EJERCICIOS - CAMPO ELÉCTRICO (CARGAS PUNTUALES)

E-1) Hallar la intensidad del campo eléctrico en un punto donde una carga de 25 μC experimenta una fuerza de 55 N.

E-1)

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \qquad q_0 = 25\mu C \qquad \vec{F} = 55N \cdot \check{F}$$

$$\vec{E} = \frac{55N\ \check{E}}{25\times10^{-6}C} = \boxed{2{,}2 \times 10^6 \frac{N}{C}\ \check{E}}$$

E-2) Determinar la fuerza que un campo eléctrico de $5{,}1.10^3$ N/C ejerce sobre una carga de 8 μC. Si la masa de la carga es 1,2 g. ¿Cuál será su aceleración en ese instante?

E-2)

$$q_0 = 8\mu C \qquad m = 1{,}2\times10^{-3} Kg.$$

$$E = 5{,}1\times10^3 N/C \qquad a = ?$$

$$\vec{a} = \frac{F\check{a}}{m} = \frac{q_0 E \check{a}}{m} = \frac{8\times10^{-6}C \times 5{,}1\times10^3 N/C\ \check{a}}{1{,}2\times10^{-3} Kg} = \boxed{34 \frac{m}{s^2}\check{a} = \vec{a}}$$

E-3) Calcular la carga de un cuerpo que experimenta una fuerza de 2,8 N en un lugar donde la intensidad del campo eléctrico es 4.10^5 N/C.

E-3)

$$\vec{F} = q_0\vec{E} \Rightarrow q_0 = \frac{F}{E} = \frac{2{,}8N}{4\times10^5 N/C} = 7\times10^{-6}C$$

$$\therefore \boxed{q_0 = 7\mu C}$$

E-4) Calcular la aceleración que un campo eléctrico de 500 N/C produce sobre un cuerpo de 2,4 g cuya carga es 8 μC.

E-4)

$$\vec{E} = 500 N/C \qquad q = 8\mu C = 8\times10^{-6}C$$

$$m = 2{,}4gr = 2{,}4\times10^{-3} Kg \qquad a = ?$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q_0 E}{m} = \frac{8\times10^{-6}C \times 500 N/C\ \check{a}}{2{,}4\times10^{-3}Kg} = \boxed{1{,}67 \frac{m}{s^2}\check{a}}$$

E-5) ¿Cuál es el campo eléctrico creado por una carga de 8.10^{-6} C en un punto situado a 5 cm de la misma? ¿Qué fuerza se ejercerá sobre una carga de 2.10^{-4} C situada en ese punto?

E-5) $Q = 8 \times 10^{-6}\,C;\ d = 5cm$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{d^2}\check{E} = 9 \times 10^{9} \frac{Nm^2}{C^2} \times \frac{8 \times 10^{-6}\,C}{(0{,}05)^2\,m^2}\check{E}$$

$$\vec{E} = 28.800.000 \frac{N}{C}\check{E} = 2{,}88 \times 10^{7} \frac{N}{C}\check{E}$$

$$\therefore \boxed{\vec{E} = 2{,}88 \times 10^{7} \frac{N}{C}\check{E}}$$

Este es el CAMPO GENERADO POR LA CARGA Q.

b) Fuerza Sobre $q_0 = 2 \times 10^{-4}\,C$

$$\vec{F} = q_0 \vec{E} = 2 \times 10^{-4}\,C \times 2{,}88 \times 10^{7} \frac{N}{C} = 5760\,N$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = 5760\,N\,\check{F}}$$

E-6) ¿Cuál es el valor de la carga eléctrica que produce un campo eléctrico de 40 N/C en un punto a 5 cm de distancia?

E-6) $\vec{E} = 40 \frac{N}{C}\check{E}$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{d^2} \Rightarrow Q = E \times \frac{4\pi\varepsilon_0}{d^2}\ C$$

$d = 5cm = 0{,}05m$

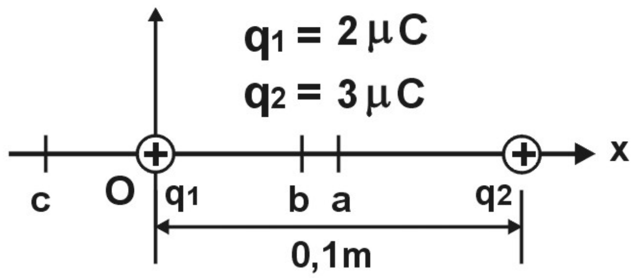
$$\therefore Q = 40 \frac{N}{C} \times \frac{1}{9 \times 10^{9} \frac{Nm^2}{C^2}} \times 25 \times 10^{-4}\ C$$

$$Q = \frac{40 \times 25 \times 10^{-4}\ C}{9 \times 10^{9}} = \frac{4 \times 25 \times 10^{-12}}{9} = 11{,}1\ pC$$

