Campo electrico

La presencia de carga electrica en una region del espacio, modifica las caracteristicas de dicho espacio dando lugar a un campo electrico. Podemos considerar entonces, un campo electrico a una region del espacio cuyas propiedades han sido modificados por la presencia de una carga electrica, y si colocamos otra carga electrica en este mismo, esta experimentara una fuerza.

El campo electrico en una posicion indica la fuerza que actuaria sobre una carga puntual positiva unitaria si estuviera en esa posicion.
El campo electrico se relaciona con la fuerza electrica que actua sobre una carga arbitraria q con la expresion:

$$\overrightarrow{E} = \frac{\overrightarrow{F}}{q}$$

Ley de Coulomb

Esta ley describe las fuerzas que actuan a la distancia entre 2 cargas. Podemos separar el problema en 2 pasos distintos

1. Piensa que una de las cargas genera un campo electrico en todo el espacio.
2. La fuerza que actua sobre una carga introducida en el campo electrico de la primera es provocada por el campo electrico en la posicion de la carga introducida.

Campo electrico cerca de una carga puntual aislada

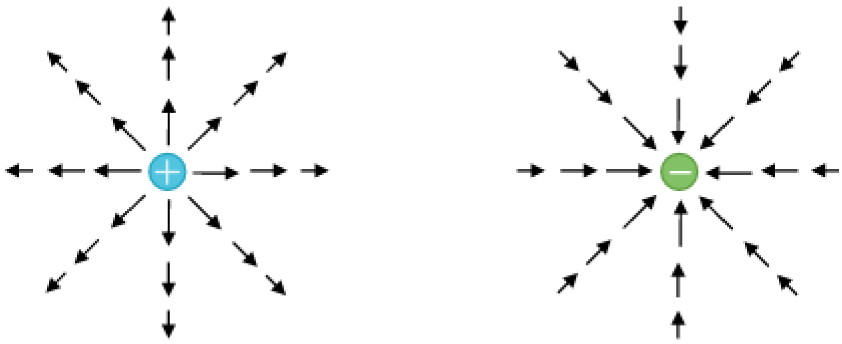
El campo electrico alrededor de una sola carga puntual aislada, q_i esta dado por:

$$\overrightarrow{E} = \frac{\overrightarrow{F_0}}{q_0} = k \cdot \frac{q_i}{r^2} \cdot \hat{r_i} = \left[\frac{N}{C}\right]$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}; \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$$

k se la conoce como **"Constante de Coulumb"**, y su valor es $\approx 8.991.804.694 \frac{Nm^2}{C^2}$. Y ϵ_0 se lo conoce como **"permitividad del vacio"**.

La direccion del campo electrico apunta hacia afuera para una carga puntual positiva y hacia adentro para una carga puntual negativa. La magnitud del campo electrico decae como $1/r^2$ conforme nos alejamos de la carga.



Campo electrico cerca de muchas cargas puntuales

Si tenemos muchas cargas puntuales esparcidas, expresamos el campo electrico como la suma de los campos de cada carga individual q_i; es decir:

$$\overrightarrow{E} = k \cdot \sum_i \frac{q_i}{r^2} \cdot \hat{r_i}$$

Cabe recalcar que esta es una **suma vectorial**.

Formula del apunte de la profe:

$$\overrightarrow{E} = \frac{k \cdot q_i}{||\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r_i}||^3} \cdot (\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r_i})$$

Campo electrico cerca de una carga distribuida

Si las cargas estan embarradas en una distribucion continua, la sumatoria se transforma en una integral.

$$\overrightarrow{E} = \int \frac{k \cdot dq}{r^2} \cdot \hat{r_i}$$

Donde r es la distancia entre dq y la posicion de interes, mientras que $\hat{r}$ nos recuerda que la fuerza va en direccion de la recta que une dq con la posicion de interes.

Dado que esta es una integral muy dificil porque hay 2 variables(r y $\hat{r}$) nosotros vamos a tener en cuenta la forma del cuerpo para trabajar esta integral.

