
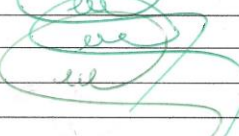
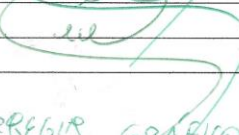


**LABORATORIO DE FÍSICA****GRUPO N° 3****CURSO: K1029****PROFESOR:** CRISTINA BELLOCO**JTP:** RENÉ SERGIO DUHAU**ATP:** MARIANO ALONSO, VICTOR DE LUCA, FRANCISCO MEDINA**ASISTE LOS DÍAS:** VIERNES**EN EL TURNO:** MAÑANA**TRABAJO PRÁCTICO N°:** 7**TÍTULO:** PÉNDULO FÍSICO**INTEGRANTES PRESENTES EL DÍA QUE SE REALIZÓ**

|                    |             |
|--------------------|-------------|
| ADORNO ELÍAS       | STAMATI GAS |
| HERZKOVICH AGUSTÍN |             |
| PALAZZESI TOMÁS    |             |
| PUNTA MÁXIMO       |             |

|              | FECHAS     | FIRMA Y ACLARACIÓN DEL DOCENTE   |
|--------------|------------|--|
| REALIZADO EL | 24/11/2023 |  |
| CORREGIDO    | 1/12/23    |  |
| APROBADO     | 1/12/23    |  |

**INDICACIONES PARA LAS CORRECCIONES:**

ERRORES EN  $\Delta I$ ; VERIFICAR Y CORREGIR GRÁFICO  
INFORME APROBADO.

## Objetivos

Mediante la utilización de una lámina sujeta a un gancho de soporte, a modo de eje de rotación, se busca determinar los siguientes momentos de inercia:

- Lámina.
- Lámina + cilindro colocado en el centro de masa (Cuerpo A).
- Lámina + cilindro colocado fuera del centro de masa (Cuerpo B por método de oscilaciones).
- Lámina + cilindro colocado fuera del centro de masa (Cuerpo B por método de actividad y Teorema de Steiner).

Para, por último, representar los resultados en un gráfico comparativo, y ver si en los dos distintos métodos utilizados para el cuerpo B, coinciden los intervalos de indeterminación del momento de inercia.

## Introducción Teórica

Para el experimento a realizar, es preciso introducir los siguientes conceptos:

- Sólido rígido.
- Centro de masa.
- Momento de inercia.
- Teorema de Steiner.

### Sólido rígido

Previamente, en las anteriores prácticas, se estudiaba el movimiento de los cuerpos considerando a estos como partículas puntuales. Esto sirve para estudiar ciertos tipos de movimientos, pero no para todos. Entonces para estudiar otro tipo de movimientos, como la rotación, es necesario comenzar a estudiar los cuerpos como un conjunto de partículas, las cuales tienen una distancia entre sí que permanece invariable. Ahora es de interés conocer las dimensiones del cuerpo, la forma y cómo se distribuye la masa en él.

Un sólido rígido es cualquier cuerpo formado por varios puntos materiales cuyas distancias mutuas permanecen constantes, incluso bajo la acción de fuerzas exteriores. El sólido rígido es un caso ideal, es decir, se trata de un modelo, una abstracción de la realidad que resulta útil para estudiar ciertos tipos de cuerpos.

En el modelo del sólido rígido, las fuerzas interiores de las partículas que forman el sólido se suponen tan fuertes que los cuerpos son indeformables. Estas fuerzas se anulan por la 3ª Ley de Newton, y por ello, no es necesario tenerlas en cuenta a la hora de resolver los problemas. Sin embargo, es importante recordar que, gracias a ellas, la



Forma del sólido se mantiene constante incluso bajo la acción de fuerzas externas altas. Estas fuerzas pueden hacer que el sólido se mueva (Traslación o rotación), pero, idealmente, nunca se deforma.

En la realidad todos los cuerpos se deforman cuando se aplican fuerzas sobre ellos. Sin embargo, podemos emplear el modelo cuando las deformaciones que se producen son despreciables frente a las dimensiones del sistema.

### Tipos de movimientos de un cuerpo rígido

• Traslación pura: El cuerpo se traslada de manera rectilínea o curvilínea. Las trayectorias de todas las partículas que forman el cuerpo rígido son paralelas. Todos los puntos se trasladan con la misma velocidad. La velocidad de traslación es igual a la velocidad del centro de masa.

