



FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA  
ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES  
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

# TRABAJO PRÁCTICO ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

Integrantes:

Agustín Díaz

Clara Hernández

## Descripción del problema

La contaminación del aire representa un importante riesgo medioambiental para la salud. Se estima que, en los países menos desarrollados, cerca de la tercera parte de las muertes y enfermedades se deben directamente a causas ambientales. Un ambiente más saludable permitiría reducir considerablemente la incidencia de cánceres, enfermedades cardiovasculares, asma, infecciones de las vías respiratorias, entre otros padecimientos que producen millones de muertes por año. Esto representa actualmente uno de los mayores riesgos sanitarios mundiales, comparable con el tabaco y sólo superado por los riesgos sanitarios relacionados con la hipertensión y la nutrición.

Ahora bien, los árboles en general, y el arbolado urbano en particular, cumplen un papel relevante en la lucha contra la contaminación del aire. En principio, reducen dicha contaminación porque absorben los componentes gaseosos tóxicos, principalmente el CO<sub>2</sub>, al que transforman en oxígeno para su posterior liberación a la atmósfera. Paralelamente, este proceso transformador de CO<sub>2</sub> es mencionado en el Protocolo de Kyoto como el motor de la reducción del calentamiento global y del efecto invernadero. Particularmente, hay árboles y arbustos que reducen la contaminación interceptando pequeñas partículas del aire, otros que atraen insectos que favorecen la polinización, así como también hay especies que sombrean mayores superficies propiciando un descenso de la temperatura urbana.

Por los motivos enunciados, en el año 2011 se realizó un Censo Forestal Urbano Público en dos comunas del sur de Buenos Aires, con el objetivo de contabilizar y determinar el estado actual del arbolado urbano público.

## Variables

Las variables registradas se describen a continuación.

Nombre	Descripción
ID	Identificación del árbol.
Altura	Altura de cada árbol, medida en metros (m). Observación: si un árbol mide 12,7 m se tomará como dato "12", truncando los valores a la unidad.
Diámetro	Diámetro de cada árbol, medido en centímetros.
Inclinación	Ángulo que forma el tronco del árbol respecto a una perpendicular al suelo, medido en grados (°). Indica el grado de inclinación del árbol.
Especie	Especie a la que pertenece el árbol, dentro de las siguientes categorías: Eucalipto, Jacarandá, Palo borracho, Casuarina Fresno, Ceibo, Ficus, Álamo, Acacia.
Origen	Procedencia de la especie: Exótico, Nativo/Auctóctono, No Determinado.
Brotes	Número de brotes jóvenes crecidos durante el último año

## Análisis univariado de las variables

### Altura

La variable es de tipo cuantitativa discreta.

# ALTURA DE LOS ÁRBOLES CENSADOS

## BUENOS AIRES, 2011

	Altura (m)	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa Acumulada
1	[1,4)	18	0.05	18	0.05
2	[4,7)	24	0.07	42	0.12
3	[7,10)	38	0.11	80	0.23
4	[10,13)	53	0.15	133	0.38
5	[13,16)	55	0.16	188	0.54
6	[16,19)	66	0.19	254	0.73
7	[19,22)	48	0.14	302	0.86
8	[22,25)	20	0.06	322	0.92
9	[25,28)	12	0.03	334	0.95
10	[28,31)	8	0.02	342	0.98
11	[31,34)	5	0.01	347	0.99
12	[34,37)	3	0.01	350	1
13	Total	350	1	NA	NA

Fuente: Censo Forestal Urbano Público

#### Medidas de posición:

- Mínimo = 1 m
- 1° Cuartil = 10 m
- 3° Cuartil = 19 m
- Máximo = 36 m

Se puede decir que la altura mínima de los árboles que se presentó es de 1 m y la máxima es de 36 m. También, el 25% de los árboles tiene una altura de hasta 10m y el 75% de hasta 19 m.

Las medidas están correctas, pero dada la distribución de la variable, ¿cuáles

#### Medidas de tendencia central:

- Media = 14.79 m
- Mediana = 15 m
- Moda = 15m

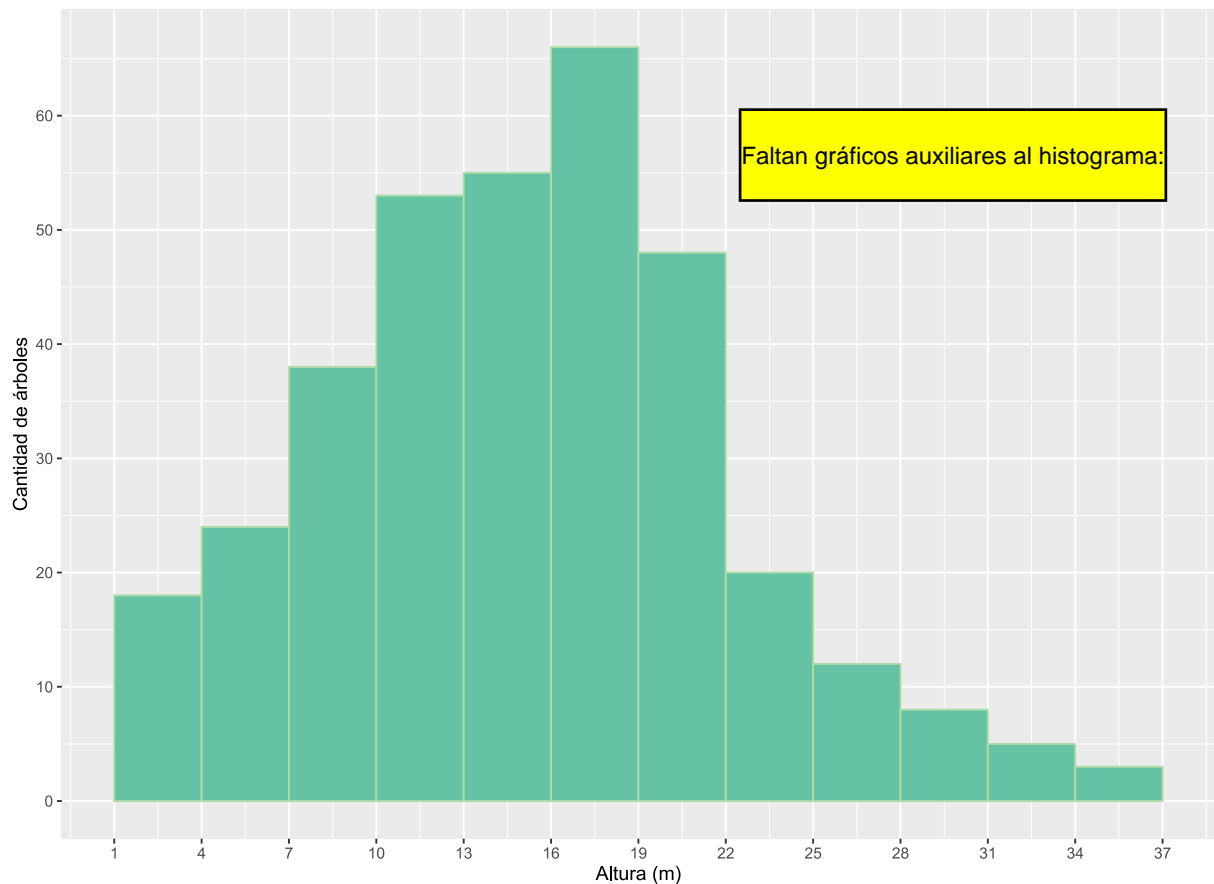
Se puede ver que la altura promedio de los árboles es de 14.79 m, que el 50% de los árboles tiene una altura de hasta 15 metros y que la altura más frecuente es de 15 m.

También, se puede observar que los valores de la media, la mediana y la moda tienen valores muy aproximados.

#### Medidas de dispersión:

- Desviación estándar = 6.79 m
- Rango intercuartil = 9 m
- Rango = 35 m
- Coeficiente de variación =  $6.79 \text{ m} / 14.79 \text{ m} = 0.46$

## CANTIDAD DE ÁRBOLES SEGÚN LA ALTURA BUENOS AIRES, 2011



Faltan gráficos auxiliares al histograma:

Fuente: Censo Forestal Urbano Público

Se puede ver que la mayor acumulación se encuentra en la sexta clase; esto quiere decir que **la mayor cantidad de árboles tienen una altura de entre 16 y 19 m**. La distribución de las alturas es asimétrica hacia la derecha.

Tener cuidado con eso. Si se dice "la mayor cantidad de arboles" entonces hace re

## Diámetro.

La variable es de tipo cuantitativa continua.

