MATERIALES MAGNÉTICOS

INTRODUCCIÓN

Se estudia ahora la naturaleza de materiales magnéticos que utilizados como núcleos de inductores y toroides mejoran el comportamiento de los mismos.
Este estudio es análogo al ya realizado cuando se aumentó significativamente la capacitancia de un capacitor mediante la introducción de dieléctricos entre sus placas.

En magnetismo, el material magnético introducido como núcleo de un devanado, modifica el campo magnético original y por lo tanto el parámetro inductancia.
No menos importante es la utilización de materiales magnéticos para el acople magnético entre circuitos eléctricos. El ejemplo más simple es el del transformador en fuentes de alimentación.

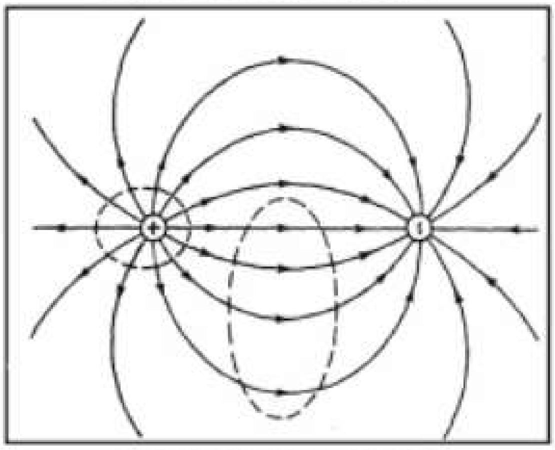
NO EXISTEN POLOS MAGNÉTICOS AISLADOS

En página 1 del tema CAPACITORES se pudo negativizar una placa conductora y simultáneamente positivar otra enfrentada a la primera. La mínima unidad con la que se operó fue la CARGA ELÉCTRICA.

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = q.$$

LEY DE GAUSS

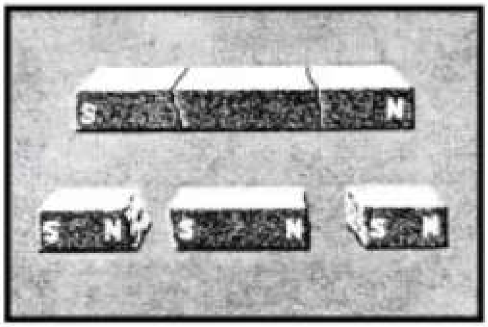
DIPOLO ELÉCTRICO



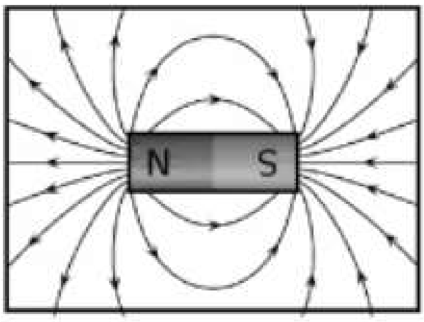
CARGAS AISLADAS

En magnetismo ES IMPOSIBLE MANIPULAR POLOS MAGNÉTICOS AISLADAMENTE.
Por más que fraccionemos una y otra vez un material magnético, la mínima unidad operable es el DIPOLO MAGNÉTICO elemental.

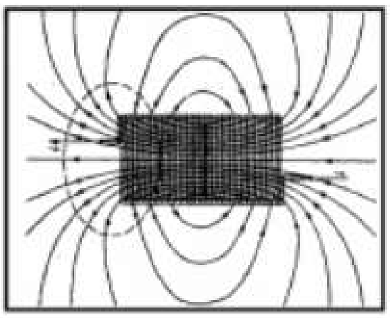
Tanto un IMÁN RECTO, UN SOLENOIDE, UNA ESPIRA DE CORRIENTE, tienen un polo norte y un polo sur en una misma unidad.



DIPOLOS MAGNÉTICOS



POLOS INSEPARABLES
en un imán recto



POLOS INSEPARABLES
en un solenoide

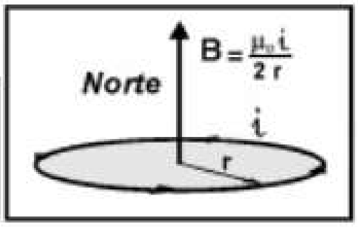
$$\Phi_B = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0,$$

LEY DE GAUSS

DISTINTOS MATERIALES MAGNÉTICOS

Un electrón rotando alrededor de su núcleo puede ser considerado como una espira infinitesimal de corriente, es decir un microimán con polo norte y sur.

ESPIRA DE CORRIENTE



Por ejemplo:

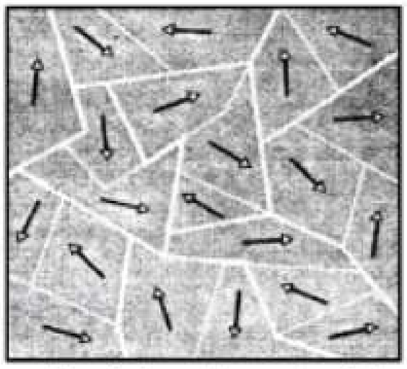
$$\left.\begin{aligned} \frac{e^2}{4\ \varepsilon_o r^2} &= m\,(2\pi f)^2 r \\ i &= e.f \end{aligned}\right\} \Rightarrow i = 26\,\mu A \Rightarrow B = \frac{\mu_o i}{2.r} = 80\ mT$$

$$\boxed{\begin{aligned} r &= 5{,}1x10^{-11}\,m \\ e &= 1{,}6x10^{-19}\,C \\ m &= 1{,}67x10^{-27}\,kg \end{aligned}}$$

Puede suceder que un átomo tenga las órbitas orientadas de tal manera que en conjunto, el efecto magnético neto sea nulo. Este es el caso de los materiales llamados DIAMAGNÉTICOS, que al estar sumergidos en un campo magnético externo Bo, generan un contracampo B_M de pequeño valor. (ejemplo los gases nobles, cobre, oro, silicio, germanio, grafito, bronce, azufre).
Si por el contrario, las órbitas se orientan espontáneamente tal que en total presentan un comportamiento dipolar no nulo por default, entonces la presencia de un campo magnético externo producirá un alineamiento de los dipolos elementales en su mismo sentido. Estos son los materiales PARAMAGNÉTICOS (aire, magnesio, aluminio, titanio, wolframio) y los FERROMAGNÉTICOS (hierro, cobalto, niquel, gadolinio, etc)

Los materiales PARAMAGNÉTICOS se magnetizan muy poco. Superponen un campo magnétizante B_M de pequeño valor. Lo materiales magnéticos más propensos a ser magnetizados son los FERROMAGNÉTICOS. Sus dipolos elementales de igual orientación y de un estricto paralelismo entre átomos adyacentes se agrupan en regiones llamadas DOMINIOS MAGNÉTICOS. A este fenómeno se lo llama ACOPLAMIENTO POR INTERCAMBIO.

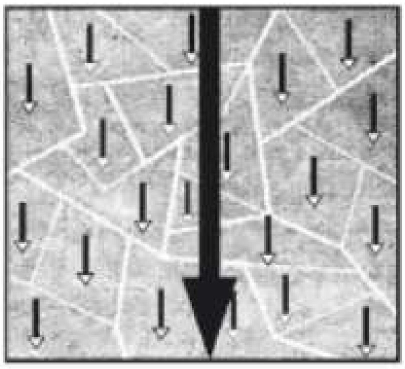
Cada dominio magnético tiene su propia orientación común. Los DOMINIOS están separados por las PAREDES DE DOMINIOS.



dominios de material magnético no imantado

Si no existe campo magnético externo, la orientación de los dominios es al azar como se muestra en la figura. Al aplicar un campo externo, los dominios se alinean tal que el campo resultante es mucho mayor.