$$\boxed{Q = 11{,}1\ pC}$$

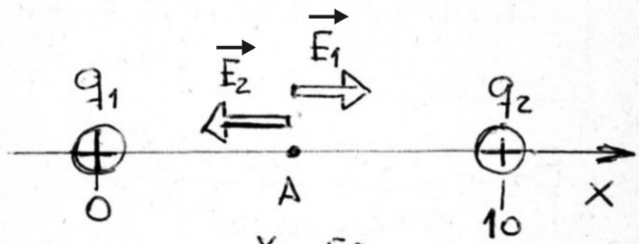
E-7) Dos cargas eléctricas positivas de 2 nC y 3 nC, respectivamente, se encuentran separadas 10 cm. ¿Cuál es el campo eléctrico resultante: (**a**) en el punto medio de la recta que las une; (**b**) en un punto a 4 cm de la primera y entre ellas; (**c**) en un punto a 4 cm de la primera, sobre la recta que las une pero no entre ellas? (**d**) ¿En qué punto es nulo el campo eléctrico?

E-7)



E-7-a)

a) CAMPO EN A ⇒ X = 5 cm



$X_A = 5\,cm$

$X_A = 0{,}5\,m$

$$\cdot)\ \vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1\ \check{i}}{(X_A-0)^2}$$

$$\vec{E}_1 = 9\times10^9 \times \frac{2\times10^{-9}\ \check{i}}{5^2\times10^{-4}} = 0{,}72\times10^4\ \frac{N}{C}\ \check{i}\ \therefore$$

$$\boxed{\therefore\ \vec{E}_1 = 7200\ \frac{N}{C}\ \check{i}}$$

$$\cdot)\ \vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_2}{(X_A-10)^2} =$$

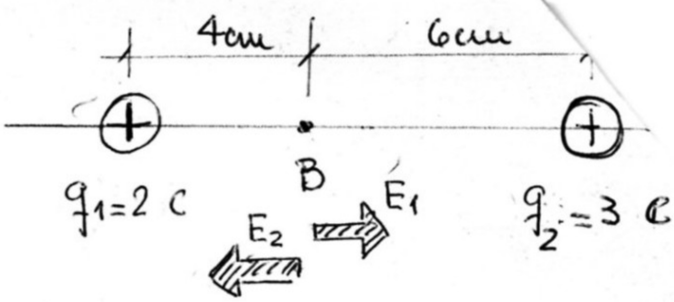
$$\vec{E}_2 = 9\times10^9 \times \frac{3\times10^{-9}}{10^{-4}\times(-5)^2} = 10800\ \frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E}_2 = 10800\ \frac{N}{C}\ (-\check{i})$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (7200-10800)\ \frac{N}{C}\ \check{i} = -3600\ \frac{N}{C}\ \check{i}$$

$$\therefore\ \boxed{\vec{E} = -3600\ \frac{N}{C}\ \check{i}}$$

E-7-b)

b)



$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 \, \check{i}}{(4 \times 10^{-2})^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-9} \, \check{i}}{10^{-4} \times 16} = 1{,}125 \times 10^4 \, \check{i} \quad \therefore \boxed{\vec{E}_1 = 11250 \, \frac{N}{C} \, \check{i}}$$

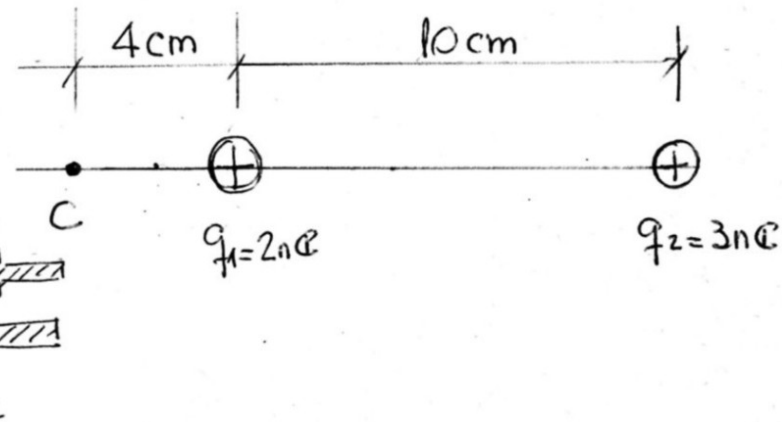
$$\vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_2 \, \check{i}}{(6 \times 10^{-2})^2} =$$

$$= 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-9} \, \check{i}}{10^{-4} \times 36} = 0{,}75 \times 10^4 \, \check{i} \quad \therefore \boxed{\vec{E}_2 = 7500 \, \frac{N}{C} \, (-\check{i})}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (11250 - 7500) \, \frac{N}{C} \, \check{i} \Rightarrow \boxed{E = 3750 \, \frac{N}{C}}$$