### DIÁMETRO DE LOS ÁRBOLES CENSADOS BUENOS AIRES, 2011

	Diámetro (cm)	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa Acumulada
1	[0,10)	20	0.06	20	0.06
2	[10,20)	61	0.17	81	0.23
3	[20,30)	66	0.19	147	0.42
4	[30,40)	72	0.21	219	0.63
5	[40,50)	32	0.09	251	0.72
6	[50,60)	34	0.1	285	0.81
7	[60,70)	28	0.08	313	0.89
8	[70,80)	13	0.04	326	0.93
9	[80,90)	7	0.02	333	0.95
10	[90,100)	7	0.02	340	0.97
11	[100,251)	10	0.03	350	1
12	Total	350	1	NA	NA

Fuente: Censo Forestal Urbano Público

#### Medidas de posición:

- Mínimo = 2 cm
- 1° Cuartil = 20 cm
- 3° Cuartil = 50 cm
- Máximo = 250 cm

Se puede decir que el diámetro mínimo de los árboles que se presentó es de 2 cm y el máximo es de 250 cm. También, el 25% de los árboles tiene diámetro de hasta 20 cm y el 75% de hasta 50 cm.

#### Medidas de tendencia central:

- Media = 38.74 cm
- Mediana = 32 cm
- Moda = 30 cm

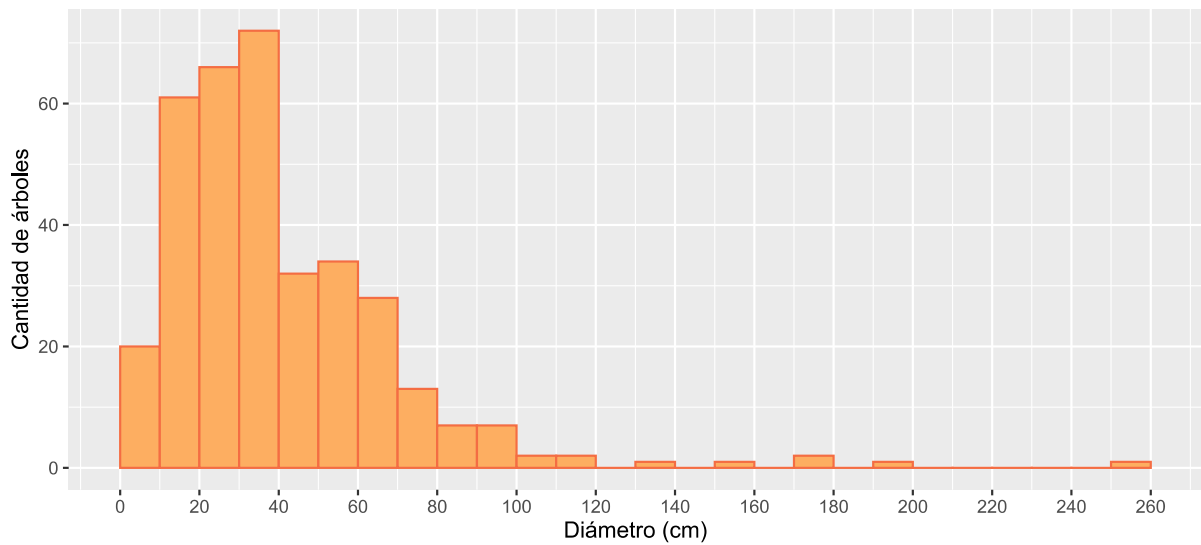
Se puede ver que el diámetro promedio de los árboles es de 38.74 cm, además el 50% de los árboles tiene un diámetro de hasta 32 cm. El diámetro más frecuente es de 30 cm.

Se puede observar que los valores de la media, la mediana y la moda tienen valores cercanos.

#### Medidas de dispersión:

- Desviación estándar = 28.94 cm
- Rango intercuartil = 30 cm
- Rango = 248 cm
- Coeficiente de variación =  $28.94 \text{ cm} / 38.74 \text{ cm} = 0.75$

## CANTIDAD DE ÁRBOLES SEGÚN EL DIÁMETRO BUENOS AIRES, 2011



Fuente: Censo Forestal Urbano Público

Se puede ver que la mayor acumulación se encuentra en la cuarta clase; esto quiere decir que la mayor cantidad de árboles tienen un diámetro de entre 30 y 40 cm. La distribución de las alturas es asimétrica hacia la derecha.

## Inclinación

La variable es de tipo cuantitativa continua.

### INCLINACION DE LOS ÁRBOLES CENSADOS BUENOS AIRES, 2011

	Inclinación (°)	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa Acumulada
1	[0,1)	254	0.73	254	0.73
2	[1,2)	0	0	254	0.73
3	[2,3)	3	0.01	257	0.74
4	[3,4)	6	0.02	263	0.75
5	[4,5)	5	0.01	268	0.77
6	[5,6)	12	0.03	280	0.8
7	[6,7)	9	0.03	289	0.83
8	[7,8)	3	0.01	292	0.84
9	[8,9)	4	0.01	296	0.85
10	[9,10)	7	0.02	303	0.87
11	[10,11)	15	0.04	318	0.91
12	[11,12)	1	0	319	0.91
13	[12,13)	3	0.01	322	0.92
14	[13,14)	2	0.01	324	0.93
15	[14,15)	1	0	325	0.93
16	[15,16)	6	0.02	331	0.95
17	[16,17)	3	0.01	334	0.96
18	[17,18)	0	0	334	0.96
19	[18,19)	2	0.01	336	0.96
20	[19,20)	0	0	336	0.96
21	[20,55)	13	0.04	349	1

Fuente: Censo Forestal Urbano Público

#### Medidas de posición:

- Mínimo =  $0^\circ$
- 1° Cuartil =  $0^\circ$
- 3° Cuartil =  $3^\circ$
- Máximo =  $55^\circ$

Se puede decir que la inclinación mínima de los árboles que se presentó es de  $0^\circ$  y la máxima es de  $55^\circ$ . También, el 25% de los árboles no tiene inclinación y el 75% tiene inclinación de hasta  $3^\circ$ .

#### Medidas de tendencia central:

- Media =  $3.07^\circ$
- Mediana =  $0^\circ$
- Moda =  $0^\circ$

En general, se intenta no poner todas las medidas sino las más a

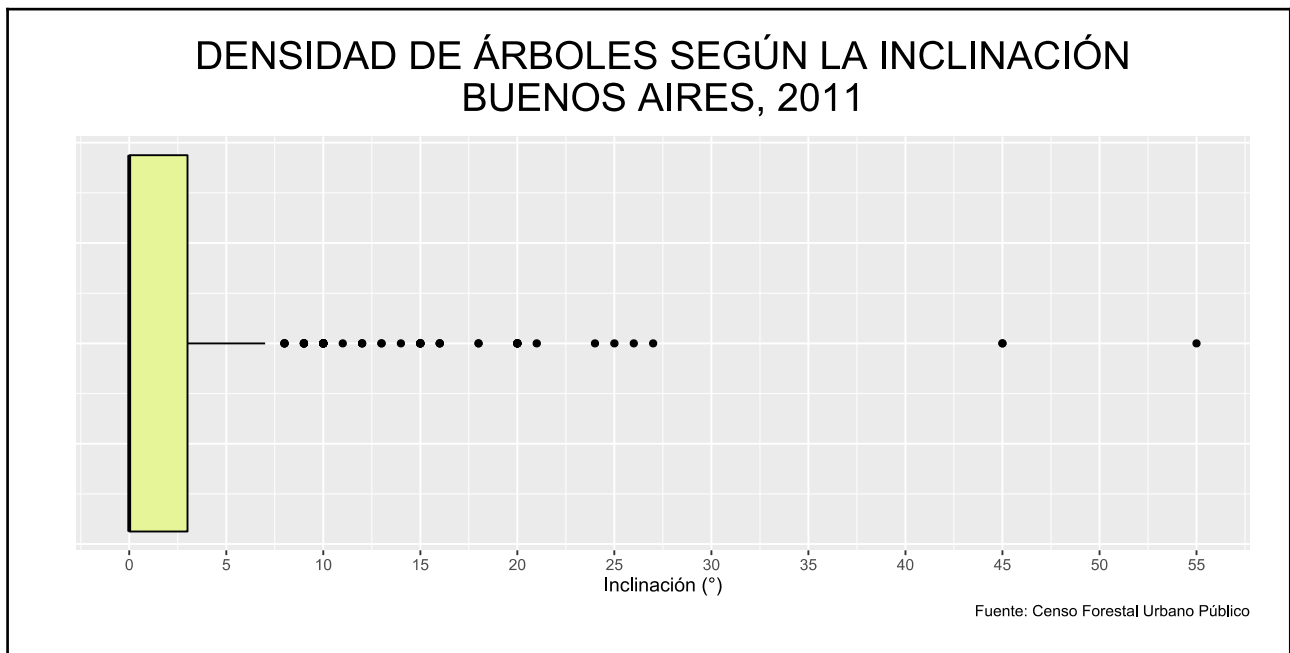
Se puede ver que la inclinación promedio de los árboles es de  $3.07^\circ$ , el 50% de los árboles no tiene inclinación.

#### Medidas de dispersión:

- Desviación estándar =  $6.84^\circ$
- Rango intercuartil =  $3^\circ$
- Rango =  $55^\circ$
- Coeficiente de variación =  $6.84^\circ / 3.07^\circ = 2.23$

Se puede apreciar que el rango intercuartil es pequeño por lo que hay muchos árboles con inclinaciones concentradas en valores cercanos a los 0°.

Además, al ver que el coeficiente de variación es tan alto significa que hay mucha dispersión en el total de los árboles.