Los materiales ferromagnéticos se diferencian de los paramagnéticos no sólo por el mayor valor del campo magnetizante adicionado sino que además por la cualidad llamada MAGNETISMO REMANENTE. Es decir, mantienen el campo magnetizante aun en ausencia del campo externo inicialmente aplicado.



dominios alineados por campo magnético externo

En todos los casos se cumple que:

$$\boxed{\vec{B} = \vec{B}_o + \vec{B}_M} \qquad \textit{(Tesla o Weber/m}^2\textit{)}$$

campo magnético total

campo magnético en vacío (original o sin núcleo)

campo magnetizante

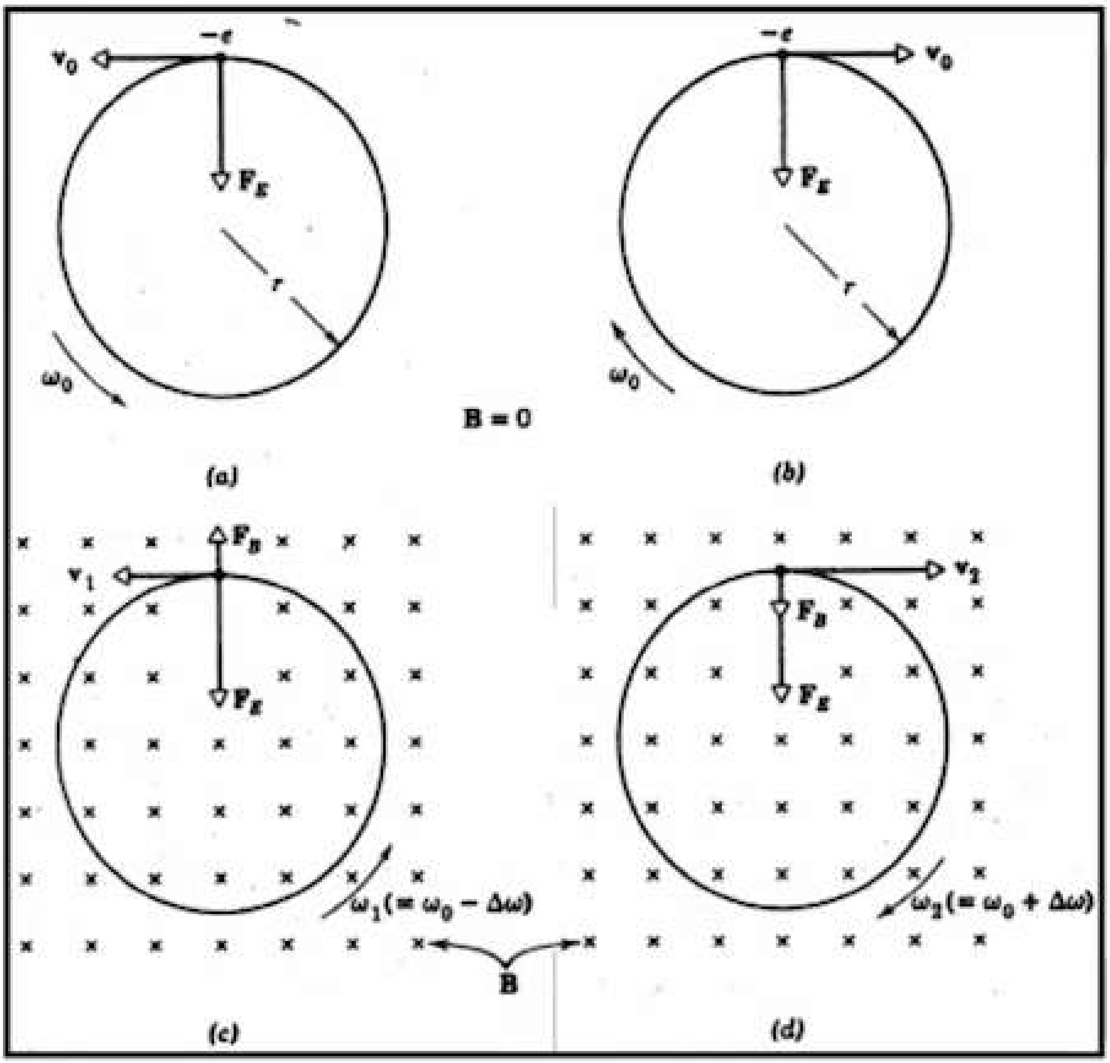
DIAMAGNETISMO UN POCO MÁS DETALLADAMENTE

En realidad en todos los materiales magnéticos se verifica diamagnetismo. Sucede que en materiales paramagnéticos y ferromagnéticos el diamagnetismo es comparativamente tan pequeño, que no llega a notarse.

Estos materiales no tienen átomos dipolares por default. Los efectos magnéticos de la azarosa orientación de sus órbitas se anulan exactamente de modo que el átomo NO ES MAGNÉTICO. Por lo tanto el campo externo Bo produce un alineamiento nulo. (En la lámina de abajo se indica esta cualidad con dos órbitas de velocidad opuesta y por lo tanto con un efecto magnético total, nulo.)

De todos modos el campo externo Bo actúa sobre los electrones orbitantes (que funcionan como corrientes eléctricas).

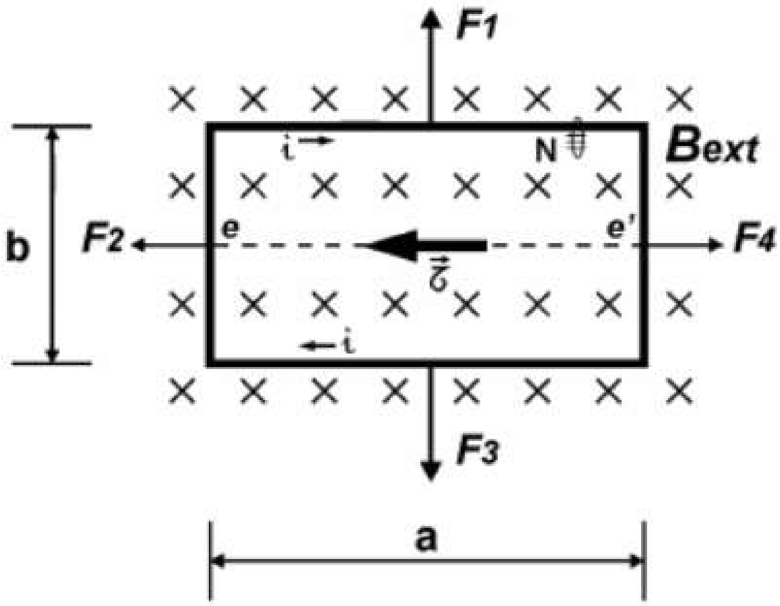
Según lo visto en la ley de Lorentz, se genera una fuerza que cambia la fuerza centrípeta en cada electrón. (ver figuras "c" y "d").
Consecuentemente cambiará su velocidad de rotación como se puede ver al comparar entre los gráficos "a" y "c" como así también entre "b" y "d".
Según la regla de mano derecha, ambos casos generan un campo magnetizante opuesto al externo. Por esto, un material diamagnético tiene una susceptibilidad negativa.

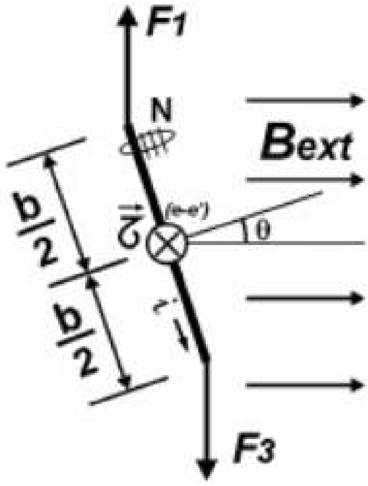


(*a*) Un electrón circulando en un átomo. (*b*) Un electrón circulando en sentido contrario. (*c*) Al introducirse un campo magnético, *disminuye* la velocidad lineal del electrón en (*a*), esto es, $v_1 < v_0$. (*d*) El campo magnético *aumenta* la velocidad lineal del electrón en (*b*), esto es, $v_2 > v_0$

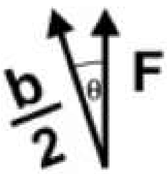
CUPLA QUE EJERCE UN CAMPO MAGNÉTICO SOBRE UNA ESPIRA

A fin de comprender el alineamiento de los dipolos elementales por obra del campo externo, se calculará la cupla que ejerce un campo B externo sobre una espira rectangular de N vueltas y de dimensiones ancho "b" y largo "a".





Se sabe que la fuerza magnética sobre una corriente eléctrica está dada por la expresión:



$$\vec{F} = i.\vec{\ell} \wedge \vec{B} \quad \text{(Newton)}$$

Sólo las fuerzas F1 y F3 ejercen idéntico momento respecto del eje (e-e')

El momento de ambas fuerzas es: $$\tau = 2\,\frac{b}{2}.i.a.\operatorname{sen}\theta.B_{ext}.N \quad (\text{N.m}) \quad (\text{A.}\underbrace{\text{m}^2\text{.T}}_{\text{Volt.sec}})$$

El área de la superficie de la espira rectangular es: $A = a.b \quad (m^2)$

Remplazando, simplificando y reagrupando queda:

$$\tau = \underbrace{N.i.A}_{|\vec{\mu}|}.\operatorname{sen}\theta.B_{ext} \qquad (\text{N.m}) \quad (\text{A.m}^2\text{.T})$$

El producto $(N.i.A)$ es el módulo del vector "MOMENTO DE DIPOLO MAGNÉTICO". y se aplica a espiras de cualquier forma, que tengan área A y corriente i.

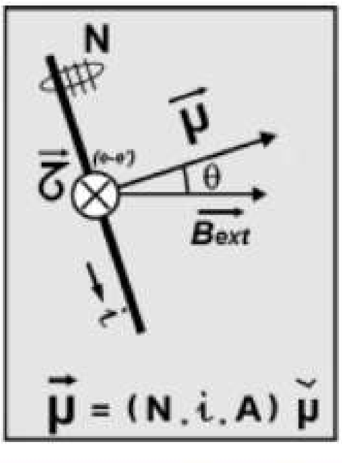
El VECTOR "MOMENTO DEL DIPOLO MAGNÉTICO $\vec{\mu}$ TIENE :

MÓDULO: $(N.i.A)$

PUNTO DE APLICACIÓN: Centro de la espira.