Cuerpo unidimensional

Ejemplo: varilla, anillo.

$$\lambda = \frac{Q}{L} = \frac{dq}{dl} = \left[\frac{C}{m}\right]$$

Siendo λ la **densidad lineal de carga**.

Cuerpo bidimensional

Ejemplo: disco, plano.

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{dq}{dA} = \left[\frac{C}{m^2}\right]$$

Siendo σ la **densidad superficial de carga**.

Cuerpo tridimensional

Ejemplo: esfera, elipse.

$$\gamma = \frac{Q}{V} = \frac{dq}{dV} = \left[\frac{C}{m^3}\right]$$

Siendo γ la **densidad volumetrica de carga**.

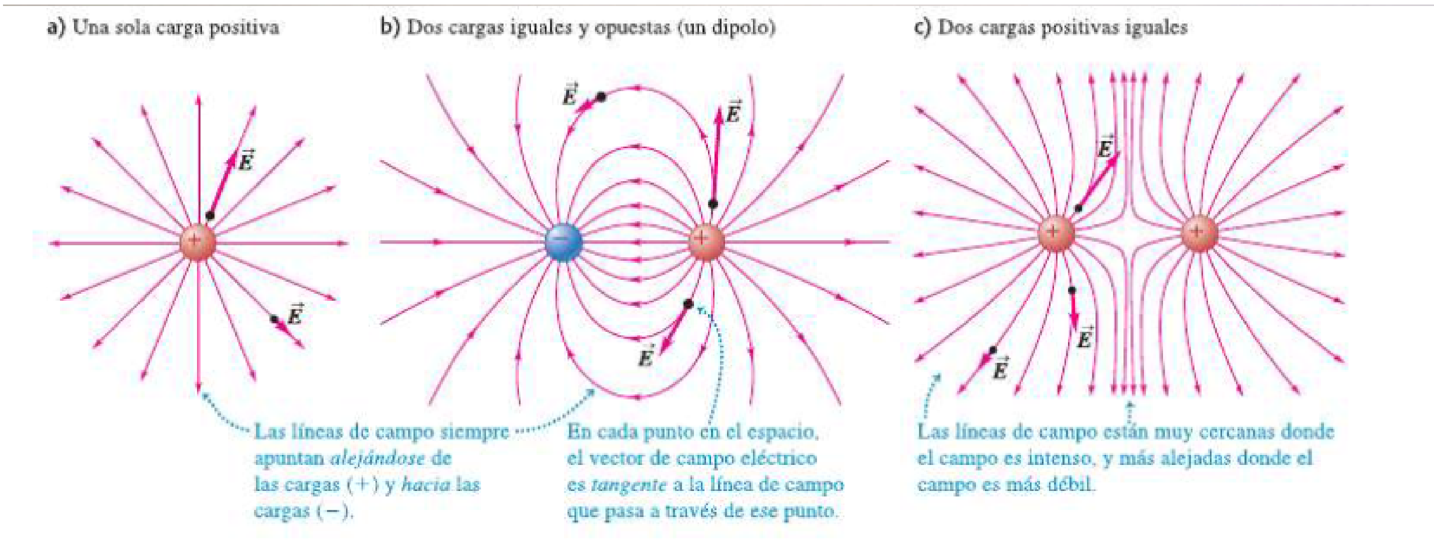
Flujo electrico y ley de gauss

Lineas de campo: son las curvas integrales del campo electrico. Por lo tanto:

1. El campo $\overrightarrow{E}$ es tangente a las lineas de campo en cada punto.
2. La direccion de la linea es la misma que la del campo.

3. La densidad de lineas es proporcional a la magnitud del campo; Donde el campo es fuerte, las lineas de campo estan cerca entre ellas, mientras que donde el campo es debil las lineas estan alejadas entre si.

Ejemplos:



Flujo electrico (ϕE)

Dado un campo electrico $\overrightarrow{E}$ definido sobre una superficie S, el flujo electrico sobre S esta dado por:

$$\phi_E = \int_S \overrightarrow{E} \cdot d\overrightarrow{A}$$

> Donde:
>
> - $d\overrightarrow{A} = \hat{n} \cdot dA$
> - $\hat{n}$ es el vector unitario normal a la superficie S.