E-7-c)

c)



$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2 \times 10^{-9} \, \check{i}}{10^{-4} \times 4^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-9} \, \check{i}}{16 \times 10^{-4}} = 1{,}125 \times 10^4 \, \frac{N}{C} \, \check{i} \Rightarrow$$

$$\boxed{E_1 = 11250 \, \frac{N}{C} \, (-\check{i})}$$

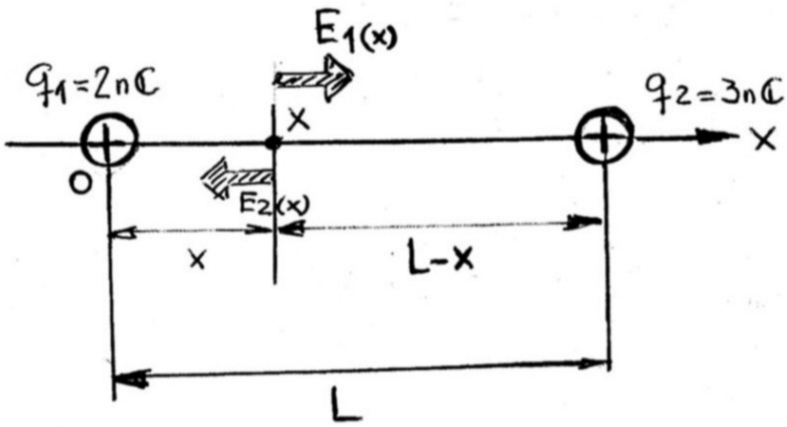
$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{3\times10^{-9}}{10^{-4}\times 14^2} = \frac{9\times10^9 \times 3\times10^{-9}}{10^{-4}\times 196}\ \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_2 = 0{,}137755 \times 10^4 = 1378\ \frac{N}{C}(-\check{i})$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (11250 + 1378)\frac{N}{C}(-\check{i}) = \boxed{12628\ \frac{N}{C}(-\check{i}) = \vec{E}}$$

E-7-d)

d) En la zona entre cargas el campo puede anularse porque el sentido de E_1 es opuesto a E_2.



$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{x^2}\,\check{i}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\times\frac{q_2}{(L-x)^2}(-\check{i}) \quad \therefore \quad \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\therefore \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left[\frac{q_1}{x^2} - \frac{q_2}{(L-x)^2}\right]\check{i}\,\frac{N}{C} \qquad \vec{E} = 9\times10^9 \times \left[\frac{2\times10^{-9}}{x^2} - \frac{3\times10^{-9}}{(0{,}1-x)^2}\right] i$$

El punto en el que $E=0$ surge de hacer:

$$9\times10^9\left[\frac{2\times10^{-9}}{x^2} - \frac{3\times10^{-9}}{(0{,}1-x)^2}\right] = 0 \Rightarrow \frac{2}{x^2} - \frac{3}{(0{,}1-x)^2} = 0$$

$$\therefore \frac{x^2}{2} = \frac{(0{,}1-x)^2}{3} \quad \therefore \quad 3x^2 = 2(0{,}1-x)^2.$$

$$3x^2 = 2(0{,}1 - x)^2$$

$$3x^2 = 2\left[10^{-2} - 0{,}2x + x^2\right]$$

$$3x^2 = 2\times10^{-2} - 0{,}4x + 2x^2$$

$$x^2 + 0{,}4x - 2\times10^{-2} = 0 \longrightarrow X_{12} = -\frac{0{,}4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{0{,}4}{2}\right)^2 + 2\times10^{-2}}$$

$$X_{12} = -0{,}2 \pm \sqrt{0{,}04 + 0{,}02}$$

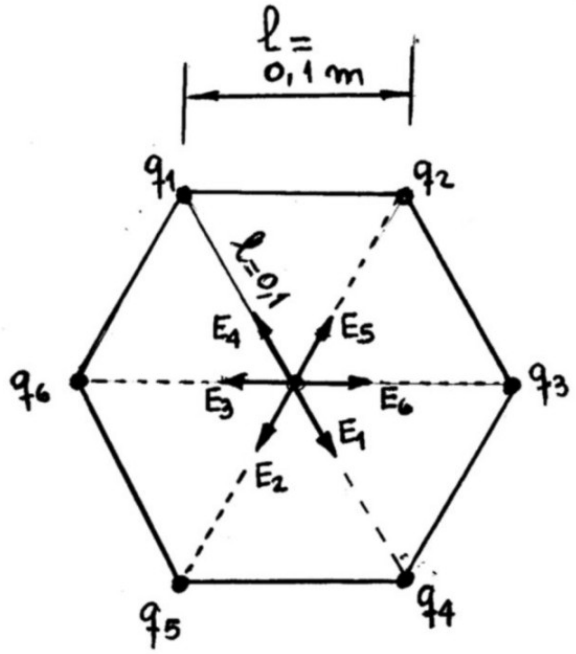
$$X_{12} = -0{,}2 \pm \sqrt{0{,}06} = -0{,}2 \pm 0{,}2449 \begin{cases} X_1 = 0{,}0449\ m. \\ X_2 = -0{,}4449 \rightarrow \text{No} \end{cases}$$

$$\boxed{X_1 \cong 4{,}5\ cm}$$

porque para $x < 0$ los campos tienen igual sentido.