RECTA DE ACCIÓN: Normal al plano de la espira.

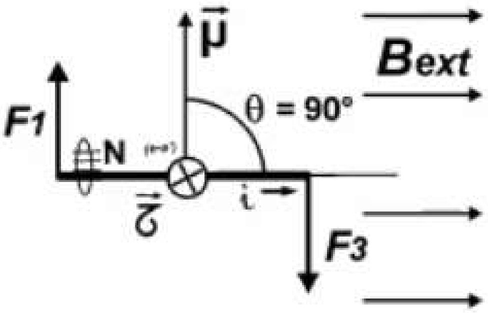
SENTIDO: se determina por la regla de la mano derecha.



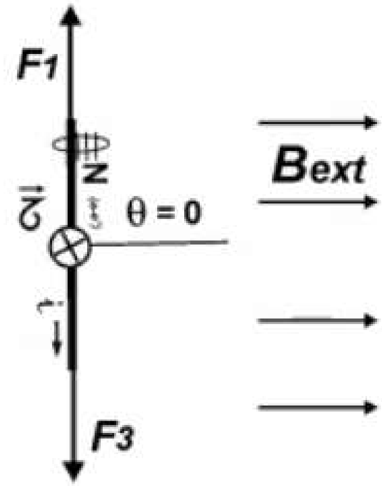
La expresión vectorial del momento que un campo magnético externo ejerce sobre un solo dipolo magnético es:

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}_{ext}} \qquad (A.m^2.T)$$

La magnitud del momento depende del ángulo θ .



MOMENTO MÁXIMO



MOMENTO NULO

TRABAJO MECÁNICO DEL CAMPO MAGNÉTICO EXTERNO

Dado un dipolo magnético que rota desde un ángulo $\theta_{inicial}$ hasta un ángulo θ_{final} ,

el trabajo mecánico que el campo Bext ejerce el dipolo magnético, resulta de la siguiente integración:

$$W = \int_{\theta_{inicial}}^{\theta_{final}} \tau . d\theta = \int_{\theta_{inicial}}^{\theta_{final}} \mu . B_{ext} . \operatorname{sen}\theta . d\theta = - \underbrace{\mu . B_{ext}}_{A.m^2.T} . (\cos\theta_{final} - \cos\theta_{inicial})$$

Unidades: A.m².T = A.Weber = A . Volt. sec = Watt . sec = Joule

$$\therefore \boxed{W = \mu . B_{ext} . (\cos\theta_{inicial} - \cos\theta_{final})} \qquad (N.m = Joule)$$

Ejemplo:

$$\left.\begin{array}{l} N = 100 \text{ vueltas} \\ i = 100 \text{ mA} \\ \text{radio "a": } 0,05 \text{ m} \end{array}\right\} \Rightarrow \mu = 0,785 \; A.m^2$$

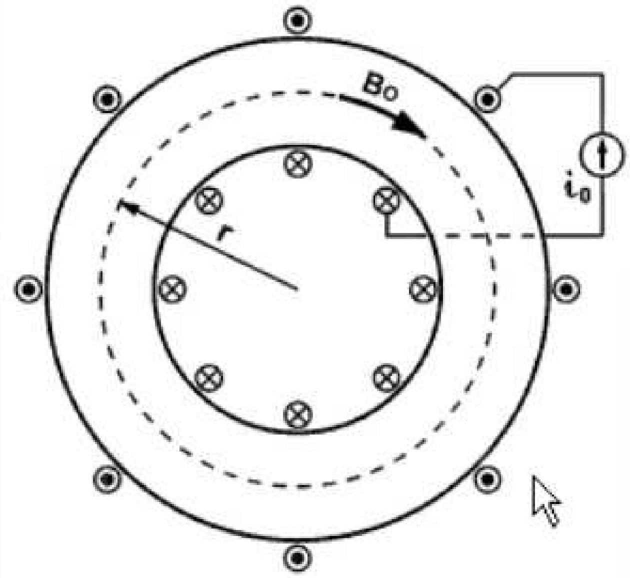
$$B_{ext} = 1,5 \text{ Tesla}$$

$$\left.\begin{array}{l} \theta_{final} = 180° \\ \theta_{inicial} = 0° \end{array}\right\} \Rightarrow (\cos\theta_{inicial} - \cos\theta_{final}) = 2$$

$$\Rightarrow W = \underbrace{0,235 \text{ Joules}}_{\text{Energía potencial asociada al dipolo}}$$

LEY DE AMPERE PARA BOBINADOS CON NÚCLEOS MAGNÉTICOS

Se tiene el esquema de un toroide con núcleo vacío por cuyo devanado de N vueltas circula una corriente continua i_o .
El único campo magnético circulante será Bo.



TOROIDE DE N VUELTAS
Y SIN NÚCLEO

$$\boxed{\vec{B} = \vec{B}_o}$$

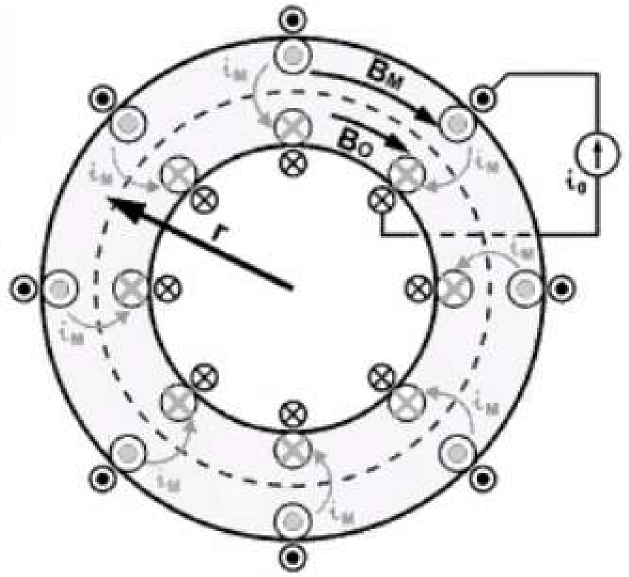
Por ley de Ampere: $$\oint \vec{B}_o . \vec{d\ell} = \mu_o . N . i_o$$

Si el toroide tiene un núcleo con material magnético se tiene:

$$\boxed{\vec{B} = \vec{B}_o + \vec{B}_M}$$

Por ley de Ampere:

$$\oint (\vec{B}_o + \vec{B}_M) . \vec{d\ell} = \mu_o . N . (i_o + \underbrace{i_M})$$

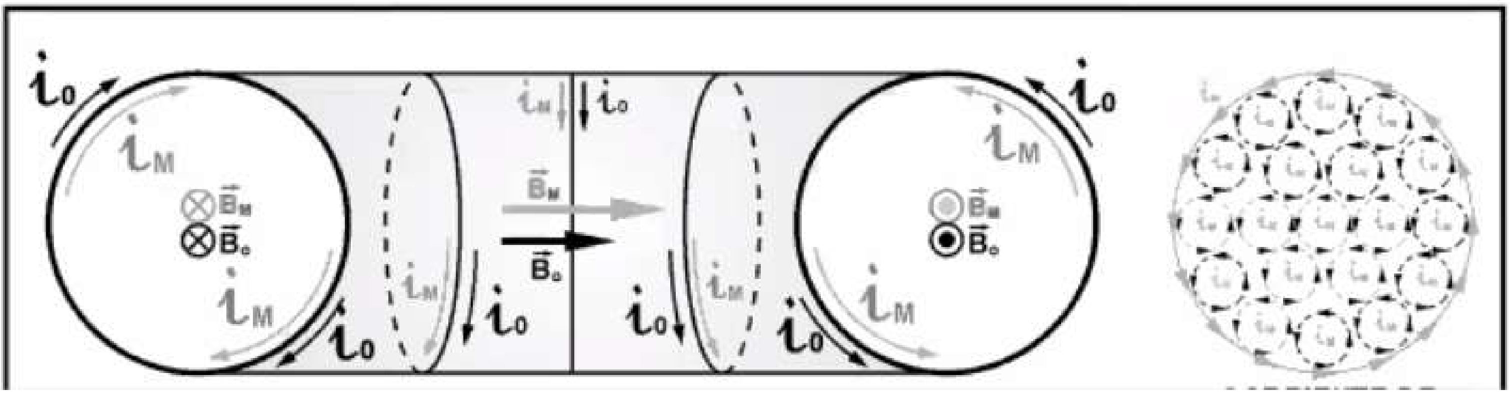


TOROIDE DE N VUELTAS
Y CON NÚCLEO

i_M es la corriente de magnetización que circula por el interior del núcleo, paralelamente a la corriente i_o del devanado y con el mismo sentido. (suponemos inicialmente que el material no es diamagnético).

La corriente de magnetización se conforma físicamente con la superposición de las corrientes de los dipolos magnéticos de cada sección y alineados por el Bo. Se ve que en el interior, las corrientes de las espiras se cancelan entre sí.

