



Enchiridion Physica

Andreas Hemmetter

22. Dezember 2017

$$\begin{aligned}\delta\mathcal{S} &= \delta \int_{t_1}^{t_2} dt \mathcal{L} = 0 & \frac{\partial F^{\alpha\beta}}{\partial x^\alpha} &= \frac{4\pi}{c} j^\beta \\ S &= k_B \ln \Omega & i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} &= \hat{H} \psi\end{aligned}$$

Inhaltsverzeichnis

1 Mechanik	3	5 Optik	33
1.1 Kinematik des Massenpunktes . . .	3	5.1 Wärmestrahlung	33
1.2 Dynamik des Massenpunktes . . .	3	5.2 Strahlenoptik	35
1.3 Linearimpuls	4	5.3 Elektromagnetische Wellen	36
1.4 Energie	4	5.4 Interferenz	37
1.5 Mechanik	5	5.5 Beugung und Dispersion	38
1.6 Drehungen	6	5.6 Leiteroperatoren und kohärente Zustände	39
1.7 Zentralkraftfeld und Gravitation . .	7	5.7 Kohärenz	40
1.8 Mehrteilchensysteme	8	5.8 Optische Elemente	40
1.9 Relativitätstheorie	9	5.9 Absorption	41
1.10 Fluide	11	5.10 Nichtlineare Optik	41
1.11 Schwingungen und Wellen	12	5.11 Laserphysik	42
1.12 Lagrange	13	5.12 Emission und Photolumineszenz . .	42
1.13 Hamilton	14	5.13 2-Niveau-System	42
2 Statistik	15	6 Quantenmechanik	43
2.1 Wahrscheinlichkeitsverteilungen . .	15	6.1 Wellenfunktion	43
2.2 Grundlagen	16	6.2 Zeitabhängige Schrödingergleichung	44
2.3 Dichteoperator	16	6.3 Hilbertraum	45
2.4 Entropie	16	6.4 Thermodynamik und QM	46
2.5 Ensembles	17	6.5 Heisenberg	46
3 Thermodynamik	18	6.6 Schrödinger	47
3.1 Grundbegriffe	18	6.7 Tunneleffekt	47
3.2 Hauptsätze	19	6.8 Quantenmechanischer Oszillator . .	47
3.2.1 0. Hauptsatz	19	6.9 Grundlagen	47
3.2.2 1. Hauptsatz	19	7 Atom- und Molekülphysik	49
3.2.3 2. Hauptsatz	20	7.1 Grobstruktur	49
3.2.4 3. Hauptsatz	20	7.2 Feinstruktur	51
3.3 Thermodynamische Potentiale . . .	21	7.3 Hyperfeinstruktur	52
4 Elektrodynamik	22	7.4 Mehrelektronensysteme	52
4.1 Grundlagen	22	7.5 Rotation und Schwingung von zweiatomigen Molekülen	53
4.2 Maxwell-Gleichungen	22	7.6 Emission und Absorption	54
4.3 Elektrostatik	23	7.7 Drehimpuls und Magnetismus . . .	54
4.4 Gleichspannung	25	7.8 Zeeman-Effekt	54
4.5 Wechselspannung	26	7.9 Wasserstoff	54
4.6 Leitungstheorie	27	7.10 Moleküle	54
4.7 Drude- und Lorentzmodell	27	7.11 Hund'sche Regeln	54
4.8 Plasmonik	27	8 Festkörperphysik	56
4.9 Magnetostatik	28	8.1 Kristallstruktur	57
4.10 Magnetodynamik	29	8.2 Phononen	58
4.11 Elektromagnetische Wellen	29	8.3 Thermische Eigenschaften	58
4.12 Energie und Impuls im EM-Feld . .	30	8.4 Elektrische Eigenschaften	59
4.13 Zeitabhängige Felder	31	8.5 Halbleiter	60
4.14 EM-Felder in Substanzen	32	8.6 magnetische Eigenschaften	60

9 Kernphysik	62	A.8 Geometrie	69
9.1 Kerne	62	A.9 Integration	70
9.2 Kernreaktionen	62	A.10 Delta-Funktion	70
9.3 Zerfälle und Übergänge	63		
9.4 Wechselwirkung von Strahlung mit		B Chemie	71
Materie	63	B.1 Orbitale	71
9.5 Zerfallsreihen	63	B.2 Stöchiometrie	74
9.6 Kernspaltung	63	B.3 Kristalle	74
9.7 Kernfusion	63	B.4 Chemische Thermodynamik	75
		B.5 Gasgesetze	75
10 Teilchenphysik	64	B.6 Lösung	76
		B.7 Reaktionskinetik	76
APPENDIX	66	B.8 Redox-Reaktionen	76
		B.9 Elektrochemie	77
A Mathe	66		
A.1 Vektoralgebra	66	C Konstanten, Abkürzungen, Einheiten und Eselsbrücken	78
A.2 Matrizen	66	C.1 Abkürzungen	78
A.3 Reihen	67	C.2 Konstanten	78
A.4 Vektoranalysis	67	C.3 Eselsbrücken	78
A.5 Komplexanalysis	67	C.4 Einheiten	79
A.6 Laplace-Transformation	68		
A.7 Fourier-Transformation	68		

1 Mechanik

1.1 Kinematik des Massenpunktes

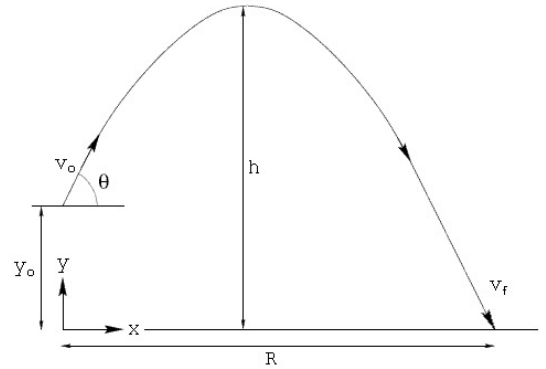
schiefer Wurf $y(x) = -\frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} x^2 + \tan(\alpha)x + y_0$

Steigzeit $T_s = \frac{v_0}{g} \sin(\alpha)$

Wurfhöhe $h = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2(\alpha)$

Wurfweite $R = \frac{v_0^2}{g} \sin^2(\alpha)$

max. Wurfweite $\alpha_{max} = \arcsin \frac{v_0}{\sqrt{2v_0^2 + 2gy_0}}$



1.2 Dynamik des Massenpunktes

Luftreibung $F_R = \frac{1}{2} c_W A \rho v^2$

Torsionsfederkraft $F_D = -D \cdot \varphi$

Lorentzkraft $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

Schubkraft Rakete $F_S = -\frac{dm}{dt} u$

Radialkraft $F_R = -m\omega^2 r = -m \frac{v^2}{r}$

Coulombkraft $\vec{F}_{1,2} = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2} \cdot \frac{r_{12}}{r_{12}}$

Corioliskraft $F_C = 2m(\vec{v} \times \vec{\omega})$

Stokesreibung $\vec{F} = -\alpha \dot{\vec{r}}$

Gleitreibung $\vec{F} = -\mu F_{\perp} \hat{r}$

Newtonreibung $\vec{F} = -\beta v^2 \hat{r}$

Kraft aus Potential $\vec{F} = -\vec{\nabla} V$

1. Newton'sches Axiom: $\vec{F} = 0 \rightarrow \vec{v} = \text{const.}$
2. Newton'sches Axiom: $\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$
3. Newton'sches Axiom: $\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$

$\vec{F}(\vec{r})$ ist konservativ, falls:

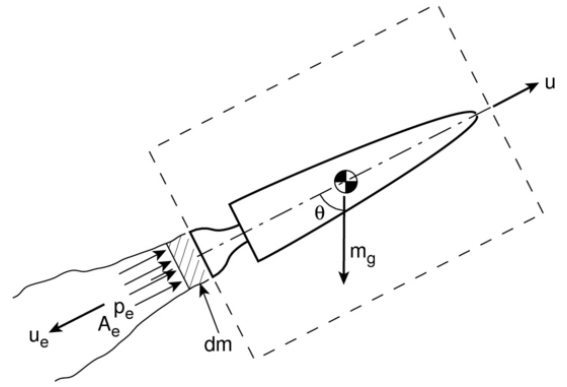
- $\vec{F} = \vec{F}(r)$
- $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$
- $\exists V(\vec{r}) : \vec{F} = -\vec{\nabla} V$
- Arbeit $-\int_C d\vec{r} \cdot \vec{F}$ wegunabhängig
- $-\oint_C d\vec{r} \cdot \vec{F} = 0$

$$\vec{F}' = \vec{F} - m\vec{\omega} \times \vec{r} - 2m\vec{\omega} \times \dot{\vec{r}} - m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

g : Fallbeschleunigung $[\frac{m}{s^2}]$, c_W : Luftreibungskoeffizient, D : Direktionsmoment $[Nm]$, q : elektrische Ladung $[C]$, E : elektrisches Feld $[\frac{V}{m}]$, B : magnetische Flussdichte $[Am]$, ϵ_0 : elektrische Feldkonstante $[\frac{As}{Vm}]$

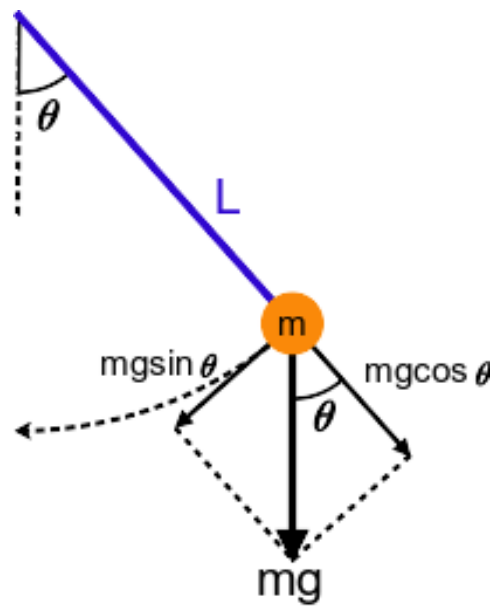
1.3 Linearimpuls

Impuls	$\vec{p} = m\vec{v}$
elastischer Stoß Übertrag	$\Delta v = 2 \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$
Stoßwinkel harte Kugeln	$\sin(\alpha) = \left(\frac{d}{2r}\right)$
Raketengleichung	$\Delta v = I_{sp} g \cdot \ln \frac{m}{m_0}$
Vis-Viva-Gleichung	$v^2 = \gamma M \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$



1.4 Energie

Arbeit	$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = - \int \vec{F} dx$
Arbeitselement	$\delta W = -\vec{F} \cdot d\vec{r}$
Gesamtenergie	$E = T + V$
Kinetische Energie	$E_{kin} = \frac{m}{2} v^2$
Höhenenergie	$E_{pot} = mgh$
Spannenergie	$E_{spann} = \frac{1}{2} k x^2$
Reibungswärme Energie	$E_R = F_R s$
Thermische Energie	$E_{therm} = \frac{f}{2} k_B T$
Torsionsenergie	$E_{tors} = \frac{1}{2} D \varphi^2$
Rotationsenergie	$E_{rot} = \frac{1}{2} J_A \omega^2$
Leistung	$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$
Leistung	$P = \frac{dW}{dt}$



d : Stoßparameter, r : Kugeldurchmesser, I_{sp} : spezifischer Impuls, m_0 : Trockenmasse, a : durchschnittliche Halbachse, γ : Gravitationskonstante, k : Federkonstante $\left[\frac{N}{m}\right]$, D : Federkonstante $\left[\frac{N}{rad}\right]$, J_A : Trägheitsmoment um andere Achse $[kgm^2]$

1.5 Mechanik

mech. Spannung

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Verformung

$$\epsilon = \frac{\delta}{l_0}$$

Young-Modulus

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

$$E = \frac{\sigma(F_2 - F_1)l_0}{(\delta_2 - \delta_1)A}$$

Deformation

$$\delta = \frac{Fl_0}{AE}$$

Biegung Balken im Zentrum

$$\Delta_{max} = \frac{Fl^3}{48E}$$

Biegung Balken, gleichmäßig

$$\Delta_{max} = \frac{5\omega l^4}{384E}$$

Ideale Kraftersparnis

$$IMA = \frac{d_E}{d_R}$$

Wirkliche Kraftersparnis

$$AMA = \frac{F_R}{F_E}$$

Flaschenzug

$$IMA = \frac{\text{gezogene Länge}}{\text{bewegte Länge}}$$

Schiefe Ebene

$$IMA = \frac{l}{h}$$

Keil

$$IMA = \frac{l}{h}$$

Schraube

$$IMA = \frac{U}{\text{pitch}}$$

Zahnradsystem

$$GR_{tot} = \left(\frac{B}{A}\right)\left(\frac{D}{C}\right)$$

Statik-Bedingung

$$\sum_i \vec{F}_i = 0, \sum_i \vec{M}_i = 0$$

Kompressionsmodul

$$K = -V \frac{dp}{dV}$$

Kompressionsmodul

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

Kompressionskoeff.

$$\kappa = \frac{1}{K}$$

Schubmodul

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Schubspannung

$$\tau = G \tan \gamma$$

Poissonzahl

$$\nu = \frac{\Delta d/d}{\Delta l/l}$$

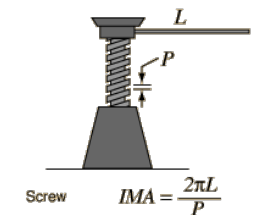
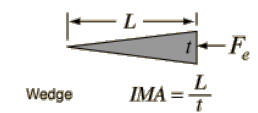
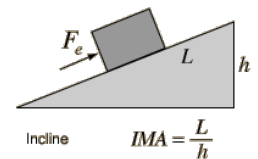
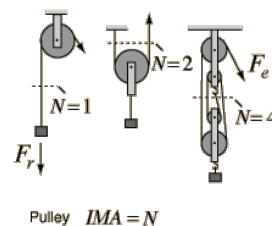
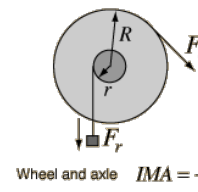
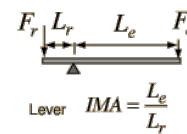
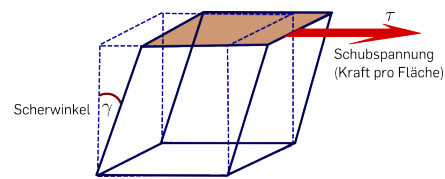
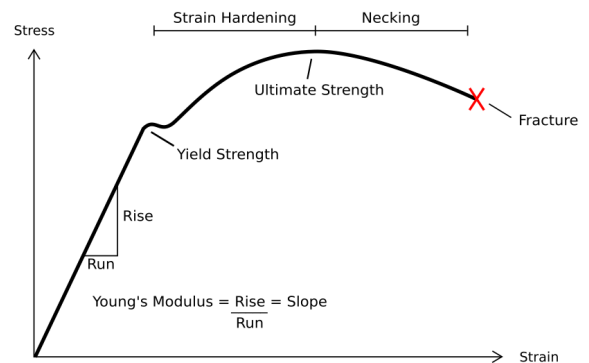
Übersetzungsverhältnis

$$GR = \frac{N_{out}}{N_{in}} = \frac{d_{out}}{d_{in}} = \frac{\omega_{out}}{\omega_{in}} = \frac{t_{out}}{t_{in}}$$

Flaschenzugverhältnis

$$FR = \frac{d_{out}}{d_{in}} = \frac{\omega_{in}}{\omega_{out}} = \frac{t_{out}}{t_{in}}$$

Was man an Kraft spart, muss man an Weg zusetzen.



δ : Längenänderung [m], A : Angriffsfläche [m²], Δ_{max} maximale Deformation im Zentrum [m], ω : Kraft auf ganzen Balken [$\frac{N}{m}$], d_E , F_E : Eingangsseite (effort), d_R , F_R : Ausgangsseite (reaction), pitch: Hubhöhe bei einer Umdrehung [m], U : Umfang [m], N : Anzahl Zähne, t : Drehmoment, K : Kompressionsmodul [$\frac{N}{m^2}$], G : Schubmodul [$\frac{N}{m^2}$], γ : Schubwinkel, ν : Poissonzahl (Querkontraktionszahl)

1.6 Drehungen

Bogenlängenelement	$\Delta s = r \cdot \Delta\varphi$	Trägheitsmoment J_S	
Winkelgrößen	$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v} = \frac{1}{f}$	Massepunkt	mr^2
Tangentialgeschwindigkeit	$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$	Vollzylinder	$\frac{1}{2}mr^2$
Tangentialbeschleunigung	$\vec{\alpha}_t = \vec{\alpha} \times \vec{r}$	Hohlkugel	$\frac{1}{2}m(r_2^2 - r_1^2)$
Radialbeschleunigung	$\vec{\alpha}_r = \omega^2 \cdot \vec{r} = \frac{v^2}{r}$	Vollkugel	$\frac{2}{5}mr^2$
Gesamtdrehmoment	$J_S = \sum_i m_i r_i^2$	Hohlkugel	$\frac{2}{3}mr^2$
Steiner'scher Satz	$J_A = J_S + ms^2$	Stab um	$\frac{1}{12}ml^2$
Massenschwerpunkt	$\vec{r}_M = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$	Schwerpunkt	
Bewegungsgleichung Drehung	$\varphi(t) = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t + \varphi_0$	Stab um Ende	$\frac{1}{3}ml^2$
Drehmoment	$\vec{M} = \dot{\vec{L}} = \vec{r} \times \vec{F}$		
Drehmoment (Betrag)	$M = F \cdot r \cdot \sin(\varphi) = J_A \ddot{\varphi}$	Translation	Rotation
Drehimpuls	$\vec{L} = m\vec{r} \times \vec{v}$	$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{x}}$	$\vec{\alpha} = \dot{\vec{\omega}} = \ddot{\vec{\varphi}}$
		$W = - \int F_x dx$	$W = - \int M_A d\varphi$
		$P = F_x v_x$	$P = M_A \omega$
		$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$	$L_A = J_A \omega$

r : Radius, T : Periodenlänge, ω : Winkelgeschwindigkeit, α : Winkelbeschleunigung, J : Trägheitsmoment um Achse oder Schwerpunkt

1.7 Zentralkraftfeld und Gravitation

Zentralkraft

$$\vec{F} = f(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t) \cdot \hat{r}$$

Flächenüberstreichung

$$\Delta A = \frac{L}{2m} \Delta t$$

2. Keplersches Gesetz

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \dot{\phi} = \frac{L}{2m} = \text{const.}$$

3. Kepler'sches Gesetz

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{\gamma M} = \text{const.}$$

Gravitationspotential

$$V = -\frac{\gamma M m}{r}$$

Gravitationskraft

$$\vec{F}_{G12} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

Gesamtenergie

$$E = \frac{1}{2} m v^2 - \gamma \frac{m \cdot m_0}{r} = \text{const.}$$

1. kosmische Geschwindigkeit

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}$$

2. kosmische Geschwindigkeit

$$v_2 = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}$$

Umlaufzeit

$$T_S(h) = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g} \left(1 + \frac{h}{R}\right)^3}$$