• Rotación pura: El cuerpo rota con cierta velocidad angular. Todos los puntos del cuerpo rotan con esta misma velocidad.

• Rototranslación: El cuerpo se traslada y luego rota. La velocidad total es igual a la velocidad de traslación más la velocidad de rotación.

### Centro de masa

El centro de masa es un punto perteneciente al cuerpo rígido, en el que suponemos que se encuentra toda la masa del sistema para su estudio cinemático y dinámico. En el caso de cuerpos usuales, el centro de masa se encuentra en su centro geométrico. Es importante considerar este punto ya que todo el estudio de movimiento de un cuerpo rígido se realiza en base al centro de masa.

### Momento de inercia

El momento de inercia es una medida física que describe la distribución de masa alrededor de un eje de rotación. Es decir, indica cómo se distribuye la masa de un objeto en relación con un eje específico y cómo esta distribución afecta su resistencia a cambiar su estado de rotación.

Para calcularlo, se multiplica la masa de cada partícula de un objeto por el cuadrado de su distancia al eje de rotación, y luego se suman estos productos para todas las partículas. La ecuación sería:

$$[ I = \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2 ]$$

Donde:

- $I$  es el momento de inercia alrededor del eje de rotación.
- $m_i$  es la masa de cada partícula.

NOTA

• Si es la distancia de cada partícula al eje de rotación.

El momento de inercia es importante en la dinámica rotacional, ya que determina cómo se distribuye la masa en un objeto y cómo esta distribución afecta su comportamiento rotacional cuando se aplica una fuerza. Por ejemplo, un objeto con mayor momento de inercia requiere más energía para acelerar su rotación o cambiar su velocidad angular.

En el estudio de los rigidos, esta ecuación se convierte en una integral, pero a veces se hace muy complicado calcular el momento de inercia de un cuerpo resolviéndola. Para ello existe el Teorema de Steiner.

### Teorema de Steiner

El Teorema de Steiner establece que el momento de inercia  $I$  alrededor de un eje paralelo al que pasa por el centro de masa, pero a una distancia  $d$  del primer eje, se puede calcular sumando el momento de inercia  $I_{cm}$  alrededor del eje que pasa por el centro de masa y la masa total del objeto multiplicada por el cuadrado de la distancia  $d$ :

$$[I = I_{cm} + m \cdot d^2]$$

Donde:

- $I$  es el momento de inercia alrededor del nuevo eje.
- $I_{cm}$  es el momento de inercia alrededor del eje que pasa por el centro de masa.
- $m$  es la masa total del objeto.
- $d$  es la distancia perpendicular entre los dos ejes paralelos.

Este Teorema es útil en situaciones donde se necesita calcular el momento de inercia de un objeto alrededor de un eje que no pasa por su centro de masa, permitiendo hacerlo a partir del momento de inercia conocido alrededor de un eje paralelo al que sí pasa por el centro de masa.

## Materiales Utilizados

- Látmina.
- Regla milimetrada (apreciación 1mm).
- Soporte con gancho.
- Cilindro.
- Plomada colgante.
- Calibre (apreciación 0,2mm).
- Cronómetro de celular (0,1 segundos de tiempo de reacción).
- Cinta de embalar.
- Hojas para trazado.

NOTA



Balanza (apreciación 0,001 kg).

## Desarrollo

1) Como primer paso se pesó la lámina en una balanza y luego el cilindro que se utilizaría posteriormente.

2) Se midió el diámetro del cilindro con un calibre, para utilizar el radio en los cálculos.

3) Se obtuvo experimentalmente el centro de masa de la siguiente forma:  
Para el experimento únicamente con la lámina:

a) Primero se colgó la lámina y se dejó en reposo, y a su vez se colgó la plomada para trazar una recta mediante el hilo de esta.

b) Luego se colgó la lámina desde otro orificio diferente al eje de rotación utilizado, y nuevamente con la plomada se traza otra recta sobre la hoja, formando de esta manera, dos rectas concurrentes.

c) En la intersección de dichas rectas se encuentra el centro de masa.

Para el experimento del cuerpo A, con el cilindro sobre el centro de masa:

a) Se colocó el cilindro encastrado en el centro de masa.

Para el experimento del cuerpo B, con el cilindro en otro punto alejado del centro de masa anterior:

a) Se colgó la lámina y se dejó en reposo, esta vez quedando ligeramente desplazada hacia un costado debido al peso del cilindro colocado en un extremo inferior.

b) De manera similar a los pasos anteriores se colgó la plomada para trazar una recta y luego se cambió el eje de rotación para trazar otra y determinar el nuevo centro de masa.