En este gráfico se puede observar que tanto la mediana como el primer cuartil coinciden en 0°. Esto significa que hay una mayor densidad de árboles con poca inclinación. Además se puede observar que hay mucha concentración de 0° a 3° y luego hay gran dispersión de valores atípicos.



## Especie

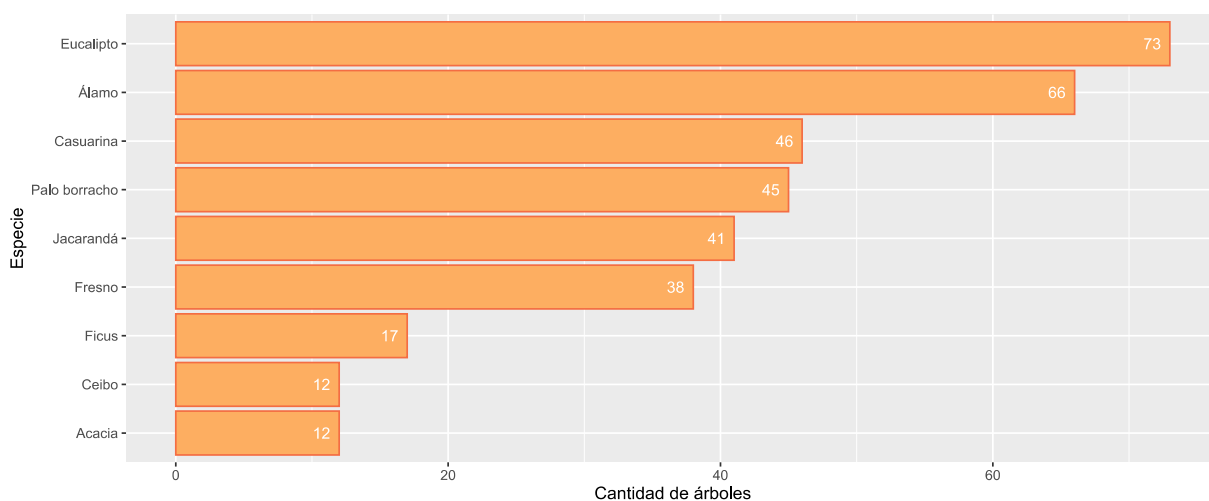
Es una variable de tipo cualitativa nominal.

### ESPECIE DE LOS ÁRBOLES CENSADOS BUENOS AIRES, 2011

	Especie	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa Acumulada
1	Acacia	12	0.03	12	0.03
2	Ceibo	12	0.03	24	0.07
3	Ficus	17	0.05	41	0.12
4	Fresno	38	0.11	79	0.23
5	Jacarandá	41	0.12	120	0.34
6	Palo borracho	45	0.13	165	0.47
7	Casuarina	46	0.13	211	0.6
8	Álamo	66	0.19	277	0.79
9	Eucalipto	73	0.21	350	1
10	Total	350	1	NA	NA

Fuente: Censo Forestal Urbano Público

### CANTIDAD DE ÁRBOLES SEGÚN LA ESPECIE BUENOS AIRES, 2011



Fuente: Censo Forestal Urbano Público

Se puede observar que la especie con mayor cantidad de árboles es de eucalipto y las especies con menor cantidades son la de acacia y la de ceibo.

También se puede ver que se segregan en tres grupos:

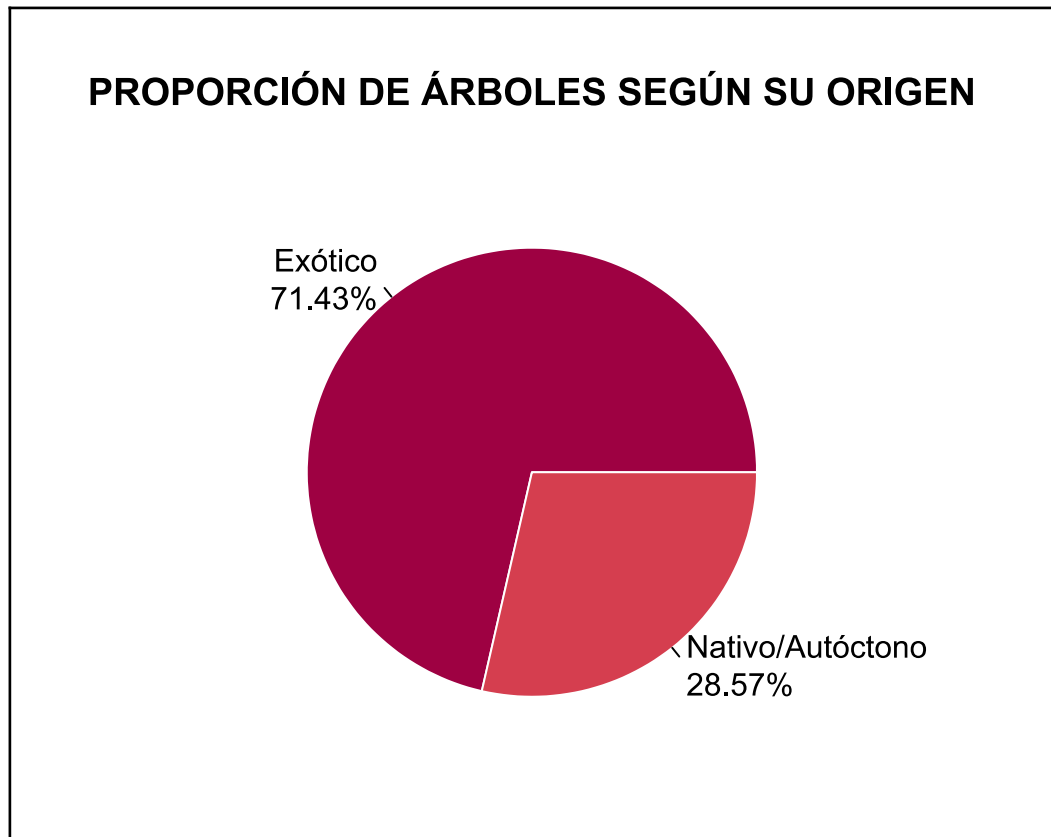
- Las especies acacia, ceibo y ficus con valores pequeños cerca de los 15 m.
- Las especies fresno, jacarandá, palo borracho y casuarina con valores cerca de los 40 y 45 m.
- Las especies eucalipto y álamo con valores cerca de los 70 m.

En el último grupo se puede ver que hay una diferencia entre eucalipto y álamo de 7 m.

No se entiende a qué hace referencia. ¿15 metros de qué? ¿de altura? Tener en cuenta que en un análisis

## Origen

Es una variable de tipo cualitativa nominal.



Se puede ver que hay mayor cantidad de árboles de origen Exótico con 71.43% que árboles de origen Nativo/Autóctono con 28.57%. Además, que no hay ningún árbol con origen no determinado.

## Brotes

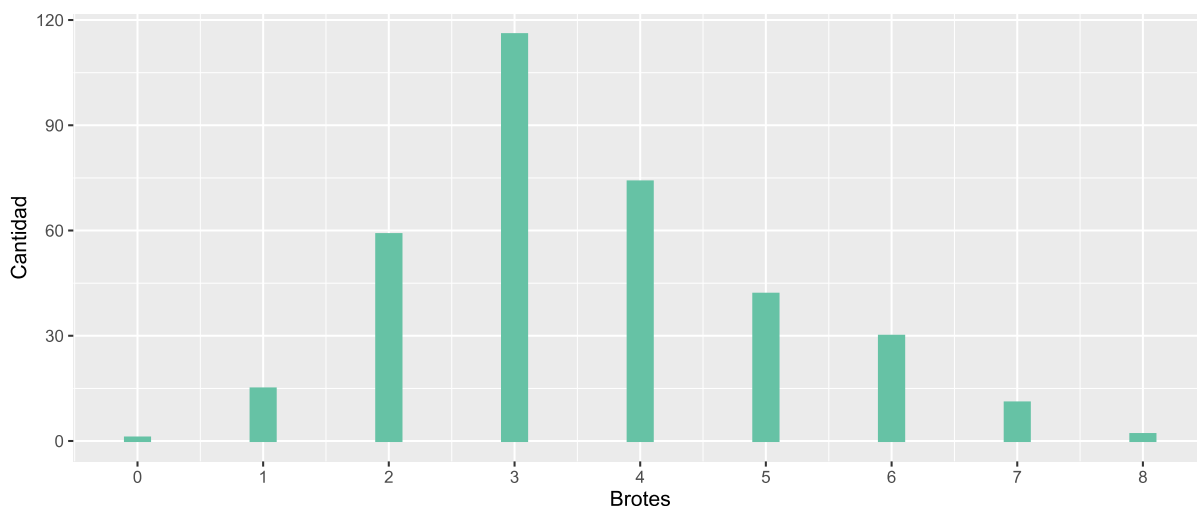
Variable de tipo cuantitativa discreta.