Bahngeschwindigkeit

$$v(h) = \sqrt{gR \left(\frac{1}{1 + \frac{h}{R}}\right)}$$

Ellipse

$$e^2 = a^2 - b^2$$

numerische Exzentrizität

$$\varepsilon = \frac{e}{a}$$

Rutherford

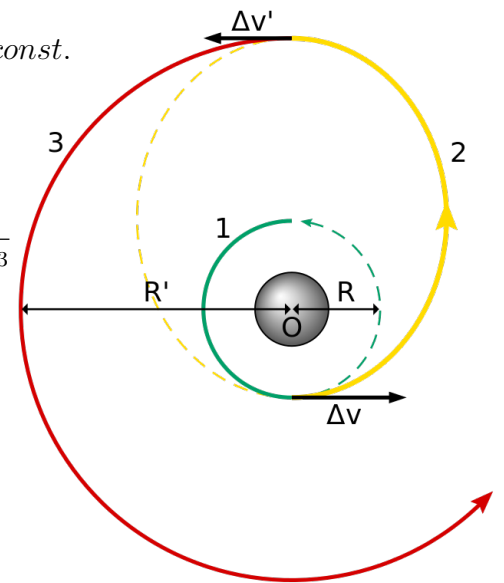
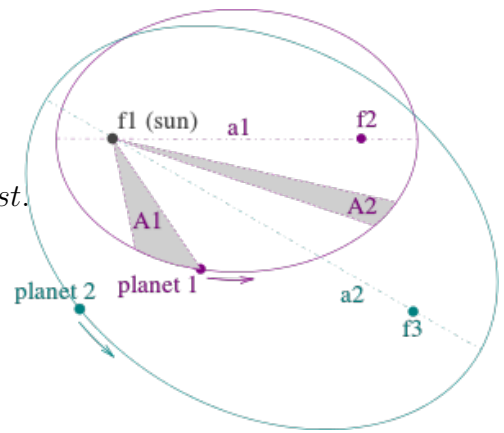
$$\Theta = 2 \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4E^2 s^2}{\alpha^2}}}$$

differentieller Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{16E^2} \frac{1}{\sin^4 \frac{\Theta}{2}}$$

totaler Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{tot} = 2\pi \frac{\alpha^2}{16E^2} \int_0^\pi \frac{\sin \Theta d\Theta}{\sin^4 \frac{\Theta}{2}}$$



A: überstrichene Fläche, L: Drehimpulsbetrag, $\dot{\phi}$: Winkelgeschwindigkeit, a: große Halbachse, M: Masse des größeren Körpers, γ : Gravitationskonstante, R: Radius Erde, h: Höhe des Orbits, e: Exzentrizität, Θ : Streuwinkel, Ω : Raumwinkel, σ : Wirkungsquerschnitt

1.8 Mehrteilchensysteme

Bewegungsgleichung	$m_i \ddot{\vec{r}}_i = \vec{F}_i^{(ex)} + \sum_j \vec{F}_{ij}$
Reduzierte Masse	$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$
Schwerpunktssatz	$M \ddot{\vec{R}} = \vec{F}^{(ex)}$
Schwerpunkt	$\vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$
Impulssatz	$\dot{\vec{p}} = \vec{F}^{ex}$
Drehmoment	$\dot{\vec{L}} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i^{ex}$
kinetische Energie	$T = \sum_i \frac{1}{2} m_i \dot{\vec{r}}_i \cdot \dot{\vec{r}}_i$
konservative Kräfte	$\frac{dT}{dt} = -\frac{dV}{dt}$
Schwerpunktsbewegung	$\vec{R}(t) - \frac{\vec{p}}{M}t = \vec{R}(0) = const.$
Virialsatz	$2\langle T \rangle = \langle \sum_i \vec{r}_i \cdot \nabla_i V \rangle$
Gesamtenergie	$\frac{M}{2} \dot{\vec{r}}_0^2 + \frac{1}{2} \sum_i m_i (\vec{\omega} \times \vec{r}_i)^2$
Drehimpuls	$\vec{L} = \overleftrightarrow{J} \vec{\omega}$
Rotationsenergie	$T_R = \frac{1}{2} \vec{\omega} \cdot \vec{L}$
Trägheitstensor	$J_{lm} = \int d^3r \rho(\vec{r}) (\delta_{lm} \vec{r}^2 - x_l x_m)$
Drehmoment	$\vec{M} = \overleftrightarrow{J} \dot{\vec{\omega}} + \vec{\omega} \times \overleftrightarrow{J} \vec{\omega}$
Präzession	$\omega_P = \frac{mgr}{J\omega}$

Jede 3D-Transformation mit Fixpunkt kann
als Rotation um eine Achse beschrieben
werden. (Jeder Rotationsmatrix mit Fixpunkt
hat Eigenwerte ± 1 .)

EULER'SCHER SATZ

1.9 Relativitätstheorie

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} > 1 \text{ und } \beta = \frac{v}{c} < 1$$

Galileo-Trafo $\vec{r} = \vec{V}t + \vec{r}', t = t'$

Zeitabl. Galileo-Trafo $\frac{d}{dt} = \left(\frac{d}{dt'}\right)' + \vec{\omega} \times$

Addition von Geschw. $v_{tot} = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}} < c$

$$x' = \gamma(x - v_x t) \quad x = \gamma(x' + v_x t')$$

$$y' = y \quad y = y'$$

$$t' = \gamma\left(t - v_x \frac{x}{c^2}\right) \quad t = \gamma\left(t' + v_x \frac{x'}{c^2}\right)$$

metrischer Tensor

$$a^\mu = g^{\mu\nu} a_\nu$$

$$a_\mu = g_{\mu\nu} a^\mu$$

allg. Lorentztrafo

$$\underline{x}_\mu = L_\mu^\nu x_\nu \text{ und } \underline{x}^\mu = L^\mu_\nu x^\nu$$

kontravariant

$$(a^0, a^1, a^2, a^3) = (a^0, \vec{a})$$

kovariant

$$(a_0, a_1, a_2, a_3) = (a^0, -\vec{a})$$

Skalarprodukt

$$a_\mu b^\mu = a^\mu b_\mu = a^0 b^0 - \vec{a} \cdot \vec{b}$$

Betragsquadrat

$$a_\mu a^\mu = (a^0)^2 - \vec{a} \cdot \vec{a}$$

Vierervektorquadrat

$$s^2 = c^2 t^2 - \vec{r}^2$$

$\Delta s^2 > 0$:

zeitartig

$\Delta s^2 = 0$:

lichtartig

$\Delta s^2 < 0$:

raumartig

4-Geschw.

$$u^0 = \gamma c \text{ und } \vec{u} = \gamma \vec{v}$$

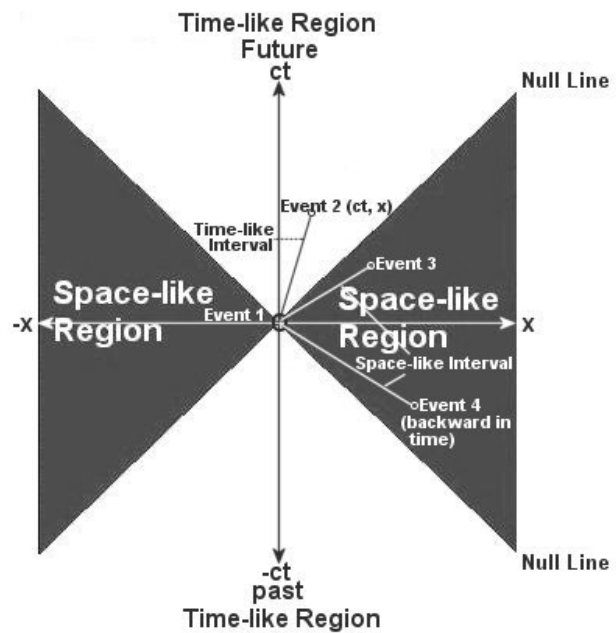
Geschw.quadrat

$$u_\mu u^\mu = c^2$$

4-Besch.

$$a_\mu a^\mu = -\gamma^4 \left[\gamma^2 \left(\frac{\vec{v}}{c} \cdot \vec{a} \right)^2 + \vec{a}^2 \right]$$

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ und } L^\mu_\nu = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Gesamtenergie	$E^2 = m_0^2 c^4 + c^2 p^2$	Divergenz	$\frac{\partial x^\mu}{\partial x^\mu} = 4$
relativistische Energie	$E = \gamma m_0 c^2$	Nabla	$(\partial_0, \partial_1, \partial_2, \partial_3) = (\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla})$
relativistischer Impuls	$p = \gamma m_0 v$		$(\partial^0, \partial^1, \partial^2, \partial^3) = (\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, -\vec{\nabla})$
Zeitdilatation	$\Delta t = \gamma \Delta \tau$	em. Feld	$\mathcal{L} = \frac{m}{2} v^2 + \frac{q}{c} \vec{v} \cdot \vec{A} - q \phi$
Lorentzkontraktion	$l = \frac{l_0}{\gamma}$	Vektorpotential	$(A_0, A_1, A_2, A_3) = (\phi, -\vec{A})$
Newton	$m \frac{du^\mu}{d\tau} = m a^\mu = K^\mu$	Invarianten	$E^2 + H^2, \vec{E} \cdot \vec{H}$
Kraft	$\vec{K} = \gamma \vec{F}, K^0 = \gamma \frac{\vec{F} \cdot \vec{v}}{c}$	Dopplereffekt	$\omega' = \omega_s (1 - \beta) \gamma$
Lagrange	$\frac{d}{d\tau} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u^\mu} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x^\mu} = 0$	<div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px;"> $E_y = \gamma(E'_y + \beta H'_z), H_y = \gamma(H'_y - \beta E'_z)$ $E_z = \gamma(E'_z - \beta H'_y), H_z = \gamma(H'_z + \beta E'_y)$ $\varphi = \gamma(\varphi' + \beta A'_x), A'_x = \gamma(A_x - \frac{\beta}{c} \varphi)$ </div>	

1.10 Fluide

Druck

$$p = \frac{F}{A}$$

Dichte

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Bernoulli-Gesetz

$$\underbrace{p_0}_{\text{stat.}} + \underbrace{\frac{1}{2}\rho v^2}_{\text{dynam.}} + \underbrace{\rho g y}_{\text{pot.}} = \text{const}$$

Kontinuitätsgleichung

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = I = \frac{dV}{dt}$$

Archimedisches Prinzip

$$F_A = m_F g = \rho_F V_K g$$

Volumenstrom Rohr

$$\dot{V} = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta l}$$

Reibung Rohrströmung

$$F_R = 8 \pi \eta l \bar{v}$$

laminarer Strömungswiderst.

$$F_R = 6 \pi \eta r v$$

Höhenformel

$$p(z) = p_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0 g z}{p_0}}$$

Dichtebestimmung

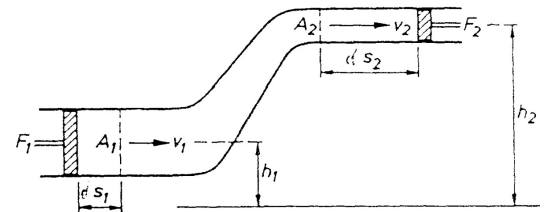
$$\rho_K = \rho_F \cdot \frac{|F_{G,L}|}{|F_{G,L}| - |F_{G,F}|}$$

Oberflächenspannung

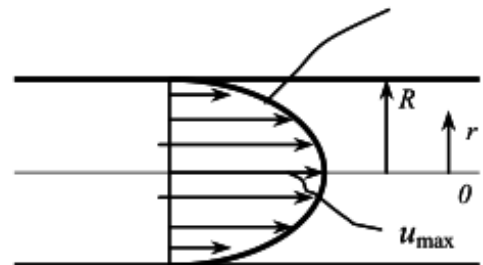
$$\sigma = \frac{dW}{dA} = \frac{F}{2l}$$

Kapillareffekt

$$h = \frac{2\sigma \cos(\varphi)}{\rho r g}$$



$$u(r) = u_{\max}(1-r^n/R^n)$$



Shape		Drag Coefficient
Sphere		0.47
Half-sphere		0.42
Cone		0.50
Cube		1.05
Angled Cube		0.80
Long Cylinder		0.82
Short Cylinder		1.15
Streamlined Body		0.04
Streamlined Half-body		0.09

Measured Drag Coefficients

A : Querschnittsfläche Rohr, I : Volumenstrom, g : Fallbeschleunigung, η : dynamische Viskosität [Pa s], σ : Oberflächenspannung [$\frac{N}{m}$], h : Steighöhe, φ : Winkel Oberfläche mit Gefäßwand

1.11 Schwingungen und Wellen

$$\ddot{x} + \underbrace{2\gamma\dot{x}}_{\text{Dämpfung}} + \underbrace{\omega_0^2 x}_{\text{Anregung}} = \omega_0^2 x_0 \sin(\omega_A t)$$

harm. Schw. $x(t) = x_m \cos(\omega t + \alpha)$

Frequenz $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

Schwebung $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$

Pot.näherung $V(x) \cong V(x_0) + \frac{1}{2}\kappa(x - x_0)^2$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$c = \frac{\omega}{k} = \lambda f = \frac{\lambda}{T}$$

Welle, 1D $y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t)$

Gütefaktor $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$

Gesamtenergie $E_{ges} = \frac{k}{2}A^2$

Abklingende Energie $E = E_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

Transmissionskoeff. $T = \frac{2v_2}{v_2 + v_1}$

Reflexionskoeff. $R = \frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1}$

Absorptionskoeff. $A = 1 - R - T$

Mittlere Leistung $P_{gem} = \frac{1}{2}\mu v \omega^2 y_m^2$

Schallgeschwindigkeit $v = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$

Schall Druckdifferenz $\Delta p_m = v \rho \omega s_m$

Schallintensität $I = \frac{1}{2}\rho v \omega^2 s_m^2, I = \frac{P_S}{4\pi r^2}$

sW, feste Enden $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{2l}$

sW, loses Ende $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{4l}$

Mach'scher Kegel (halb) $\sin(\alpha) = \frac{c_s}{v} = \frac{1}{Ma}$

Reibung $F_R = -b\dot{z}, \gamma = \frac{b}{2m}$

γ : Dämpfungsterm, K : Kompressionsmodul, ρ : Dichte, P_S : Schallleistung, v : Geschwindigkeit des Körpers, c_s : Schallgeschwindigkeit, Ma : Mach-Zahl, b : Reibungskoeffizient

1.12 Lagrange

skleronom (rheonom)	$\frac{\partial f}{\partial t} = (\neq) 0$
Freiheitsgrade	$S = 3N - p$
Bewegungsgleichung	$m_i \ddot{\vec{r}}_i = \vec{Z}_i + \vec{K}_i$
virtuelle Verrückung	$\delta \vec{r}_i(t) = \vec{r}'_i(t) - \dot{\vec{r}}_i(t)$
d'Alembert	$\sum_i (\vec{K}_i - \dot{\vec{p}}_i) \cdot \delta \vec{r}_i = 0$
generalisierte Kräfte	$Q_j = \sum_{i=1}^N \vec{K}_i \cdot \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j}$
d'Alembert (gen.)	$\sum_{i=1}^S \left\{ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} - Q_j \right\} \delta q_j = 0$
holonom	$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j$
Gleichgewicht	$\sum_i Q_i \delta q_i = 0$
Lagrange-Gl. 2. Art	$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} = 0$
L-F. em. Feld	$\mathcal{L} = \frac{1}{2} m \dot{\vec{r}}^2 - q(\phi + \dot{\vec{r}} \cdot \vec{A})$
Euler'sche Gleichung	$\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx} \frac{\partial f}{\partial y'} = 0$
konjugierter Impuls	$p_j = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j}$
zyklische Koord.	$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} = 0$
Hamilton-Fkt.	$H = \sum_j p_j \dot{q}_j - \mathcal{L}$
Tot. Zeitabl. H-F.	$\frac{dH}{dt} = 0 = \frac{\partial H}{\partial t}$
Ray. Dissip.fkt.	$P = \sum_{i=1}^N \int_0^{v_i} dv'_i R_i(v'_i)$
Reibungskräfte	$Q_j^{(R)} = -\frac{\partial P}{\partial \dot{q}_j}$
Lagrange-Gl. 1. Art	$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} = \sum_{\nu=1} k \lambda_\nu a_{\nu j}$

Lösungsschema Lagrange: Zwangsbedingungen aufstellen \Rightarrow Bewegung in generalisierten Koordinaten ausdrücken \Rightarrow TF \Rightarrow kinetische und potentielle Energie aufstellen \Rightarrow Lagrange-Funktion \mathcal{L} aufstellen \Rightarrow Lagrange-Gleichung.

Noether-Theorem: Zu jeder kontinuierlichen Symmetrie eines physikalischen Systems gehört eine Erhaltungsgröße.

Zeit homogen $H = const.$,

Raum homogen $\vec{p} = const.$,

Raum isotrop $\vec{L} = const.$

$$\delta S = \delta \int_{t_1}^{t_2} dt \mathcal{L} = 0$$

WELTFORMEL

1.13 Hamilton

Poissonkl. mit H $\frac{df}{dt} = \{f, H\} + \frac{\partial f}{\partial t}$

Beliebige Poissonkl. $\{f, g\}_{\vec{q}, \vec{p}} = \sum_{j=1}^S \left(\frac{\partial f}{\partial q_j} \frac{\partial g}{\partial p_j} - \frac{\partial f}{\partial p_j} \frac{\partial g}{\partial q_j} \right)$

f Erhaltungsgröße $\{f, H\} = 0$

f, g erhalten $\{f, g\}$ auch.

