

Práctico 3

Ejercicio 1 Determine el dominio de las siguientes funciones

a) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 4}$

b) $g(x, y, z) = \left(\frac{3x-y}{x^2+y^2+z^2}, \ln(1-y) \right)$

c) $h(t) = \left(\frac{1}{\sqrt{t+2}}, \frac{t-1}{t} \right)$

Ejercicio 2 Esboce la gráfica de las siguientes funciones

a) $f(x, y) = x - 2y$

b) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + 3y^2}$

c) $f(x, y) = y^2 - x^2$

d) $f(x, y) = \frac{1}{y}$

d) $f(x, y) = \sin x$

Ejercicio 3 Trace un gráfico aproximado de las siguientes curvas

a) $\mathbf{r}(t) = (4 \cos t, \sin t)$

b) $\mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, t)$

c) $\mathbf{r}(t) = (3t + 2, t - 1, 2t)$

Ejercicio 4 Verifique que la curva dada por $\mathbf{r}(t) = (t, t^2, t^2 + t^4)$ está contenida en el paraboloide $z = x^2 + y^2$ y use este hecho para hacer un gráfico aproximado de ella.

Ejercicio 5 Dé la ecuación de la recta tangente a la curva $\mathbf{r}(t)$ dada, en el punto \mathbf{p} .

a) $\mathbf{r}(t) = (t, t^3)$ $\mathbf{p} = (-1, 1)$

b) $\mathbf{r}(t) = (\sin t, \sin(2t))$ $\mathbf{p} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

Recordemos que dada una función f de dos variables y dado un número real k se define la **curva de nivel k de f** como el conjunto de puntos (x, y) en el dominio de f tales que $f(x, y) = k$, o sea

$$\{(x, y) \in \text{dom}(f) : f(x, y) = k\}.$$

Ejercicio 6 Dibuje aproximadamente las curvas de nivel k de las siguientes funciones para los valores de k indicados

$$a) f(x, y) = 2x + 6y \quad k = -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

$$b) f(x, y) = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \quad k = -1, 0, 1, 2, 3$$

Recordemos que dada una función f de tres variables y dado un número real k se define la **superficie de nivel k de f** como el conjunto de puntos (x, y, z) en el dominio de f tales que $f(x, y, z) = k$, o sea

$$\{(x, y, z) \in \text{dom}(f) : f(x, y, z) = k\}.$$

Ejercicio 7 Dibuje aproximadamente las superficies de nivel k de las siguientes funciones para los valores de k indicados

$$a) f(x, y, z) = 2x + 6y - 3z \quad k = -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

$$b) f(x, y, z) = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + z^2 \quad k = -1, 0, 1, 2, 3$$

$$c) f(x, y, z) = \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} + z^2 \quad k = -1, 0, 1,$$