E-8) En los seis vértices de un hexágono regular de 10 cm de lado se colocan cargas positivas iguales de 30 nC. Calcular el campo eléctrico producido en el centro del hexágono.

E-8)



$q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q_5 = q_6 = 30\,nC$

$\ell = 0,1\ m$

Solución

Cálculo del Campo $\vec{E}_1$, producido por la carga q_1 en el centro del hexágono.

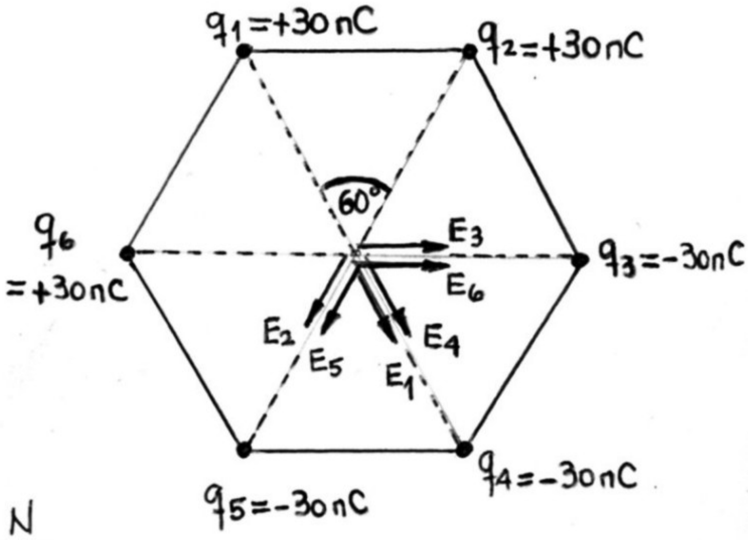
$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q_1\,\check{E}_1}{\ell^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{30 \times 10^{-9}\,\check{E}_1}{(0,1)^2} = 27000\,\frac{N}{C}\,\check{E}_1$$

Por simetría se cumple que $E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = E_5 = E_6 = 27000\,\frac{N}{C}$

$\therefore\ \sum \vec{E}_i = \vec{0}$ $\quad\therefore$ $\boxed{\text{El Campo } \vec{E} \text{ en el Centro es NULO}}$ Rta

E-9) Resolver el caso anterior si tres vértices consecutivos tienen cargas positivas de 30 nC y los otros tres vértices tienen cargas –30 nC.

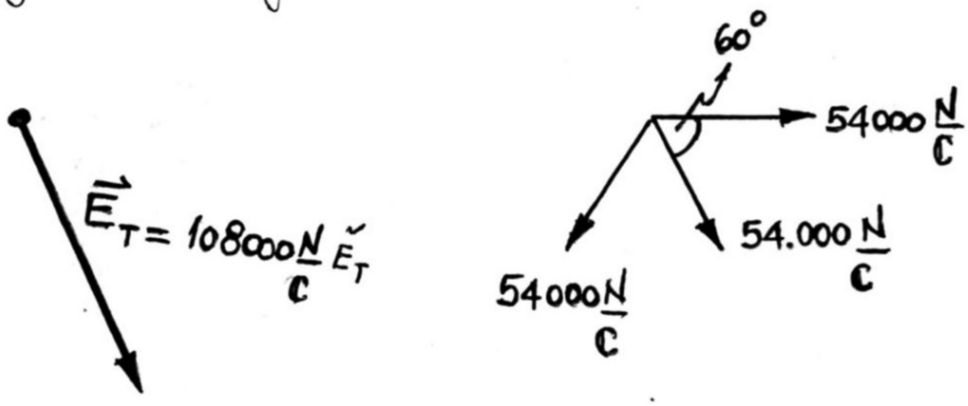
E-9)



Como las cargas q_3; q_4 y q_5 cambian de signo, entonces invertimos los vectores $\vec{E_3}$; $\vec{E_4}$ y $\vec{E_5}$

Los módulos siguen valiendo $27000\,\frac{N}{C}$

Resulta el siguiente diagrama vectorial.