Resulta así la corriente periférica de valor i_M tal como muestran las figuras.



Distribuyendo en el segundo miembro resulta:

$$\oint (\vec{B}_o + \vec{B}_M) \cdot \vec{dl} = \mu_o . N . i_o + \mu_o . N . i_M$$

Distribuyendo en el primer miembro:

$$\underbrace{\oint \vec{B}_o \cdot \vec{dl}}_{\text{Componente de L. de Ampere sin núcleo}} + \overbrace{\oint \vec{B}_M \cdot \vec{dl}}^{\text{Componente de L. de Ampere con núcleo}} = \underbrace{\mu_o . N . i_o}_{\text{Componente de L. de Ampere sin núcleo}} + \overbrace{\mu_o . N . i_M}^{\text{Componente de L. de Ampere con núcleo}}$$

POR LO TANTO se puede apreciar la coactuación simultánea de la ley de Ampere tanto en el cobre como en el núcleo del dispositivo magnético.

SUSCEPTIBILIDAD MAGNÉTICA χ (ji)

Se sabe que el campo magnetizante (o polarización magnética B_M) es el efecto que surge por acción de Bo (causa) sobre el material magnético que constituye el núcleo.

Existe un parámetro caracteristico de dicho material definido como la relación entre efecto y causa. Este parámetro adimensional y escalar se llama SUSCEPTIBILIDAD MAGNÉTICA χ (ji).

$$\boxed{\chi = \frac{\vec{B}_M}{\vec{B}_o}}$$

En materiales isótropos es un escalar dado que B_M es paralelo a Bo. En materiales anisótropos esto no ocurre por lo que la susceptibilidad se representa por una matriz tridimensional llamada "tensor".

Ya se explicó que no todos los materiales magnéticos tienen la misma respuesta ante un campo magnético externo aplicado.

Materiales Ferromagnéticos: $\chi \gg 1 \Rightarrow \vec{B}_M \gg \vec{B}_o \longrightarrow \vec{B}_M \begin{cases} \text{aditivo y de} \\ \text{gran módulo} \end{cases}$

Materiales Paramagnéticos: $\chi > 0 \Rightarrow \vec{B}_M > \vec{B}_o \longrightarrow \vec{B}_M \begin{cases} \text{aditivo y de} \\ \text{pequeño módulo} \end{cases}$

Materiales Diamagnéticos: $\chi < 0 \Rightarrow \vec{B}_M$ *opuesto a* $\vec{B}_o$ *y de pequeño módulo*

Aire o vacío: $\chi = 0 \Rightarrow \vec{B}_M = \vec{0} \quad \therefore \quad \vec{B} = \vec{B}_o$

Tabla de susceptibilidades magnéticas χ_m a T ambiente y a una presión de 1 atmósfera			
Paramagnéticos (+)		**Diamagnéticos (-)**	
Oxígeno	1.9×10 -6	Hidrógeno	-2.08×10^{-9}
Sodio	8.4×10 -6	Nitrógeno	-6.7×10^{-9}
Magnesio	1.2×10^{-5}	CO2	-1.19×10^{-8}
Aluminio	2.1×10^{-5}	Alcohol	-0.75×10^{-5}
Tungsteno	7.6×10^{-5}	Agua	-0.91×10^{-5}
Titanio	1.8×10^{-4}	Cobre	-0.98×10^{-5}
Platino	2.9×10^{-4}	Plata	-2.64×10^{-5}
Uranio	4.0×10^{-4}	Oro	-3.5×10^{-5}

EJEMPLO:
Se tiene un toroide de radio medio 10cm, con núcleo aire y un devanado de 628 vueltas. Por el cobre circula una corriente de 2A.
a) Calcular el campo magnético en su núcleo.
b) Recalcular si el núcleo es de material magnético de susceptibilidad 400.
c) Calcule la corriente de magnetización i_M del caso b).

Solución

a) $$\oint \vec{B}_o . \vec{dl} = \mu_o . N . i_o \Rightarrow B_o = \frac{\mu_o N i_o}{2\pi r} = \boxed{2.512\ \mu T}$$

b) $$B_M = \chi . B_o \Rightarrow B_M = 400 \times 2.512\ \mu T = 1.004.800\ \mu T$$

$$\therefore B = B_o + B_M \Rightarrow \boxed{B = 1.007.312\ \mu T}$$

c) $$\frac{\oint \vec{B}_M . \vec{dl}}{\oint \vec{B}_o . \vec{dl}} = \frac{\mu_o . N . i_M}{\mu_o . N . i_o} \therefore \overbrace{\frac{\vec{B}_M . \cancel{2\pi r}}{\vec{B}_o . \cancel{2\pi r}}}^{\chi} = \frac{\cancel{\mu_o} . \cancel{N} . i_M}{\cancel{\mu_o} . \cancel{N} . i_o}$$

$$\Rightarrow \frac{i_M}{i_o} = \chi \Rightarrow i_M = \chi . i_o \therefore \boxed{i_M = 800\ A}$$

CONCLUSIÓN:
SI NO SE HUBIESE INCLUIDO EL NÚCLEO, LA CORRIENTE EXTERNA DEBERÍA SER DE 802 AMPERES PARA QUE EL DISPOSITIVO TENGA EL MISMO COMPORTAMIENTO QUE CON NÚCLEO.

PERMEABILIDAD MAGNÉTICA RELATIVA μ_r

Es otra propiedad del material magnético que evalúa cuán magnetizable es. Se define como el cociente entre el campo magnético B y Bo.

$$\boxed{\mu_r = \frac{\vec{B}}{\vec{B}_o} \quad \text{(adimensional)}}$$

Por definición de susceptibilidad, se puede expresar el campo magnético total como:

$$\vec{B} = \vec{B}_o + \chi . \vec{B}_o \quad \textit{siendo Bo el factor común} \quad \vec{B} = \vec{B}_o . (1 + \chi)$$

$\therefore$ ***según la definición se tiene que:*** $\boxed{\mu_r = (1 + \chi)}$

CLASIFICACIÓN DE MATERIALES SEGÚN SU PERMEABILIDAD RELATIVA

Materiales Ferromagnéticos: $\mu_r \gg 1$

Materiales Paramagnéticos: $\mu_r \gtrsim 1$

Materiales Diamagnéticos: $\mu_r \lesssim 1$

Aire o vacio: $\mu_r = 1$

Material	*Permeabilidad magnética relativa*
Hierro, 99,8% pureza	5.000
Hierro, 99,95% pureza	200.000
Permalloy 78	100.000
Superpermalloy	1.000.000

PERMEABILIDAD MAGNÉTICA RELATIVA DE ALGUNOS MATERIALES FERROMAGNÉTICOS

En base a los RESULTADOS del ejemplo anterior, se verifica la relación entre permeabilidad relativa y susceptibilidad magnéticas:

$$\mu_r = \frac{\vec{B}}{\vec{B}_o} = \frac{1.007.312\ \mu T}{2.512\ \mu T} = 401$$

VECTORES SUBSIDIARIOS $\vec{H}$ y $\vec{M}$ (A/m)

Son vectores matemáticos auxiliares que simplifican el cálculo de los vectores físicos. Se recuerda la incorporación del vector DESPLAZAMIENTO ELÉCTRICO en el tema CAPACITORES. En ese momento, el simple cálculo de la densidad superficial de carga libre permitía el post-cálculo inmediato de los distintos valores de campo eléctrico dentro de dieléctricos con sólo conocer la permitividad dieléctrica de cada uno de ellos.
Cabe destacar que este vector auxiliar D permitió omitir las cargas de polarización del dieléctrico y sólo utilizar las libres en la ley de Gauss.

Matemáticamente podemos definir los vectores auxiliares H y M, dividiendo miembro a miembro por μ_o la expresión conocida:

$$\vec{B} = \vec{B}_o + \vec{B}_M$$

$$\frac{\vec{B}}{\mu_o} = \underbrace{\frac{\vec{B}_o}{\mu_o}}_{\vec{H}} + \underbrace{\frac{\vec{B}_M}{\mu_o}}_{\vec{M}} \qquad \frac{T}{T.m/A} \longrightarrow A/m$$

donde $\begin{cases} \vec{H} & \text{: Intensidad de campo magnético} \\ \vec{M} & \text{: Magnetización} \end{cases}$

$$\therefore \quad \frac{\vec{B}}{\mu_o} = \vec{H} + \vec{M} \quad (A/m) \Longrightarrow \vec{B} = \mu_o(\vec{H} + \vec{M}) \quad (T)$$

CÁLCULO DE $\vec{B}$ en función de μ_r y $\vec{H}$

En virtud de estas definiciones, se puede extender la definición de susceptibilidad:

$$\chi = \frac{\vec{B}_M}{\vec{B}_o} \Rightarrow \chi = \frac{\vec{M}}{\vec{H}}$$

Por lo que: $\vec{B} = \mu_o(\vec{H} + \chi\,\vec{H}) \Longrightarrow \vec{B} = \mu_o\,\underbrace{(1+\chi)}_{\mu_r}\,\vec{H} \Longrightarrow \boxed{\vec{B} = \mu_o\,\mu_r\,\vec{H}}$

