Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Buenos Aires Primer Parcial de Probabilidad y Estadística - mayo de 2017

Apellido y Nombre: ....
Legajo: ....

Álgebra y Geometría Analítica 04-12-2018

Pto 1	Pto 2	Pto 3	Pto 4	Pto 5	Pto 6	Nota

La condición mínima de aprobación es dos puntos entre los primeros 4 para la regularidad.

Para la promoción debe resolverse el 50 % o más de la segunda parte (Pto 5 y Pto 6).

La segunda parte sólo se corrige si la primera está aprobada.

Punto 1 Dos fábricas de tomates enlatados (A y B) abastecen con su producción el consumo de la CABA, en una proporción de 40 % y 60 % respectivamente. El peso en gramos tiene una distribución normal. Las latas de la fábrica A tienen una media de 250 gramos y una varianza de 16 gramos2. Los de la fábrica B se sabe que el la mediana es de 247 gramos y una varianza de 36 gramos2.

1. Se compra al azar una lata, ¿cuál es la probabilidad de que su peso sea mayor que 248 gr.
2. Si el peso de la lata elegida al azar es mayor que 248 gramos, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la fábrica B?

Punto 2 La proporción de impurezas que aparecen en un compuesto de resinas es una variable aleatoria con la siguiente función de densidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} ax + b & 0 < x \leq 1 \\ 0 & \textit{otro caso.} \end{cases}$$

a) Hallar la función de distribución de probabilidades.

b) Hallar el valor mediano y la varianza de la distribución..

Punto 3 Las distancia entre dos fallas de hilado se distribuye exponencialmente de modo tal que la probabilidad de que haya más de 1800 metros entre dos fallas es 0.082. Calcular la probabilidad de que entre dos fallas consecutivas tomadas al azar haya entre 1000 y 1500 metros.

Punto 4 De los pernos manufacturados por cierta aplicación el 90 % satisface la longitud especificada y se puede utilizar inmediatamente, 6 % está demasiado largo y debe recortarse, y el restante 4 % demasiado corto y debe desecharse.

a) Hallar la probabilidad de que al seleccionar tres pernos al azar todos puedan utilizarse inmediatamente.

b) Hallar la probabilidad de que al seleccionar cinco pernos al azar al menos uno deba recortarse.

c) Cuántos se espera de una muestra de 30 pernos que no deban desecharse? Cuántos utilizarse inmediatamente?

Punto 5 *a)* Enuncie dos propiedades de esperanza matemática y demuestre una de ellas.

b) Sabiendo que $E(X) = 2$ y que $E(X^2) = 8$, hallar: $E[(2+4X)^2]$ y $E[X^2 + 2(1+X)]$.

Punto 6 Una urna contiene cinco bolillas negras, dos blancas y cuatro rojas. Se extrae aleatoriamente una muestra de 3 bolillas, de a una por vez y reponiendo cada bolilla en la urna antes de extraer la siguiente. Sea X el número de bolillas negras en la muestra, e Y el número de rojas antes de la primera blanca.
a) Hallar la distribución conjunta de probabilidades de X e Y
b) Decidir si las variables X e Y son dependientes.

Universidad Tecnlógica Nacional Facultad Regional Buenos Aires
Primer Parcial de Probabilidad y Estadística -sábado 20 de Mayo de 2023

Apellido y Nombre: ....
Legajo: ....

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Teórico 1	Teórico 2	Nota

La condición mínima de aprobación es dos ejercicios prácticos correctos y para promoción dos prácticos y uno teórico. Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

Ejercicio 1

Se tienen dos lotes de artículos de 20 y 15 artículos con 3 y 2 defectuosos respectivamente. Un cliente comprará ambos lotes si al inspeccionar tres artículos de alguno de los lotes encuentra a lo sumo un defectuoso.

a) Hallar la probabilidad de que compre ambos lotes.

b) Hallar la probabilidad de que haya inspeccionado el primer lote dado que decidió no comprar.

Ejercicio 2

Sea X una vaiable aleatoria cuya función de densidad es:

$$f_X(x) = \begin{cases} a - |x| \; si \;\; -a \leq x \leq a \\ 0 \text{ si no} \end{cases} \tag{1}$$

a) Hallar a.

b) Si $Y = 2X - 3$ hallar el valor esperado y la mediana de Y.