- $\{f, g\}_{\vec{q}, \vec{p}} = \{f, g\}_{\vec{Q}, \vec{P}}$
- $\{f, f\} = 0$
- $\{f, g\} = -\{g, f\}$
- $\{f + g, h\} = \{f, h\} + \{g, h\}$
- $\{fg, h\} = f\{g, h\} + \{f, h\}g$
- $\{\{f, g\}h\} + \{\{g, h\}, f\} + \{\{h, f\}, g\} = 0$

$$\begin{array}{l|l|l} F_1(\vec{q}, \vec{Q}, t) & p_j = \frac{\partial F_1}{\partial q_j} & P_j = -\frac{\partial F_1}{\partial Q_j} \\ F_2(\vec{q}, \vec{P}, t) & p_j = -\frac{\partial F_2}{\partial q_j} & Q_j = \frac{\partial F_2}{\partial P_j} \\ F_3(\vec{p}, \vec{Q}, t) & q_j = -\frac{\partial F_3}{\partial p_j} & P_j = -\frac{\partial F_3}{\partial Q_j} \\ F_4(\vec{p}, \vec{P}, t) & q_j = -\frac{\partial F_4}{\partial p_j} & Q_j = \frac{\partial F_4}{\partial P_j} \end{array}$$

Legendre 1 $g(u) = f(x) - ux = f(x) - x \frac{df}{dx}$

Legendre 2 $g(x, v) = f(x, y) - vy = f(x, y) - y \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)_x$

Legendre H $H = p\dot{q} - L = p\dot{q}^* - \mathcal{L}^*$

Liouville'scher Satz $\frac{d\rho}{dt} = 0$

Schema Hamilton: $q_j \Rightarrow \text{TF} \Rightarrow \text{KE+PE} \Rightarrow p_j \Rightarrow \text{auflösen nach } \dot{q}_j \Rightarrow \mathcal{L} \Rightarrow \text{Legendre} \Rightarrow \text{KG} \Rightarrow \int$

$$\begin{aligned} \{q_i, q_j\} &= 0 \\ \{p_i, p_j\} &= 0 \\ \{q_i, p_j\} &= \delta_{ij} \\ \text{fund. Poissonklammern} \end{aligned}$$

Phasentransformation ist kanonisch im weiteren Sinne, wenn:

- $\forall H \exists \tilde{H}$: \vec{Q}, \vec{P} erfüllen mit \tilde{H} die kanonischen Gleichungen.
- $\delta \int_{t_1}^{t_2} dt \left(\sum_j P_j \dot{Q}_j - \tilde{H} \right) = 0$
- $\sum_j p_j \dot{q}_j - H = c \left(\sum_j P_j \dot{Q}_j - \tilde{H} \right) + \frac{dF_1}{dt}$
- fund. Poissonklammern erfüllt

2 Statistik

$$n! \sim \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$$

$$\ln(n!) = n \ln(n) - n$$

STIRLING-FORMEL

2.1 Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Wahrscheinlichkeit für Ereignis i	$p_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_i}{N}$
Realitätsbedingung	$\sum_i p_i = 1$
Addition von Wahrscheinlichkeiten	$P(i \vee j) = P_{i+j} = P_i + P_j$
Multiplikation von Wahrscheinlichkeiten	$P(i \wedge j) = P_{ij} = P_i \cdot P_j$
Charakteristische Funktion	$\varphi(k) = \int \exp(ikx) w(x) dx$
r-tes Moment aus charakt. Funktion	$\bar{x}^r = (-i)^r \frac{d^r}{dk^r} \varphi(k) _{k=0}$
Binomialkoeffizienten	$\binom{N}{n} = \frac{N!}{(N-n)!n!}$
Gesetz der großen Zahlen	$\frac{\Delta A}{A} \longrightarrow 0$

	diskrete Verteilung	kontinuierliche Verteilung
Norm 1	$\sum_i p_i$	$\int w(x) dx$
Mittelwert \bar{x}	$\langle x \rangle = \sum_i x_i p_i$	$\int x w(x) dx$
r-tes Moment \bar{x}^r	$\sum_i x_i^r p_i \neq \bar{x}^r$	$\int x^r w(x) dx$
Varianz $(\Delta x)^2$	$\bar{x}^2 - \bar{x}^2$	$\int x^2 w(x) dx - (\int x w(x) dx)^2$

	Binomalverteilung	Normalverteilung	Poissonverteilung
Verteilung $P(n)$	$\binom{N}{n} p^n q^{N-n}$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp -\frac{(n-\bar{n})^2}{2\sigma^2}$	$\frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}$
Mittelwert \bar{n}	pN	pN	pN
Varianz $(\Delta n)^2$	pqN	pqN	pN
Gültigkeit	exakt	$\bar{n} = Np \gg 1$ und $N - \bar{n} = Nq \gg 1$	$p \ll 1$ und $n \ll N$

2.2 Grundlagen

Ein **Mikrozustand** oder ein reiner Zustand r beschreibt ein System vollständig, ohne jeglichen Informationsverlust.

Ein **Makrozustand** oder gemischter Zustand $\{P_r\}$ beschreibt ein System unvollständig und ist durch die Angabe der Wahrscheinlichkeiten P_r , mit denen bestimmte Mikrozustände r eines Systems vorkommen können, festgelegt.

Erreichbare Mikrozustände sind alle die Zustände, die in einem gegebenen Makrozustand vorkommen können bzw. mit diesem verträglich sind. Sie müssen grundsätzlich abzählbar sein.

In einem abgeschlossenen System ($E, V, N = \text{const.}$, d.h. mikrokanonisches Ensemble) im Gleichgewicht sind alle Ω erreichbaren Zustände r gleichwahrscheinlich, d.h. es gilt $P_r = \frac{1}{\Omega}$

Planck-Zelle $\tau = (2\pi\hbar)^f = h^f$

Gibbs-Faktor $\frac{1}{N!}$

Ergodenhypothese $\bar{A}^T = \bar{A}$

Statistische Entropie $S = k \ln \Omega$

Volumen N-dimensionale Kugel $V_N(R) = \frac{\pi^{N/2}}{(\frac{N}{2})!} R^N$

thermische Wellenlänge $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\pi mkT}}$

2.3 Dichteoperator

Dichteoperator $\hat{\rho} = \sum_r P_r |\psi_r\rangle \langle\psi_r|$

2.4 Entropie

Fundamentalpostulat: Im Gleichgewicht eines abgeschlossenen Systems ist die Entropie maximal.

Extremalprinzip: Im Gleichgewicht ist für alle Systeme die Entropie maximal: $dS = 0$

Entropie

Thermodynamisch	$dQ = TdS$
Statistisch	$S = k \ln \Omega(E, X)$
Informationstheoretisch	$S = -k \sum_i w_i \ln w_i$
im Quantensystem	$S = -k \operatorname{tr}(\hat{\rho} \ln \hat{\rho}) = -k \langle \ln \hat{\rho} \rangle$
im klassischen System	$S = -k \int dq dp \rho(q, p) \ln[\tau \rho(q, p)]$

2.5 Ensembles

Ein **Ensemble** ist ein gedachtes Kollektiv vieler gleichartiger Systeme, in dem die zugänglichen Mikrozustände mit geforderten Nebenbedingung verträglich sind, mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten vorkommen und den Makrozustand beschreiben. Im thermodynamischen Limit ($N \rightarrow \infty$, $V \rightarrow \infty$, $\frac{N}{V} = \text{const.}$) sind alle Ensembles identisch und liefern die gleichen thermodynamischen Beziehungen.

Ensemble	Konstanten	Variablen	ρ_n	Zustandssumme	Dichteoperator $\hat{\rho}$
Gen. kanonisches E.					
Mikrokanonisches E.	E, N, V	E, N, V	$\frac{1}{\Omega}$	$\sum_{r: E-\Delta E \leq E_r \leq E} 1$	$\frac{1}{\Omega} \sum_r \Phi_r\rangle \langle \Phi_r $
Kanonisches E.	$\langle E \rangle$, N, V	T, N, V	$\frac{e^{-\beta E_r}}{Z}$	$\sum_r e^{-\beta E_r} = \operatorname{tr} e^{-\beta \hat{H}}$	$\frac{e^{-\beta \hat{H}}}{Z}$
Großkanonisches E.	$\langle E \rangle$, $\langle N \rangle$, V	T, μ , V	$\frac{e^{-\beta(E_r - \mu N_r)}}{Y}$	$\sum_r e^{-\beta(E_r - \mu N_r)}$	$\frac{e^{-\beta(\hat{H} - \mu \hat{N})}}{Y}$

3 Thermodynamik

3.1 Grundbegriffe

	$^{\circ}C$	$^{\circ}K$	$^{\circ}F$
$^{\circ}C$	C	$C + 273,15$	$\frac{9}{5}C + 32$
$^{\circ}K$	$K - 273,15$	K	$\frac{9}{5}(K - 273,15) + 32$
$^{\circ}F$	$\frac{5}{9}(F - 32)$	$\frac{5}{9}(F - 32) + 273,15$	F

$-S$	U	V
H		F
$-p$	G	T

	$pV = nRT$	Wärmekapazität	$dQ = CdT$
ideales Gas	$= k_B NT$	Wärmemenge	$Q = C \cdot \Delta T$
	$= N_A n k_B T$	innere Energie	$\Delta U = Q + W$
reales Gas	$(p + \frac{an^2}{V^2})(V - bn)$	Entropieänderung	$\oint dS = 0$
	$= nRT$	reversibler Prozess	$dS_{rev} = \frac{dQ_{rev}}{T}$
Kompressionsarbeit	$W = - \int_{V_1}^{V_2} p dV$	WG Wärmemaschine	$\eta_C = \frac{ W }{Q_w} = \frac{Q_w + Q_k}{Q_w} = \frac{T_w - T_k}{T_w}$
Poisson-Konstante	$\gamma = C_p / C_V$	Kältemaschine	$C_L = \frac{Q_k}{W} = \frac{Q_k}{ Q_w - Q_k} = \frac{T_k}{T_w - T_k}$
Gaskonstante	$R = C_p - C_V$	Wärmepumpe	$C_L = \frac{ Q_w }{W} = \frac{ Q_w }{ Q_w - Q_k} = \frac{T_w}{T_w - T_k}$
adiabatische Zst.gl.	$TV^{\gamma-1} = const.$	Entropie	$\Delta S = C_V \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$
adiabatische Zst.gl.	$PV^{\gamma} = const.$	Entropie	$S = k_B \cdot \ln P^{-1} = k_B \cdot \ln \Omega(M)$
Wirkungsgrad	$\eta = \frac{\Delta W}{Q}$		
Druck	$p = \frac{F_{\perp}}{A}$		
Wärmestrom	$I = \frac{dQ}{dt} = \lambda A \frac{dT}{dx}$		
Wärmedichte	$j = \frac{\dot{Q}}{A} = \lambda \frac{\Delta T}{l}$		
Längenausdehnung	$dl = \alpha l dT$		
Volumenausdehnung	$dV = \gamma V dT$		
	$E_{kin} = \frac{1}{2} m \bar{v}^2$		
Thermische Energie	$= \frac{3}{2} k_B T$ (pro Tlc.)		
	$= \frac{1}{2} RT$ (pro Mol)		

R : Gaskonstante = $8.314 \frac{J}{K \cdot mol}$, k_B : Boltzmannkonstante, N_A : Avogadrozahl, C_p, C_V : Wärmekapazität bei konstantem Druck/Volumen

3.2 Hauptsätze

3.2.1 0. Hauptsatz

Für jedes thermodynamische System existiert eine intensive Zustandsgröße, die Temperatur T . Ihre Gleichheit ist notwendige Voraussetzung für das thermische Gleichgewicht zweier Systeme.

3.2.2 1. Hauptsatz

Für jedes thermodynamische System existiert eine extensive Zustandsgröße, die innere Energie E ($=U$). Sie ändert sich nur durch Austausch von Arbeit A und Wärme Q mit der Umgebung:

$$dU = dA + dQ$$

Volumenänderung	$d_V E = dA = -pdV$
Impulsänderung	$d_{\vec{p}} E = \vec{v}d\vec{p}$
Drehimpulsänderung	$d_{\vec{L}} E = \vec{\omega}d\vec{L}$
Magnetisierungsänderung	$d_{\vec{M}} E = \vec{B}d\vec{M}$
Ladungsänderung	$d_Q E = \varphi dQ$
Polarisationsänderung	$d_{\vec{P}} E = \vec{E}d\vec{P}$
Teilchenzahländerung	$d_N E = \mu dN$
Gibbs-Form	$dE = dQ = pdV + \mu dN$

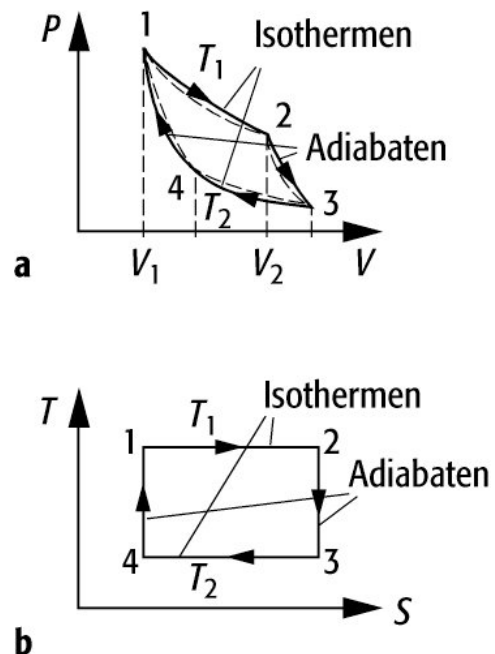
Prozess

adiabatisch $Q = 0, \Delta U = -W$

isochor $W = 0, \Delta U = Q$

Kreisprozess $\Delta U = 0, Q = W$

freie Ausdeh. $\Delta U = 0, Q = W$



3.2.3 2. Hauptsatz

Für jedes thermodynamische System existiert eine extensive Zustandsgröße, die Entropie S . Bei reversiblen Zustandsänderungen ändert sich die Entropie durch die mit der Umgebung ausgetauschten Wärmemenge. Bei irreversiblen Zustandsänderungen im abgeschlossenen System nimmt sie grundsätzlich zu: $dS \geq \frac{dQ}{T}$

Sommerfeld: Jedes thermodynamische System besitzt eine extensive Zustandsgröße S , die Entropie. Ihre Zunahme (Abnahme) dS bei reversiblen Zustandsänderungen berechnet man, indem man die zugeführte (abgeführte) Wärmemenge dQ durch die bei dieser Gelegenheit definierten absoluten Temperatur dividiert.

Clausius: Es gibt keinen thermodynamischen Prozess, der nur darin besteht, dass Wärme von einem System mit Temperatur T_1 zu einem System mit Temperatur T_2 übertragen wird (mit $T_1 < T_2$).

Kelvin: Es gibt keinen thermodynamischen Prozess, der nur darin besteht, dass Wärme in Arbeit umgewandelt wird.

Carnot: Es gibt keine Wärmekraftmaschine, die effizienter als ein Carnot-Prozess ist.

Planck: Es ist unmöglich, eine periodisch arbeitende Maschine zu konstruieren, die nichts weiter bewirkt, als das Heben einer Last (d.h. Arbeit abgibt) und Abkühlung eines Wärmereservoirs.

3.2.4 3. Hauptsatz

Für jedes thermodynamische System nähert sich die Entropie S ihrem kleinstmöglichen Wert am absoluten Nullpunkt unabhängig von Druck, Volumen, Aggregatzustand, etc. an. Der absolute Nullpunkt der Temperatur ist durch keinen endlichen Prozess, sondern nur asymptotisch erreichbar.

$$S(T, X_i) \xrightarrow{T \rightarrow 0} S_0(X_i) = 0 \text{ und } \left(\frac{\partial S(T, X_i)}{\partial (X_i)} \right)_T \xrightarrow{T \rightarrow 0} 0$$

3.3 Thermodynamische Potentiale

Potential	Natürliche Var.	Grundgleichung	Euler-Gleichung
Energie U	S, V, N	$dE = TdS - pdV + \mu dN$	$E = T \cdot S - p \cdot V + \mu \cdot N$
Freie Energie F	T, V, N	$dF = -SdT - pdV + \mu dN$	$F = -pV + \mu N$
Enthalpie H	S, p, N	$dH = TdS + Vdp + \mu dN$	$H = TS + \mu N$
Freie Enthalpie G	T, p, N	$dG = -SdT + Vdp + \mu dN$	$G = \mu N$
Gibbs'sche Freie Energie J	T, V, μ	$dJ = -SdT - pdV - Nd\mu$	$J = -pdV$
Entropie S	E, V, N	$dS = \frac{1}{T}(dE + pdV - \mu dN)$	$\frac{1}{T}(E + pV - \mu N)$

Potential	Zustandsgleichungen		
Energie U	$T = (\frac{\partial E}{\partial S})_{V,N}$	$p = -(\frac{\partial E}{\partial V})_{S,N}$	$\mu = (\frac{\partial E}{\partial N})_{S,V}$
Freie Energie F	$S = -(\frac{\partial F}{\partial T})_{V,N}$	$p = -(\frac{\partial F}{\partial V})_{T,N}$	$\mu = (\frac{\partial F}{\partial N})_{T,V}$
Enthalpie H	$T = (\frac{\partial H}{\partial S})_{p,N}$	$V = (\frac{\partial H}{\partial p})_{S,N}$	$\mu = (\frac{\partial H}{\partial N})_{S,p}$
Freie Enthalpie G	$S = -(\frac{\partial G}{\partial T})_{p,N}$	$V = (\frac{\partial G}{\partial p})_{T,N}$	$\mu = (\frac{\partial G}{\partial N})_{T,p}$
Gibbs'sche Freie Energie J	$S = -(\frac{\partial J}{\partial T})_{V,\mu}$	$p = -(\frac{\partial J}{\partial V})_{T,\mu}$	$N = -(\frac{\partial J}{\partial \mu})_{T,V}$

$$SdT - Vdp + Nd\mu = 0$$

GIBBS-DUHAM-RELATION

4 Elektrodynamik

4.1 Grundlagen

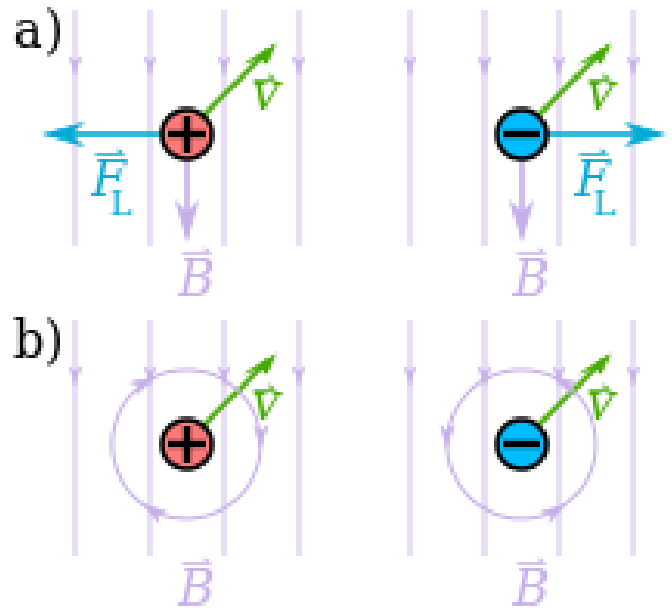
Strom $I = \dot{q} = \int_A \vec{j} \cdot d\vec{A} = \frac{qU}{l\rho}$

Kontinuitätsgleichung $\nabla \vec{j} = -\frac{\partial}{\partial t} \rho$

Stromdichte $\vec{j} = \sigma_{el} \vec{E} = \rho \vec{v}$

Lorentzkraft $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

Lorentzkraftdichte $\vec{f} = \rho \vec{E} + \vec{j} \times \vec{B}$



4.2 Maxwell-Gleichungen

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\oiint d\vec{A} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint \rho dV$$

$$\oint d\vec{r} \cdot \vec{E} = -\frac{d}{dt} \iint d\vec{A} \cdot \vec{B}$$

$$\oiint d\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$

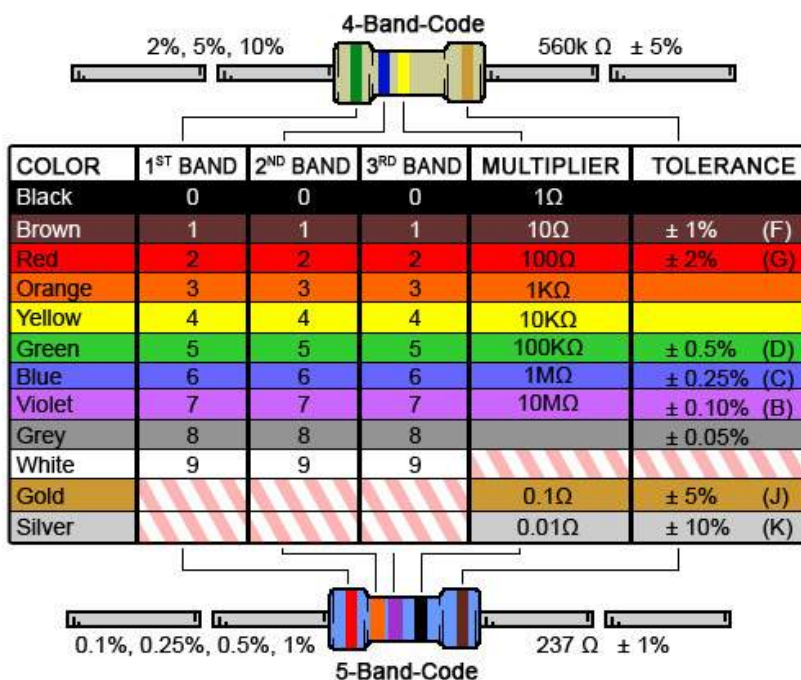
$$\oint d\vec{r} \cdot \vec{B} = \mu_0 \iint d\vec{A} \cdot \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{d}{dt} \iint d\vec{A} \cdot \vec{E}$$