Por lo tanto, el flujo electrico se puede expresar como:

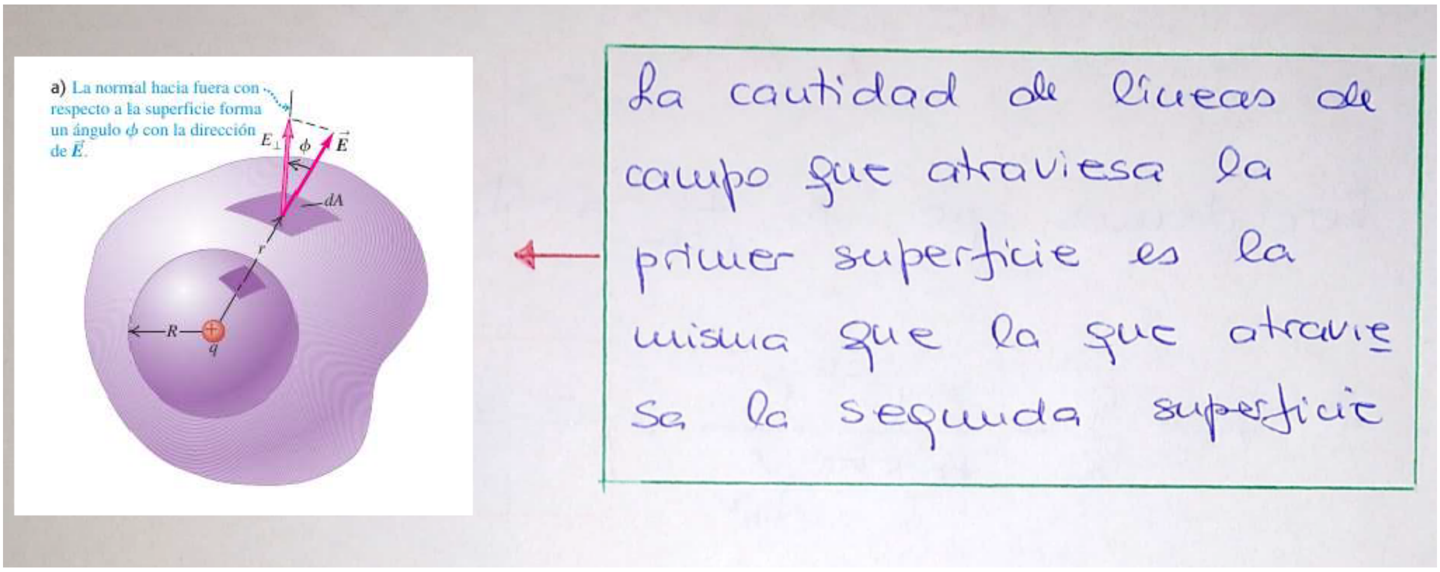
$$\phi_E = \int_S E \cdot cos(\theta) \cdot dA$$

NOTA: Existe una ambiguedad con respecto a la orientacion de la normal $\hat{n}$ (hay dos orientaciones posibles), lo que se traduce en un cambio de signo en el flujo. Por **convencion** se utiliza la **normal saliente**.

> $$\phi_E = \oint_S E \cdot cos(\theta) \cdot dA$$
>
> El simbolo $\oint$ denota que la integral se hace sobre una superficie cerrada.

Aclaraciones importantes

- Cuando el flujo electrico queda independiente del radio de la superficie (que ahora llamaremos **"superficie gaussiana"**) podemos decir que ϕ_e es el mismo para cualquier tamaño de esfera.
- **Interpretacion geometrica del flujo**: ϕ_e es proporcional al numero de lineas de campo que atraviezan la superficie. En consecuencia, el flujo electrico a traves de cualquier superficie cerrada que rodea a una carga puntual q es $\frac{q}{\epsilon_0}$, y es independiente de la forma y tamaño de la superficie gaussiana.