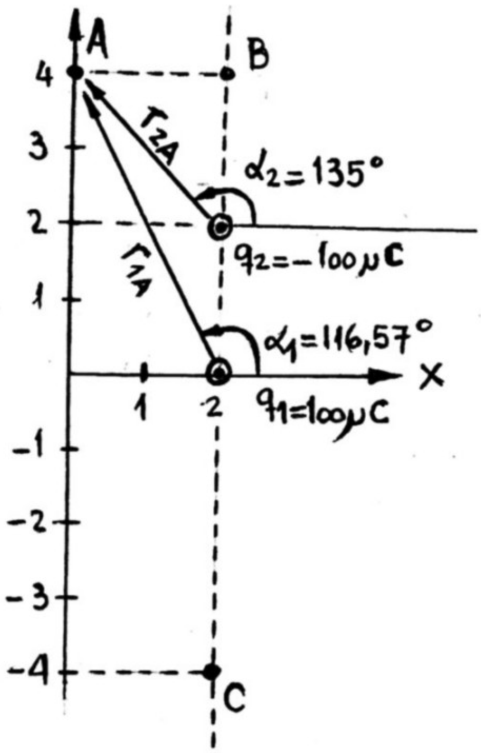
Resultante $= E_T = 108.000\,\frac{N}{C}$ en dirección y sentido de $\vec{E_1}$

$$\therefore \quad \boxed{\vec{E_T} = 108.000\,\frac{N}{C}\,\check{E_1}}$$

E-10) Una carga de 100 μC se coloca en el punto $x = 2$ m, $y = 0$ m y otra carga de -100 μC se coloca en el punto $x = 2$ m, $y = 2$ m. Calcular el campo eléctrico en: (**a**) $x = 0$ m, $y = 4$ m; (**b**) $x = 2$ m, $y = 4$ m; (**c**) $x = 2$ m, $y = -4$ m.

E-10)

$q_1 = 100\mu C \quad q_2 = -100\mu C$



Solución

A) Campo en A :

resulta de la suma vectorial de los producidos por q_1 y q_2

$\vec{E}_A = \vec{E}_{A1} + \vec{E}_{A2}$ donde

$$E_{1A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r_{1A}^2} \text{ N/C}$$

$$r_{1A}^2 = (2^2 + 4^2)\text{m} = 20\text{m}$$

$$E_{1A} = 9\times10^9 \times \frac{100\times10^{-6}}{20} = \boxed{4,5\times10^4 \ \frac{N}{C}}$$

$$\boxed{\vec{E}_{1A} = 4,5\times10^4 \ \underline{/116,57°} \ (N/C)}$$

$$E_{2A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_2}{r_{2A}^2} \text{ N/C}$$

$$r_{2A}^2 = (2^2 + 2^2)\text{m} = 8\text{m}$$

$$E_{2A} = 9\times10^9 \times \frac{(-100)\times10^{-6}}{8} = -\frac{9}{8}\times10^5 \text{ N/C}$$

$$\vec{E}_{2A} = -\frac{9}{8}\times10^5 \ \underline{/135°} \text{ N/C} = \frac{9}{8}\times10^5 \ \underline{/315°} \text{ N/C}$$

$$\boxed{\vec{E}_{2A} = 1,125\times10^5 \ \underline{/-45} \ N/C}$$

B) <u>Campo en B</u>. $\vec{E}_B = \vec{E}_{1B} + \vec{E}_{2B}$

•) $\vec{E}_{1B} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1}{r_{1B}^2} \check{j}$

$r_{1B}^2 = 4^2 = 16$

$E_{1B} = 9 \times 10^9 \times \frac{100 \times 10^{-6}}{16} = \frac{9}{16} \times 10^5 \frac{N}{C}$.

$$\boxed{\vec{E}_{1B} = 0{,}563 \times 10^5 \; N/C \; \check{j}}$$

•) $\vec{E}_{2B} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_2}{r_{2B}^2} \check{j}$

$r_{2B}^2 = 2^2 = 4$

$E_{2B} = 9 \times 10^9 \times \frac{100 \times 10^{-6}}{4} = \frac{9}{4} \times 10^5 \frac{N}{C}$

$$\boxed{\vec{E}_{2B} = 2{,}25 \times 10^5 \; (-\check{j}) \; N/C}$$

$\vec{E}_B = \vec{E}_{1B} + \vec{E}_{2B} = (0{,}563 \times 10^5 - 2{,}25 \times 10^5) \; \check{j} \; N/C$

$$\boxed{\vec{E}_B = -1{,}69 \times 10^5 \; \check{j} \; N/C}$$

c) <u>Campo en C</u> $\qquad \vec{E_C} = \vec{E_{1C}} + \vec{E_{2C}}$

•) $\vec{E_{1C}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1}{r_{1C}^2} \check{j}$

$r_{1C}^2 = 4^2 = 16$

$$E_{1C} = 9\times10^9 \times \frac{100\times10^{-6}}{16} = \frac{9}{16}\times10^5 \frac{N}{C} (-\check{j})$$

$$\boxed{\vec{E_{1C}} = 0{,}563\times10^5 \frac{N}{C} (-\check{j})}$$

•) $\vec{E_{2C}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_2}{r_{2C}^2} \check{j}$