### BROTOS DE LOS ÁRBOLES CENSADOS BUENOS AIRES, 2011

	Brotes	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa Acumulada
1	0	0	0	0	0
2	1	15	0.01	15	0.01
3	2	118	0.09	133	0.11
4	3	348	0.28	481	0.38
5	4	296	0.23	777	0.62
6	5	210	0.17	987	0.78
7	6	180	0.14	1167	0.93
8	7	77	0.06	1244	0.99
9	8	16	0.01	1260	1
10	Total	1260	1	NA	NA

Fuente: Censo Forestal Urbano Público

### CANTIDAD DE ÁRBOLES POR CANTIDAD DE BROTOS BUENOS AIRES, 2011



Fuente: Censo Forestal Urbano Público

#### Medidas de posición:

- Mínimo = 0
- 1° Cuartil = 3
- 3° Cuartil = 4
- Máximo = 8

Indicar unidades. Mínimo = 0. ¿0 qué?

Se puede decir que el menor número de brotes que se encontró es de 0 y el máximo de 8. También, el 25% de los árboles tiene hasta 3 brotes y el 75% tiene de hasta 4 brotes.

#### Medidas de tendencia central:

- Media = 3.6
- Mediana = 3

- Moda = 3

Se puede ver que el número promedio en los árboles es de 3.6 brotes, además el 50% de los árboles tiene 3 brotes y que el número de brotes más frecuentes es 3.

Se puede observar que los valores de la media, la mediana y la moda tienen valores muy aproximados.

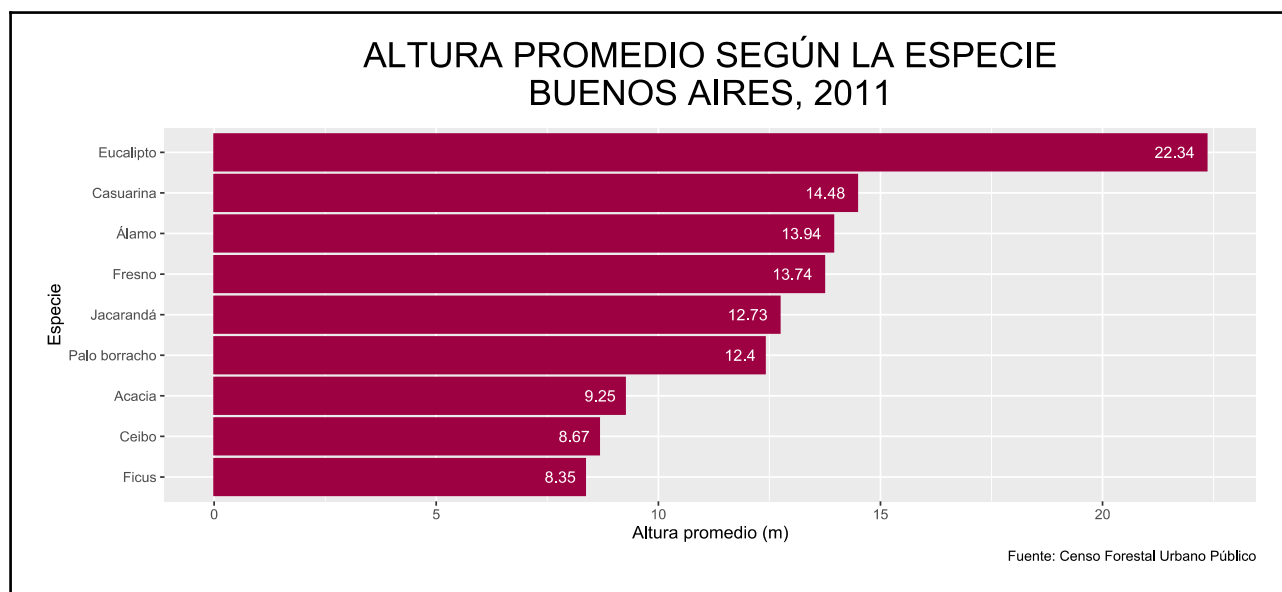
¿Por qué razón son muy aproximados? ¿Cómo es la distribución?

#### Medidas de dispersión:

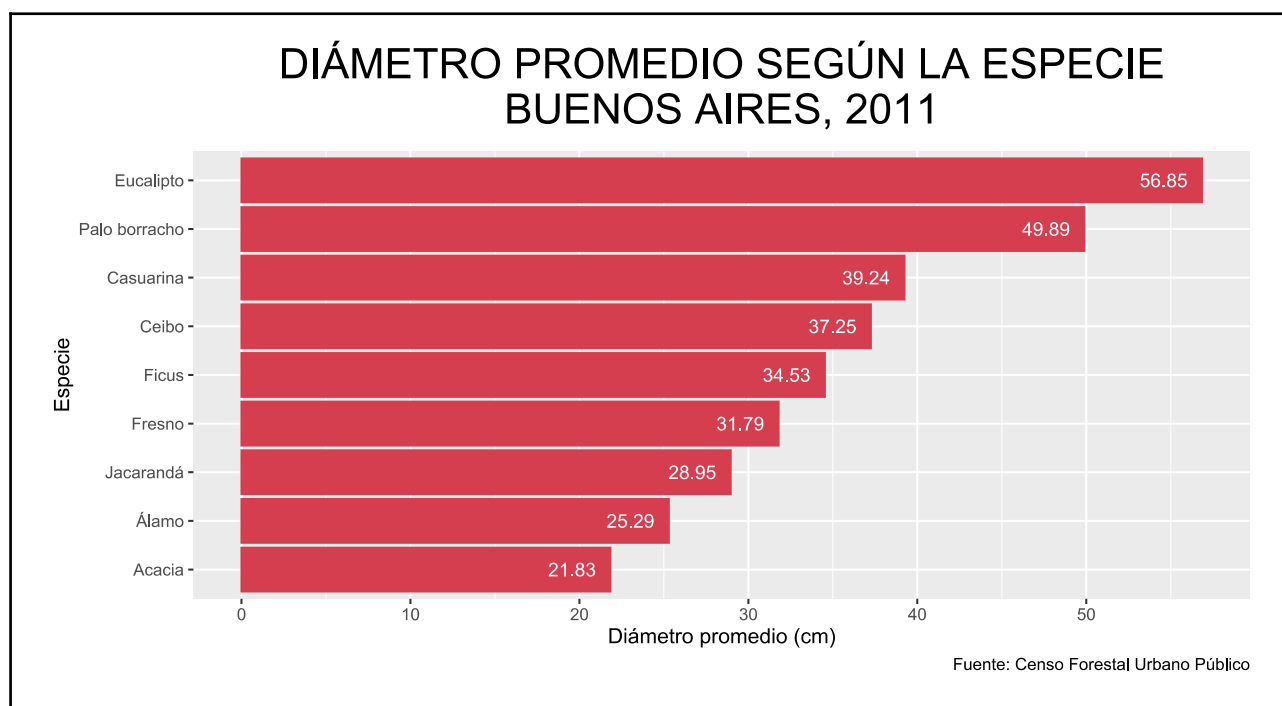
- Desviación estándar = 1.46
- Rango intercuartil = 1
- Rango = 7
- Coeficiente de variación =  $1.46 / 3.6 = 0.40$

Se puede apreciar que el rango intercuartil es pequeño, por lo que hay muchos árboles con brotes concentrados entre 3 y 4.

Además, como el coeficiente de variación es normal, no se aprecia una gran dispersión de datos.



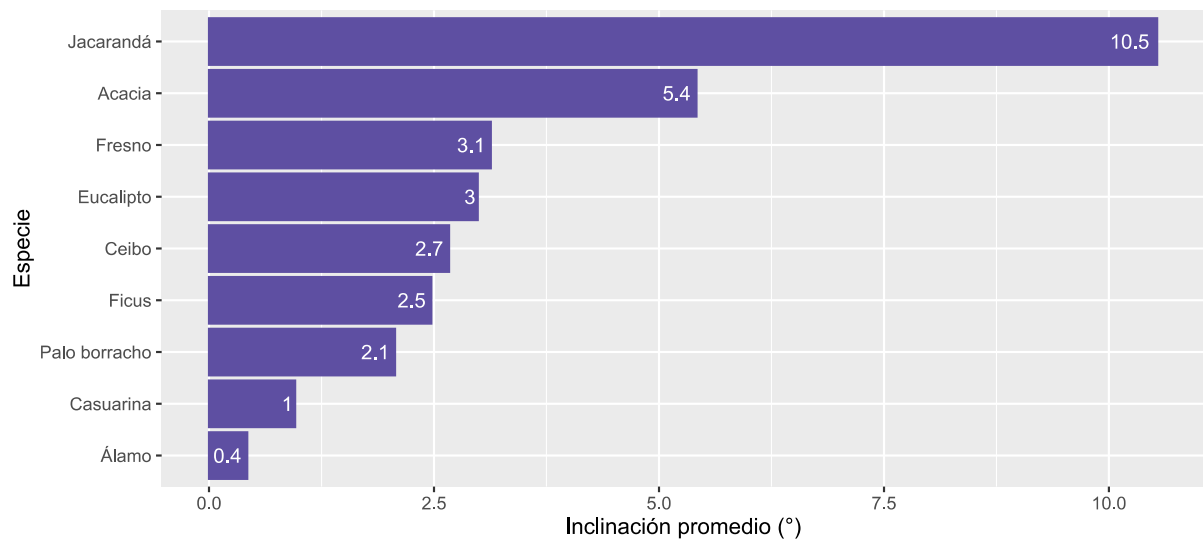
Se puede ver que el árbol con mayor altura promedio es el eucalipto separándose con casi 8 m con su sucesora casuarina. Luego podemos ver otros dos grupos, el de casuarina, álamo, fresno, jacarandá y palo borracho alrededor de los 13 m; y el de las especies acacia, ceibo y ficus alrededor de 8.5 m. El ficus es el árbol con menor altura promedio, pero con menos de 0.40 m de diferencia con su sucesor el ceibo, y a su vez, con 0.90 m de diferencia con la acacia, siendo estas tres últimas especies de árboles mencionadas las de altura promedio más baja.