4) Se desarrollaron los cálculos para la obtención del valor representativo del momento de inercia de la lámina mediante la oscilación de esta sobre el soporte, y posteriormente el cálculo de propagación de errores.

5) Se desarrolló el cálculo del momento de inercia de la lámina junto al cilindro ubicado en el centro de masa utilizando la oscilación de la lámina alrededor del soporte.

6) Se desarrolló el cálculo del momento inercial, con el cilindro ubicado en un extremo de la lámina, de dos formas diferentes. Una idéntica a las anteriores, por oscilación, y otra, por medio de la aplicación de los teoremas de adición y Steiner. Posteriormente se desarrollaron

NOTA

los cálculos de propagación de error de ambos valores representativos.

- 7) Se graficaron rectas con los valores obtenidos con cada una de los cuatro cálculos de momentos inerciales respectivamente, y esto se realizó utilizando una escala acorde.

## Resultados y Análisis

### Mediciones

Dato de gravedad

[  $M_L = (0,501 \pm 0,001) \text{ kg}$  ] Masa de lámina

[  $g = (9,777 \pm 0) \text{ m/s}^2$  ]

[  $M_{cil} = (0,183 \pm 0,001) \text{ kg}$  ] Masa de cilindro

[  $R_{cil} = (0,028 \pm 0,0002) \text{ m}$  ] Radio de cilindro

[  $t_0 = (13,7 \pm 0,4) \text{ seg}$  ] Tiempo solo lámina

[  $T_0 = (1,37 \pm 0,04) \text{ seg}$  ] Período solo lámina  $= \frac{T}{10}$  Por 10 oscilaciones

### Cuerpo A

[  $d = (0,434 \pm 0,003) \text{ m}$  ] Distancia del centro de masa al eje de rotación

[  $t = (13,9 \pm 0,4) \text{ seg}$  ] Tiempo lámina y cilindro en el CM

[  $T = (1,39 \pm 0,04) \text{ seg}$  ] Período lámina y cilindro en el CM

### Cuerpo B

[  $d = (0,539 \pm 0,003) \text{ m}$  ] Distancia del centro de masa al eje de rotación

[  $d' = (0,764 \pm 0,003) \text{ m}$  ] Distancia del cilindro al eje de rotación

[  $t = (14,9 \pm 0,4) \text{ seg}$  ] Tiempo lámina y cilindro fuera de CM

[  $T = (1,49 \pm 0,04) \text{ seg}$  ] Período lámina y cilindro fuera de CM

### Cálculos solo lámina

$$I_{Lo} = \frac{M_L \cdot g \cdot d \cdot T_0^2}{4\pi^2}$$

Se le despeja de  $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I_L}{M_L \cdot g \cdot d}}$

$$I_{Lo} = \frac{0,501 \text{ kg} \cdot 9,777 \text{ m/s}^2 \cdot 0,434 \text{ m} \cdot (1,37 \text{ seg})^2}{4\pi^2}$$

[  $I_{Lo} = 0,1013 \text{ kg m}^2$  ]



$$Er(IL) = Er(mL) + Er(s) + Er(d) + 2 \cdot Er(T) + Er(4m^2)$$

$$\frac{\Delta IL}{IL_0} = \frac{\Delta mL}{mL_0} + \frac{\Delta d}{d_0} + \frac{2 \cdot \Delta T}{T_0}$$

$$\Delta IL = \left[ \frac{\Delta mL}{mL_0} + \frac{\Delta d}{d_0} + \frac{2 \cdot \Delta T}{T_0} \right] \cdot IL_0$$

$$\Delta IL = \left[ \frac{0,001 \text{ kg}}{0,501 \text{ kg}} + \frac{0,003 \text{ m}}{0,434 \text{ m}} + \frac{2 \cdot 0,04 \text{ seg}}{1,39 \text{ seg}} \right] \cdot (0,1013 \text{ kg m}^2)$$

$$[\Delta IL = 0,0067 \text{ kg m}^2]$$

$$IL = IL_0 \pm \Delta IL$$

$$IL = (0,1013 \pm 0,0067) \text{ kg m}^2$$

$$[IL = (0,101 \pm 0,007) \text{ kg m}^2] \text{ momento de inercia}$$

Cálculos cuerpo A

$$IA_0 = \frac{(m_{L_0} + m_{cil_0}) \cdot g \cdot d_0 \cdot T_0^2}{4\pi^2}$$

$$IA_0 = \frac{(0,501 \text{ kg} + 0,183 \text{ kg}) \cdot 9,797 \text{ m/s}^2 \cdot 0,434 \text{ m} \cdot (1,39 \text{ seg})^2}{4\pi^2}$$