4.3 Elektrostatik

elektrostatische Kraft	$\vec{F} = q\vec{E}$
Ladungsdichte Punktladung	$\rho(\vec{r}) = Q \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}')$
Zwei Punktladungen	$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{e}_r$
Dipolmoment	$\vec{p} = q\vec{d}$
Drehmoment E-Feld	$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$
Dipolmoment	$\vec{p} = \int dV \rho(\vec{r}) \vec{r}$
potentielle Energie Dipol	$W_{pot} = -\vec{p} \cdot \vec{E}$
Kraft auf Dipol	$\vec{F} = \vec{p} \cdot \nabla \vec{E}$
induzierter Dipol	$\vec{p} = \alpha \vec{E}$
Polarisierbarkeit	$\alpha = \frac{3\epsilon_0}{N} \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2}$
Polarisation	$\vec{P} = N\vec{p}_{ind} = \epsilon_0 \chi \vec{E}_D$
Dielektrizitätskonstante	$\epsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{3N\alpha}{3\epsilon_0 - N\alpha}$
Polarisationsladungen	$\nabla \cdot \vec{P} = -\rho_{pol}$
Quadrupolmoment	$\overleftrightarrow{D} = \int dV \rho(\vec{r}) (3\vec{r} \circ \vec{r} - \mathbb{1}r^2)$
Eigenschaften von \overleftrightarrow{D} :	$D_{ij} = D_{ji}$ $\text{tr } \overleftrightarrow{D} = \int dV (3\vec{r}^2 - 3\vec{r}^2) = 0$
Potential	$\vec{E} = -\nabla \varphi$
Poisson-Gleichung	$\Delta \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$
Laplace-Gleichung	$\Delta \varphi = 0$
Ladungsdichte	$\rho(\vec{r}, t) = \frac{dq}{dV}$
E-Feld von ρ	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho dV}{r^2}$
elektrisches Potential	$\varphi_{el} = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$
Spannung	$U = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \vec{E} \cdot d\vec{s}$
Flächenladungsdichte	$\sigma = \frac{Q}{A}$
Oberflächenladung	$Q = \iint \sigma dA$

Energiedichte (nur E)	$w_{el} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$
diel. Versch.dichte	$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}_{Vak} + \vec{P}$
Energiedichte Dielektrika	$w_{el} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2} \cdot E^2 = \frac{1}{2} E \cdot D$
Ladung	$Q = CU$
E-Feld im Kond.	$E = \frac{U}{d} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$
Energie im Kond.	$W = \frac{1}{2}CU^2$
Plattenkondensator	$C = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$
Kugelkondensator	$C = 4\pi\varepsilon_0 r$
Zylinderkondensator	$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln(r_2/r_1)}$

Geometrie	Potential ϕ	Feld E
Punktladung	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r}$	$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$
Unendliche Linienladung	$\frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \lambda \ln \frac{r_B}{r}$	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2\lambda}{r_{\perp}}$
Achse geladener Ring	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\sqrt{z^2 + a^2}}$	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qz}{(z^2 + a^2)^{3/2}}$
Kreisscheibe	$\frac{1}{2\varepsilon_0} \sigma z \left(\sqrt{1 + \frac{r_S^2}{z^2}} - 1 \right)$	$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \left(1 - \left(1 + \frac{r^2}{z^2} \right)^{-1} \right)$
Unendliche Ebene	$\phi_0 - \frac{1}{2\varepsilon_0} \sigma x $	$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$
Kugelschale	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r}$	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}$
Dipol	$\frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r} - \vec{p}r^2}{p^5}$



4.4 Gleichspannung

Ohm'sches Gesetz

$$U = R \cdot I$$

Knotensatz

$$\sum_k I_k = 0$$

Maschensatz

$$\sum_k U_k = 0$$

Leistung

$$P = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

Widerstand

$$R = \frac{l}{\sigma \cdot A} = \rho \frac{l}{A}$$

Flächenwiderstand

$$R_S = \frac{\rho}{d} = R \frac{B}{L}$$

elektrische Arbeit

$$W = qU = Pt$$

Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}$$

Leitwert

$$G = 1/\rho$$

R in Serie

$$R_{ges} = \sum_i R_i$$

R parallel

$$\frac{1}{R_{ges}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

C in Serie

$$\frac{1}{C_{ges}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

C parallel

$$C_{ges} = \sum_i C_i$$

Temperaturabhängigkeit R

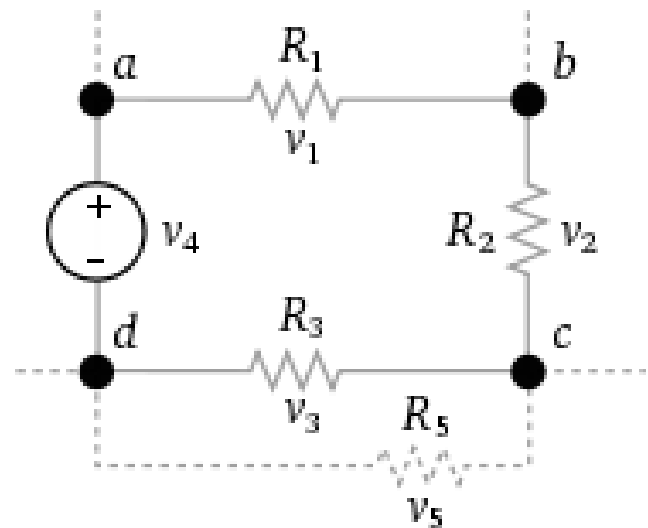
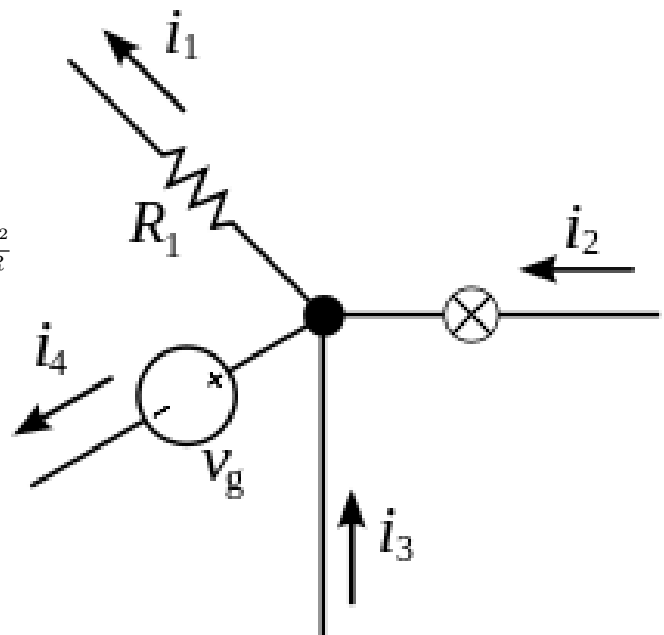
$$\Delta R = R_0 \alpha \Delta T$$

Kapazitätsgleichung

$$I_C = C \frac{dU_C}{dt}$$

Induktivitätsgleichung

$$U_L = L \frac{dI_L}{dt}$$



4.5 Wechselspannung

komplexe Spannung	$\hat{U} = U e^{i\varphi_n}$
effektive Spannung	$U_{eff} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$
Wirkleistung	$U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos \varphi$
Scheinwiderstand Serie	$Z = R = iX$
Scheinwiderstand parallel	$Y = G = iB$
Scheinleistung	$S = P + iQ$
Trafo	$U_2 n_1 = U_1 n_2$
Wellengleichung	$\ddot{I} + \frac{R}{L} \dot{I} + \frac{1}{LC} I = f(t)$
Frequenz	$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$
Resonanzfrequenz	$\omega_{res} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$

L	R	C
$U_L = L \cdot \frac{dI}{dt}$	$U_R = R \cdot I$	$U_C = \frac{1}{C} \int I dt$
$= \omega L I_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$	$= R \cdot I_m \cos(\omega t)$	$= \frac{1}{\omega C} I_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$
$X_L = \omega L$	R	$X_C = \frac{1}{\omega C}$
$\varphi = +\frac{\pi}{2}$	$\varphi = 0$	$\varphi = -\frac{\pi}{2}$

4.6 Leitungstheorie

Leiterschleife	$\dot{U}_i = R_i \dot{I}_i + \frac{I_i}{C_i} + \sum_k L_{ik} \ddot{I}_k$
Leistung	$N = UI = RI^2 + \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}LI^2 + \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C})$
Drahtwelle	$\frac{\partial u}{\partial x} + rI + l\dot{I} = 0$
Ladungsbilanz	$\rho\dot{U} + \frac{\partial I}{\partial x} + gU = 0$
Telegraphengleichung	$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} - \rho l \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} - (\rho r + gl) \frac{\partial I}{\partial t} - grI = 0$
Wellenwiderstand	$U = \pm lv_0 I = \pm \sqrt{\frac{l}{\rho}} I$
Ideale Leitung	$v_0^2 = \frac{1}{\rho l}$
Nicht-idealer Leiter	$\Delta \vec{E} - \mu\sigma \vec{E} = 0, \Delta \vec{j} - \mu\sigma \vec{j} = 0$
Widerstand bei Skin-Effekt	$Z = \frac{El}{I}$
Wechselstromwiderstand	$\frac{Z}{l} = \frac{(1-i)k_0}{2\pi r\sigma} = \frac{1-i}{2\pi r} \sqrt{\frac{\mu\omega}{2\sigma}}$

4.7 Drude- und Lorentzmodell

Permittivität	$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega}$
Dämpfung	$\varepsilon' = \frac{\omega_p^2 \gamma}{\omega(\omega^2 + \gamma^2)}$
Stromdichte	$\vec{j} = \frac{n \cdot q^2 \cdot \tau_s}{m} \vec{E}$
Geschwindigkeit	$v = \frac{q}{m} \tau E$
Driftgeschw.	$\vec{v}_D = \frac{q\tau}{m} \cdot \vec{E} = \frac{\sigma}{n \cdot q} \cdot \vec{E}$
Plasmafrequenz	$\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m}$
Absorptionskoeff.	$\alpha(\omega) = \frac{2\omega}{c} k(\omega)$
skin depth	$d = 1/\alpha$

4.8 Plasmonik

Volumenplasmon	$\varepsilon = 0, \omega = \omega_p$
Flächenplasmon	$\varepsilon = -1, \omega = \frac{\omega_p}{\sqrt{2}}$
LSPR	$\varepsilon = -2, \omega = \frac{\omega_p}{\sqrt{3}}$

4.9 Magnetostatik

mag. Dipolmoment	$\vec{\mu}_m = I \cdot \vec{A} = \frac{q}{2m} \cdot \vec{L}$
B-Feld	$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r^5} 3(\vec{m} \cdot \vec{r})\vec{r} - mr^2$
Vektorpotential	$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \vec{A}_r \times \frac{\vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^3}$
Drehm. B-Feld	$\vec{M} = \vec{\mu}_m \times \vec{B}$
potentielle Energie Dipol	$E_{pot} = -\vec{\mu}_m \cdot \vec{B}$
Bohr'sches Magneton	$\mu_B = \frac{e \cdot \hbar}{2m_e}$
Magnetisierung	$\vec{M} = \chi \cdot \vec{H} = \frac{d\vec{\mu}}{dV} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B}_0$
mag. Suszeptibilität	$\mu = 1 + \chi$
Ladung auf Umlaufbahn	$\vec{m} = I \cdot \vec{A}_p = \frac{1}{2} \frac{Q}{m} \vec{L}$
Dipolmoment allg. Stromverteilung	$\vec{m} = \frac{1}{2} \int dV \vec{r} \times \vec{j}(\vec{r})$
magnetische Flussdichte	$-\Delta \vec{A} = \mu_0 \vec{j}$
Vektorpotential	$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$
Coulomb-Eichung	$\nabla \cdot \vec{A} = 0$
Biot-Savart	$\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^2}$
mag. Fluss	$\phi_m = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$
allg. Vektorpotential	$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{dV' \vec{j}(\vec{r}')}{ \vec{r} - \vec{r}' }$
allg. Flussdichte	$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{dV' \vec{j}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{ \vec{r} - \vec{r}' ^3}$
Induktivität	$L_{ik} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint d\vec{r} \oint d\vec{r}' \frac{1}{ \vec{r} - \vec{r}' }$
Selbstinduktivität	$L_{ik} = L_{ki}$
Kraft von Leiterelement	$d\vec{F} = I \cdot (d\vec{l} \times \vec{B})$
Kraft auf Leiter	$\vec{F} = \vec{B} I l$
Hall-Spannung	$U_H = \vec{b} \cdot \vec{E}_H = \frac{I \cdot B}{n \cdot e \cdot d} = R_H \frac{B}{b} I$
Zyklotron	$\frac{q}{m} v B = \frac{v^2}{r}$

Geometrie	ϕ	Feld E
Leiter	$\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$	
Schleife (z-Achse)	$\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi r^2 I}{(z^2 + r^2)^{3/2}}$	
Schleife	$\frac{\mu_0}{4\pi} \sum_n I_n \int \frac{d\vec{r}' \times \vec{r} - \vec{r}' }{ \vec{r} - \vec{r}' ^3}$	
lange Spule	$\frac{\mu_0 n I}{l}$	
dichte Spule	$\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{n I}{r}$	

4.10 Magnetodynamik

Selbstinduktion	$\phi_m = LI$
Induktionsspannung	$U_{ind} = -L\dot{I} = vBl$
Energie im mag. Feld	$W_{mag} = \frac{1}{2}LI^2$
Selbstinduktivität Zylinder	$L = \mu_0 \left(\frac{n}{l}\right)^2 Al$
Gegeninduktion	$L = \frac{\phi_{12}}{I_1} = \frac{\phi_{21}}{I_2}$
Energiedichte	$w_{mag} = \frac{1}{2}\mu_0 H^2 = \frac{1}{2\mu} B^2$
Curie-Gesetz	$C = \kappa T$

4.11 Elektromagnetische Wellen

Wellengleichung	$(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta) \vec{E} = \square \vec{E} = 0$
vollständige Lösung	$u = u_1(x - ct) + u_2(x + ct)$
Dispersion Vakuum	$\omega^2 = c^2 \vec{k}^2$
Phasengeschwindigkeit	$v_{ph} = \frac{\omega}{k}$
Gruppengeschwindigkeit	$v_{gr} = \frac{\partial \omega}{\partial k}$
Wellengleichung FT	$\hat{k} \times \vec{E} = c\vec{B}$
ebene Welle	$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$
elliptisch polarisiert	$\vec{E}_0 = \vec{E}_1 + i\vec{E}_2$

4.12 Energie und Impuls im EM-Feld

Energiedichte	$w_{em} = \frac{1}{2}(ED + BH)$
Poynting-Vektor	$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}(\vec{E} \times \vec{B})$
Änderung der Energiedichte	$\nu_{em} = -\vec{j} \cdot \vec{E}$
Poynting-Theorem	$\frac{\partial w}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{S} = -\vec{j} \cdot \vec{E}$
Ohm'sches Gesetz	$\vec{j} = \sigma \vec{E}$
Energie	$W_{em} = \frac{1}{2} \int dV \rho \varphi$
Thomson'scher Satz	W_c nimmt im GG Extr. an
Energie Magnetfeld	$W_m = \frac{1}{2} \sum_i I_i \Phi_i$
Selbstenergie Leiterschleife	$W_m = \frac{1}{I^2} \int dV \frac{\vec{B}^2}{\mu_0} = \frac{\Phi}{I}$
Energiestromdichte Welle	$\vec{S}_p = c \hat{k} \omega$
Impulsbilanz	$\frac{\partial \vec{g}}{\partial t} + \nabla \cdot \overleftrightarrow{T} = -\vec{f}_L$
Impulsdichte	$\vec{g} = \varepsilon_0(\vec{E} \times \vec{B})$
Impulsstromdichte	$\overleftrightarrow{T} = \varepsilon_0(\frac{1}{2}\vec{E}\mathbb{1} - \vec{E} \circ \vec{B})$
	$+ \frac{1}{\mu_0}(\frac{1}{2}\vec{B}\mathbb{1} - \vec{B} \circ \vec{B})$
Kraftdichte	$\vec{f}_l = \rho \vec{E} + \vec{j} \times \vec{B}$
Strahlungsdruck	$P = \frac{w}{3}$
mittlere Leistung hD	$\bar{P}_{em} = \frac{p^2}{12\pi\varepsilon_0\varepsilon c^3}\omega^4$
Magnetfeldvektor	$\vec{B}_0 = \frac{1}{\omega}(\vec{k} \times \vec{E}_0) = \frac{1}{c}(\vec{e}_k \times \vec{E}_0)$
	$W_c = \alpha \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 a}$
Energie in Kugel	$\alpha = \frac{6}{5}$ homogene Kugel
	$\alpha = 1$ für Hohlkugel
anisotropes Medium	$\vec{D} = \varepsilon_0(1 + \chi)\vec{E}$

4.13 Zeitabhängige Felder

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

$$\vec{E} = -\nabla\varphi - \dot{\vec{A}}$$

Vierer-Potential-Transformation

$$\vec{A} \longrightarrow \vec{A}' + \nabla\chi, \varphi \longrightarrow \varphi' = \varphi - \partial_t\chi$$

Lorenz-Eichung

$$\frac{1}{c^2}\partial_t\varphi + \nabla \cdot \vec{A} = 0$$

damit

$$\square\varphi = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \square\vec{A} = \mu_0\vec{j}$$

retardierte Potentiale

$$\square u = \rho$$

retardierte Potentiale (Lsg.)

$$\varphi(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int dV' \frac{\rho(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c})}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

ret. A:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int dV' \frac{\vec{j}(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c})}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

Stromdichte:

$$\vec{J}(t) = \int dV \vec{j}(\vec{r}, t) = \dot{\vec{p}}$$

Fernfeld

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = c\vec{B} \times \vec{n}$$

Energieabstrahlung Hertz'scher Dipol

$$|\vec{S}_p| = \frac{\mu_0}{16\pi^2 c} \frac{1}{r^2} (\ddot{p}^2 \sin^2 \vartheta)$$

Zeitmittel abgestrahlte Leistung

$$\bar{N} = \frac{\mu_0 \omega^2 \bar{p}_0^2}{12\pi c}$$

Energieabstrahlung

$$\vec{S}_p = \hat{n} \frac{\mu_0}{16\pi^2 c} \frac{(\ddot{\vec{q}} \times \hat{n})^2}{r^2}$$