En este gráfico se puede ver que todas las especies mantienen una distancia pareja, destacándose las especies eucalipto y palo borracho 56.85 m y 49.89 m respectivamente.

Además, se puede decir que la especie acacia es la que tiene, en promedio, el diámetro más pequeño.

## INCLINACIÓN PROMEDIO SEGÚN LA ESPECIE BUENOS AIRES, 2011



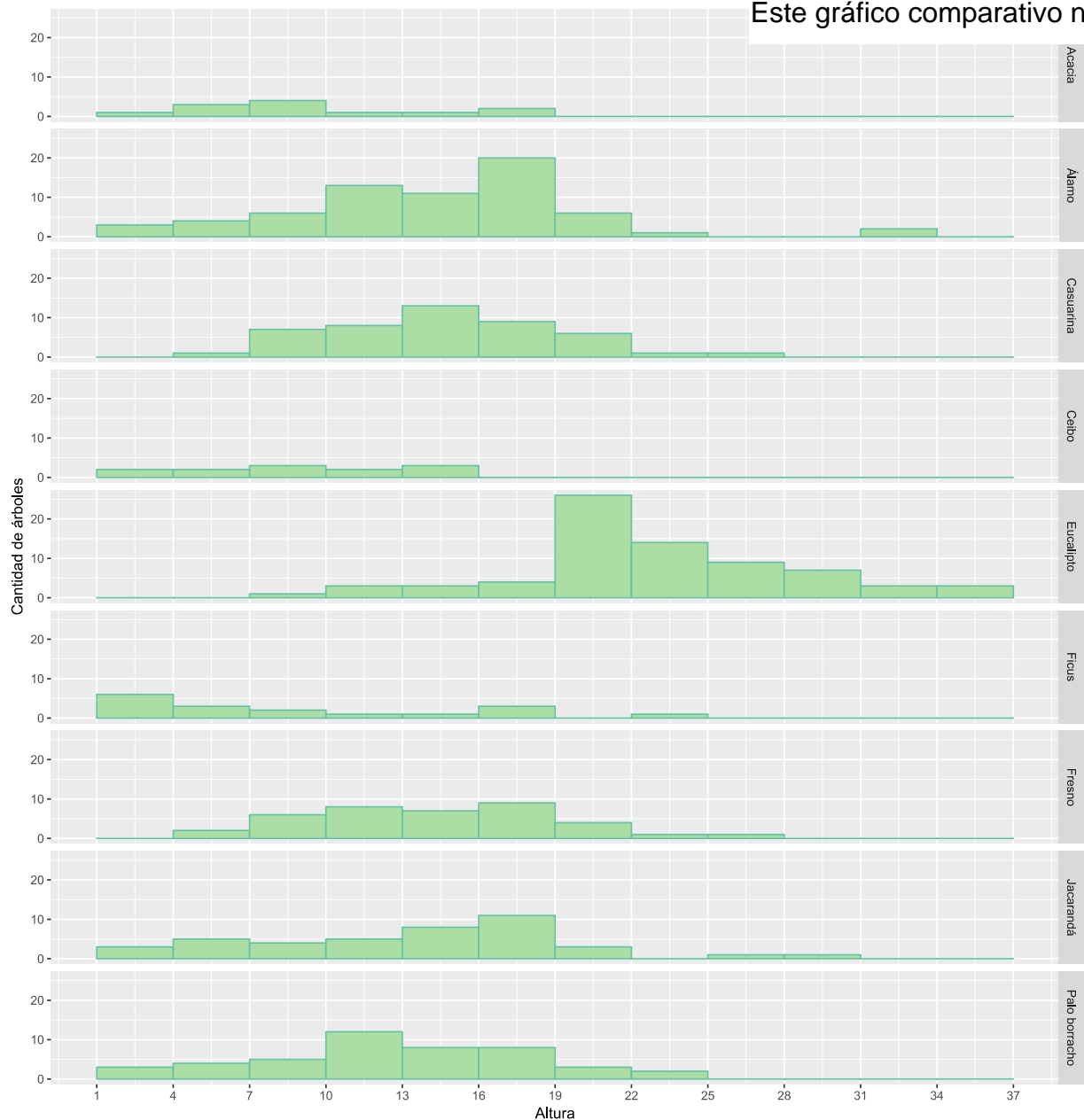
Fuente: Censo Forestal Urbano Público

Se puede observar que las especies con mayor promedio de inclinación son la de jacarandá y la de acacia, siendo la primera mucho mayor que la segunda; y las especies con menor promedio de inclinación son el álamo y la casuarina. Además, que no hay una gran diferencia entre el promedio de inclinación de las demás especies que varían entre el diámetro del fresno y del palo borracho.

¿Qué quiere decir con eso ?

## ALTURA SEGÚN LA ESPECIE BUENOS AIRES, 2011

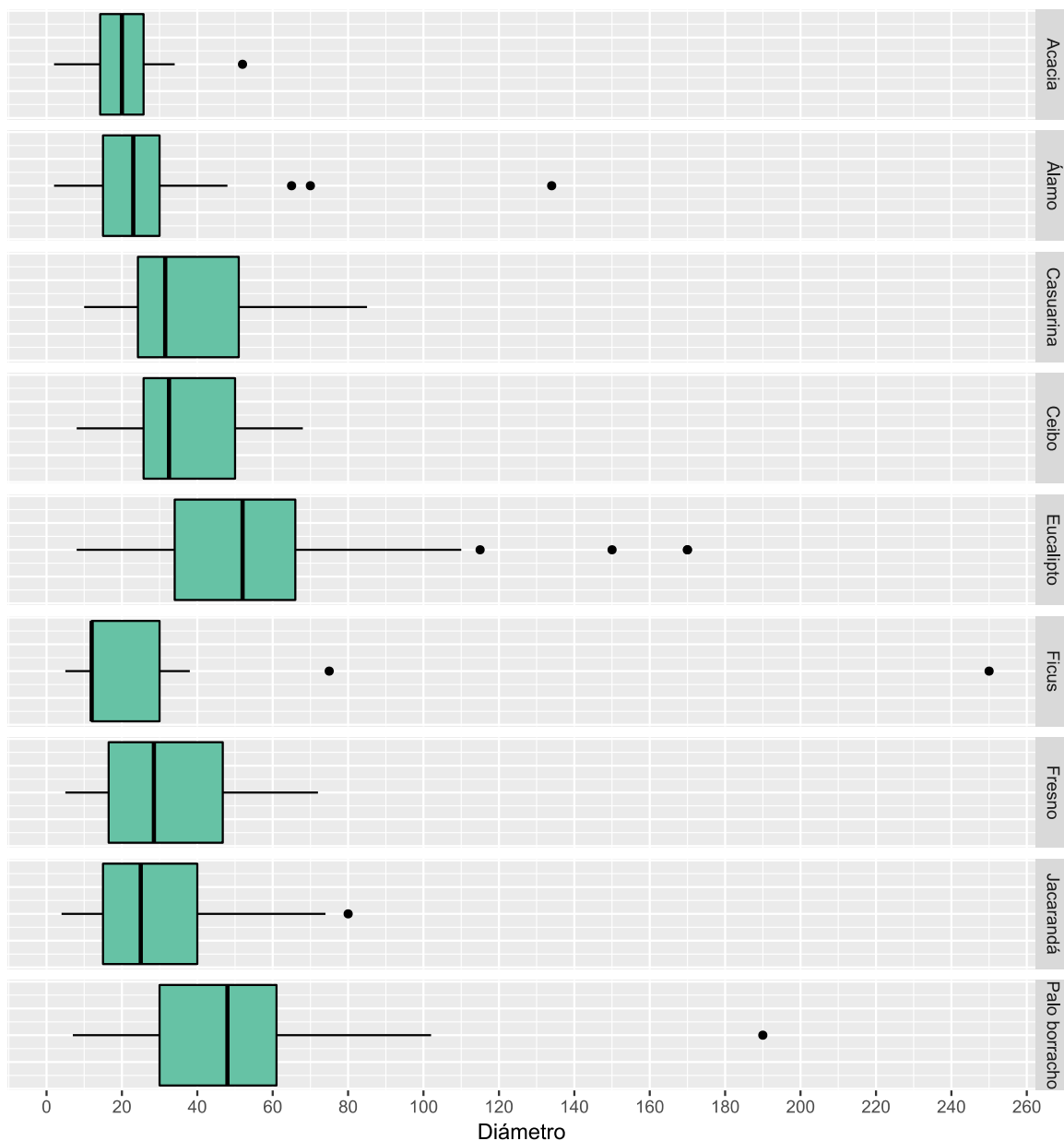
Este gráfico comparativo no es



Fuente: Censo Forestal Urbano Público

Se puede ver que la especie eucalipto es la más alta en promedio de todas ya que tiene el centro de su curva más hacia la derecha que el resto. Al ver la altura por especie se puede notar que tienen distribuciones normales.