El producto $\mu_o \cdot \mu_r$ se llama PERMEABILIDAD ABSOLUTA μ $\quad \therefore \quad \boxed{\vec{B} = \mu\,\vec{H}}$

CÁLCULO DE $\vec{M}$ en función de μ_r y $\vec{H}$

De dos maneras:

De expresiones anteriores: $\left\{\begin{array}{l} \vec{B} = \mu_o(\vec{H} + \vec{M}) \\ \vec{B} = \mu_o\,\mu_r\,\vec{H} \end{array}\right\} \Longrightarrow \boxed{\vec{M} = (\mu_r - 1)\,\vec{H}}$

Lo que también se obtiene más sencillamente con: $\left\{\begin{array}{l} \chi = \dfrac{\vec{M}}{\vec{H}} \\ \mu_r = (1+\chi) \end{array}\right\} \Longrightarrow \boxed{\vec{M} = (\mu_r - 1)\,\vec{H}}$

CÁLCULO DE $\vec{B}$ en función de μ_r y $\vec{M}$

$$\left.\begin{array}{l}\vec{B} = \mu_o(\vec{H} + \vec{M}) \\ \vec{H} = \dfrac{\vec{M}}{\chi}\end{array}\right\} \Longrightarrow \vec{B} = \mu_o\left(\frac{\vec{M}}{\chi} + \vec{M}\right) \Longrightarrow \vec{B} = \mu_o . \vec{M}\left(\frac{1}{\chi} + 1\right)$$

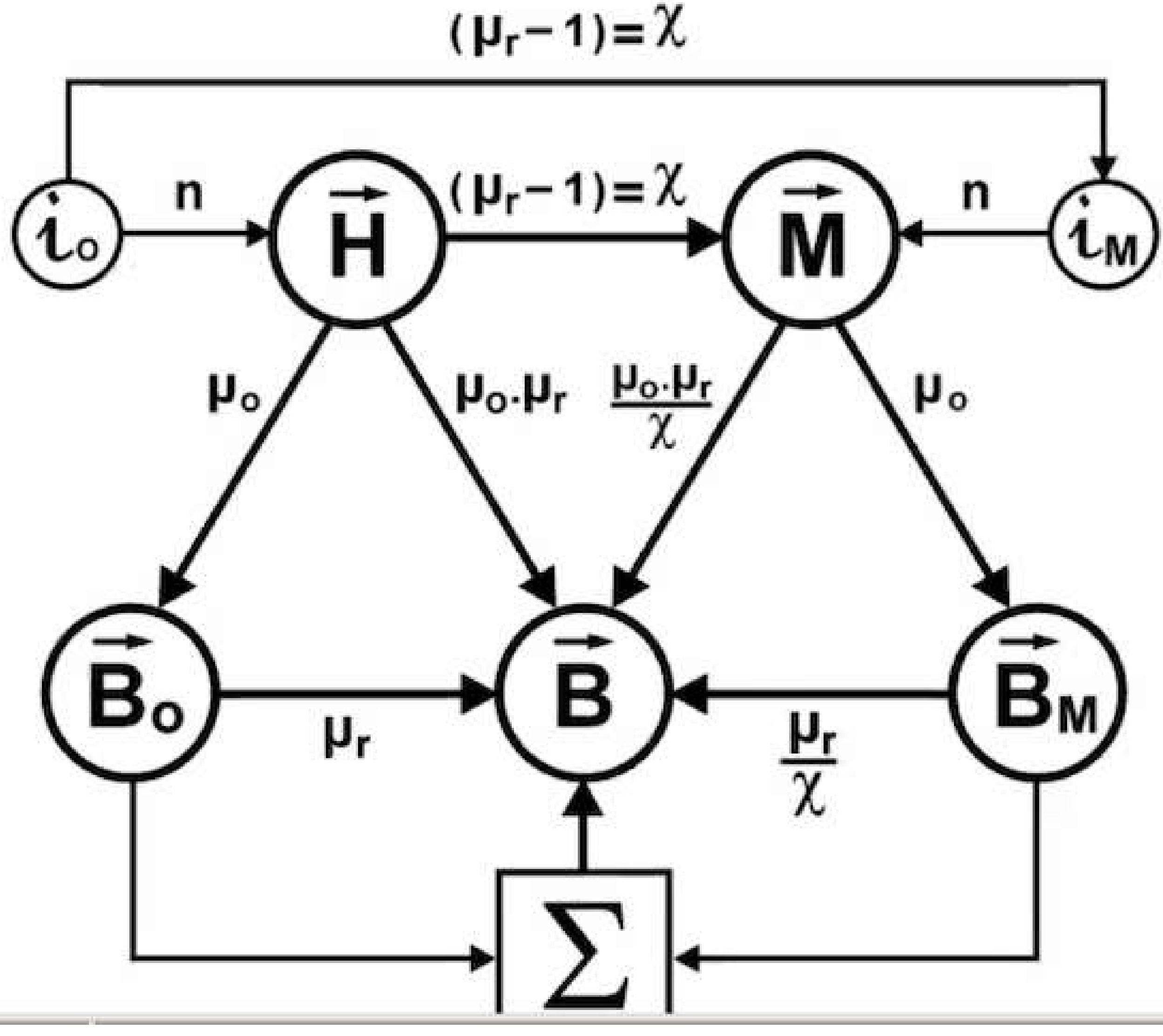
$$\therefore\ \vec{B} = \mu_o . \vec{M}\left(\frac{1+\chi}{\chi}\right) \Longrightarrow \boxed{\vec{B} = \mu_o . \vec{M}\ \frac{\mu_r}{\chi}} \Longrightarrow \boxed{\vec{B} = \mu_o . \vec{M}\ \frac{\mu_r}{(\mu_r - 1)}}$$

DIAGRAMA DE VECTORES

TRANSFERENCIA ENTRE NODOS

$$\boxed{n = \frac{\text{Número de vueltas}}{\text{longitud de curvilinea}}}$$

$$\boxed{(P) \xrightarrow{T} (Q) \Rightarrow Q = P\,.\,T}$$



VECTOR MAGNETIZACIÓN $\vec{M}$

Un material magnético se compone de un número muy grande de dipolos magnéticos y cada uno de ellos con un momento dipolar.
El momento de dipolo magnético de un cierto volumen se calcula de manera similar al de la masa de un cierto volumen cuando se conoce la densidad del material en cuestión:

masa = densidad . volumen

Un material magnético magnetizado también tiene una "densidad volumétrica de momento de dipolo magnético". Se llama VECTOR MAGNETIZACIÓN.

densidad volumétrica de momento de dipolo magnético } **VECTOR MAGNETIZACIÓN** $\vec{M} = \frac{\vec{\mu}}{V}$ (A/m)

en donde V : Volumen del material magnético (m^3)

La ley de Ampere vincula la circulación del campo magnético con la corriente que lo produce.

$$\underbrace{\oint \vec{B}_o \cdot \vec{d\ell}}_{\text{Componente de L. de Ampere sin núcleo}} + \overbrace{\oint \vec{B}_M \cdot \vec{d\ell}}^{\text{Componente de L. de Ampere con núcleo}} = \underbrace{\mu_o . N . i_o}_{\text{Componente de L. de Ampere sin núcleo}} + \overbrace{\mu_o . N . i_M}^{\text{Componente de L. de Ampere con núcleo}}$$

Dividiendo por μ_o miembro a miembro:

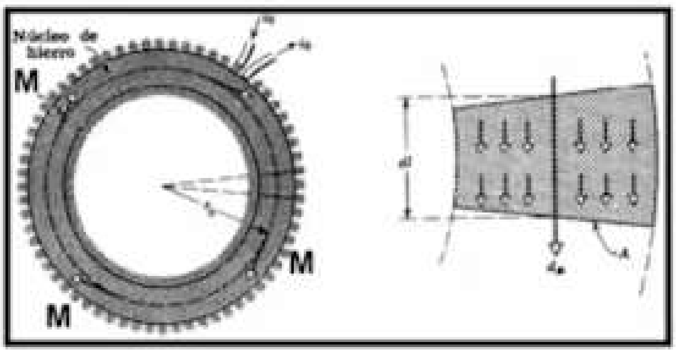
$$\oint \vec{H} \cdot \vec{d\ell} + \oint \vec{M} \cdot \vec{d\ell} = N . i_o + N . i_M$$

Poniendo atención en la circulación del vector magnetización:

$$\oint \vec{M} \cdot \vec{d\ell} = N . i_M \Rightarrow M . (2 \pi r) = N . i_M$$

Multiplicando miembro a miembro por la sección A del toroide:

$$\underbrace{M . A . (2 \pi r)}_{\text{volumen del toroide}} = \underbrace{N . i_M . A}_{\text{momento magnético del toroide}}$$



$\therefore$ **VECTOR MAGNETIZACIÓN** $\vec{M} = \frac{\vec{\mu}}{V}$ (A/m)