Strahlungsbremskraft

$$\vec{F}_s = \frac{Q^2}{4\pi c^3 \varepsilon_0} \ddot{\vec{R}}$$

4.14 EM-Felder in Substanzen

Polarisation	$\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$
Magnetisierung	$\vec{M} = \chi'_m \frac{1}{\mu_0} \vec{B}$
Verschiebungsdichte	$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$ $= \varepsilon \vec{E} = (1 + \chi_e) \varepsilon_0 \vec{E}$
Magnetfeld	$\vec{H} = (1 - \chi'_m) \frac{1}{\mu_0} \vec{B}$
Flussdichte	$\vec{B} = \frac{\mu_0}{1 - \chi'_m} \vec{H}$
Ströme	$\vec{j} = \vec{j}_k + \vec{j}_L + \vec{j}_P + \vec{j}_M$
Magnetisierungsstrom	$\vec{j}_M = \nabla \times \vec{M}$
Mag.strom	$\nabla \cdot \vec{j}_M = 0$
Brechungsindex	$n = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = \frac{c_0}{c}$
Energiestromdichte	$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$
Impulsdichte	$\vec{g} = \vec{D} \times \vec{B} = \frac{n^2}{c_0^2} \vec{S}_p$
Clausius-Mosotti	$\left \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} \right = \frac{\kappa}{3}$
Supraleiter	$\sigma = \infty, \vec{B} = 0$
1. London-Gleichung	$\frac{\partial \vec{j}_s}{\partial t} = \frac{n_s \cdot e \cdot \hbar^2}{m^*} \vec{E}$
2. London-Gleichung	$\nabla \times \vec{j}_s + \frac{n_s \cdot e \cdot \hbar^2}{m^*} \vec{B} = 0$

$$\begin{aligned}
 \nabla \cdot \vec{D} &= \rho_{\text{frei}} \\
 \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\
 \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\
 \nabla \times \vec{H} &= \mu_0 \vec{j}_{\text{frei}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\
 \vec{D} &= \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \\
 \vec{H} &= \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M} \\
 \hat{n}(\vec{D}_2 \vec{D}_1) &= \sigma_o \\
 \hat{n}(\vec{B}_2 \vec{B}_1) &= 0 \\
 \hat{n} \times (\vec{E}_2 \vec{E}_1) &= 0 \\
 \hat{n} \times (\vec{H}_2 \vec{H}_1) &= \vec{k}
 \end{aligned}$$

5 Optik

5.1 Wärmestrahlung

Strahlungsgesetz

$$S = \sigma T^4$$

Wien'sches Verschiebungsg.

$$\lambda_{max} T = 2,898 \text{ mmK}$$

Planck'sches Strahlungsg.

$$W(\lambda, T) = \frac{hc^3}{\lambda^5 \exp(hc/\lambda k_B T) - 1}$$

Boltzmann-Verteilung

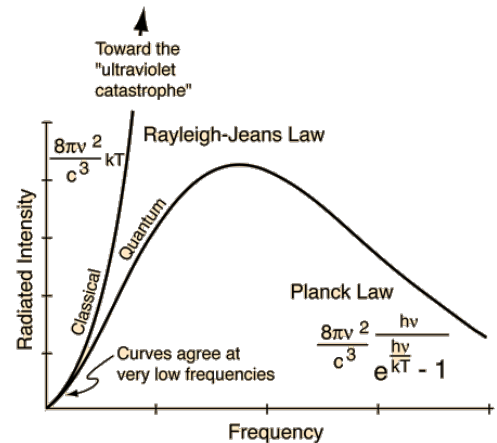
$$P_n = \frac{\exp(-\beta E_n)}{\sum_n \exp(-\beta E_n)}$$

Teilchenzahl

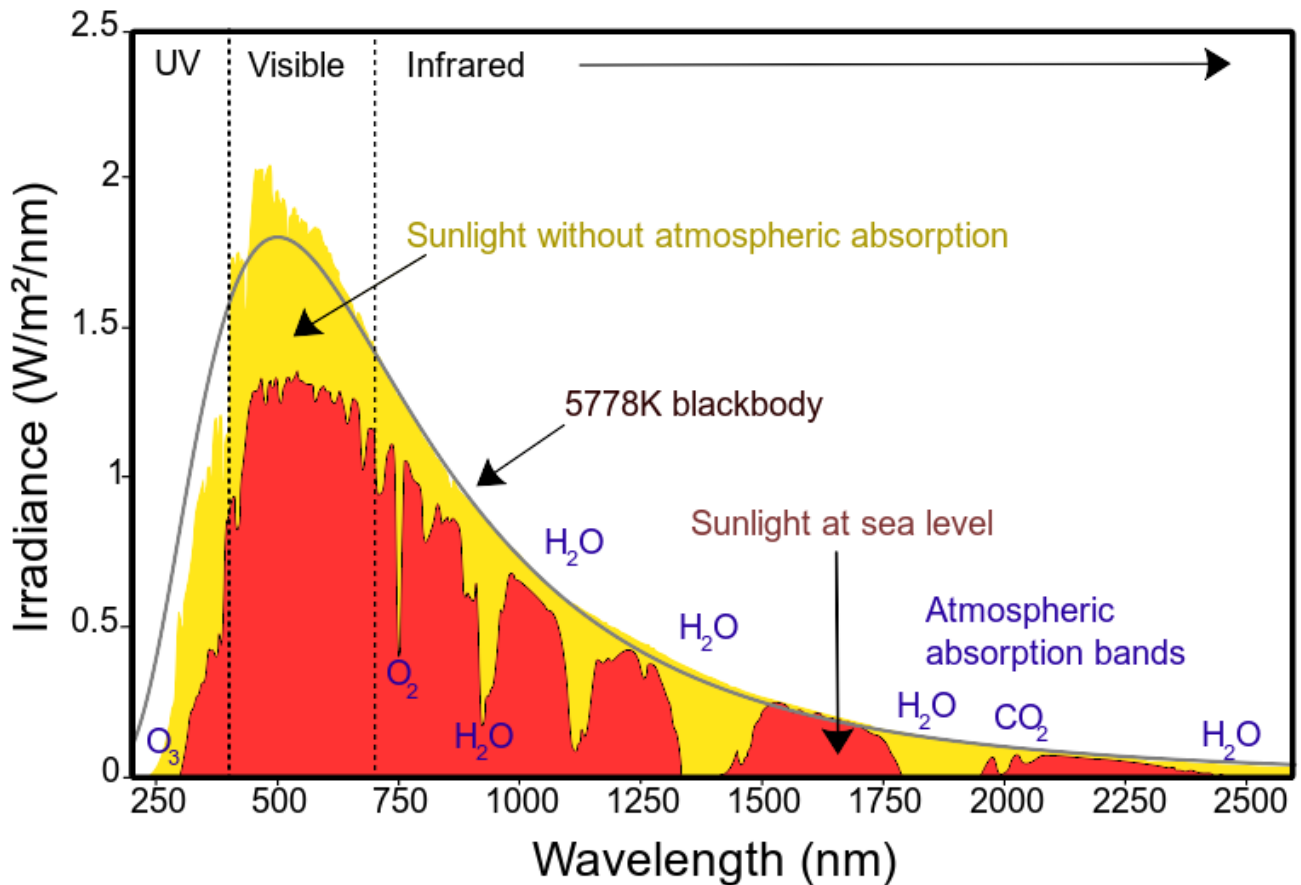
$$\langle n \rangle = \frac{1}{\exp(\beta \hbar \omega) - 1}$$

Dichteoperator

$$\hat{\rho} = \sum_n \frac{\langle n \rangle^n}{(1 + \langle n \rangle)^{1+n}} |n\rangle \langle n|$$



Spectrum of Solar Radiation (Earth)



5.2 Strahlenoptik

Brechungsindex

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$$

optische Pfadlänge

$$\Delta = nd = ct$$

Reflexionsgesetz

$$\alpha_1 = \alpha_2$$

Brechungsgesetz

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

Strahlverengung

$$\Delta b = \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1}$$

kritischer Winkel

$$\sin \alpha_C = \frac{n_1}{n_2}$$

Brewster-Winkel:

$$\tan \alpha_B = \frac{n_2}{n_1}$$

Abweichung

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \delta_m)}{\sin \frac{1}{2}\alpha}$$

dünnes Prisma

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\alpha + \delta_m}{\alpha}$$

Gauss'sche Formel

$$\frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

Linsengleichung

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

Linsenschleiferformel

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{(n-1)d}{nr_1 r_2} \right)$$

Strahlen

$$M \rightarrow M, P \leftrightarrow B$$

Vergrößerung

$$V = \frac{B}{G} = -\frac{b}{g}$$

Dioptrie

$$P = 1/f[\text{m}]$$

Vergrößerung Linse

$$V_L = \frac{s_0}{f} = \frac{\sigma}{\sigma_0}$$

Vergrößerung Mikroskop

$$V_M = V_{Ob} V_{Ok} = -\frac{l}{f_{Ob} f_{Ok}} s_0$$

Vergrößerung Teleskop

$$V_T = -\frac{f_{Ob}}{f_{Ok}}$$

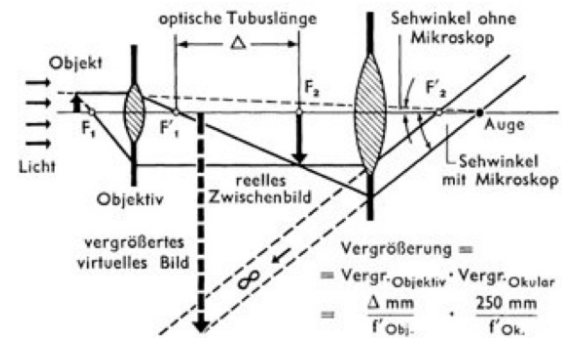
Spiegelgleichung

$$\frac{1}{f} = -\frac{2}{r}$$

Astigmatismus-Positionen

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{i_T} = -\frac{2}{r \cos \alpha}$$

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{i_S} = -\frac{2 \cos \alpha}{r}$$



ε_r : relative Permittivität im Medium, μ_r : relative Permeabilität im Medium, d : Länge, α : Einfallswinkel/Austrittswinkel, g : Gegenstandsweite, b : Bildweite, f : Brennweite, r : Krümmungsradius, d : Linsendicke, M : Mittelpunktstrahl, P : Parallelstrahl, B : Brennstrahl

5.3 Elektromagnetische Wellen

Phase $\omega t - kx$

Phasengeschw. $v_{ph} = \frac{\omega}{k}$

Dopplereffekt (n.r.) $f' = f(1 + \frac{v}{c})$

Gruppengeschw. $v_{gr} = \frac{\partial \omega}{\partial k}$

Wellenvektor $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \hat{e}$

Poyntingvektor $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B})$

Strahlungsdruck $p_S = I/c$

Intensität $I = \frac{P}{A} = |\vec{S}|$

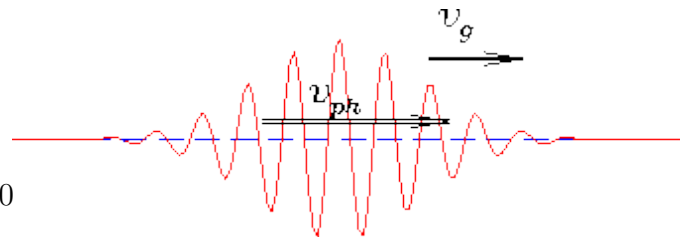
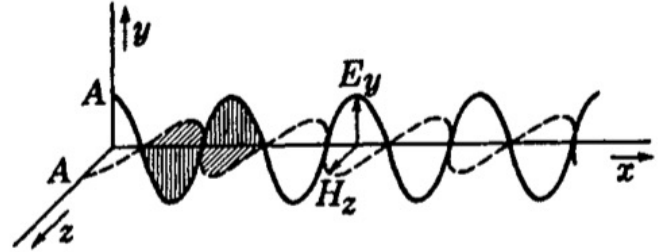
Impuls $p = \frac{W}{c}$

Wellengleichung $\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \ddot{\vec{E}} = \square \vec{E} = 0$

Ebene, monochr. Welle $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp[i(\vec{k}\vec{r} - \omega t + \varphi)]$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{\omega}{k} = \lambda \cdot f$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$



$$D_{n,1} = D_{n,2}, E_{t,1} = E_{t,2}$$

$$B_{n,1} = B_{n,2}, H_{t,1} = H_{t,2}$$

Grenzflächenbedingungen

5.4 Interferenz

Young konstruktiv $x = m\lambda \frac{D}{d}$

Young destruktiv $x = (m + \frac{1}{2})\lambda \frac{D}{d}$

Fresnel'sches Biprisma $\lambda = \frac{\Delta x d}{B+C}$

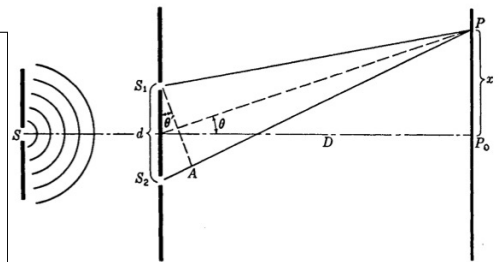
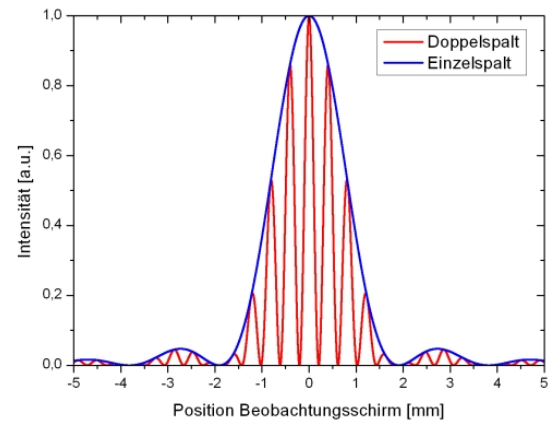
Intensität bei Interferenz $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \theta$

Michelson-Interferometer $I = 1 + \cos \theta = 1 + \cos(\frac{2\pi d}{\lambda})$

Zeitmittel $\langle f(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$

Die Emission aus einer flächigen Quelle und die daraus resultierende Überlagerung an zwei Raumpunkten P_1 und P_2 kann als Beugungs- bzw. Streuprob-
lem behandelt werden.

VAN CITTERT-ZERNIKE-THEOREM



5.5 Beugung und Dispersion

Beugung langer Spalt

$$I = A_0^2 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}$$

$$\beta = \frac{1}{2} k b \sin \Theta$$

$$A_0 = \frac{ab}{x}$$

Einfall unter i

$$\beta = \frac{b\pi(\sin i + \sin \Theta)}{\lambda}$$

Beugung rechteckiger Spalt

$$I \sim b^2 l^2 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \frac{\sin^2 \gamma}{\gamma^2}$$

Rayleigh-Krit. rechteckige Ap.

$$\Theta = \frac{\lambda}{b}$$

Rayleigh-Krit. runde Ap.

$$\Theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

Beugungsgitter

$$d(\sin i + \sin \Theta) = m\lambda$$

Winkeldispersion

$$\frac{\Delta \Theta}{\Delta \lambda} = \frac{m}{d \cos \Theta}$$

Auflösung Gitter

$$\Delta \Theta = \frac{\lambda}{N d \cos \Theta}$$

Resolving Power

$$RP = \frac{\omega}{\delta \omega} = \frac{\nu}{\delta \nu} = \frac{\lambda}{\delta \lambda}$$

Fresnel

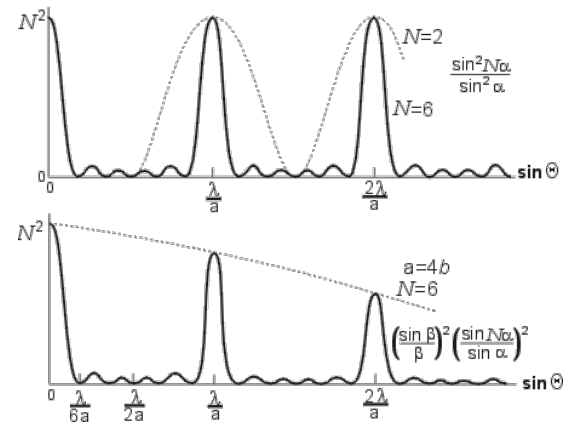
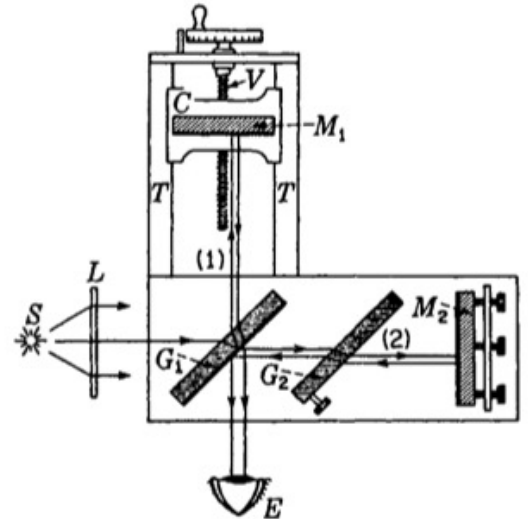
$$R_n = \sqrt{n\lambda L}$$

Fresnel-Zone Fläche

$$A = \pi \lambda L$$

Fresnellinse, fok. L.

$$l = \frac{R_1^2}{\lambda}$$



$$d \sim \lambda/2$$

Auflösungsgrenze

5.6 Leiteroperatoren und kohärente Zustände

Vernichtungsop.	$\hat{a}\psi_n = \sqrt{n}\psi_{n-1}$
Erzeugungsop.	$\hat{a}^\dagger\psi_n = \sqrt{n+1}\psi_{n+1}$
Vernichtungsop.	$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi + \frac{d}{d\xi})$
Erzeugungsop.	$\hat{a}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi - \frac{d}{d\xi})$
Kommutator	$[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$
Teilchenzahlop.	$\hat{N} = \hat{a}^\dagger\hat{a} = \hat{N}^\dagger$
Identität	$\hat{a}\hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger\hat{a} = 1$
Hamiltonian hO	$\hbar\omega(\hat{a}^\dagger\hat{a} + 1/2)$
auf Teilchenzahlzustand	$\hat{a} n\rangle = \sqrt{n} n-1\rangle$ $\hat{a}^\dagger n\rangle = \sqrt{n+1} n+1\rangle$
Vakuumzustand	$\hat{a} 0\rangle = 0$
Quantisierung EM-Feld	$\vec{A}_k = \sqrt{\frac{\hbar}{2\varepsilon_0 V \omega_k}} \hat{a}_k \vec{e}_k$ $\vec{A}_k^* = \sqrt{\frac{\hbar}{2\varepsilon_0 V \omega_k}} \hat{a}_k^\dagger \vec{e}_k$

