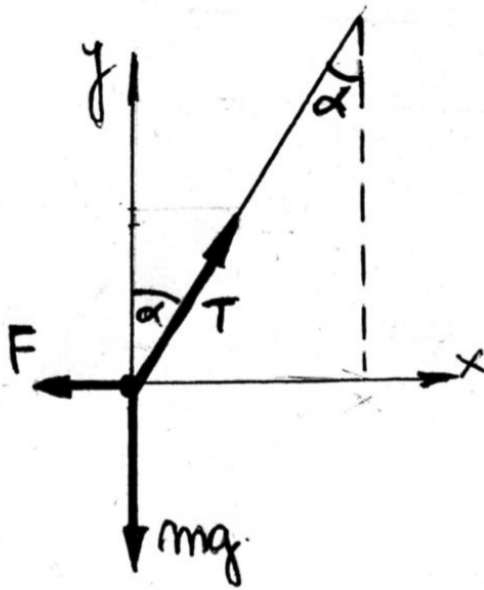
- La fuerza que la carga Q produce sobre las  $q_i$  de los vertices es

igual y de signo opuesto a la resultante  $|F_{R_A}| = 4,43 \times 10^{-25} \text{ N} \therefore |F_Q| = |F_{R_A}|$ .

$$\therefore F_Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_i Q}{d^2} \Rightarrow Q = \frac{F_Q \times d^2}{q_i} \cdot \left( \frac{4\pi\epsilon_0}{1} \right) =$$

$$\therefore Q = \frac{4,43 \times 10^{-25} \times (1,73 \times 10^{-2})^2}{1,6 \times 10^{-19} \times 9 \times 10^9} \text{ C} \Rightarrow$$

$$\boxed{Q = 9,207 \times 10^{-20} \text{ C}}$$



El Ángulo  $\alpha$  :

Con las dimensiones dadas podemos calcular el  $\text{Sen } \alpha = \frac{0,05 \text{ m}}{2 \text{ m}}$

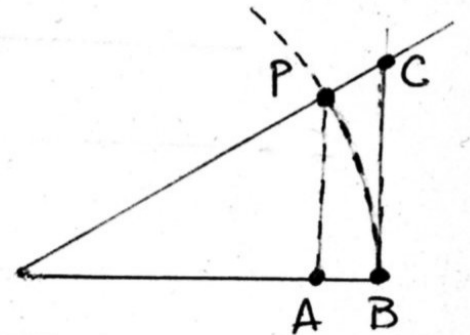
$$\therefore \text{Sen } \alpha = 0,025 \Rightarrow \alpha = 1,4325^\circ \text{ sexagesimales}$$

Expresado en radianes queda  $360^\circ - 2\pi \text{ radianes}$

$$1,4325^\circ - x \Rightarrow \boxed{x = 0,025}$$

$$\therefore \alpha = 1,4325^\circ = 0,025 \text{ radianes}$$

$$\text{Calculamos } \text{tg } \alpha = \text{tg}(1,4325^\circ) = 0,025$$



$$\therefore \boxed{\alpha = 1,4325^\circ = 0,025 \text{ rad} \approx \text{Sen } \alpha \approx \text{tg } \alpha} \rightarrow \text{Se cum}$$

$\underbrace{\hspace{2cm}}_{\text{ARCO} \equiv \overline{BP}} \quad \underbrace{\hspace{2cm}}_{\text{CATETO } \overline{PA}} \quad \underbrace{\hspace{2cm}}_{\text{CATETO } \overline{BC}}$

Por ley de Coulomb.  $\equiv F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q}{d^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{d^2}$  dado que  
ambas cargas son iguales a "q".

$$\Rightarrow q = \sqrt{4\pi\epsilon_0 d^2 \times F} = \sqrt{\frac{(0,1\text{m})^2 \times F}{9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}}}$$

El problema es que aún no conocemos F:

Para conocerla apelamos al diagrama de cuerpo aislado:

Equilibrio:

$$\left\{ \begin{array}{l} T \cos \alpha - mg = 0 \\ T \sin \alpha - F = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{F = mg \tan \alpha}$$

$$F = mg \tan \alpha \cong mg \alpha = 10^{-4} \text{ kg} \times 10 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2} \times 0,025:$$

$$F = 25 \times 10^{-6} \text{ N}.$$

Introducimos el valor de F en la expresión de q y queda:

$$q = \sqrt{\frac{0,1^2 \times 25 \times 10^{-6}}{9 \times 10^9}} = \frac{5}{3} \cdot \sqrt{10^{-2} \cdot 10^{-6} \times 10^{-9}} = \frac{5}{3} \sqrt{10^{-17}} =$$

$$\frac{5}{3} \times 3,16 \times 10^{-9} \text{ C} = 5,27 \text{ nC}$$

$$\boxed{q = 5,27 \text{ nC}}$$