Ejercicio 3

Un fabricante produce tornillos cuya longitud sigue una distribución normal con media $14mm$, tal que 2,97 % de los mismos supera los 14,8mm de longitud. Si la longitud de un tornillo es menor a 13,5mm el mismo es descartado.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un tornillo se descarte?

b) Suponiendo que $V(X) = 2{,}25mm^2$ y que el costo de fabricación de cualquier tornillo es de $\$1,5$ y el valor de venta de un tornillo es de $\$3,5$ (los tornillos descartados no se venden). ¿Cuál es el valor esperado de la ganancia neta obtenida por tornillo?

Ejercicio 4

La llegada de llamadas telefónicas a una central sigue un proceso de Poisson con intensidad de 36 llamadas por hora.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en media hora lleguen a lo sumo 15 de llamadas telefónicas la central?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo entre dos llamadas telefónicas consecutivas no supere los 2 minutos?

Teórico 1:

Sean los sucesos A y B. Se sabe que la probabilidad de que suceda al menos uno es $0,85$ y la probabilidad de que ocurran ambos es $0,25$. Hallar la probabilidad de que ocurra exactamente uno de los sucesos.

Teórico 2:

a) Enuncie el teorema de probabilidad total.

b) Demuestrelo y ejemplifique.

c) Sabiendo que $E(X) = 2$, $E(Y) = 9$ $V(X) = 4$ y $cov(X, Y) = 23$ hallar $E(XY)$ y $E(X^2 + 7)$.

Universidad Tecnlógica Nacional Facultad Regional Buenos Aires
Recuperatorio Primer Parcial de Probabilidad y Estadística -jueves 30 de noviembre de 2023

Apellido y Nombre: ....

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Teórico 1	Teórico 2	Nota

La condición mínima de aprobación es dos ejercicios prácticos correctos y para promoción dos prácticos y uno teórico. Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

Ejercicio 1

En tres poblaciones A, B y C la proporción de individuos afectadospor un virus es $30\,\%$, $60\,\%$ y $10\,\%$ respectivamente. Se elige una de estas poblaciones al azar con equiprobabilidad y de ella se seleccionan a tres individuos. Si se encuentran exactamente dos de los seleccionados infectados con el virus,¿cuál de las tres poblaciones es la que más probablemente se haya seleccionado? Justifique su respuesta.

Ejercicio 2

Sea X una variable aleatoria cuya función de distribución es la siguiente:

$$F(x) = \begin{cases} 0 \; si \; x < 0 \\ \frac{x^3+x^2}{2} \;\; si \; 0 \leq x < 1 \\ 1 \; si \; x \geq 1 \end{cases} \tag{1}$$

a) Hallar elvalor esperado y la mediana de X, ¿coinciden?

b) Sean los eventos $A = \{x \in \mathbb{R} \setminus x > 0,5\}$ y $B = \{x \in \mathbb{R} \setminus x < 0,75\}$, ¿son A y B independientes?

Ejercicio 3

El número de preguntas que hace un alumno en una hora de clase responde a una distribución de Poisson. La probabilidad que un alumno realice al menos una pregunta en una hora es de $0,86466$.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno realice en 2 horas a lo sumo dos preguntas?

b) Si T es la variable aleatoria que representa el tiempo (en horas) que transcurre entre dos preguntas consecucitas realizadas po un alumno. Calcule $E(T)$.

Ejercicio 4

Una muestra de linternas puede proceder de dos fábricas distintas que indicaremos con I y II, con probabilidades $0,45$ y $0,55$ respectivamente. La duración de las linternas de la fábrica I es una variable aleatoria con distrtibución uniforme en el intervalo $[1{,}6, 2{,}4]$ años. La duración de las linternas de la fábrica II es una variable aleatoria con distribución normal de media 2 años y devío 6 meses. Se elige una linterna al azar de la muestra.

a) Hallar la probabilidad de que dure más de dos años.

b) Hallar la probabilidadd de que provenga de la segunda fábrica si se rompió antes de los 25 meses.

Teórico 1: Explicar y demostrar una propiedad de la esperanza y una de la varianza.

Teórico 2: Sean A y B dos eventos de un espacio muestral Ω. Se sabe que $P(A) = 0{,}3$ y $P(B) = 0{,}5$ Indicar cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones se deducen de la información dada:

a) A y B son sucesos independientes.

b) A y B son mutuamente excluyentes.

c) $PA \cap B) = 0{,}15$.

d) $A \subseteq B$.

e) $PA \cup B) \leq 0{,}8$