5.7 Kohärenz

Gesamtintensität	$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \Re[k_1 k_2 \gamma^1(x_1, x_2)]$
Korrelationsfunktion	$\Gamma_{12}(\tau) = \Re\{\frac{1}{T} \int_0^T \vec{E}_1(t) \cdot \vec{E}_2^*(t + \tau) dt\}$
Lorentzpuls	$\gamma^{(1)} = \exp -i\omega_0 \tau \exp - \tau /\tau_c$
Gaußpuls	$\gamma^{(1)} = \exp -i\omega_0 \tau \exp -\frac{\pi}{2}(\frac{\tau}{\tau_c})^2, \tau_c = \frac{\sqrt{8\pi \ln 2}}{\Delta\omega}$
Kohärenzlänge	$l_c = c\langle\tau_0\rangle = \frac{c}{\Delta\nu}$
Frequenzbandbreite	$\Delta\omega = \frac{2\pi}{\tau_0}$
Linienbreite	$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{l_c}$
Kohärenzlänge	$l_t = \frac{\lambda r}{s} = \frac{\lambda}{\theta_s}$ mit θ_s Winkelauflösung
l_t runde Quelle:	$l_t = \frac{1,22\lambda}{\theta_s}$
Kontrast	$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2} \gamma^1 }{I_1 + I_2}$
Kontrast (gleiche Amp.)	$V = \gamma_{12} $
Kohärenz 2. Ordnung	$\gamma^2(\tau) = \frac{\langle I(t)I(t+\tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle^2}$

5.8 Optische Elemente

Phasenplatte	$H = \hbar(\omega + \phi)\hat{a}^\dagger \hat{a}$
effektive Phasenverschiebung	$\phi t = \varphi$
Strahlteiler	$H = \hbar\chi(\hat{a}^\dagger \hat{b} + \hat{b}^\dagger \hat{a})$
Parametrische Fluoreszenz	$H_i = \hbar G(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger \exp i\varphi + \hat{a}_1 \hat{a}_2 \exp -i\varphi)$
Parameter	$r = Gt = \frac{Gl}{v}$
squeezed state	$\sigma_Q^2 \sigma_P^2 \geq 1$ mit $\sigma_Q^2 \neq \sigma_P^2$

5.9 Absorption

Lambert-Beer'sches Gesetz	$I(x) = I_0 e^{-\alpha x}$
Absorptionskoeff.	$\alpha(\omega) = \frac{2\omega}{c} k(\omega)$
Plasmafrequenz	$\omega_p^2 = \frac{4\pi n e^2}{m}$
Produktion freier Ladungen	$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + G - R$
Erzeugungsrate	$G = \frac{\alpha(1-R)}{\hbar\omega\tau_p} Q \exp[-\int_0^z \alpha dz']$
free carrier thermalization rate	$\frac{1}{\tau_{e,e}} = K \frac{(\pi k_B T)^2 + \epsilon^2}{1 + \exp(-\epsilon/(k_B T))}$
Auger-Relaxionsrate	$R_C = C n^3$
Heizen mit CW-Laser	$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(\kappa \nabla T) + \frac{\partial Q}{\partial t}$
Temperaturverteilung	$T(r) \sim \exp[-r^2/l_{tot}^2]$
Ausdehnung Temperaturspot	$l_{tot} = l_{em} + l_T$
Ausdehnung Heizspot	$l_{em} \sim \lambda/\Im(n)$
Ausdehnung Wärmeleitung	$l_T \sim \sqrt{\tau_p D}$
Heizen mit fs-Laser	$C_e \frac{\partial T_e}{\partial t} = \nabla[\kappa_e \nabla T_e] - \Gamma_{e-ph}[T_e - T] + Q$ $C \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla[\kappa \nabla T] - \Gamma_{e-ph}[T_e - T]$

5.10 Nichtlineare Optik

Polarisation (Antwort)	$P = \epsilon_0 \chi^1 E + \epsilon_0 \chi^2 E^2 + \epsilon_0 \chi^3 E^3 + \dots$
Phasengleichheit	$\vec{k} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$
Wellengleichung	$\nabla \times (\nabla \times E) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P_l}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P_{nl}}{\partial t^2}$
Verschiebungsdichte	$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi \vec{P}$
Kerr-Effekt	$n = n_0 + n_2 I$
Intensität im n.l. Medium	$I_2(l) \sim \gamma_2^2 I_0^2 l^2 \left(\frac{\sin(\Delta k l/2)}{\Delta k l/2} \right)^2$

5.11 Laserphysik

räumliche Kohärenz zufällige Quelle	$r_c = \frac{\lambda z}{a}$
räumliche Kohärenz Laser	$r_c \sim a$
Divergenz partiell kohärenter Strahlen	$\Theta = \lambda/\sqrt{S}$
Divergenz kohärenter Strahl	$\Theta = \lambda/D$
Mittlere Leistung	$\hat{P} = E \cdot RR$
Peakleistung	$P_{peak} = E/\tau$
Fluence	$F = E/s = 4E/\pi D^2$
Intensität	$I = F/\tau = E/D^2\tau$

5.12 Emission und Photolumineszenz

5.13 2-Niveau-System

6 Quantenmechanik

6.1 Wellenfunktion

Schrödingergl. $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi + V\psi$

de Broglie-Relation $p = \hbar k$

Wahrscheinlichkeitsdichte $|\psi|^2 dx$

Normierung $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dx = 1$

Impuls $p = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x}$

Ortserwartungswert $\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* x \psi dx$

Geschwindigkeiterw. $\langle v \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \left(\frac{\hbar}{im} \frac{\partial}{\partial x} \right) \psi dx$

Unschärferelation $\sigma_x \sigma_{p_x} \geq \hbar/2$

6.2 Zeitabhängige Schrödingergleichung

Zeitunabg. SG $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = (-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x))\psi$

Separationsansatz $\psi(x, t) = \phi(x)f(t)$

Lösung für E $i\hbar \frac{d}{dt} f(t) = E f(t)$

$$(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V)\phi(x) = E\phi(x)$$

Lösung $\psi(x, t) = \phi(x) \exp(-\frac{i}{\hbar} Et)$

angeregte Zustände $n = 1, 2, \dots$ Knoten

Stetigkeit ϕ stetig

$$\frac{d\phi}{dx} \text{ stetig, wenn } V \text{ endlich}$$

Asym. unendliches Kastenpotential

Energien $E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} n^2$

Wellenfunktionen $\phi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin(\frac{n\pi}{a} x)$

Freies Teilchen

Potential $V(x) = 0$

Wellenfunktion $\psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dk \phi(k) \exp(i[kx - \hbar k^2 t / 2m])$

Delta-Potential

Potential $V(x) = -\alpha \delta(x)$

Bedingung $E < 0, \alpha > 0$

Wellenfunktion $\frac{\sqrt{m\alpha}}{\hbar} \exp(-\frac{m\alpha}{\hbar^2} |x|)$

Energien $E = -\frac{m\alpha^2}{2\hbar^2}$

Reflexionskoeff. $R = 1/(1 + \frac{2\hbar^2 E}{m\alpha^2})$

Transmissionskoeff. $T = 1/(1 + \frac{m\alpha^2}{2\hbar^2 E})$

Harmonischer Oszillator

Potential	$V(x) = \frac{m\omega^2}{2}x^2$
Energien	$E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$
Wellenfunktionen	$\phi_n(x) = A_n(a^+)^n \exp(-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2)$
Leiteroperatoren	$a_+ = \frac{1}{\sqrt{2m}}(\frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx} + im\omega x)$ $a_- = \frac{1}{\sqrt{2m}}(\frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx} - im\omega x)$
Hamiltonian	$H = a_-a_+ - \hbar\omega/2$
Impuls	$p = \sqrt{\frac{m}{2}}(a_+ + a_-)$
Ort	$x = i\sqrt{\frac{1}{2m\omega^2}}(a_- - a_+)$
Kanonische Kommutatorrel.	$[x, p] = i\hbar$
Kommutator a_-, a_+	$[a_-, a_+] = \hbar\omega$
Virialsatz	$\frac{1}{2}\langle E \rangle = \langle T \rangle = \langle V \rangle$

6.3 Hilbertraum

Vektoren	$ \alpha\rangle$ im C -Vektorraum	$[A, B] = AB - BA$
Skalarprodukt	$\langle\alpha \beta\rangle = \int \alpha^*(x)\beta(x)dx$	$[A, B] + [B, A] = 0$
hermitscher Operator	$\langle\alpha A\beta\rangle = \langle A\alpha \beta\rangle$	$[A, A] = 0$
quadratintegabel	$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x)\psi(x)dx < \infty$	$[A, B + C] = [A, C] + [B, C]$
Messgröße	$\langle A \rangle = \langle\psi A \psi\rangle$	$[A, BC] = [A, B]C + B[A, C]$
Varianz	$\sigma^2 = \langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2$	$[AB, C] = [A, C]B + A[B, C]$
Einheitsoperator	$\infty = \sum_n e_n\rangle\langle e_n $	$[A, [B, C]] + [C, [A, B]] + [B, [C, A]] = 0$
Projektionsoperator	$P = P^2$	$[A, B^n] = nB^{n-1}[A, B]$
Wahrscheinlichkeit	$ c_n = \langle e_n \psi\rangle ^2$	$[A^n, B] = nA^{n-1}[A, B]$
Heisenberg'sche Unschärfe	$\sigma_A^2 \sigma_B^2 \geq (\frac{1}{2i}\langle[A, B]\rangle)^2$	$e^A B e^{-A} = B + [A, B] + \frac{1}{2!}[A, [A, B]] + \frac{1}{3!}[A, [A, [A, B]]]$
totale Zeitableitung	$\frac{d}{dt}\langle A \rangle = \frac{i}{\hbar}\langle[H, A]\rangle + \langle\frac{\partial A}{\partial t}\rangle$	$\{A, B\} = AB + BA$

6.4 Thermodynamik und QM

Energiequantisierung	$E_n = nh\nu$
----------------------	---------------

Bohr	$\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2} = m\omega^2 r_n$
------	---

Drehimpuls	$p_{\varphi_n} = n\hbar = L_n$
------------	--------------------------------

Wellenfunktion	$\psi(\vec{r}, t) = \psi_0 \cdot \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)]$
----------------	---

Photoeffekt Grenzwellenlänge	$\lambda_G = \frac{hc}{W_A}$
------------------------------	------------------------------

Duane+Hund	$U \cdot \lambda_{min} = \frac{hc}{e} = 1240 \text{Vnm}$
------------	--

charakt. Spektrum	$\Delta E = h\nu$
-------------------	-------------------

Bremsstrahlung en.reichstes Quant	$E = Ue = \frac{hc}{\lambda_{min}}$
-----------------------------------	-------------------------------------

Comptonstreuung	$\lambda_f = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos \theta) + \lambda_i$ Rückstreuung
-----------------	---

$$\lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = 2,43 \text{pm}$$

Exp. Abfall	$N(t) = N_0 \cdot \exp(-\lambda t)$ mit $\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$
-------------	---

6.5 Heisenberg

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2$$

Aufenthaltswahrsch. in Δx	$P_{\Delta x} = \int_{x_0}^{x_1} \psi^2(x) dx$
-----------------------------------	--

$$\Delta k \cdot \Delta x = 2\pi$$

6.6 Schrödinger

unendlicher Potentialtopf von 0 bis a	$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin(\frac{n\pi}{a}x)$
n-te Energie	$E_n = n^2 \frac{h^2}{8ma^2}$
unendl. Pot.topf von -a bis a	$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{1}{2a}} \cos(\frac{(n+1/2)\pi}{a}x)$
Erw.wert	$\langle x \rangle = \int_0^a x \cdot \psi(x, t) ^2 dx$
Randbedingungen	ψ, ψ' bei $x = 0, x = a$ stetig
Normierung	$1 = \int_0^a \psi ^2 dx$
Transmissionskoeff.	$E > V_0: T = \frac{4E(E-V_0)}{4E(E-V_0)+V_0^2 \cdot \sin^2(k_2 a)}$
$E < V_0$:	$T = \frac{4E(E-V_0)}{4E(E-V_0)+V_0^2 \cdot \sinh^2(k_2 a)}$
Transmission	$\lambda_E = \frac{h}{\sqrt{2m(E-V_0)}}$
dunnnow	$k_2 = \frac{\sqrt{2m(E-V_0)}}{h}$
Reflektion	$R = \frac{(k_1-k_2)^2}{(k_1+k_2)^2}$
harm. Osz.	$E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega_0$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + V \psi$$
$$\hat{H} \psi = E \psi$$

6.7 Tunneleffekt

6.8 Quantenmechanischer Oszillator

6.9 Grundlagen

$$(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V) \psi = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi$$

totaler W. querschnitt	$\sigma = \frac{pA}{N_{\text{target}}}$
diff. W. querschnitt	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_\vartheta = \left(\frac{dp}{d\Omega}\right)_\vartheta \left(\frac{A}{N_{\text{target}}}\right)$
für Zählraten	$\Delta p = \frac{f_\Omega}{f_0}$
axialsymmetrisch	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_\vartheta = \frac{b}{\sin \vartheta} \left \frac{db}{d\vartheta} \right $
Stoßparameter	$b = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{8\pi\epsilon_0 E_{kin}} \cot \frac{\vartheta}{2}$
kA	$f_\Omega = \mu f_0 \frac{d\sigma}{d\Omega} \Delta\Omega$
Rutherford-Streuung	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_\vartheta \sim \frac{1}{\sin^4(\frac{\vartheta}{2})}$
Probleme Rutherford-Modell	1. beschl. Ladungen, Energieverlust; 2. Existenz atomarer Spektrallinien
H-Spektrum	$\frac{1}{\lambda} = R_\infty \left(\frac{1}{n_a^2} - \frac{1}{n_b^2} \right)$ mit $R_\infty = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} = 109677 \text{ cm}^{-1}$
Serien	Lyman ($n_a = 1$, UV), Balmer (2, V), Paschen (3, IR), Brackett (4), Pfund
Rydberg-Konstante	$R = \frac{R_\infty}{1 + \frac{m_e}{M}}$
Bohr'sche Quantenbedingung	$l = n\hbar$
Radius	$r_n = \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi \mu e^2} \frac{n^2}{Z}$ Feinstrukturkonst.
$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \approx \frac{1}{137}$	
reduz. Masse	$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$
Energieeigenwerte	$E_n = \frac{\mu e^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2} = \frac{E_0}{n^2}$
relat.	$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$
Coulomb-Pot.	$V = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$
kA	$\omega_n = \frac{v_n}{r_n} = \frac{e^4 m}{16\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2 n^3}$

Bohr'sche Postulate:

1. \exists diskrete Bahnen mit E_n , auf denen sich e^- strahlungsfrei bewegen können
2. Strahlungsemission/-absorption findet an Übergängen statt mit $hf = \Delta E$ und $E_n = R_\infty \frac{hc}{n^2}$
3. Korrespondenzprinzip

Extraktion von E und p $E\psi = -i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi$, $\vec{p}\psi = -i\hbar \nabla \psi$

$$E_{ges} = \frac{p^2}{2m} + eV(\vec{r}) \rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + eV(\hat{r}) = \hat{H}$$

$$\hat{L} = \hat{r} \times \hat{p}$$

$$[\hat{H}, \hat{L}_i] = 0, [\hat{H}, \hat{L}^2] = 0, [\hat{L}_i, \hat{L}_j] = i\hbar \hat{L}_k$$

$$\hat{L}^2 |Y_{l,m}(\theta, \varphi)\rangle = l(l+1)\hbar^2 |Y_{l,m}(\theta, \varphi)\rangle$$

$$\hat{L}_z |Y_{l,m}(\theta, \varphi)\rangle = m\hbar |Y_{l,m}(\theta, \varphi)\rangle$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\hat{L}^2}{r^2 \hbar^2}$$

$$\hat{H} = \sum \hat{H}_i(x_i) \Rightarrow \psi(\vec{r}) = \Pi \psi_i(x_i)$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m}(q_1^2 + q_2^2 + q_3^2)$$

$$Y_{l,m}(\theta, \varphi) = e^{im\varphi} \cdot P_l^m(\cos \theta)$$

HERE GOES QT2

7 Atom- und Molekülphysik

7.1 Grobstruktur

Potential	$V(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$
SG	$\{-\frac{\hbar^2}{2m}[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \frac{\partial}{\partial r}) - \frac{\hat{L}^2}{\hbar^2 r^2}] + V(r)\} \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r})$
Ansatz:	$\psi_{E,l,m} = R_{E,l}(r) \cdot Y_{l,m}(\theta, \varphi)$
weiter mit	$R_{E,l}(r) = \frac{u_{E,l}(r)}{r}$
dann	$\Rightarrow \{-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d}{dr} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2} + V(r)\} u_{E,l}(r) = E u_{E,l}(r)$
Energie	$W(r)dr = 4\pi r^2 \psi(r, \vartheta, \varphi) ^2 dr$
für H in 1s	$W = \frac{4}{a_0^3} \int_b^c r^2 \exp(\frac{-2r}{a_0}) dr =$
	$4 \frac{a_0^3 [\exp(\frac{-2r}{a_0})(\frac{-a_0 r^2}{2} - \frac{a_0^2 r}{2} - \frac{a_0^3}{4})]}{a_0^3}$
Max bei	$r_m = \frac{a_0}{Z}$
Erwartungswert Ort	$\langle r \rangle = \frac{4}{a_0^3} \int_0^\infty r^3 \exp(\frac{-2r}{a_0}) dr = \frac{4}{a_0^3} [\exp(\frac{-2r}{a_0})(\frac{-a_0 r^3}{2} - \frac{3a_0^2 r^2}{4} - \frac{a_0^3 r}{4} - \frac{3a_0^4}{8})]$

7.2 Feinstruktur

Bahndrehimpuls

$$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p} = m_e \vec{r} \times \vec{v}$$

mag. Moment

$$\vec{\mu} = I \vec{A} = -\frac{1}{2} e \vec{r} \times \vec{v}$$

damit

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m} \vec{l}$$

in homog. B -Feld

$$E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}, \vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

normaler Zeeman-Effekt

Aufspaltung in $(2l+1)$ äquidistante Energieniveaus

Kreiselgleichung

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = -\frac{e}{2m} \vec{\mu} \times \vec{B} \text{ Kreiselgleichung mit Präzessionsfrequenz}$$

mag. Dipol

$$\vec{\mu}_l = -\frac{e\hbar}{2m_e} \frac{\vec{l}}{\hbar} = \mu_B \frac{\vec{l}}{\hbar}$$

Kernmagneton

$$\mu_K = \frac{e\hbar}{2m_p} \ll \mu_B$$

allg. Drehimpuls

$$\vec{\mu}_{l,s} = g_{l,s} \mu_B \frac{(\vec{l}, \vec{s})}{\hbar}$$

Stern-Gerlach:

neutrale Ag-Atome durch inhomog. B -Feld

Kraft im Stern-Gerlach

$$F_z = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \rightarrow \text{zwei Werte}$$

innerer Drehimpuls

$$s = \frac{1}{2} \hbar$$

mag. Spinmoment

$$\vec{\mu}_s = g_s \mu_B \frac{\vec{s}}{\hbar}$$

Kommutator Spin

$$[\hat{S}_i, \hat{S}_j] = i\hbar \hat{S}_k, [\hat{S}^2, \hat{S}_z] = 0$$

Gesamtdrehimpuls

$$j = |\vec{l} + \vec{s}| = j(j+1)$$

Magnetfeld Bahndrehimpuls

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 Z e}{8\pi m_e r^3} \vec{l}$$

WW-Energie Spin-Bahn-Kopplung

$$\Delta E_{ls} = g_s \mu_B \frac{\mu_0 Z e}{8\pi \hbar m_e r^3} (\vec{s} \cdot \vec{l})$$

kA

$$\vec{s} \cdot \vec{l} = \frac{1}{2} (j^2 - l^2 - s^2)$$

Energie Spin-Bahn-Kopplung

$$E_{nlj} = E_n + \frac{a}{2} (j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)) \text{ mit } a =$$