$r_{2C}^2 = 6^2 = 36$

$$E_{2C} = 9\times10^9 \times \frac{100\times10^{-6}}{36} = \frac{1}{4}\times10^5 \frac{N}{C} \check{j}$$

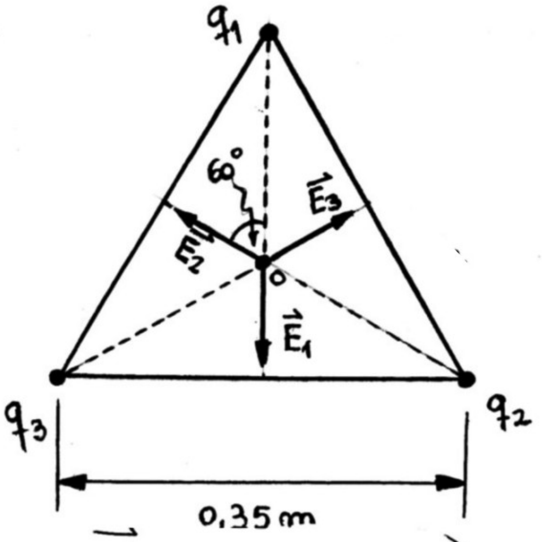
$$\vec{E_{2C}} = 0{,}25\times10^5 \frac{N}{C} \check{j}$$

$$\vec{E_C} = (-0{,}563 + 0{,}25)\times10^5 \frac{N}{C} \check{j} \quad \therefore$$

$$\boxed{\vec{E_C} = -0{,}313\times10^5 \frac{N}{C} \check{j}}$$

E-11) Tres cargas iguales positivas de valor 2,7 μC se colocan en los vértices de un triángulo equilátero de 35 cm de lado.
(a) Calcular el valor del campo eléctrico en el centro del triángulo.
(b) ¿Cuál sería el valor del campo eléctrico si una de las cargas fuese negativa?

A) Tres cargas positivas. $q_1 = q_2 = q_3$



Por Simetría, el $\vec{E} = 0$

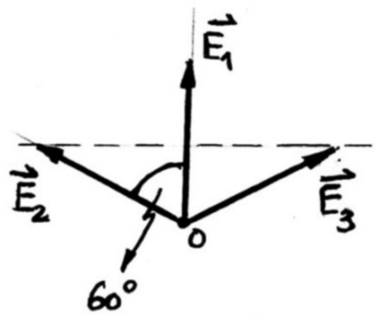
$$\vec{E}_o = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

B) Sólo $q_1 < 0$

$q_1 = -2{,}7\,\mu C$ (⟹ INVERTIMOS E SENTIDO DE $\vec{E}_1$ del caso anterior)

$q_2 = 2{,}7\,\mu C$

$q_3 = 2{,}7\,\mu C$.