EJERCICIO 1

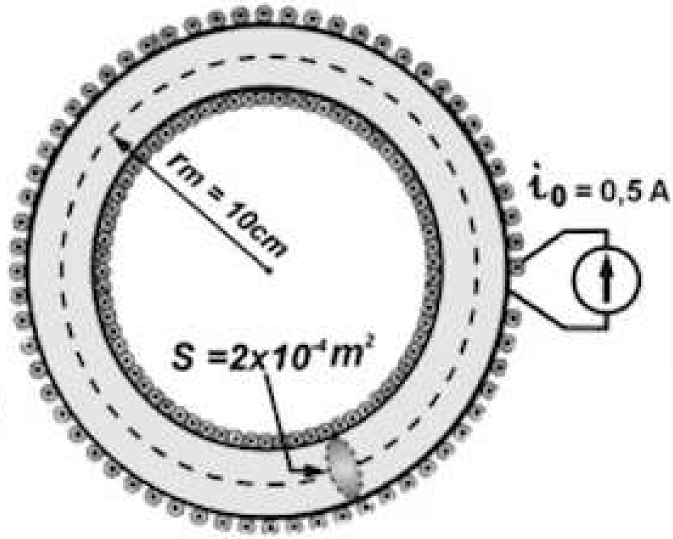
Dado el toroide de la figura, calcular los vectores H; B; M y la corriente de magnetización para los siguientes núcleos:

A) VACÍO

B) paramagnético $\chi = 4 \times 10^{-5}$

C) ferromagnético $\mu_r = 5000$

DATOS: $n = 2000$ *vueltas/m* $\quad \mu_o = 4\pi 10^{-7} \frac{T.m}{A}$



Solución A: NÚCLEO VACÍO $\Rightarrow \chi = 0\ ;\ \mu_r = 1$

>) $i_M = i_o . \chi \ \therefore \ \boxed{i_M = 0 \text{ A}}$

>) $H = n . i_o \ \therefore \ \boxed{H = 1000 \text{ A/m}}$

>) $M = \chi . H \Rightarrow \boxed{M = 0 \text{ A/m}}$

>) $B_o = \mu_o . H \Rightarrow B_o = 4\pi 10^{-7} \frac{T.m}{A} . 1000 \text{ A/m} \therefore \boxed{B_o = 4\pi 10^{-4} \frac{T.m}{A} = 0{,}0013 \text{ T}}$

>) $B_M = \mu_o . M \Rightarrow \boxed{B_M = 0 \text{ T}}$

>) $B = B_o + B_M \Rightarrow B = B_o \ \therefore \boxed{B = 0{,}0013 \text{ T}}$

Solución B: NÚCLEO PARAMAGNÉTICO CON $\chi = 4 . 10^{-5}$

>) $i_M = i_o . \chi \ \therefore \ i_M = 0{,}5 \text{ A} . 4 . 10^{-5} \therefore \boxed{i_M = 20 \ \mu\text{A}}$

>) $H = n . i_o \ \therefore \ \boxed{H = 1000 \text{ A/m}}$

>) $M = \chi . H \Rightarrow \boxed{M = 4 . 10^{-2} \text{ A/m}}$

>) $B_o = \mu_o . H \Rightarrow B_o = 4\pi 10^{-7} \frac{T.m}{A} . 1000 \text{ A/m} \therefore \boxed{B_o = 4\pi 10^{-4} \frac{T.m}{A} = 0{,}0013 \text{ T}}$

>) $B_M = \mu_o . M \Rightarrow B_M = 4\pi 10^{-7} \frac{T.m}{A} . 4 . 10^{-2} \text{ A/m} \ \therefore \boxed{B_M = 50{,}3 \text{ nT}}$

>) $B = B_o + B_M \Rightarrow B = B_o \ \therefore \boxed{B \cong 0{,}0013 \text{ T}}$

Solución C: *NÚCLEO FERROMAGNÉTICO CON* $\mu_r = 5.000 \Rightarrow \chi = 4.999$

>) $i_M = i_o . \chi \therefore i_M = 0{,}5\ A . 4.999 \therefore \boxed{i_M = 2.499{,}5\ A}$

>) $H = n . i_o \therefore \boxed{H = 1000\ A/m}$

>) $M = \chi . H \Rightarrow \boxed{M = 4.999.000\ A/m}$

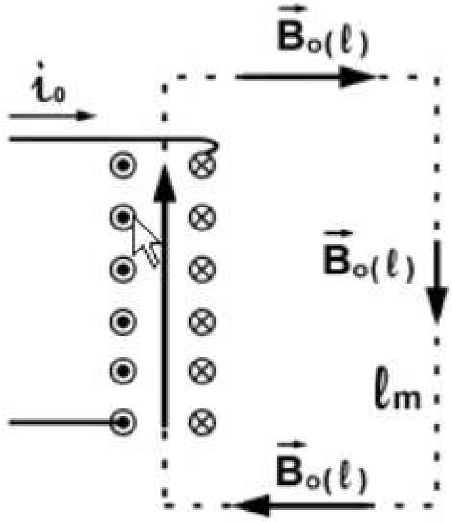
>) $B_o = \mu_o . H \Rightarrow B_o = 4\pi 10^{-7} \frac{T.m}{A} . 1000\ A/m \therefore \boxed{B_o = 4\pi 10^{-4} \frac{T.m}{A} = 0{,}0013\ T}$

>) $B_M = \mu_o . M \Rightarrow B_M = 4\pi 10^{-7} \frac{T.m}{A} . 4.999.000\ A/m \therefore \boxed{B_M = 6{,}2819\ T}$

>) $B = B_o + B_M \Rightarrow B = 0{,}0013\ T + 6{,}2819\ T \therefore \boxed{B = 6{,}2832\ T}$

LEY DE OHM MAGNÉTICA

Se tiene el esquema de una bobina sin núcleo por la que circula una corriente continua como indica la figura.
Al no tener núcleo el campo magnético es:

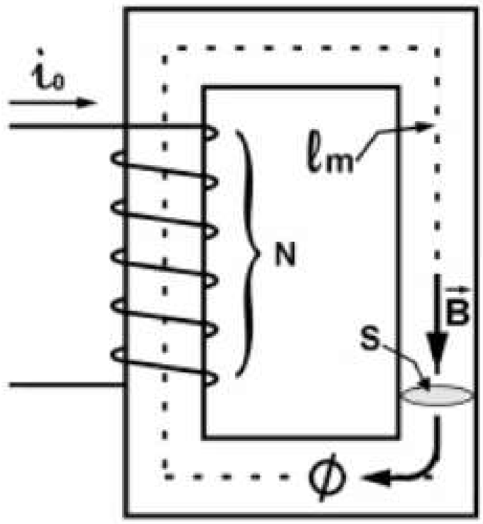


$$\boxed{\vec{B} = \vec{B}_o}$$

Se traza arbitrariamente una curva cerrada cuya longitud es ℓ_m.

Por ley de Ampere: $$\oint \vec{B}_o \cdot \vec{d\ell} = \mu_o . N . i_0$$

Si el mismo bobinado se devana en un núcleo magnético, el campo total circulante será:



$$\vec{B} = \vec{B}_o + \vec{B}_M = \mu_r \vec{B}_o$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B}_o = \frac{\vec{B}}{\mu_r}}$$

Remplazando en la ley de Ampere:

$$\oint \frac{\vec{B}}{\mu_r} \cdot \vec{d\ell} = \mu_o . N . i_0 \Rightarrow \oint \vec{B} \cdot \vec{d\ell} = \underbrace{\mu_o . \mu_r}_{\mu} . N . i_0$$

$$\therefore \boxed{\oint \vec{B} \cdot \vec{d\ell} = \mu . N . i_0} \longrightarrow$$

Nótese que el concepto de permeabilidad relativa permite omitir válidamente la corriente de magnetización en el segundo miembro.

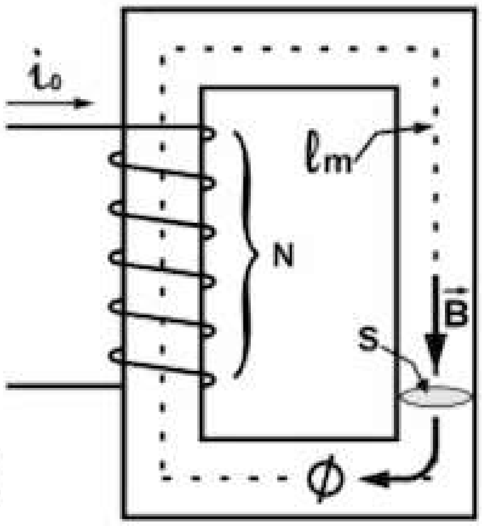
Mediante pasos algebraicos se puede transformar la ley de Ampere en la ley de Ohm magnética.

