**Álgebra y Geometría Analítica** **T.M.** **18-07-2019**

**Recuperatorio del Segundo Parcial** **TEMA 1**

**Apellido y Nombres:** ..................................................................................................................

La condición para aprobar este parcial es tener bien resueltos tres ejercicios.
La condición para promocionar este parcial es tener bien resueltos cuatro ejercicios.

| 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | Calificación Final |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |

**IMPORTANTE:** Se debe presentar en las hojas de entrega el desarrollo de los ejercicios para justificar las respuestas. NO USAR LÁPIZ.

1. Sean $B = \{(1,1,2),(0,1,1),(0,-1,0)\}$ una base de $\mathbb{R}^3$ y $B' = \{(0,1),(-1,0)\}$ una base de $\mathbb{R}^2$. Sea $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ la transformación lineal tal que $M_{BB'}(T) = \begin{pmatrix} 2 & k & k-1 \\ -4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

   (a) Hallar $k \in \mathbb{R}$, si existe, para que $T(2,1,1) = (7,1)$.

   (b) Hallar $k \in \mathbb{R}$, si existe, para que $T$ sea un monomorfismo.

2. Consideremos la siguiente matriz en $\mathbb{R}^{3\times 3}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & h \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

   (a) Hallar $h, k \in \mathbb{R}$ para que $\lambda = 0$ sea autovalor y $(2,0,k)$ sea autovector de un autovalor no nulo.

   (b) Para $h = 1$ hallar, si existe, una base de $\mathbb{R}^3$ formada por autovectores de $A$.

3. Analizar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando la respuesta.

   (a) La ecuación $3x^2 - 2xy + y^2 + 3 = 0$ representa una hipérbola.

   (b) El foco de la parábola $y^2 - 8x + 6y + 17 = 0$ está en $(3,-3)$.

4. Dada la superficie de ecuación $H(x-3)^2 + Gy^2 + (z-2)^2 = 5$.

   (a) Hallar $H, G \in \mathbb{R}$ para que la traza con el plano $xz$ sea una circunferencia, y su intersección con el plano $x = 1$ sea la curva de $(x,y,z) = (1, \mathrm{tg}(\theta), 2 + \sec\theta)$ con $0 \le \theta < 2\pi$, $\theta \ne \pi/2$, $\theta \ne 3\pi/2$.

   (b) Identificar y graficar la superficie para $H = 0$ y $G = 1$.

5. Representar en el plano complejo todos los puntos $z$ cuyo argumento está entre $0$ y $\pi/2$ y que satisfacen

$$z + \bar{z} + |z - 2 + i|^2 + Im(2-3i) \le Re(i+4).$$