## DIÁMETRO SEGÚN LA ESPECIE BUENOS AIRES, 2011



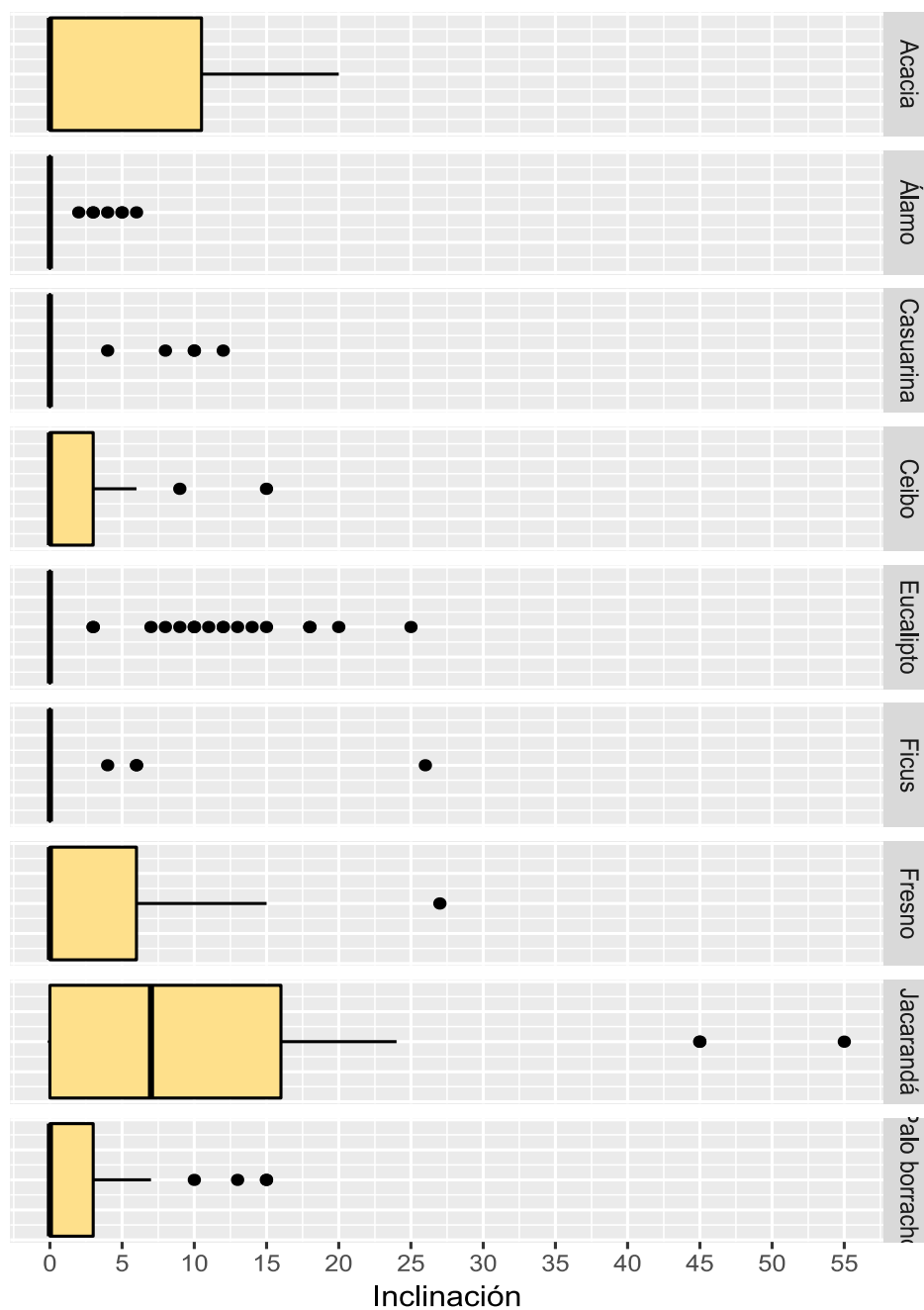
Fuente: Censo Forestal Urbano Público

Se puede observar que hay una gran concentración de árboles a lo largo de las distintas especies. Además, se pueden notar algunos outliers muy extremos en algunas especies como por ejemplo la especie ficus.

Se puede ver que hay una gran concentración de árboles de ficus (25%) con diámetro de 12 cm ya que la mediana y el primer cuartil coinciden.



## INCLINACIÓN SEGÚN LA ESPECIE BUENOS AIRES, 2011



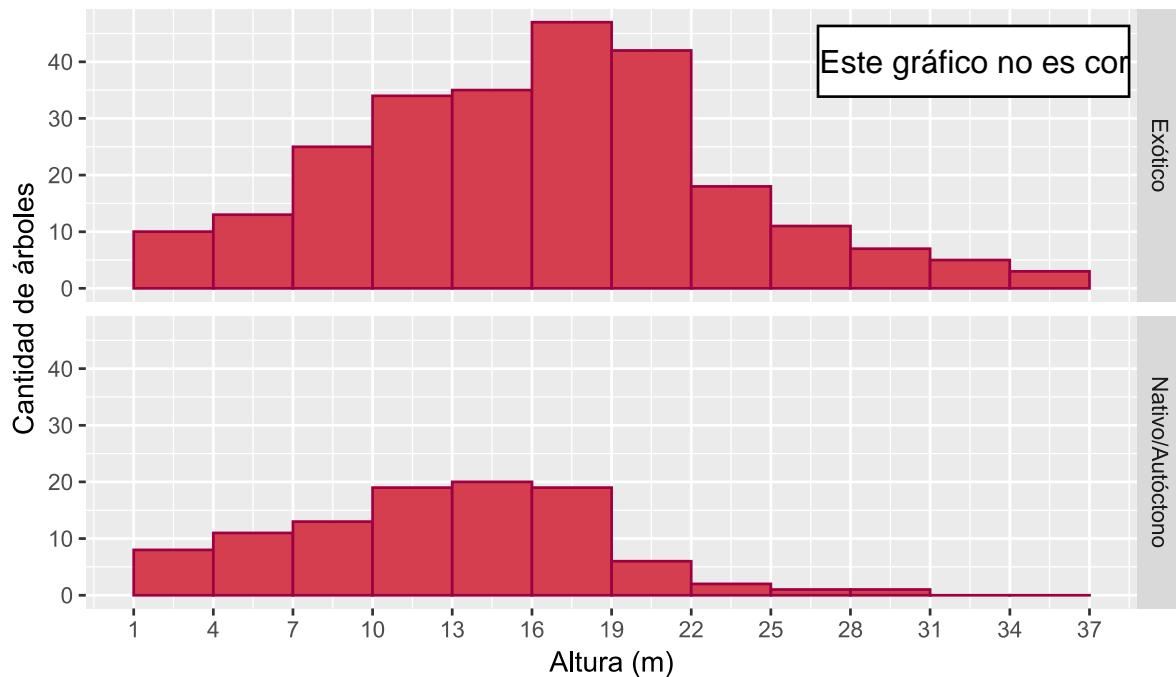
Fuente: Censo Forestal Urbano Público

Se pueden observar tres grupos:

- Álamo, casuarina, ficus y eucalipto que tienen al menos el 50% de sus árboles con inclinación de 0°.
- Acacia, ceibo, fresno y palo borracho que tienen al menos el 25% de sus árboles con inclinación de 0°.
- Jacarandá que presenta una concentración de árboles con inclinación alrededor de 7°.

