Álgebra y Geometría Analítica **T.M.** **26-11-2019**

Segundo Parcial **TEMA 1**

Apellido y Nombres: ....

La condición para aprobar este parcial es tener bien resueltos tres ejercicios.
La condición para promocionar este parcial es tener bien resueltos cuatro ejercicios.

1	2		3		4		5		Calificación Final

IMPORTANTE: Se debe presentar en las hojas de entrega el desarrollo de los ejercicios para justificar las respuestas. NO USAR LÁPIZ.

1. Sea $T : \mathbb{P}_2 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal tal que $M_{BB'}(T) = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ siendo las bases $B = \{x^2, 3x+1, x^2-2\}$ y $B' = \{(0,0,1),(1,0,0),(0,1,0)\}$. Hallar $p \in \mathbb{P}_2$ tal que $T(p) = (0,2,4)$.

2. (a) Definir, si existe, un monomorfismo $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ tal que $Im(F) = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / 3x+y-z=0\}$
   (b) ¿Se puede definir un epimorfismo $G : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$? Justificar.

3. Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & k & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$.
   (a) Hallar todos los $k \in \mathbb{R}$ para que A sea diagonalizable.
   (b) Hallar todos los $k \in \mathbb{R}$ para que $(1,-1,1)$ sea autovector de A.

4. Consideremos la ecuación
$$4x^2 + y^2 + axy + 8x - 6y + 9 = 0.$$
   (a) Dar una parametrización de su conjunto solución en el caso $a = 0$.
   (b) Si $a = 4$, analizar si la misma podría representar una elipse.

5. Consideremos la superficie de ecuación
$$A(x-2)^2 + B(y+1)^2 - z^2 = 1.$$
   (a) Hallar $A, B \in \mathbb{R}$ para que la misma represente un hiperboloide de dos hojas cuya traza con el plano xy sea una hipérbola equilátera con eje focal horizontal y distancia focal igual a $2\sqrt{2}$.
   (b) Hallar $A, B \in \mathbb{R}$ para que la traza de la superficie con el plano $z = 2$ tenga la misma gráfica que el conjunto $\{w \in \mathbb{C} / |w - 2 + i| = 5\}$.

Álgebra y Geometría Analítica **T.M.** **26-11-2019**

Segundo Parcial **TEMA 2**

Apellido y Nombres: ....

La condición para aprobar este parcial es tener bien resueltos tres ejercicios.
La condición para promocionar este parcial es tener bien resueltos cuatro ejercicios.

<table>
<tr><td colspan="2">1</td><td colspan="2">2</td><td colspan="2">3</td><td colspan="2">4</td><td colspan="2">5</td><td>Calificación Final</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

IMPORTANTE: Se debe presentar en las hojas de entrega el desarrollo de los ejercicios para justificar las respuestas. NO USAR LÁPIZ.

1. Sea $T : \mathbb{P}_2 \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal tal que $M_{BB'}(T) = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ siendo las bases $B = \{3x+1, x^2, x^2-2\}$ y $B' = \{(0,0,1),(0,1,0),(1,0,0)\}$. Hallar $p \in \mathbb{P}_2$ tal que $T(p) = (2,4,0)$.

2. (a) ¿Se puede definir un epimorfismo $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$? Justificar.
   (b) Definir, si existe, un monomorfismo $G : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ tal que $Im(G) = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / 3z+y-x = 0\}$

3. Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & h & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$.
   (a) Hallar todos los $h \in \mathbb{R}$ para que $(0,3,0)$ sea autovector de A.
   (b) Hallar todos los $h \in \mathbb{R}$ para que A sea diagonalizable.

4. Consideremos la ecuación
$$x^2 + 4y^2 + bxy - 6x + 8y + 9 = 0.$$
   (a) Dar una parametrización de su conjunto solución en el caso $b = 0$.
   (b) Si $b = 4$, analizar si la misma podría representar una elipse.

5. Consideremos la superficie de ecuación
$$M(x+1)^2 + N(y-2)^2 - z^2 = 1.$$
   (a) Hallar $M, N \in \mathbb{R}$ para que la misma represente un hiperboloide de dos hojas cuya traza con el plano xy sea una hipérbola equilátera con eje focal horizontal y distancia focal igual a $2\sqrt{2}$.
   (b) Hallar $M, N \in \mathbb{R}$ para que la traza de la superficie con el plano $z = 3$ tenga la misma gráfica que el conjunto $\{w \in \mathbb{C} / |w + 1 - 2i| = 10\}$.