Ley de gauss

El flujo electrico atraves de cualquier superficie cerrada S es:

$$\phi_E = \oint_S \overrightarrow{E} \cdot d\overrightarrow{A} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$$

Donde:

- q_{enc} es la carga neta encerrada por la superficie gaussiana S.

Notas:

- Si $q_{enc} > 0 \implies \phi_e > 0 \implies$ **flujo saliente** (las lineas de campo salen de S).
- Si $q_{enc} < 0 \implies \phi_e < 0 \implies$ **flujo entrante** (las lineas de campo entran a S).
- Si $q_{enc} = 0 \implies \phi_e = 0$

Conductores

Cuando un conductor **solido** tiene una carga neta en reposo (caso **electrostatico**), dicha carga neta se deposita en su totalidad en la superficie del conductor (y **no** en su interior). Ademas, el campo electrostatico dentro de un conductor siempre es cero.

Caracteristicas:

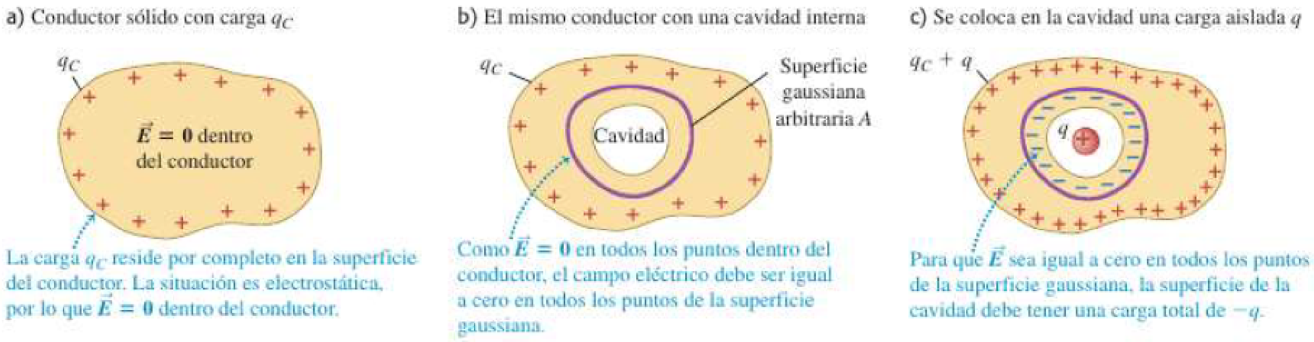
- En un conductor $\Longrightarrow$ las cargas se mueven "libremente".
- $\overrightarrow{E} = 0$ en el caso electrostatico (si $\overrightarrow{E} \neq 0 \Longrightarrow$ las cargas se moverian).
- Por Gauss: $\oint_S \overrightarrow{E} \cdot d\overrightarrow{A} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0} = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad q_{enc} = 0$

Que pasa si el conductor no es solido? Si tiene una cavidad por ejemplo?

Supongamos un conductor de forma arbitraria que porta una carga neta q_c.
Acabamos de ver que si el conductor es solido, q_c se deposita en la superficie.

Si el conductor tiene una cavidad, pero la misma esta vacia $\Rightarrow q_c$ tambien se deposita en la superficie exterior del conductor.

Pero si colocamos una carga q (positiva) en la vadidad $\rightarrow$ se induce una carga -q en las paredes de la cavidad, y en la superficie exterior se deposita una carga $q_c + q$.



Demostracion:
Si llamamos q_{int} a la carga inducida en la pared de la cavidad , y tomamos una superficie gaussiana **dentro** del conductor:

Por ser conductor $\overrightarrow{E}$ es igual a 0.

$$\oint \overrightarrow{E} \cdot d\overrightarrow{A} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0} \Longrightarrow 0 = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0} = \frac{q + q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\Longrightarrow q_{int} = -q$$

Por conservacion de la carga: $q_{ext} + q_{int} = q_c \Longrightarrow q_{ext} = q_c + q$

Potencial electrico

Definicion: El potencial electrico es el trabajo que debe realizar una fuerza externa para traer una carga positiva unitaria q desde el punto de referencia hasta el punto considerado, en contra de la fuerza electrica y a velocidad constante.