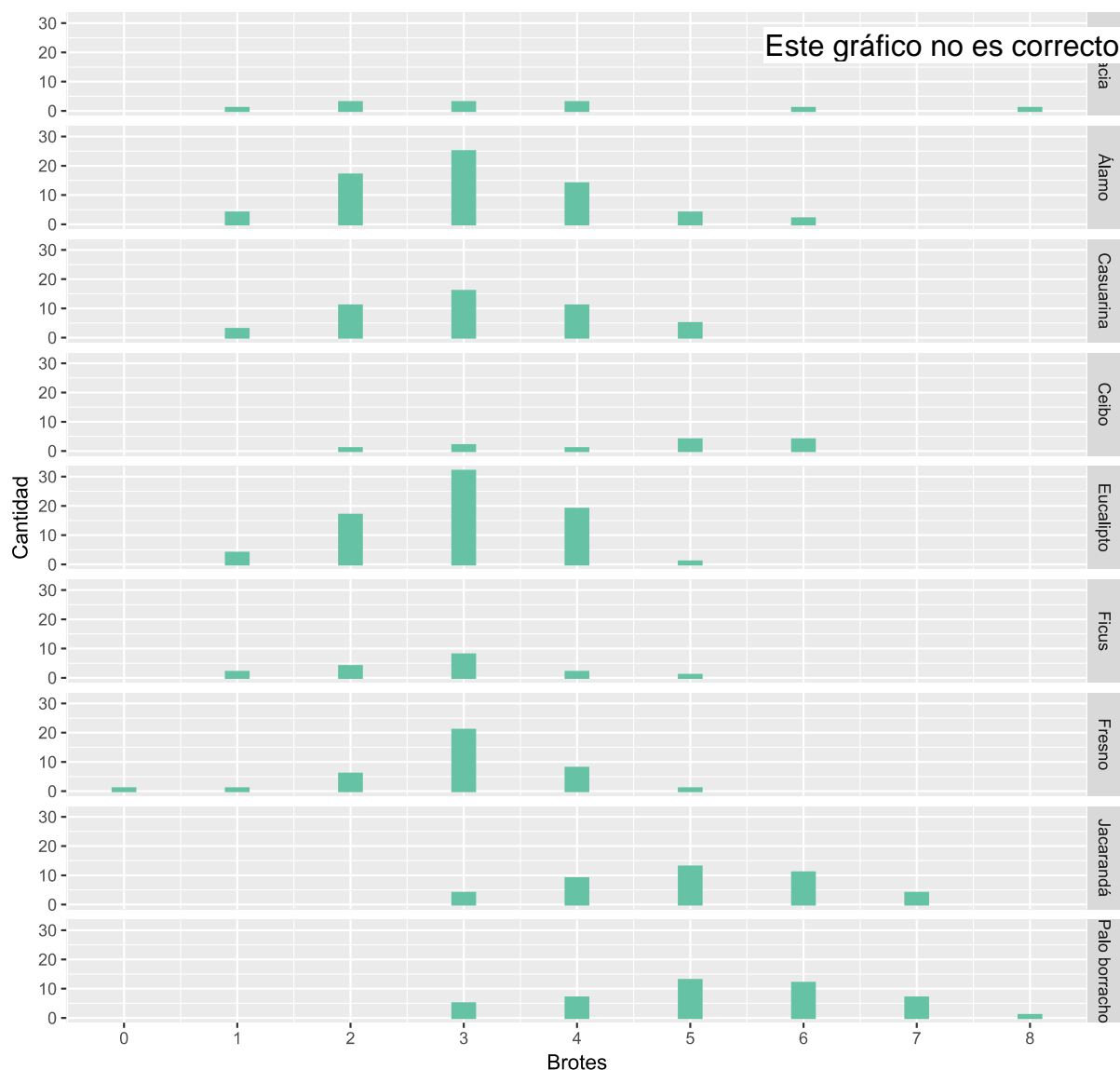
Sería más fácil de observar si estuviesen ordenados por grupo en el boxplot comparativo

## ALTURA SEGÚN EL ORIGEN BUENOS AIRES, 2011



En el primer histograma se puede ver que la mayor acumulación se encuentra en la sexta clase mientras que en el segundo la mayor acumulación se encuentra en quinta clase; esto quiere decir que **la mayor cantidad de árboles de origen exótico tienen altura de entre 16 y 19 m,** mientras que los árboles de origen nativo/autóctono tienen una altura de entre 13 y 16 m. Podemos observar que ambos gráficos muestran una distribución asimétrica hacia la derecha, pero el primero tiene el centro de la curva más a la derecha por lo que significa que los árboles de origen exótico tienden a ser más altos que los de origen nativo/autóctono.

## CANTIDAD DE BROTES POR ESPECIE BUENOS AIRES, 2011

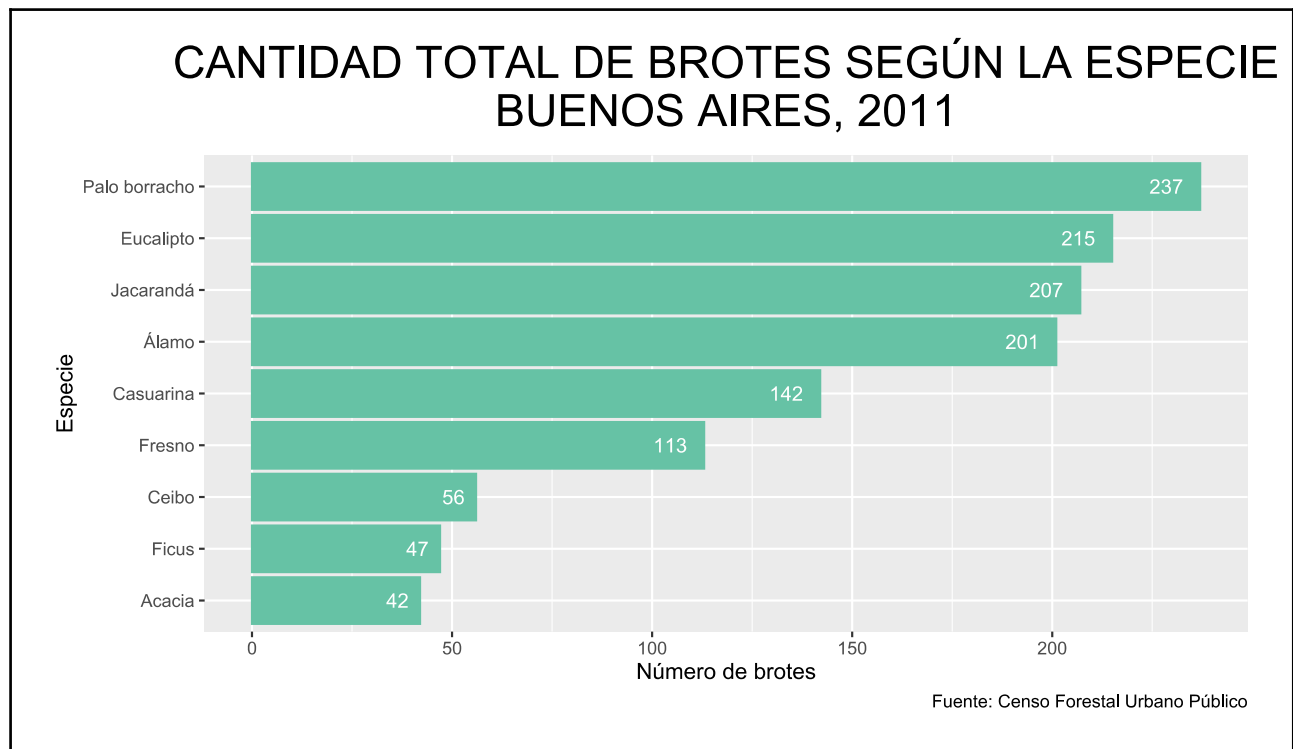


Fuente: Censo Forestal Urbano Público

Se pueden visualizar tres grandes grupos:

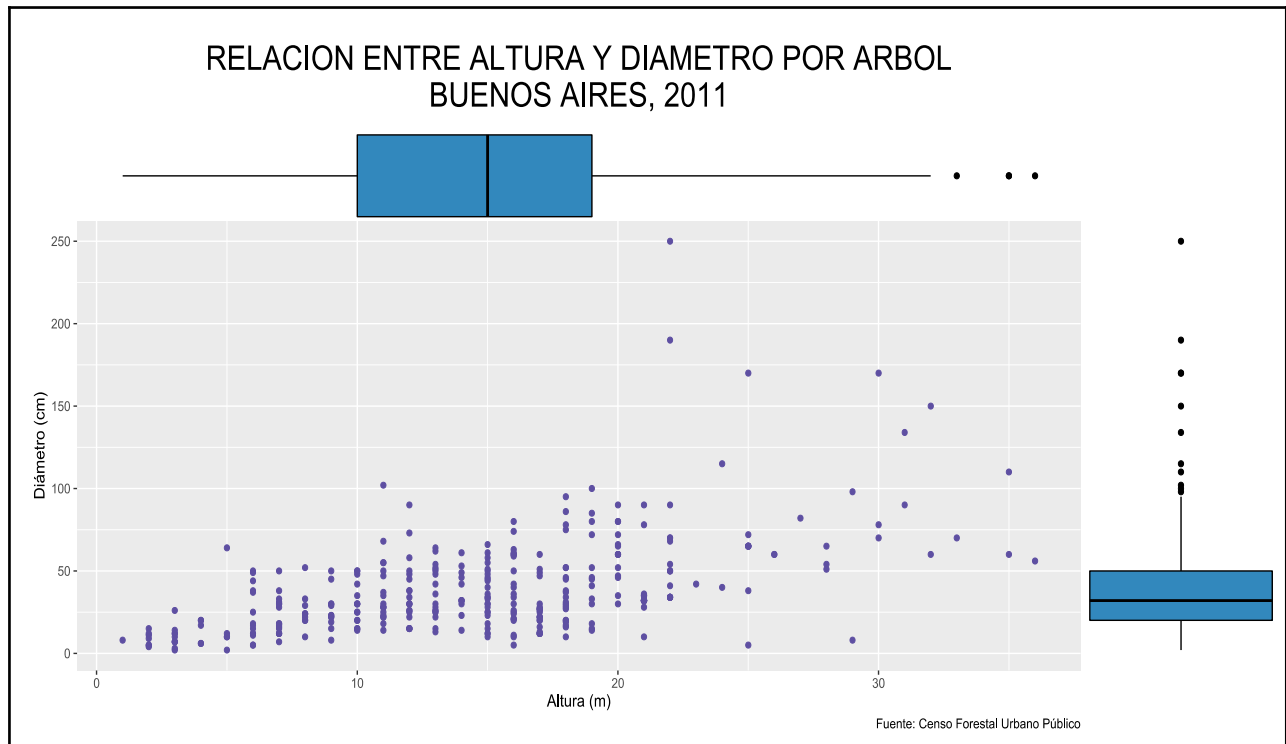
- Las especies palo borracho y jacarandá tienen el centro de la curva en 5.
- Las especies fresno, ficus, eucalipto, casuarina y álamo tienen el centro de la curva en 3.
- Las especies acacia y ceibo tienen una distribución más uniforme.

