



Los trapezios conmutan

① $f \circ d = d' \circ e$

② $m \circ b' \circ f = b$

③ $m \circ c' \circ g = c$

④ $g \circ d = d' \circ e$

② Si el cuadrado interno conmuta \Rightarrow conmuta el externo

Es decir

$$b' \circ d' = c' \circ d' \Rightarrow b \circ d = c \circ d$$

Dem:

$$b' \circ d' = c' \circ d'$$

\Downarrow

$$m \circ b' \circ d' \circ e = m \circ c' \circ d' \circ e$$

\Downarrow Aux

$$b \circ d = c \circ d$$

Pruebas auxiliares

$$\bullet \boxed{b \circ a = m \circ b' \circ a' \circ e}$$

$$b \circ a \stackrel{\textcircled{2}}{=} m \circ b' \circ f \circ a \stackrel{\textcircled{1}}{=} m \circ b' \circ a' \circ e \quad \checkmark$$

$$\bullet \boxed{c \circ d = m \circ c' \circ d' \circ e}$$

$$c \circ d \stackrel{\textcircled{3}}{=} m \circ c' \circ g \circ d \stackrel{\textcircled{4}}{=} m \circ c' \circ d' \circ e \quad \checkmark$$

(b) Si e es epi y m es mono \Rightarrow vale la recíproca de (a)

Es decir:

$$\left. \begin{array}{l} e \text{ epi} \\ m \text{ mono} \end{array} \right\} b \circ a = c \circ d \Rightarrow b' \circ a' = c' \circ d'$$

$$\text{Dem: } b \circ a = c \circ d$$
$$\Uparrow \text{ Aux}$$

$$m \circ b' \circ a' \circ e = m \circ c' \circ d' \circ e$$

$$\Uparrow \text{ Composición Asociativa}$$

$$(m \circ b' \circ a') \circ e = (m \circ c' \circ d') \circ e$$

$$\Uparrow e \text{ epi}$$

$$m \circ b' \circ a' = m \circ c' \circ d'$$

\Updownarrow Composición Asociativa

$$m \circ (b' \circ d') = m \circ (c' \circ d')$$

\Updownarrow m mono

$$b' \circ d' = c' \circ d'$$