>) $$\oint \vec{B} \cdot \vec{d\ell} = B . \ell_m \quad \therefore \quad B . \ell_m = \mu . N . i_0$$

>) Para evaluar el flujo magnético ϕ del campo B se multiplica miembro a miembro por la sección del circuito magnético "S".

$$B . S . \ell_m = \mu . S . N . i_0 \quad \therefore \quad \phi . \ell_m = \mu . S . N . i_0$$

>) De lo anterior se puede expresar el flujo del campo magnético como el cociente abajo descripto:



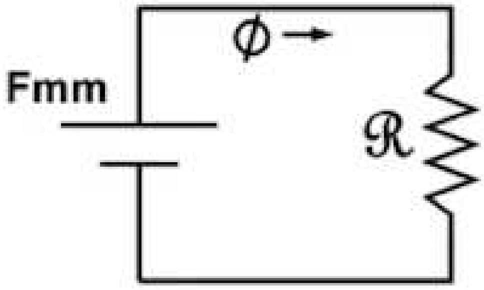
$$\phi = \frac{N \cdot i_0}{\dfrac{\ell_m}{\mu \cdot S}} = \frac{\text{Fuerza magnetomotriz}}{\text{Reluctancia}}$$

ϕ → Flujo del campo magnético $\vec{B}$ (Wb)

$N \cdot i_0$ → Fuerza magnetomotriz → Fmm (A.vuelta)

$\dfrac{\ell_m}{\mu \cdot S}$ → Reluctancia $\mathcal{R}$ del núcleo $\left(\frac{Wb}{A}\right) \equiv (Hy^{-1})$

LEY DE OHM MAGNÉTICA → $\boxed{\phi = \dfrac{Fmm}{\mathcal{R}}}$ →



EJERCICIO 2

Dado el circuito magnético de la figura hallar:

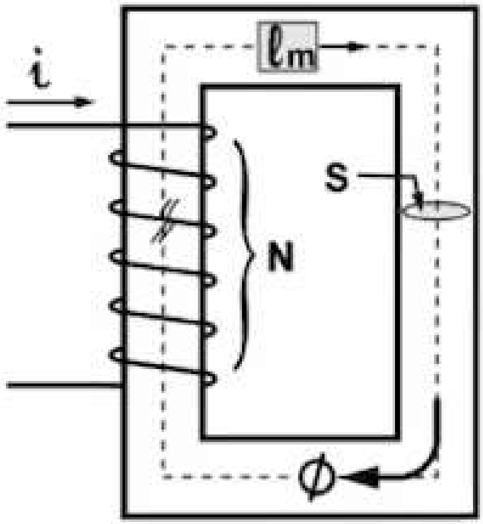
a) Fuerza magnetomotriz del circuito

b) Reluctancia $\mathcal{R}$ del núcleo

c) Flujo magnético ϕ

d) Flujo concatenado ϕ_c

e) Inductancia L de la bobina



CIRCUITO MAGNÉTICO

DATOS DEL CIRCUITO

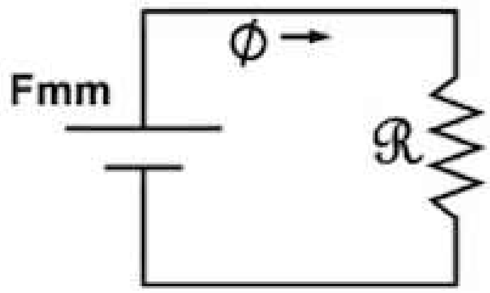
$N = 500$ vueltas

$i = 0{,}5\ A$

$$\left.\begin{array}{l}\mu_r = 4.000 \ \ / \ (0{,}5\ A) \\ \mu_o = 4\pi 10^{-7}\ \frac{T.m}{A}\end{array}\right\} \mu = 0{,}00503\ \frac{T.m}{A}$$

$\ell_m = 0{,}4\ m$

$S = 2\ .10^{-4}\ m^2$



CIRCUITO EQUIVALENTE

SOLUCIÓN

a) $Fmm = N.\,i = 250\ A.vuelta$

b) $$\mathcal{R} = \frac{\ell_m}{\mu_o\,\mu_r\,S} = \frac{0{,}4\ m}{0{,}00503 \times 2\ .10^{-4}}\ \frac{A}{T.m^2} = 397.614{,}3\ \frac{A}{Wb}$$

c) $$\phi = \frac{Fmm}{\mathcal{R}} = \frac{250\ A.vuelta}{397.614{,}3\ \frac{A}{Wb}} = 6{,}29\ .10^{-4}\ Wb$$

d) $$\phi_c = N\,.\,\phi = 500\ .\ 6{,}29\ .10^{-4}\ Wb = 0{,}314\ Wb$$

e) $$L = \frac{\phi_c}{i} = \frac{0{,}314\ Wb}{0{,}5\ A} \ \therefore\ L = 0{,}628\ Hy$$

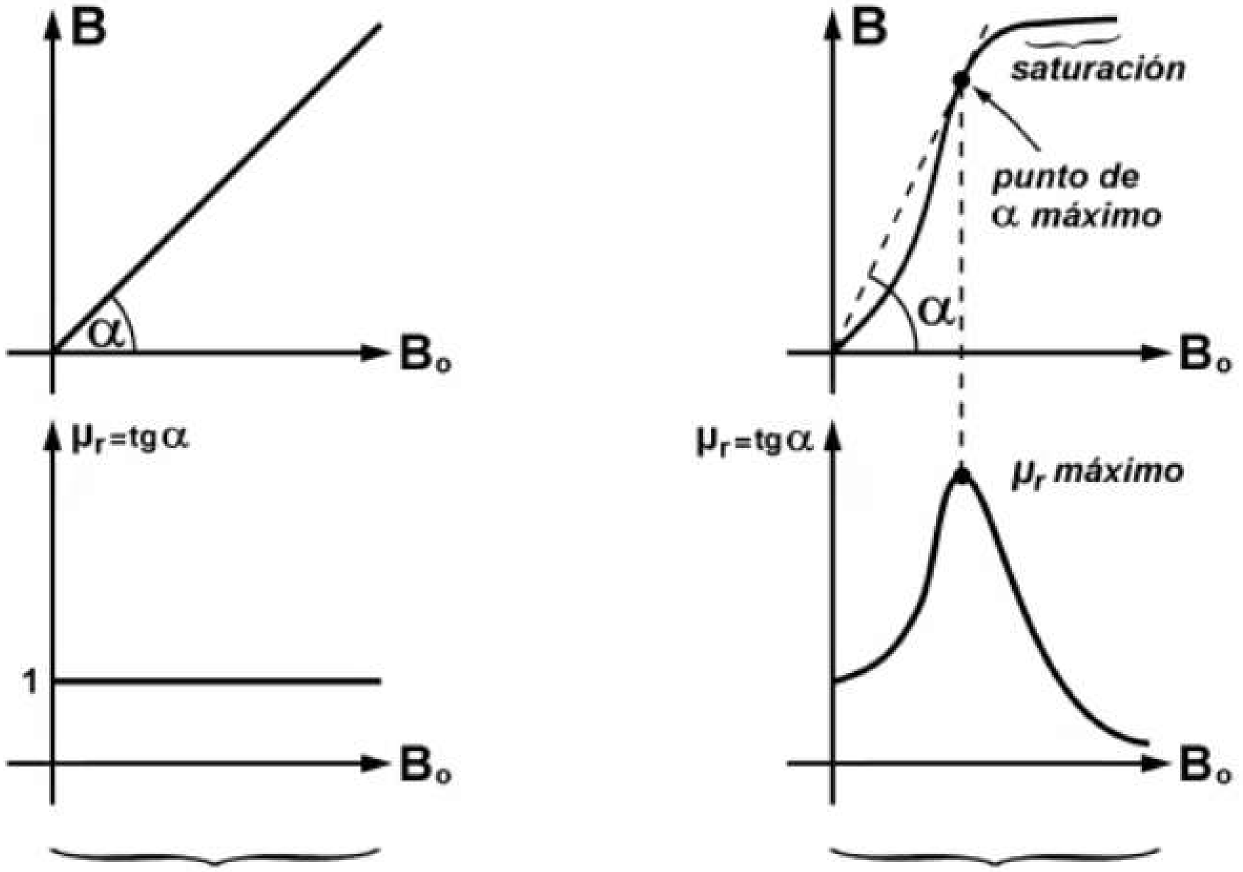
(L también se puede calcular como: $N^2 / \mathcal{R}$)

NÚCLEOS MAGNÉTICOS CON ENTREHIERRO

El núcleo ferromagnético aumenta notable y beneficiosamente el valor de la autoinductancia del inductor dado el alto valor de permeabilidad relativa del hierro en relación a la del aire. La desventaja es que el valor de permeabilidad es muy variable, cuestión que acarrea cambios en el valor de la autoinductancia que en teoría debería ser constante.

Se ve en los gráficos la alinealidad de la curva B vs Bo, y la consecuente variación de μ_r ya que este parámetro es la tangente de dicha curva.