$$[IA_0 = 0,1423 \text{ kg m}^2]$$

$$Er(IA) = Er(mL + m_{cil}) + Er(s) + Er(d) + 2 \cdot Er(T) + Er(4m^2)$$

$$\frac{\Delta IA}{IA_0} = \left[ \frac{\Delta mL + \Delta m_{cil}}{mL_0 + m_{cil_0}} + \frac{\Delta d}{d_0} + \frac{2 \cdot \Delta T}{T_0} \right]$$

$$\Delta IA = \left[ \frac{\Delta mL + \Delta m_{cil}}{mL_0 + m_{cil_0}} + \frac{\Delta d}{d_0} + \frac{2 \cdot \Delta T}{T_0} \right] \cdot IA_0$$

$$\Delta IA = \left[ \frac{0,001 \text{ kg} + 0,001 \text{ kg}}{0,501 \text{ kg} + 0,183 \text{ kg}} + \frac{0,003 \text{ m}}{0,434 \text{ m}} + \frac{2 \cdot 0,04 \text{ seg}}{1,39 \text{ seg}} \right] \cdot (0,1423 \text{ kg m}^2)$$

$$[\Delta IA = 0,0096 \text{ kg m}^2]$$

$$IA = IA_0 \pm \Delta IA$$

$$IA = (0,1423 \pm 0,0096) \text{ kg m}^2$$

$$[IA = (0,142 \pm 0,010) \text{ kg m}^2] \text{ Momento de inercia}$$

Cálculos cuerpo B : Método oscilaciones

$$IB_0 = \frac{(m_{L_0} + m_{cil_0}) \cdot g \cdot d_0 \cdot T_0^2}{4\pi^2}$$

NOTA

Grupo 3

HOJA N° 4/5

FECHA

$$I_{B0} = \frac{(0,501 \text{ kg} + 0,183 \text{ kg}) \cdot 9,797 \text{ m/s}^2 \cdot 0,539 \text{ m} \cdot (1,49 \text{ seg})^2}{4 \pi^2}$$

$$[I_{B0} = 0,2031 \text{ kg m}^2]$$

$$E_r(I_B) = E_r(m_L + m_{C1}) + E_r(g) + E_r(d) + 2 \cdot E_r(T) + E_r(4 \pi^2)$$

$$\frac{\Delta I_B}{I_{B0}} = \frac{\Delta m_L + \Delta m_{C1}}{m_L + m_{C1}} + \frac{\Delta d}{d_0} + \frac{2 \cdot \Delta T}{T_0}$$

$$\Delta I_B = \left[ \frac{\Delta m_L + \Delta m_{C1}}{m_L + m_{C1}} + \frac{\Delta d}{d_0} + \frac{2 \cdot \Delta T}{T_0} \right] \cdot I_{B0}$$

$$\Delta I_B = \left[ \frac{0,001 \text{ kg} + 0,001 \text{ kg}}{0,501 \text{ kg} + 0,183 \text{ kg}} + \frac{0,003 \text{ m}}{0,539 \text{ m}} + \frac{2 \cdot 0,01 \text{ seg}}{1,49 \text{ seg}} \right] \cdot (0,2031 \text{ kg m}^2)$$

$$[\Delta I_B = 0,0126 \text{ kg m}^2]$$

$$I_B = I_{B0} \pm \Delta I_B$$

$$I_B = (0,2031 \pm 0,0126) \text{ kg m}^2$$

$$[I_B = (0,20 \pm 0,01) \text{ kg m}^2] \text{ Momento de inercia}$$

Cálculos cuerpo B: Método aditividad + Steiner

$$I_{B0} = I_{C0} + \frac{1}{2} m_{C10} \cdot R_{C10}^2 + m_{C10} \cdot d^2$$

$$I_{B0} = 0,107 \text{ kg m}^2 + \frac{1}{2} \cdot 0,183 \text{ kg} \cdot (0,0128 \text{ m})^2 + 0,183 \text{ kg} \cdot (0,764 \text{ m})^2$$

