Luego si queremos interpolar J_0 en un punto $x \in [x_i ; x_{i+1}]$, utilizamos x_i, x_{i+1} para realizar la interpolacion y nos queda:

$$|x - x_i| \leq |x_{i+1} - x_i| \overset{(*)}{=} \left| \frac{i+1}{n} - \frac{i}{n} \right| = \frac{1}{n}$$

De la misma forma, tenemos que $|x - x_{i+1}| \leq \frac{1}{n}$

Por lo tanto nos queda que:

$$|E_1(x)| \leq \frac{|x - x_i||x - x_{i+1}|}{2} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{n^2} = \frac{1}{2n^2}$$

(*) Los puntos son equidistantes

Como queremos que $|E_2(x)| \leq \frac{1}{2} 10^{-6} \Rightarrow \frac{1}{2n^2} \leq \frac{1}{2} 10^{-6}$

$$10^6 \leq n^2 \Rightarrow \boxed{\sqrt{10^6} \leq n}$$

De esta misma forma, si $x \in [x_i ; x_{i+2}]$

$$|x - x_i| \leq |x_{i+2} - x_i| \overset{(*)}{=} \left| \frac{i+2}{n} - \frac{i}{n} \right| = \frac{2}{n}$$

Lo mismo sale con $|x - x_{i+1}| \leq \frac{2}{n}$ y $|x - x_{i+2}| \leq \frac{2}{n}$

Luego:

$$|E_2(x)| \leq \frac{|x - x_i||x - x_{i+1}||x - x_{i+2}|}{3!} \leq \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{n} \cdot \frac{2}{n} \cdot \frac{2}{n} = \frac{1}{6} \cdot \frac{8}{n^3}$$

Entonces: $|E_3(x)| \leq \frac{1}{2} 10^{-6} \Rightarrow \frac{8}{6n^3} \leq \frac{10^{-6}}{2}$

$$16 \leq 10^{-6} \cdot 6n^3$$

$$\frac{16}{6} \cdot 10^6 \leq n^3 \Rightarrow \boxed{\sqrt[3]{\frac{16}{6} 10^6} \leq n}$$

■