Diferencia de potencial electrico

Definicion: La diferencia de potencial electrico entre 2 puntos A y B, se define como el trabajo, por unidad de carga, necesario para llevar una carga de prueba desde A hasta B, en un campo electrico, manteniendola en equilibrio.

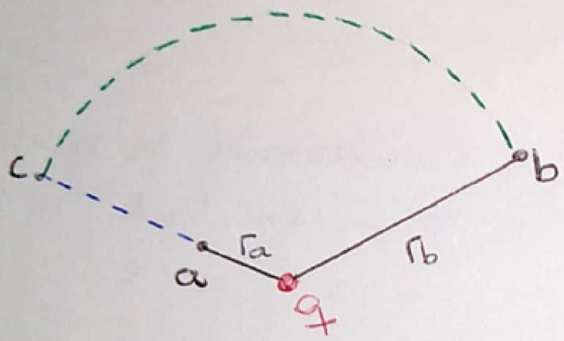
$$V_B - V_A = \Delta V = \frac{W_{ab}}{q_0} = -\int_A^B \overrightarrow{E} \cdot d\,\overrightarrow{l} = [V]$$

$$\boxed{\Delta V = -\int_A^B \overrightarrow{E} \cdot d\,\overrightarrow{l}}$$

> Integral de linea del campo electrico.

La fuerza electrica es conservativa, por lo que la integral definida anteriormente, **es independiente de la trayectoria seguida para conectar A y B**, por lo que si elegimos bien la trayectoria podemos simplificar los calculos.

Ejemplo: Calcular la diferencia de potencial entre los puntos a y b debido a una carga puntual positiva q.



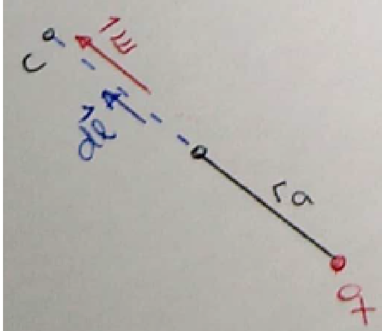
$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$$

$$V_b - V_a = -\underbrace{\int_a^c \vec{E}\cdot d\vec{\ell}}_{\text{en el tramo recto}} - \underbrace{\int_c^b \vec{E}\cdot d\vec{\ell}}_{\text{en el tramo circular}}$$

Pero: $\vec{E}\cdot d\vec{\ell} = E\, d\ell \cos\theta$ donde θ = angulo entre $\vec{E}$ y $d\vec{\ell}$

Tramo recto

- En el tramo recto:



$\vec{E} \parallel d\vec{\ell}$ $(\theta = 0)$ y $d\ell = dr$

$$\Rightarrow \int_a^c \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = \int_a^c E\, dr \cos 0$$

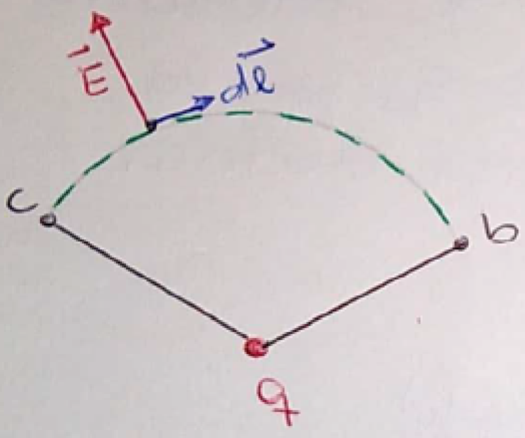
$$= \int_{r_a}^{r_c} \frac{Kq}{r^2}\, dr = -\frac{Kq}{r}\Big|_{r_a}^{r_c}$$

$$= -\frac{Kq}{r_c} + \frac{Kq}{r_a}$$

Pero $r_c = r_b \Rightarrow \int_a^c \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = \boxed{-\frac{Kq}{r_b} + \frac{Kq}{r_a}}$