Por la definición de μ_r : $\boxed{\vec{B} = \mu_r . \vec{B}_o}$ $\therefore$ $\boxed{\mu_r \text{ es la tangente del ángulo } \alpha}$



Núcleo aire ***Núcleo ferromagnético***

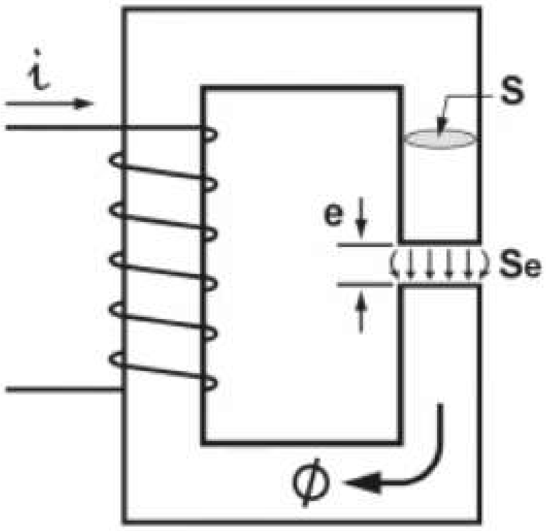
RESPUESTA ALINEAL DEL NÚCLEO FERROMAGNÉTICO

Esa alinealidad se hace extrema cuando el núcleo llega a la SATURACIÓN (máximo alineamiento de los dominios magnéticos). Esto es un tope de imanación en la zona plana de la curva de B vs Bo.
En esta situación, el material ferromagnético termina comportándose como paramagnético.

$$\mu_r = \frac{\vec{B}}{\vec{B}_o}$$

$$\boxed{L = \frac{\mu_o \mu_r N^2 S}{\ell_m} = \frac{N^2}{\mathcal{R}}}$$

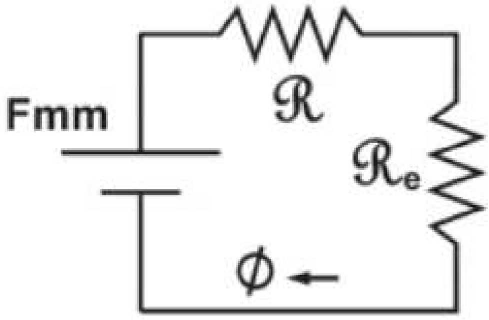
Para morigerar la alinealidad de la permeabilidad relativa se agrega al núcleo ferromagnético un ENTREHIERRO.
El entrehierro es un estrecho espacio de aire cuya reluctancia es mucho mayor que la del hierro (dado que su $\mu_r = 1$), pero muy constante.



$$\left.\begin{aligned}\mathcal{R}_e &= \frac{e}{\mu_0 \cdot S}\\ \mathcal{R} &= \frac{\ell_m - e}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S}\end{aligned}\right\} \quad \mathcal{R}_{total} = \underbrace{\mathcal{R} + \mathcal{R}_e}_{\mathcal{R}_e >> \mathcal{R}}$$

Con ello se sacrifica el valor de autoinductancia a cambio de su estabilidad.

$$\boxed{L = \frac{N^2}{\mathcal{R} + \mathcal{R}_e}}$$

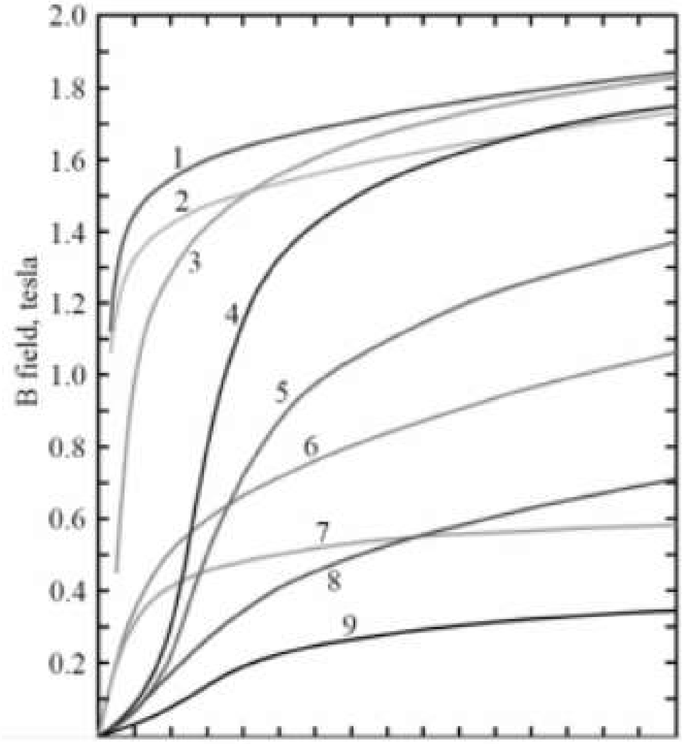


VALORES DE SATURACIÓN DE MATERIALES FERROMAGNÉTICOS

El otro efecto del entrehierro es limitar el valor de campo magnético que satura el núcleo.

El gráfico de abajo muestra en detalle los valores de saturación para cada material ferromagnético.

Puede apreciarse que el valor de B no supera los 2 Teslas en caso alguno.



Curvas de magnetización de nueve materiales ferromagnéticos diferentes, mostrando el efecto de saturación. 1.Hoja de acero, 2.Acero al silicio, 3.Acero de crisol, 4.Acero al tungsteno, 5.Acero magnético, 6.Hierro de crisol, 7.Níquel, 8.Cobalto, 9.Magnetita.[1]

EJERCICIO 3

Dado el circuito magnético de la figura hallar:

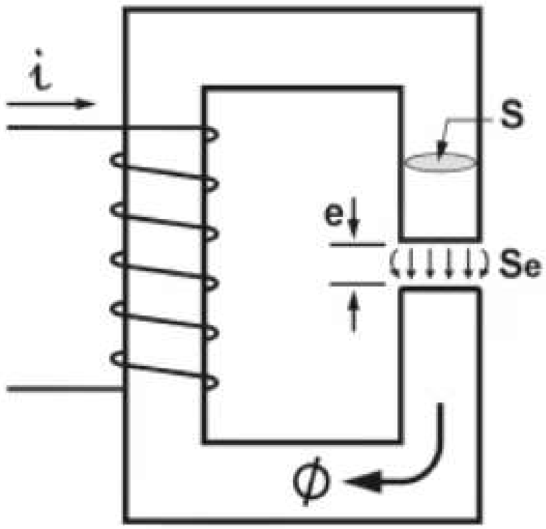
a) Fuerza magnetomotriz del circuito

b) Reluctancia $\mathcal{R}$ del núcleo con entrehierro

c) Flujo magnético ϕ

d) Flujo concatenado ϕ_c

e) Inductancia L de la bobina



DATOS DEL CIRCUITO

N = 500 vueltas

$i = 0{,}5$ A

$$\left.\begin{array}{l}\mu_r = 4.000 \\ \mu_o = 4\pi 10^{-7}\ \frac{T.m}{A}\end{array}\right\} \mu = 0{,}00503\ \frac{T.m}{A}$$

$\ell_m = 0{,}399$ m e = 0,001 m

$S = 2\ .10^{-4}\ m^2$ $S_e = 2{,}2\ .10^{-4}\ m^2$

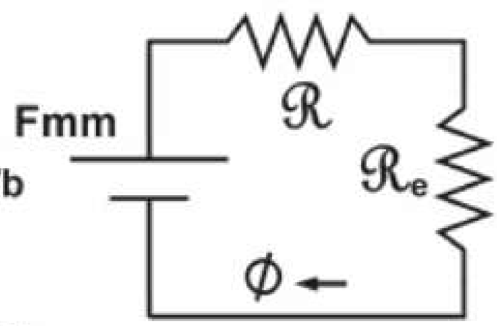
SOLUCIÓN

a) $Fmm = N.\,i = 250$ A.vuelta

$$\mathcal{R} = \frac{\ell_m}{\mu_o\,\mu_r\,S} = \frac{0{,}399\ m}{0{,}00503 \times 2\ .10^{-4}}\ \frac{A}{T.m^2} = 396.620{,}3\ \frac{A}{Wb}$$

$$\mathcal{R}_e = \frac{e}{\mu_o\,\mu_r\,S} = \frac{0{,}001\ m}{4\pi 10^{-7} \times 1 \times 2{,}2\ .10^{-4}}\quad \frac{A}{T.m^2} = 3.617157{,}8\ \frac{A}{Wb}$$

b) $$\mathcal{R}_{in} = \mathcal{R} + \mathcal{R}_e = 4.013.778{,}1\ \frac{A}{Wb}$$



c) $$\phi = \frac{Fmm}{\mathcal{R}_{in}} = \frac{250\ \text{A.vuelta}}{4.013.778{,}1\ \frac{A}{Wb}} = 6{,}229\ .10^{-5}\ Wb$$

d) $$\phi_c = N\,.\,\phi = 500\ .\ 6{,}229\ .10^{-5}\ Wb = 0{,}0311\ Wb$$

e) $$L = \frac{\phi_c}{i} = \frac{0{,}0311\ Wb}{0{,}5\ A}\quad \therefore\quad L = 0{,}0622\ Hy$$