Energieaufspaltung Spin-Bahn-Kopplung

$$\Delta E_{ls} = -E_n \frac{Z^2 \alpha^2}{n l(l+1)}$$

anormaler Zeeman-Effekt ($2j+1$, nicht äquidistant)

$$\Delta E_{m_j, m_j-1} = g_j \mu_B B$$

Gyromagnetisches Verhältnis

$$g_j = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}$$

kA

$$\Delta m_j = \pm 1: \text{zirkular}$$

kA

$$\Delta m = 0: \text{linear zu B}$$

Bezeichnung

$$n^{2s+1} X_j$$

Spin-Bahn-Kopplungskonstante

$$a = \frac{\mu_0 Z e^2 \hbar^2}{8\pi m_e^2 r^3}$$

kA

$$\Delta E = \frac{Z e^2 \mu_0}{8\pi m_e^2 r^3}$$

kA

52

$$B = \frac{m a}{\hbar^2 e} \sqrt{l(l+1)} \hbar$$

kA

$$j^2 = l^2 + s^2 + 2\vec{l} \cdot \vec{s}$$

7.3 Hyperfeinstruktur

Kernspin	$ I = \sqrt{I(I+1)}\hbar$
mag. Dipol	$\mu_I = g_I \mu_K \frac{I}{\hbar}$
Gesamtdrehimpuls	$\vec{F} = \vec{j} + \vec{I}$
Energieverschiebung	$\Delta E_{HFS} = \frac{A}{2}[F(F+1) - j(j+1) - I(I+1)]$
mit	$A = \frac{g_I \mu_K B_j}{\sqrt{j(j+1)}}$
Zahl	$N(t) = N_0 \exp(-\frac{\Gamma}{\hbar}t)$
Lebensdauer $\tau = \frac{\hbar}{\Gamma}$

Auswahlregeln Wasserstoff:

$$\Delta l = \pm 1$$

$$\Delta m_l = 0, \pm 1$$

$$\Delta m_s = 0$$

$$\Delta j = 0, \pm 1 \text{ außer } 0 \rightarrow 0$$

7.4 Mehrelektronensysteme

Ortswellenfkt $\Psi^{s/a} = \psi_1(a)\psi_2(b) \pm \psi_2(a)\psi_1(b)$
sym. Spinwellenfkt parallel $\chi^\pm(1)\chi^\pm(2) \ (M_s = \pm 1)$
sym. Spinwellenfkt antip. $\chi_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}[\chi^+(1)\chi^-(2) + \chi^+(2)\chi^-(1)] \ (M_s = 0)$
antisym. Spinwellenfkt $\chi^a = \chi^+(1)\chi^-(2) - \chi^+(2)\chi^-(1) \ (M_s = 0)$
mit $\vec{S} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$, Singulett: S=0, Triplett: S=1

$$\text{gesamt: } \Psi = \Psi_{ab}(r_{1,2}, \vartheta_{1,2}, \varphi_{1,2})\chi(S, M_s)$$

1. Hund'sche Regel: Grundzustand hat maximalen Spin
2. bis zu halbgefüllte Schalen haben minimales J
3. mehr als halbgefüllte Schalen haben maximales J

Starke Kopplung zwischen l_i und l_j bzw. s_i und s_j : L-S-Kopplung (leicht): $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$
sonst j-j-Kopplung (schwer): $\vec{J} = \sum \vec{j}$

$$\text{Auswahlregeln: } \Delta S = 0$$

$$\Delta L = \pm 1, 0 \text{ außer } 0 \rightarrow 0$$

$$\Delta J = \pm 1, 0 \text{ außer } 0 \rightarrow 0$$

Für L, S, J gilt:

$$L = l_1 + l_2, \dots, |l_1 - l_2|$$

$$S = 0, 1$$

$$J = L + S, \dots, |L - S|$$

Parahelium: ψ sym. (Singulett), Orthohelium: χ sym. (Triplett)

Titan: $(\text{Ar})3d^24s^2$

7.5 Rotation und Schwingung von zweiatomigen Molekülen

kA	$E_n = h\nu(n + \frac{1}{2})$
kA	$E_J = BJ(J + 1)$
kA	$E_{n,J} = h\nu(n + \frac{1}{2}) + BJ(J + 1)$
kA	$\omega = \sqrt{\frac{k}{\mu}}$
kA	$\omega = \sqrt{\frac{g}{I}}$
Rotationsenergie	$E_{rot} = \frac{1}{2} \frac{L^2}{I}$
2-atomiges Molekül	$I = \mu r^2$

Eigenschaft	mit Ruhemasse	masselos
Ruhemasse	m_0	0
Geschwindigkeit	v_T	c
Masse	m	$m = \frac{E}{c^2} = \frac{p}{c} = \frac{\hbar k}{c}$
Impuls	$p = mv_T$ oder $= \frac{mv}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$	$p = \frac{E}{c} = \frac{\hbar}{\lambda} = \frac{\hbar 2\pi}{\lambda}$
Energie	$E = mc^2 = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}$	$E = mc^2$
Drehimpuls	$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$	$\vec{s} = \pm \hbar$
Frequenz	$\omega = \frac{E}{\hbar} = \frac{mc^2}{\hbar}$	$\omega = \frac{E}{\hbar}$
Wellenlänge	$\lambda = \frac{\hbar}{p}$	$\lambda = \frac{\hbar c}{E} = \frac{c}{f}$
Phasengeschwindigkeit	$v_{ph} = \frac{c^2}{v_T} = 2v_{ph}$	$v_{ph} = c$
Gruppengeschwindigkeit	$v_{gr} = v_T$	$v_{gr} = c$

Allgemein konstruktiv	$d = m\lambda$	d: Laufwegunterschied	Max
Allgemein destruktiv	$d = (m - \frac{1}{2})\lambda$	d: Laufwegunterschied	Min
Mehrere Strahlen	$2nd \cos \theta = m\lambda_0$	n: Brechungsindex	Max
Fabry-Perot-Interferometer	$2nd = m\lambda_0$	d: Plattenabstand	Max
Fraunhofer, Einfachspalt	$b \sin \theta = m\lambda$	n: Ordnung, b: Spaltbreite	Min
Fraunhofer, Auflösungsgrenze	$Dn \sin \theta = 1, 22\lambda = D \cdot NA$	D: Durchmesser	
Fraunhofer, Doppelspalt	$\Delta\lambda = h \sin \theta$	h: Spaltabstand	Max
Fraunhofer, Beugungsgitter	$m\lambda = h \sin \theta$	h: Gitterkonstante	Max
Gitterauflösung	$mh \cos \theta \Delta\theta = \lambda$	h: Gitterkonstante	Max
Laue-Verfahren	$m\lambda = D \sin \alpha$	α : Einfallswinkel, D: Gitterabstand	Max
Bragg-Verfahren	$m\lambda = 2D \sin \theta$	wie oben	Max
Elektronenwellen	$D\sqrt{8m_0E} \sin \theta = mh$	D: Gitterabstand	Max
Dünne Schicht, Reflexion	$2dn = m\lambda$	m: Ordnung, n: Brechungsindex	Min
Gitterauflösung	$\lambda = mN\Delta\lambda$	m: Ordnung, N: ausgeleuchtete Linien	
Dünne Schicht, Brechzahl	$n = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \cdot \frac{1}{2d}$	anstatt von 1 ggf. 2,3,4,..	Min

7.6 Emission und Absorption

7.7 Drehimpuls und Magnetismus

7.8 Zeeman-Effekt

7.9 Wasserstoff

7.10 Moleküle

7.11 Hund'sche Regeln

8 Festkörperphysik

Translationsvektor	$\vec{T} = h\vec{a}_1 + k\vec{a}_2 + l\vec{a}_3$
primitiv	kleinste EZ, enthält einen Gitterpunkt
Richtung	kleinste ganzz. [h, k, l]
Netzebene	1. Schnittpunkte mit Achsen, 2. Kehrwerte, 3. erweitern auf ganze Zahl, =
Höhe Tetraeder	$1/3\sqrt{6}a$
Röntgen	$\lambda = \frac{hc}{eU} = \frac{1,24 \text{ nm}}{eU[\text{keV}]}$
Elektronen	$\lambda = \frac{1,226 \text{ nm}}{\sqrt{U[\text{V}]}}$
Neutronen	$\lambda = \frac{0,9045 \text{ nm}}{\sqrt{U[\text{mV}]}}$
Wellenvektor	$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{e}, \vec{p} = \hbar \vec{k}, \vec{p} = \hbar \vec{k} = \frac{\hbar \omega}{c}$
Bragg	$n\lambda = 2d \sin \theta$
Gitter	$d \sin \theta = n\lambda$
erlaubte Wellenvektoren	$ \Delta \vec{k} = n \frac{2\pi}{d}$ mit $\vec{k} - \vec{k}' = \Delta \vec{k}$
kA	$f(x) \sim a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(\frac{2\pi}{L}nx) + b_n \sin(\frac{2\pi}{L}nx))$
mit	$a_0 = \frac{1}{L} \int_0^L f(x)dx, a_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cos(\frac{2\pi}{L}nx)dx$
komplex:	$f(x) \sim \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{i(2\pi/L)nx}$
mit	$c_n = \frac{1}{L} \int_0^L f(x) e^{-i(2\pi/L)nx} dx$
kA	$n(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} n_{\vec{G}} \exp(i\vec{G} \cdot \vec{r})$
mit	$\vec{G} = h\vec{b}_1 + k\vec{b}_2 + l\vec{b}_3$
reziproke Gitterbasisvektoren	$\vec{b}_1 = 2\pi \frac{\vec{a}_2 \times \vec{a}_3}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}$
rezipr.	sc \leftrightarrow sc, hcp \leftrightarrow hcp, bcc \leftrightarrow fcc
Bragg-Bedingung	$\Delta \vec{k} = \vec{G}, \vec{k}^2 = \vec{k}'^2 = (\vec{k} + \vec{G})^2$
umformuliert	$2\vec{k} \cdot \vec{G} + \vec{G}^2 = 0$
kA	$d_{hkl} = \frac{2\pi}{ \hbar\vec{b}_1 + k\vec{b}_2 + l\vec{b}_3 } = \frac{2\pi}{ \vec{G} }$
rechtwinklig	$d = \frac{1}{\sqrt{(h/a)^2 + (k/b)^2 + (l/c)^2}}$
kA	$S_G = \sum_{i=1}^Z f_i \exp(-i2\pi(hx_i + ky_i + lz_i))$
kA	$f_i = \int dV n_i(\vec{\rho}) \exp(-i\vec{G}\vec{\rho}), \vec{\rho} = \vec{r} - \vec{r}_i$
Drehkristall	$c = \frac{m\lambda}{\sin \arctan \frac{ym}{r_F}} \quad 57$
bcc	$2f$ für $h + l + l$ gerade, 0 für $h + k + l$ ungerade

8.1 Kristallstruktur

Translationsvektor $T = u_1 \vec{a}_1 + u_2 \vec{a}_2 + u_3 \vec{a}_3$

primitive Zelle enthält nur einen Gitterpunkt

Bindungen

Lennard-Jones $V = \gamma[e^{-r/r_0} - (\frac{r_0}{r})^6] \sim 1/2 m \omega^2 (r - r_m)^2 - V_0$

kA $R_0 = 1,09\sigma$

8.2 Phononen

Dispersionsrelation	$\omega^2 = \frac{2C}{M}(1 - \cos(ka))$
Disp.	$\omega = \sqrt{\frac{4C}{M}} \sin(\frac{1}{2}ka) $
kürzestes λ	$= 2a$
Gruppengeschwindigkeit	$\frac{d\omega}{dk} = v_G = \sqrt{\frac{Ca^2}{M}}$
kleine k	$\omega_0^2 = 2C(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2})$
kA	$\omega_a^2 = \frac{2C}{M_1+M_2} k^2 a^2$
$k = \pi/a$	$\omega_0^2 = \frac{2C}{M_1}, \omega_a^2 = \frac{2C}{M_2}$
N Atome	3 akust., $(3N - 3)$ opti.
Schall	$E = \frac{\sigma l}{\Delta l}$
kA	$\mu = -\frac{\Delta d/d}{\Delta l/l}$
kA	$v_{long} = \sqrt{\frac{E(1-\mu)}{\rho(1-\mu-2\mu^2)}}$
kA	$v_{trans} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\mu)}}$
kA	$E_{osz} = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$
kA	$E_{kin} = \frac{1}{4}\rho V A^2 \omega^2 \cos^2(\omega t)$
kA	$A^2 = \frac{4(n+1/2)\hbar}{\rho V \omega}$
kA	$V(x+T) = V(x), T = na$
kA	$V(x) = \sum_{G>0} 2V_G \cos(Gx)$
Ansatz	$\psi(x) = \sum_k C_k \exp(ikx)$ mit $k = n2\pi/L$
kA	$(\frac{\hbar^2}{2m} k^2 - E)C_k + \sum_G V_G C_{k-G} = 0$

8.3 Thermische Eigenschaften

Planck: $\langle n \rangle = \frac{1}{\exp(\hbar\omega/kT)-1}$

$k_F = (3\pi^2 \frac{N}{V})^{1/3}$

$E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}$

$T_F = \frac{E_F}{k_B}$

$mv_F = \hbar k_F$

$U = \int_0^\infty f(\varepsilon) D(\varepsilon) \varepsilon d\varepsilon$

$$2D: k_F = \sqrt{2\pi N/V}$$

$$D(\omega) = \frac{V k^2}{2\pi^2} \frac{dk}{d\omega} \sim \frac{V \omega^2}{2\pi^2 V^3}$$

$$\omega_D^3 = 6\pi^2 v^3 N/V = \left(\frac{3N}{4\pi V}\right)^{1/3} v_s$$

$$C_V = \frac{12}{5}\pi^4 N k \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3 \text{ bei tiefen } T, \text{ Gitter}$$

$$\text{Wärmeleitung: } j_v = -K \frac{dT}{dx} \text{ mit } K = \frac{1}{3} c_V v l$$

$$l = v_F \tau = \frac{\hbar k_F}{n e^2 \rho}$$

$$c_V = \pi^2 / 2 n k^2 T / E_F$$

$$C_V = \gamma T + A T^3$$

$$\gamma = \pi^3 / 3 k^2 D(E_F)$$

$$\Theta_D = \frac{\hbar v_s}{2k} \left(\frac{6N}{\pi V}\right)^{1/3}$$

$$\hat{H}\psi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + V(x) = E\psi(x)$$

$$\psi_n(x) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

$$n\lambda/2 = L$$

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2, \quad N \text{ für Fermi}$$

$$f(E, T) = \frac{1}{\exp((E-\mu)/kT)+1}$$

$$\text{freies e-Gas: } N = \vec{k}_F^3 \frac{V}{2\pi^2}$$

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{3\pi^2 N}{V}\right)^{2/3}$$

$$k_F = \left(\frac{3\pi^2 N}{V}\right)^{1/3}$$

$$D(E) = \frac{V}{2\pi^2} (2m/\hbar)^{3/2} \sqrt{E}$$

$$C_V = \frac{1}{3} \pi^2 k^2 D(E_F) T = m \frac{V k^2}{3\hbar} \left(\frac{3\pi^2 N}{V}\right)^{1/3} T$$

$$f_B = \frac{2n v_G}{\lambda}$$

8.4 Elektrische Eigenschaften

$$v_D = \frac{e\tau E}{m_e}$$

$$\rho = \frac{m_e n_e \tau}{e^2}$$

$$j = e n v_D$$

$$\langle r^2 \rangle = 3a_0^3 = \frac{4}{a_0^3} \int \exp(-2r/a_0) r^4 dr$$

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m}{n e^2 \tau}$$

$$R_H = -\frac{1}{ne}$$

$$K_{el} = \frac{\pi^2 n k_B^2 T \tau}{3m}$$

$$\text{Mandelung-Konst. 1D: } \alpha = 2 \ln 2$$

8.5 Halbleiter

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 E}{dk^2}$$

$$D(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{1/2} (E - E_L)^{1/2}$$

$$n = 2 \left(\frac{m^* kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(\frac{\mu - E_L}{kT}\right) \text{ Leitungsband}$$

$$\text{Massenwirkungsgesetz: } pn = 4 \left(\frac{kT}{2\pi\hbar^2} \right)^3 (m_e m_h)^{3/2} \exp\left(\frac{-(E_L - E_V)}{kT}\right)$$

$$\text{Eigenleitung: } p = n, \text{ damit: } \mu = \frac{1}{2}(E_L - E_V) + \frac{3}{4}kT \ln(m_h/m_e)$$

$$\text{Drude-Beweglichkeit: } \mu = \frac{v}{E} = \frac{e\tau}{m}$$

$$\sigma = ne\mu_e + pe\mu_h$$

$$a_0^* = \frac{m\varepsilon}{m^*} a_0, \quad E_1^* = \frac{m^*}{m\varepsilon^2} E_1$$

$$\text{mit Ionen: } n = (n_0 N_D)^{1/2} \exp(-E_D/kT) \text{ mit } n_0 = 2 \left(\frac{m_e kT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2}$$

$$eU_d \sim kT \exp\left(\frac{N_D N_A}{n_i^2}\right)$$

$$\text{Verarmungsschicht: } d = \sqrt{\frac{8\pi\varepsilon_0}{e} (1/N_A + 1/N_D) U_D}$$