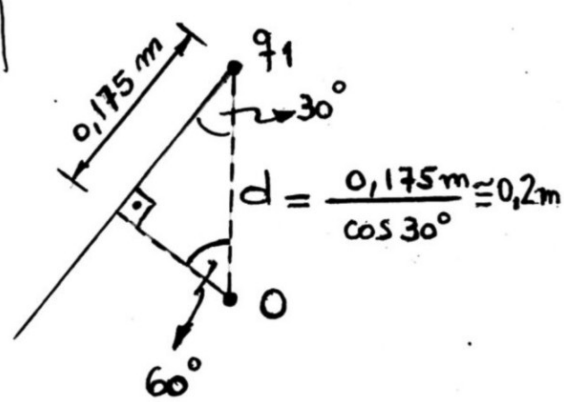


$$E_o = E_1 + E_2 \cos 60° + E_3 \cos 60°$$

$$E_o = E_1 + E_2 \times 0{,}5 + E_3 \times 0{,}5.$$

$$E_o = E_1(1 + 0{,}5 + 0{,}5) = \boxed{2E_1 = E_o}$$

apunta a la q_1



Cálculo de E_1

$$d = \frac{0{,}175}{\cos 30°} = 0{,}2\,m$$

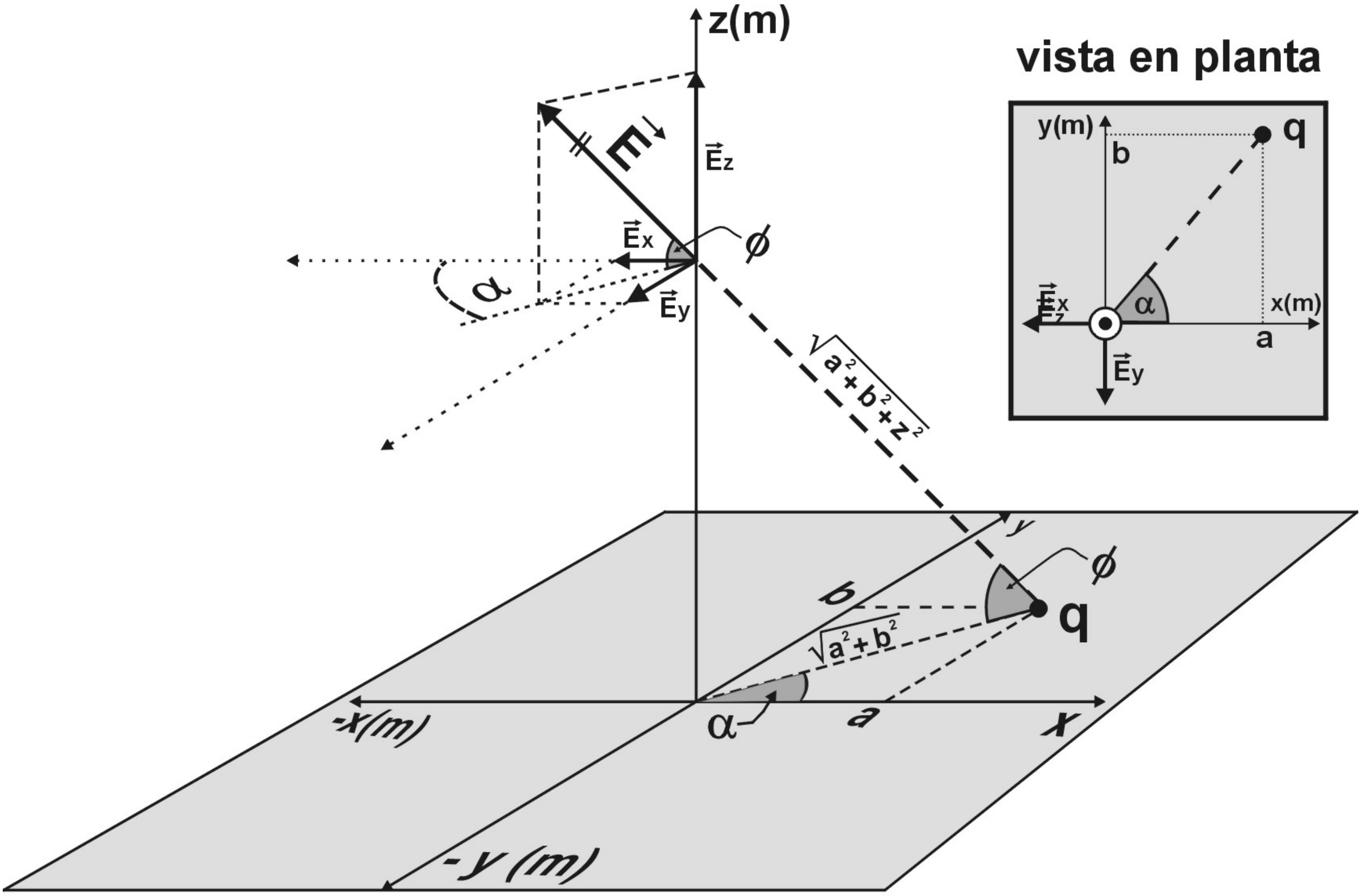
$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \times \frac{2{,}7 \times 10^{-6}}{d^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2{,}7 \times 10^{-6}}{(0{,}2)^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{E_1 = 607{,}5 \times 10^3 \frac{N}{C}} \therefore E_o = 1215 \times 10^3\ N/C$$

$$E_o = 2 \times 607{,}5 \times 10^3 \frac{N}{C} = 1215 \times 10^3 \frac{N}{C}$$ (apunta a q_1)

$$\boxed{E_o = 1215 \times 10^3\ \text{N/C y apunta a } q_1}$$

E-12) ***Una carga eléctrica "q" posee coordenadas cartesianas (a;b;0) m.***
a) Obtener la expresión de la intensidad de campo eléctrico en el eje "z".
b) Rehacer el punto a) si se agrega otra carga "q" con coordenadas (-a;b;0) m.



$$E_x = |\vec{E}| . \cos\phi . \cos\alpha \Rightarrow$$

$$E_x = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o(a^2+b^2+z^2)} \cdot \frac{\cancel{\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{a^2+b^2+z^2}} \cdot \frac{a}{\cancel{\sqrt{a^2+b^2}}} \therefore \boxed{E_x = \frac{q\ .\ a \quad N/C}{4\pi\varepsilon_o(a^2+b^2+z^2)^{3/2}}}$$