Los primeros dos grupos muestran una pequeña dispersión con sus datos más concentrados.



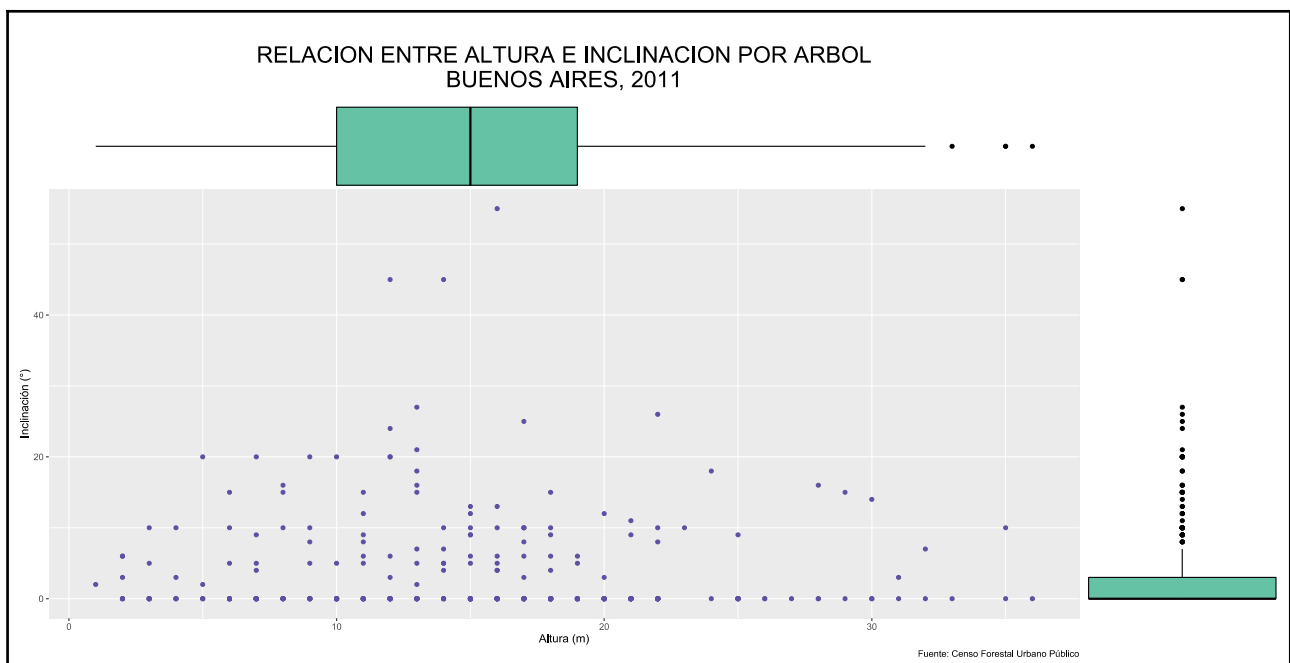
un sesgo

Se puede ver que la especie con mayor cantidad de brotes es la de palo borracho y la especie con menor cantidad de brotes es la de acacia. Se puede notar una segregación de los valores en tres grupos distintos. El primer grupo con las especies acacia, ficus y ceibo, el segundo grupo con las especies fresno y casuarina, y el tercer grupo con las especies jacarandá, eucalipto y palo borracho. En el segundo grupo se puede notar que hay una gran diferencia entre la casuarina y el fresno de 29 brotes. Algo parecido pasa con el tercer grupo donde el palo borracho tiene 22 brotes más que su siguiente eucalipto.



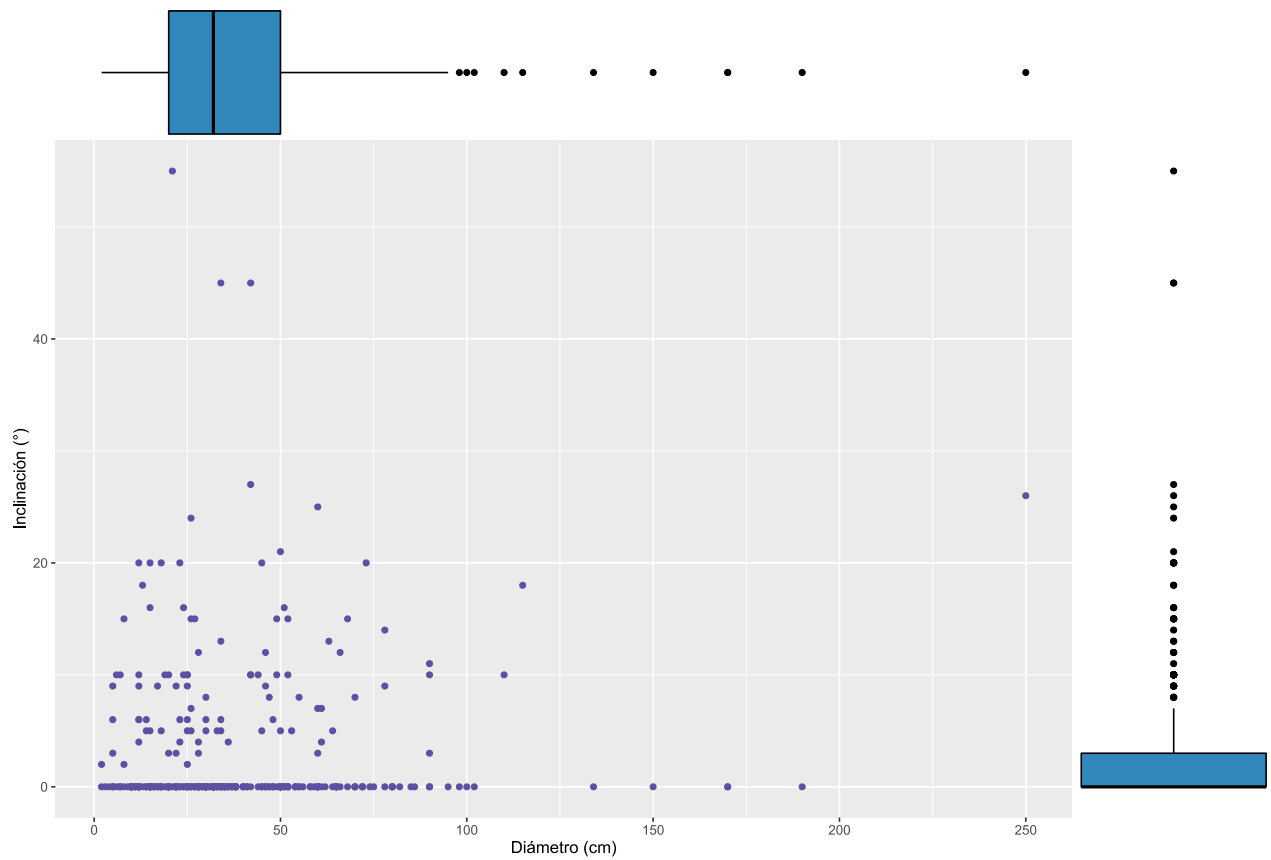
Se puede observar una leve correlación lineal entre la altura y el diámetro, pero sin embargo los árboles están muy dispersos para sacar conclusiones. Además se pueden encontrar valores claves como los cuartiles y la mediana con los boxplot.

Se puede notar que hay una gran densidad de puntos alrededor de 15 m de altura y 30 cm de diámetro.



Los árboles están muy dispersos y no se puede notar ninguna correlación entre altura e inclinación. Sin embargo podemos notar que la mayoría de los árboles tienen inclinación de 0° por el boxplot ubicado a la derecha y altura aproximadamente 15 m por el boxplot ubicado arriba.

## RELACION ENTRE DIAMETRO E INCLINACION POR ARBOL BUENOS AIRES, 2011



Los árboles están muy concentrados, podemos notar que la mayoría de los árboles tienen inclinaciones pequeñas y diámetro menor a 100 cm.