$$[I_{B0} = 0,2078 \text{ kg m}^2]$$

$$\Delta I_{B0} = \Delta I_{C0} + \left[ \frac{\Delta m_{C10}}{m_{C10}} + 2 \cdot \frac{\Delta R_{C10}}{R_{C10}} \right] \cdot \frac{1}{2} m_{C10} \cdot R_{C10}^2 + \left[ \frac{\Delta m_{C10}}{m_{C10}} + 2 \cdot \frac{\Delta d}{d_0} \right] \cdot m_{C10} \cdot d^2$$

$$\Delta I_{B0} = 0,007 \text{ kg m}^2 + \left[ \frac{0,001 \text{ kg}}{0,183 \text{ kg}} + 2 \cdot \frac{0,0002 \text{ m}}{0,0128 \text{ m}} \right] \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,183 \text{ kg} \cdot (0,0128 \text{ m})^2 + \left[ \frac{0,001 \text{ kg}}{0,183 \text{ kg}} + 2 \cdot \frac{0,003 \text{ m}}{0,764 \text{ m}} \right] \cdot 0,183 \text{ kg} \cdot (0,764 \text{ m})^2$$

$$[\Delta I_{B0} = 0,0084 \text{ kg m}^2]$$

$$I_B = I_{B0} \pm \Delta I_{B0}$$

$$I_B = (0,2078 \pm 0,0084) \text{ kg m}^2$$

$$[I_B = (0,208 \pm 0,008) \text{ kg m}^2] \text{ Momento de inercia}$$

NOTA



### Cálculos de escala

#### Rango

$$\text{Rango} = I_{\text{max}} - I_{\text{min}}$$

$$\text{Rango} = [(0,21 + 0,07) - (0,101 - 0,000)] \text{ Kg m}^2$$

$$[\text{Rango} = 0,1860 \text{ Kg m}^2]$$

#### Espacio en hoja

$$[\text{Espacio en hoja} = 21,5 \text{ cm}]$$

#### Escala

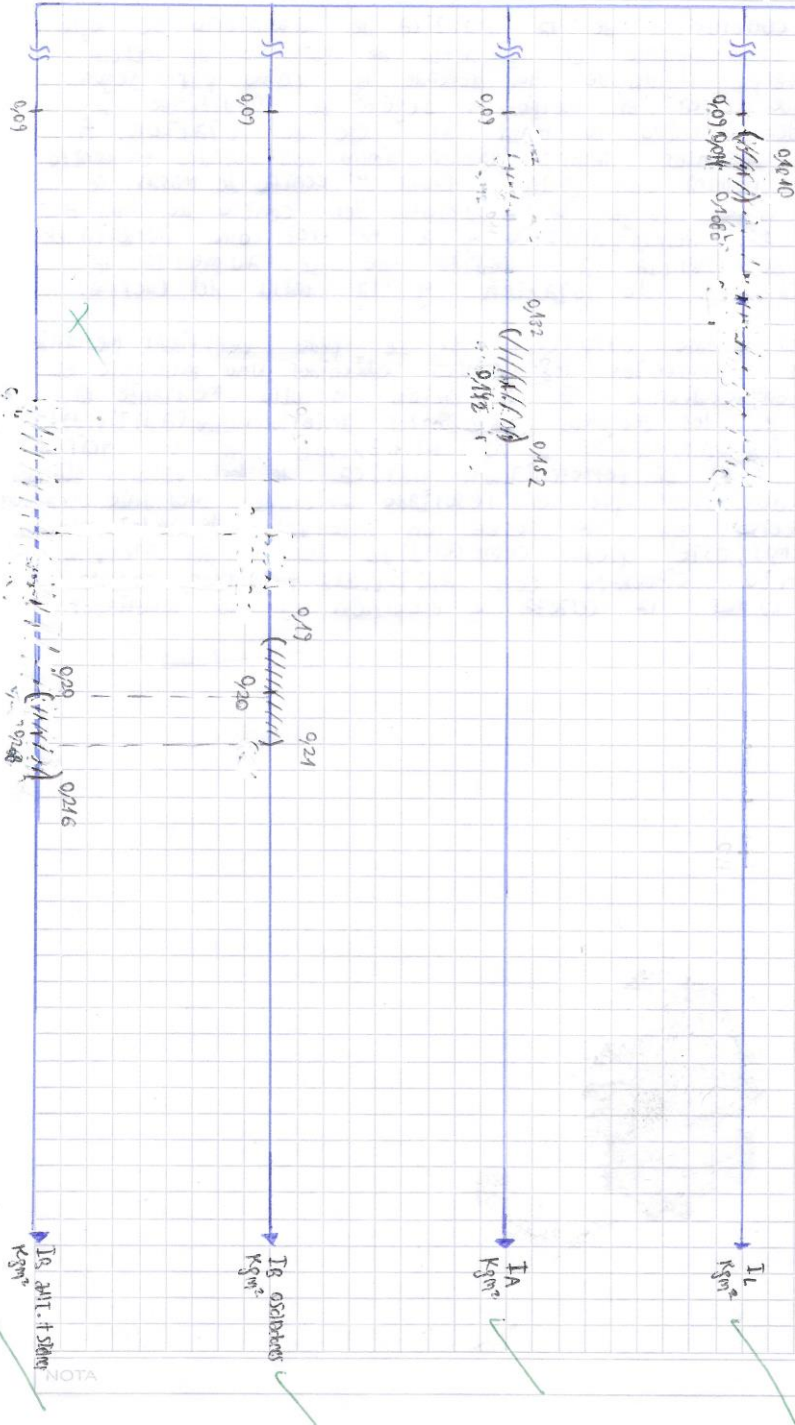
$$\text{Escala} = \frac{\text{Rango}}{\text{Espacio en hoja}}$$