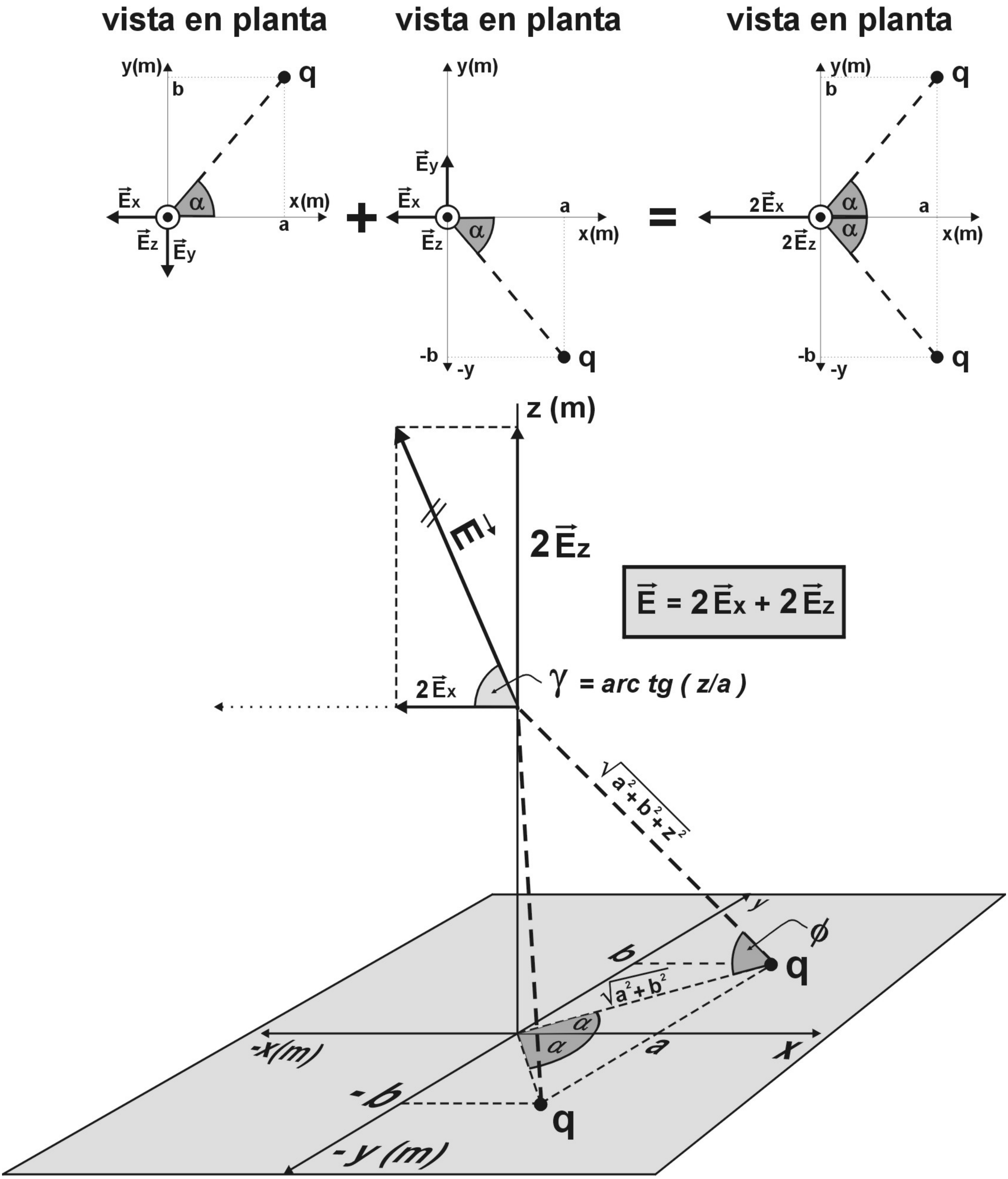
$$E_y = |\vec{E}| . \cos\phi . \operatorname{sen}\alpha \Rightarrow$$

$$E_y = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o(a^2+b^2+z^2)} \cdot \frac{\cancel{\sqrt{a^2+b^2}}}{\sqrt{a^2+b^2+z^2}} \cdot \frac{b}{\cancel{\sqrt{a^2+b^2}}} \therefore \boxed{E_y = \frac{q\ .\ b \quad N/C}{4\pi\varepsilon_o(a^2+b^2+z^2)^{3/2}}}$$

$$E_z = |\vec{E}| . \operatorname{sen}\phi \Rightarrow$$

$$E_z = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o(a^2+b^2+z^2)} \cdot \frac{z}{\sqrt{a^2+b^2+z^2}} \therefore \boxed{E_y = \frac{q\ .\ z \quad N/C}{4\pi\varepsilon_o(a^2+b^2+z^2)^{3/2}}}$$

$$\therefore \boxed{\vec{E} = \frac{q \quad N/C}{4\pi\varepsilon_o(a^2+b^2+z^2)^{3/2}} \left(- a\ \check{i} + b\ \check{j} + z\ \check{k} \right)}$$



$$\therefore \quad \vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o (a^2+b^2+z^2)^{3/2}} \left(-2a\,\check{\imath} + 2z\,\check{k}\right)$$