Tramo circular

- En el tramo circular:



$$\vec{E} \perp d\vec{l} \Rightarrow \theta = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$y \int_c^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

Por lo que nos queda de la siguiente manera:

Por lo tanto: $$V_b - V_a = -\int_a^c \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_c^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$= -\left(-\frac{kq}{r_b} + \frac{kq}{r_a}\right)$$

$$\boxed{V_b - V_a = \frac{kq}{r_b} - \frac{kq}{r_a}}$$

Energia potencial electrico

Al igual que cuando hablamos de la energía potencial gravitatoria estudiamos que un cuerpo que se encuentra a una determinada altura de la superficie de la Tierra adquiere una determinada cantidad de energía potencial provocada por la acción de la fuerza gravitatoria, un cuerpo cargado que sufre la acción de una fuerza eléctrica adquiere energía potencial eléctrica (Ep).

$$\Delta U_{AB} = -W_{AB}$$

> El trabajo realizado por la fuerza eléctrica para trasladar una carga desde un punto A a otro B se puede expresar de la siguiente forma:

$$\boxed{W_{ab} = \int_A^B \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{l}}$$

Nosotros sabemos que $\overrightarrow{F} = q_0 \cdot \overrightarrow{E}$, por lo que reemplazamos en la formula quedando:

$$W_{ab} = q_0 \cdot \int_A^B \overrightarrow{E} \cdot d\overrightarrow{l} = q_0 \cdot (-\Delta V_{ab})$$

$$\Delta U_{AB} = q_0 \cdot (V_B - V_A) = [J]$$

Potencial electrico en un punto

La expresion anterior nos sirve para calcular la diferencia de energia entre 2 puntos, sin embargo la energia potencial en un punto es siempre un valor relativo con respecto a otro. Entonces lo que se hace es usar como referencia un punto ubicado en el infinito. En esa distancia no existe fuerza electrica que atraiga o repela las cargas, por lo que **la energia potencial electrica alli es nula**. Por lo que si aplicamos esa consideracion, obtenemos que:

$$V(r) = -\int_\infty^A \overrightarrow{E} \cdot d\overrightarrow{l}$$

$$\overrightarrow{E} \cdot d\overrightarrow{l} = E \cdot dl \cdot cos(180)$$

$$dl = -dr$$

$$\begin{aligned} V(r) &= \int_\infty^A E \cdot (-dl) \cdot (-1) \\ &= \int_\infty^A \frac{k \cdot q}{r^2} \cdot dr \\ &= -k \cdot q \cdot (\frac{-1}{r})\Big|_\infty^r \end{aligned}$$

$$\boxed{V(r) = \frac{k \cdot q}{r}}$$

> Potencial electrico en un punto ubicado a una distancia r de una carga puntual.

Potencial de un conjunto de cargas puntuales

$$V(P) = V1(P) + V2(P) + \ldots + Vn(P)$$

$$V(P) = \frac{k \cdot q_1}{r_1} + \frac{k \cdot q_2}{r_2} + \ldots + \frac{k \cdot q_n}{r_n}$$

$$V(P) = \sum_{i=1}^{N} \frac{k \cdot q_i}{r_i}$$

> La formula anterior es una suma escalar, lo que nos indica que el potencial en si es **un escalar**.

Si reemplazamos nos queda:

$$V(P) = k \cdot \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{||\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r_{qi}}||}$$

Potencial electrico de distribuciones continuas de carga

Es posible calcular el potencial electrico en un punto P debido a una distribucion continua de cargas dividiendo al cuerpo en pequeños elementos de carga dq, que consideremos como cargas puntuales.

La contribucion al potencial de ese elemento de carga es:

$$dv = k \cdot \frac{dq}{r}$$

Por lo que el potencial en P sera:

$$V(P) = k \cdot \int \frac{dq}{r}$$