$$\text{Escala} = \frac{0,1860 \text{ Kg m}^2}{21,5 \text{ cm}}$$

$$[\text{Escala} = \frac{0,00865 \text{ Kg m}^2}{\text{cm}}] \text{ Estandarizado en 1-2-5}$$

#### Gráfico comparativo

GRUPO 3



NOTA



## Conclusión

Como conclusión de la práctica de laboratorio, se logró comprender correctamente el concepto de momento de inercia de un cuerpo rígido, de que depende y cómo varía según la masa que posee el cuerpo, y según se modifique la distancia del centro de masa al eje de rotación. A través de distintos análisis (lámina, lámina con cilindro en centro de masa y 15 min con cilindro fuera del centro de masa), se entendió cómo surge la variación del centro de masa a partir de su desplazamiento, y a su vez cómo aumenta el momento de inercia a medida que se aumenta la distancia al eje de rotación y la masa del cuerpo.

Para el último caso (cuerpo B), se pudo verificar mediante los métodos diferentes los valores obtenidos, uno mediante el cálculo comprendiendo la oscilación y otro mediante la utilización de los teoremas mencionados anteriormente (aditividad y Steiner). Además, gracias a la utilización de un gráfico comparativo para la representación gráfica de los valores obtenidos, se pudo identificar que el resultado obtenido mediante oscilaciones es más preciso ya que posee un intervalo de indeterminación menor, y además, este quedó comprendido dentro del intervalo del momento calculado con aditividad + Steiner, con lo cual, verificamos la certeza y precisión de los resultados obtenidos.

El momento de inercia es la inercia a la rotación que tiene un cuerpo para rotar alrededor de un eje

$$[I = \sum m_i \cdot r_i^2]$$

El momento de inercia es la suma de las infinitesimales masas de un sólido por la distancia al eje de rotación al cuadrado.

En un sólido es una integral

Se puede apartar el cuerpo de la vertical para que empiece a oscilar con un torque de rotación

Para saber dónde está el centro de masa, se deja la lámina en equilibrio y se cuelga una plomada para que la recta vertical por donde ~~se~~ para la plomada describa los posibles puntos del centro de masa. Luego se coloca la lámina sobre otro punto pivote y se coloca la plomada, se traza otra línea. En la intersección se halla el CM.

### Contenidos

$$M_L = (0,501 \pm 0,001) \text{ kg}$$

$$R_{CM} = (0,0128 \pm 0,0002) \text{ m}$$

$$M_{CIL} = (0,183 \pm 0,001) \text{ kg}$$

$$\left. \begin{array}{l} I_0 = (13,7 \pm 0,4) \text{ seg} \\ I_0 = (1,37 \pm 0,04) \text{ seg} \end{array} \right\} \text{ solo lámina}$$

### Cuerpo A

$$d = (0,434 \pm 0,003) \text{ m}$$

$$I = (13,9 \pm 0,4) \text{ seg}$$

$$T = (1,39 \pm 0,04) \text{ seg}$$

### Cuerpo B

$$d = (0,53 \pm 0,003) \text{ m}$$

$$d' = (0,764 \pm 0,003) \text{ m}$$

$$I = (14,2 \pm 0,4) \text{ seg}$$

$$T = (1,49 \pm 0,04) \text{ seg}$$

Grupo: 3

24/11/23