ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Segundo Parcial – Ejemplo 2

APELLIDO: .... NOMBRE: .... CURSO: ....

1		2	3	4		5	NOTA

***Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta*.**
No está permitido el uso de calculadoras graficadoras. No resolver el examen en lápiz.
Duración del examen: 2 horas
Condición mínima de aprobación, 6 puntos: 50% del examen correctamente resuelto.
Condición mínima de aprobación por promoción, 8 puntos: 70% del examen correctamente resuelto.

---

1) Indicar si las siguientes proposiciones son Verdaderas o Falsas, justificando la respuesta:

a) Si f es discontinua en el intervalo $[a\,;b]$ entonces f no es integrable en ese intervalo.

b) $\displaystyle\int_1^2 \frac{x}{(x^2-1)^2}\,dx$ es convergente.

2) Hallar la ecuación de la recta tangente a f en $x = 2$ sabiendo que f es derivable en R y que

$$f(x) + 3x^2 - 1 = \int_2^x t \cdot f(t)\,dt$$

3) Graficar y calcular el área limitada por la gráfica de $f: D_f \to R / f(x) = \dfrac{x+3}{2x-3}$ y la recta que pasa por los puntos $(2\,, f(2))$ y $(6\,, f(6))$

4) a) Hallar el valor de $k > 0$ para que la serie de potencias $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 2^n}{k^{2n} \cdot (n+1)^2}(x-4)^n$ tenga un intervalo de convergencia con radio igual a 2.

b) Para el valor de k hallado, indicar el intervalo de convergencia.

5) Hallar la función f tal que $f''(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$ sabiendo que $2y - 3x = 5$ es la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en $x = 0$.

EN TODOS LOS CÁLCULOS DE LAS INTEGRALES, INDICAR EL PROCEDIMIENTO O EL MÉTODO DE INTEGRACIÓN UTILIZADO

Respuestas:

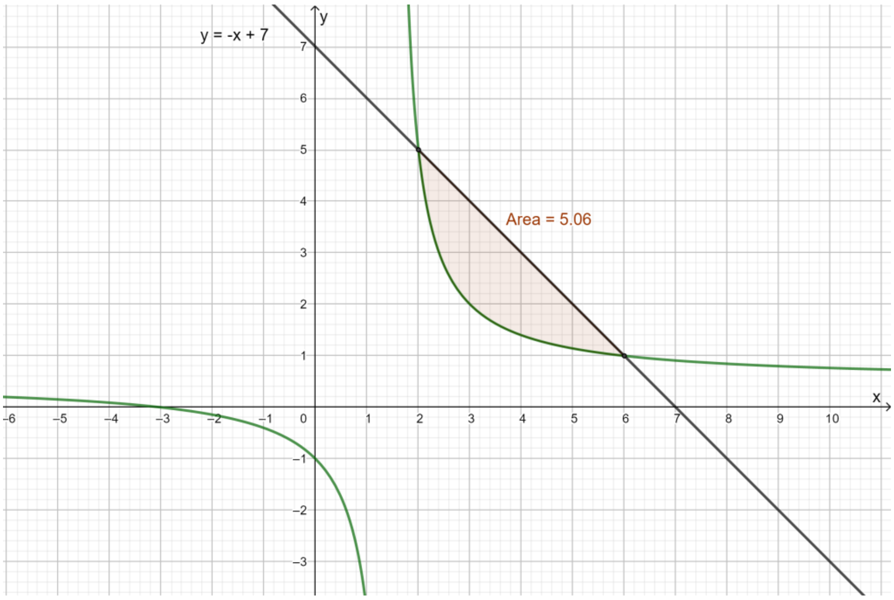
1a) Falso: puede indicarse a modo de contraejemplo, una función que tenga al menos una discontinuidad evitable o una esencial con salto finito pero que sea integrable.

1) b) Falso, la integral es divergente.

2) $y = -34(x-2) - 11$

3) $10 - \frac{9}{4}\ln 9$

Gráficamente:



4) a) $k = 2$

4) b) Intervalo de convergencia = $[2\,;6]$

5) $f(x) = \frac{1}{2}x \cdot \ln(1+x^2) + \operatorname{arctg} x + \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$