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{\varepsilon_0 m}}$$

$$\Delta E = n\hbar\omega_p$$

$$v = \sqrt{\frac{m}{3M}} \text{ (M: Ionenmasse)}$$

$$I(U) = I_0 (\exp(eU/kT) - 1)$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$$

$$1/k_s \sim 0,5 (n_0/a_0^3)^{-1/6}$$

$$\varphi(r) = 1/4\pi\varepsilon_0 \frac{q}{r} e^{-k_s r}$$

8.6 magnetische Eigenschaften

$$\frac{d\vec{k}}{dt} = -\frac{e}{\hbar} \nabla_k \vec{E} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = -e\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\hbar\vec{k} = -e\vec{r} \times \vec{B}$$

$$\phi_n = (n + \gamma) \frac{\hbar}{e} \text{ mit } \frac{\hbar}{e} = 4,14 \cdot 10^{-7} Tm^2$$

$$\omega_c = \frac{eB}{m}$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu\mu_0 \vec{H}$$

$$\omega_L = \frac{eB}{2m}$$

$$I = (-Ze) \frac{\omega_L}{2\pi}$$

$$|\vec{\mu}| = -\frac{Ze^2 B}{4m} \langle \vec{r}^2 \rangle$$

$$\chi = \frac{\mu_0 N/V Z e^2}{6m} \langle \rho^2 \rangle$$

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m} \vec{L}$$

$$M = \frac{N \mu_B^2 B}{kT} \text{ bzw } T_F \text{ für freies e-Gas}$$

$$E_{pot} = -\frac{e}{2m} L_z B$$

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$$

$$\text{Curie: } \chi_M(T) = \frac{N p^2 \mu_B^2}{3kT} = C/T$$

$$\text{mit } p = g\sqrt{j(j+1)}$$

$$\text{Curie-Weiß: } \chi_M = \frac{C}{T-T_C}$$

$$\text{Antiferromagnet: } \chi_M = \frac{2C}{T+T_N}$$

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{m_e}{\mu_0 n q^2}}$$

9 Kernphysik

9.1 Kerne

$$M(A, Z) = NM_n + ZM_p + Zm_e - a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a \frac{(A-2Z)^2}{A} + \frac{\delta}{A^{1/2}}$$

$$a_v = 16, a_s = 18, a_c = 0, 7, a_a = 23, \delta = \pm 12 \text{ oder } 0 \text{ MeV}$$

$$\rho_n = 0,17 \text{ Nuk}/fm^3 = 3 \cdot 10^{17} kg/m^3$$

$$\text{Alpha: } T = \exp(-2\kappa\Delta r) \text{ mit } \kappa = \sqrt{2m|E - V|}/\hbar$$

$$F(q^2) = \int e^{iqx/\hbar} f(x) d^3x$$

$$\text{radialsymmetrisch: } F(q^2) = 4\pi \int f(r) \frac{\sin|q|r/\hbar}{|q|r/\hbar} r^2 dr$$

$$R = 1,21 fm \cdot A^{1/3}$$

$$L = 4\pi \frac{\hbar pc^2}{\Delta m^2 c^4}$$

$$\text{Kugel mit diffusem Rand: } \rho(r) = \rho(0) \frac{1}{1 + e^{(r-c)/a}}$$

$$c = 1,07 fm A^{1/3}, a = 0,54 fm$$

$$dN = (2s+1) \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} d^3\vec{p}$$

$$\text{kugelsymm: } d^3\vec{p} = 4\pi p^2 dp$$

$$\text{Zustandssumme: } N = \frac{V}{3\pi^2\hbar^3} p_F^3$$

$$\text{Fermi-Energie: } \varepsilon_F = \frac{p_F^2}{2m_N} = \frac{\hbar^2}{2m_N} (3\pi^2 \frac{N}{V})^{2/3}$$

$$E_{kin} = E_Z + E_N = \frac{3}{5} (Z \frac{\hbar^2}{2m_N} (3\pi^2 \frac{Z}{V})^{2/3} + N \frac{\hbar^2}{2m_N} (3\pi^2 \frac{N}{V})^{2/3})$$

$$\text{mag. Zahlen: } 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$$

9.2 Kernreaktionen

$$Q = E_a - E_e$$

$$N(t) = N(0)e^{-\lambda t}$$

$$T_{1/2} = \tau \ln 2$$

$$\Gamma = \frac{1}{\tau} = \lambda$$

$$E_\alpha^{kin} = \frac{M_D}{M_\alpha + M_D} Q \sim \frac{A-4}{A} Q$$

$$f = \frac{v}{2R}$$

$$\gamma = \frac{2Z}{\sqrt{E_\alpha [MeV]}} - \frac{3}{2} \sqrt{ZR [fm]}$$

$$\ln \tau = 2\gamma + const$$

$$B(A, Z) = \alpha A + \delta + \beta Z + \gamma Z^2$$

$$\alpha = a_V - a_s A^{-1/3} - a_A$$

$$\beta = 4a_A$$

$$\gamma = -\frac{4a_A}{A} - \frac{a_C}{A^{1/3}}$$

$$Q_{\beta^-} = B(A, Z+1) - B(A, Z) + m_n - m_p - m_e$$

$$Q_{\beta^+} = B(A, Z-1) - B(A, Z) - m_n + m_p - m_e$$

$$Q_{EC} = Q_{\beta^+} - B(A, Z) - 2m_e - \varepsilon$$

$$\text{Ellipse: } a = R(1 - \varepsilon), b = R(1 - \frac{\varepsilon}{2})$$

$$\frac{Z^2}{A} \geq \frac{2a_s}{a_c} \approx 40$$

$$P = E_{sp} \sigma_s \phi_N N_{U-235}$$

$$\sigma = \frac{r_b}{\phi_n}$$

9.3 Zerfälle und Übergänge

9.4 Wechselwirkung von Strahlung mit Materie

9.5 Zerfallsreihen

9.6 Kernspaltung

9.7 Kernfusion

10 Teilchenphysik

Kinematik

$$\begin{aligned}s &= (\sum E)^2 - (\sum p)^2 \\ N &= \sigma \int L(t) dt, \quad L = f \frac{n_1 n_2}{A} = f \frac{n_1 n_2}{4\pi \sigma_x \sigma_y} \\ E &= \gamma m c^2 \\ \vec{p} &= \gamma m \vec{\beta} \\ s &= (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 \\ t &= (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2 \\ u &= (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2 \\ y &= 1/2 \ln \frac{E+p_z}{E-p_z} \\ \eta &= -\ln \tan \Theta/2 \\ s &= 4E^2, \quad t = -2E^2(1 - \cos \Theta^*), \quad u = -2E^2(1 + \cos \Theta^*) \\ \gamma &= (1 - \beta^2)^{-1/2} \\ E^2 - \vec{p}^2 &= m^2 = p^2 = p^\mu p_\mu \\ (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi &= 0\end{aligned}$$

Schwache WW

$$\begin{aligned}\psi'(\vec{x}, t) &\rightarrow \hat{P}\psi(\vec{x}, t) = \psi(-\vec{x}, t) \\ m_W &= 1/2 g_W v \\ m_Z &= 1/2 v \sqrt{g_W^2 + g'^2} \\ \cos \Theta_w &= \frac{g_W}{\sqrt{g_W^2 + g'^2}} \\ \sin \Theta_w &= \frac{g'}{\sqrt{g_W^2 + g'^2}} \\ \alpha &= \frac{e^2}{4\pi} \\ v &= \frac{2m_W}{g_W} \\ e &= g' \cos \Theta_w = g_W \sin \Theta_w \\ p + p &\rightarrow D + e^+ + \nu_e \\ P(\nu_e \nu_e) &= 1 - 4|U_{e1}|^2 |U_{e2}|^2 \sin^2 \Delta_{21} - (1, 3) - (2, 3) \\ \text{mit } \Delta_{ij} &= \frac{\phi_j - \phi_i}{2} = \frac{m_j^2 - m_i^2}{4E_\nu} L \\ (d, s, b) &= V_{CKM}^{*T}(d', s', b') \\ \text{damit: } s &= V_{us}^* |d'\rangle + V_{cs}^* |s'\rangle + V_{ts}^* |b'\rangle \\ V^{-1} &= V^* \text{ unitär}\end{aligned}$$

Higgs-Mechanismus

$$L = 1/2(\partial^\mu\phi)(\partial_\mu\phi) - V(\phi)$$

$$V(\phi) = 1/2\mu^2\phi^2 + 1/4\lambda\phi^4$$

$$\phi_{min} = \pm v \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}$$

$$m_H = 2\lambda v^2$$

$$\text{Lebensdauer: } \Gamma = 4 \text{ MeV}$$

$$\text{Prod: } gg \rightarrow H$$

$$\text{Zerf: } H \rightarrow b\bar{b}, H \rightarrow \gamma\gamma$$

Detektoren

$$\text{stabil: } >10 \text{ mm } e, \mu, \gamma, \nu, p, n, \pi^\pm, K^\pm$$

$$\text{instabil: } \tau^\pm, t, W, Z, H, \pi^0, B^\pm, ..$$

$$\text{Bethe-Bloch: } -\langle \frac{dE}{dx} \rangle = \frac{4\pi h^2 \alpha^2}{m_e} n \frac{Q^2}{\beta^2} [\ln \frac{2\beta^2 \Gamma^2 m_e c^2}{I} - \beta^2]$$

$$n = \frac{Z\rho}{Am_{amu}}$$

$$1amu = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{Cherenkov: } \cos \Theta = \frac{1}{n\beta}$$

$$\frac{p_T}{GeV/c} = 0,3 \frac{B}{T} \frac{r}{m}$$

$$p = \frac{p_T}{\sin \lambda}$$

$$\text{Mesonenmasse: } M = \sum M_q + \Delta M_{SS}$$

$$\Delta M_{SS} = \frac{4M_q^2 \cdot 160 MeV}{M_1 M_2} \frac{1}{2} (s(s+1) - s_1(s_1+1) - s_2(s_2+1))$$

$$M_q = m_u + 300 MeV \approx 310 MeV, M_s \approx 480$$

$$r_E = \frac{M}{Q} \frac{v^2}{E}$$

$$r_M = \frac{M}{Q} \frac{v}{B}$$

$$\omega_c = \frac{Q}{M} B$$

A Mathe

A.1 Vektoralgebra

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \varphi$$

$$(\vec{a} \times \vec{b})^2 = a^2 b^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$$

$$\vec{a} = \vec{a}_{\parallel} + \vec{a}_{\perp} = \vec{n} \cdot (\vec{n} \cdot \vec{a}) + (\vec{n} \times \vec{a}) \times \vec{n}$$

$$\varepsilon_{ikl} \varepsilon_{lmn} = \delta_{im} \delta_{kn} - \delta_{in} \delta_{km}$$

$$\varepsilon_{ikl} \varepsilon_{klm} = 2\delta_{im}$$

$$\delta_{ii} = 3$$

$$\delta_{il} \delta_{lk} = \delta_{ik}$$

$$\delta_{jl} \delta_{lm} \delta_{mn} \delta_{nk} = \delta_{jk}$$

A.2 Matrizen

$$A^T = A_{ji}$$

$$A^{\dagger} = (A^*)^T$$

$$(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$$

$$(\alpha A^{-1})^{-1} = \frac{1}{\alpha} A^{-1}$$

$$(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$$

$$\text{hermitesch } A = A^{\dagger}$$

$$\text{unitär } A^{\dagger} = A^{-1}$$

$$\text{tr } A = \sum_i A_{ii}$$

$$\text{tr}(A+B) = \text{tr } A + \text{tr } B$$

$$\text{tr}(\alpha A) = \alpha \text{tr } A$$

$$\det A^T = \det A$$

$$\det(AB) = \det A \det B$$

$$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det A}$$

$$\det(\alpha A) = |\alpha|^n \det A$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$$\exp(A) = \sum_n \frac{1}{n!} A^n$$

Spalten tauschen: -1

Multiplizieren mit n: n

Bild von $L = \{y = Lx | x \in V\}$

Kern von L: $\ker L = \{x \in V | Lx = 0\}$

$\dim(L) + \dim(\ker L) = \dim V$

Cramer'sche Regel: $x_i = \frac{\det(A_i)}{\det A}$ wobei für A_i die

i-te Spalte in A durch b ausgetauscht ist

Rotationsmatrix $\begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$

$$[A, B] = AB - BA$$

$$[A, B]^{\dagger} = [B^{\dagger}, A^{\dagger}]$$

A.3 Reihen

$$\text{geom. Reihe: } \frac{1}{1-q} = \sum_{n=1}^{\infty} q^{n-1}$$

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

$$\sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$$

$$\cosh(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$$

$$\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$\sin(x) = \frac{1}{2i}(e^{ix} - e^{-ix})$$

$$\cos(x) = \frac{1}{2}(e^{ix} + e^{-ix})$$

$$\text{Taylor-Entwicklung: } f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{1}{2}f''(x_0)(x-x_0)^2 + \frac{1}{3!}f'''(x_0)(x-x_0)^3 + \dots$$

A.4 Vektoranalysis

$$\nabla(AB) = A \times (\nabla \times B) + B \times (\nabla \times A) + (A \nabla)B + (B \nabla)A$$

$$\nabla \times (B \times C) = B(\nabla C) - C(\nabla B)$$

$$\nabla \cdot \nabla \times A = 0$$

$$\vec{F}(\vec{r}) = -\nabla V(\vec{r}) \Leftrightarrow \nabla \times \vec{F} = 0$$

$$\nabla(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \times (\nabla \times \vec{b}) + \vec{b} \times (\nabla \times \vec{a}) + (\vec{a} \cdot \nabla)\vec{b} + (\vec{b} \cdot \nabla)\vec{a}$$

$$\nabla \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \nabla \cdot \vec{a} + \nabla \cdot \vec{b}$$

$$\nabla \cdot (g\vec{F}) = g\nabla \cdot \vec{F} + (\nabla g) \cdot \vec{F}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{F} = \nabla(\nabla \cdot \vec{F}) - \Delta \vec{F}$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{F}) = \nabla \cdot \nabla \times \vec{F} = 0$$

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{F}) = \nabla \cdot (\nabla \circ \vec{F})$$

$$\nabla r = \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\nabla \cdot \vec{r} = 3$$

$$\nabla \times \vec{r} = 0$$

$$\nabla f(r) = f'(r)\hat{r}$$

$$\nabla \times f(r)\vec{r} = 0$$

$$\nabla \circ \vec{r} = \mathbb{1}$$

$$\nabla^2 r = \frac{2}{r}$$

A.5 Komplexanalysis

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}, \varphi = \frac{b}{a}$$

$$|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$$

$$z_1 z_2 = a_1 a_2 - b_1 b_2 + i(a_1 b_2 + a_2 b_1)$$

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

$$z = \sqrt[n]{r} \exp(i \frac{\varphi + 2\pi k}{n})$$

$$a + ib = r \exp(i\varphi)$$

$$f(z) = \Re f(z) + i \Im f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$$

$$\text{Cauchy-Riemann DGL: } \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

$$\text{harmonisch: } \Delta f = 0 \quad \text{harmonisch: } \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0$$

$$\text{Residuum: } \oint_C f(z) dz = 2\pi i \sum_i \text{res}(f, z_i)$$

$$f(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{f(z)}{z - z_0} dz$$

$$\text{Residuum: } \text{res} = \frac{1}{(m-1)!} \lim_{z \rightarrow z_0} \left(\frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}} ((z - z_0)^m f(z)) \right)$$

A.6 Laplace-Transformation

$$F(p) = \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt$$

$$L(f'(t)) = -f(0) + pF(p)$$

$$L(f''(t)) = -f'(0) - pf(0) + p^2 F(p)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\omega}^{\sigma+i\omega} F(p) e^{pt} dp = \sum_i \text{res}(F(p_i) e^{pt}, p_i)$$

$$\begin{array}{ccccccccc} L(x) & L(\alpha f) & L(e^{\alpha t}) & L(\Theta(t)) & L(\cosh(\alpha t)) & L(\sinh(\alpha t)) & L(\sin(\alpha t)) & L(\cos(\alpha t)) & L(f(t) \cos(\alpha t)) \\ \frac{1}{p^2} & \alpha L(f) & \frac{1}{p-\alpha} & \frac{1}{p} & \frac{p}{p^2-\alpha^2} & \frac{\alpha}{p^2-\alpha^2} & \frac{\alpha}{p^2+\alpha^2} & \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega & \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(i\omega t) dt \end{array}$$

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} g_n \exp(-i\omega_0 n t)$$

$$g_n = \frac{1}{T} \int_t^{t-T} f(t) \exp(i\omega_0 n t) dt$$

$f(x)$	$g(\omega)$
1	$2\pi\delta(\omega)$
x^n	$2\pi i^n \delta^{(n)}(\omega)$
x^{-n}	$\frac{\pi(-i)^n \omega^{n-1} \text{sign}(\omega)}{(n-1)!}$
$\text{sign}(x)$	$\frac{2}{i\omega}$
$ x $	$\frac{-2}{\omega^2}$
$x^n \text{sign}(x)$	$\frac{2n!}{(i\omega)^{n+1}}$
$\delta(x)$	1
$\delta^{(n)}(x)$	$(i\omega)^n$
$e^{-a x }$	$\frac{2a}{a^2+\omega^2}$
e^{-ax^2}	$\sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\omega^2/(4a)}$
$\cos(ax)$	$\pi(\delta(\omega+a) + \delta(\omega-a))$
$\sin(ax)$	$i\pi(\delta(\omega+a) - \delta(\omega-a))$
$\cos(ax^2)$	$\sqrt{\frac{\pi}{a}} \cos(\frac{\omega^2}{4a} - \frac{\pi}{4})$
$\sin(ax^2)$	$\sqrt{\frac{\pi}{a}} \cos(\frac{\omega^2}{4a} + \frac{\pi}{4})$

A.7 Fourier-

Transformation

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{i\omega(t-t')} = 2\pi\delta(t-t')$$

$$F(f'(t))(\omega) = i\omega \tilde{f}(\omega)$$

A.8 Geometrie

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$$

$$\sin^2(x) = (1 - \cos(2x))/2$$

$$\cos^2(x) = (1 + \cos(2x))/2$$

$$\tan^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{1 + \cos(2x)}$$

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2}(\cos(x - y) - \cos(x + y))$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x - y) + \cos(x + y))$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x + y) + \sin(x - y))$$

$$\cos x \sin y = \frac{1}{2}(\sin(x + y) - \sin(x - y))$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$\sin x - \sin y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
deg	0	30	45	60	90	120	135	150	180	210	225	240	270	300	315	330	360
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\pm\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{3}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\pm\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
cot	$\mp\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$\mp\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$\mp\infty$

Zylinderkoordinaten:

$$x = \rho \cos \varphi, y = \rho \sin \varphi, z = z$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \varphi = \arctan \frac{y}{x}, z = z$$

$$d\vec{r} = d\rho \hat{\rho} + \rho d\varphi \hat{\varphi} + dz \hat{z}$$

$$dV = \rho d\rho d\varphi dz$$

Kugelkoordinaten:

$$x = r \sin \vartheta \cos \varphi, y = r \sin \vartheta \sin \varphi, z = r \cos \vartheta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \varphi = \arctan \frac{y}{x}, \vartheta = \arctan \frac{\rho}{z}$$

$$d\vec{r} = dr \hat{r} + r d\vartheta \hat{\vartheta} + r \sin \vartheta d\varphi \hat{\varphi}$$

$$dV = r^2 \sin \vartheta dr d\vartheta d\varphi$$

Ecken - Kanten + Flächen = 2

EULER-CHARAKTERISTIK

A.9 Integration

partiell: $\int uv' = uv - \int u'v$

$$\int dx \frac{f'(x)}{f(x)} = \ln|f(x)|$$

$$\int dx e^{f(x)} = e^{f(x)}$$

$$\oint_{C=\partial S} d\vec{r} \, \psi(\vec{r}) = \int_S d\vec{S} \, (\nabla \times \psi(\vec{r}))$$

Stokes'scher Satz

$$\oint_{S=\partial V} d\vec{S} \, \psi(\vec{r}) = \int_V dV \, \psi(\vec{r})$$

Gauß'scher Satz

A.10 Delta-Funktion

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx f(x) \delta(x - x_0) = f(x_0)$$

$$\delta(-x) = \delta(x)$$

$$\delta(ax) = \frac{1}{|a|} \delta(x)$$

$$\delta(h(x)) = \frac{1}{|h'(x)|} \delta(x - x_0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx f(x) \delta'(x - x_0) = -f'(x_0)$$

$$\Theta'_H(x) = \delta(x)$$

$$\int_{-\infty}^x dx' \delta(x' - x_0) = \Theta(x - x_0)$$

B Chemie

B.1 Orbitale

Orbitale gleicher Energie werden zuerst mit einzelnen Elektronen besetzt und später mit dem antiparallelen Elektron aufgefüllt.

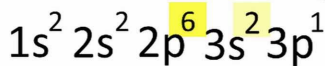
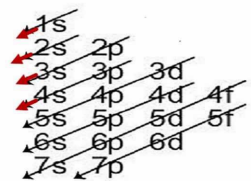
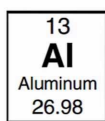
HUND'SCHE REGEL

Zwei Elektronen können nicht in jeder Quantenzahl (n,l,m,s) übereinstimmen.

PAULI-PRINZIP

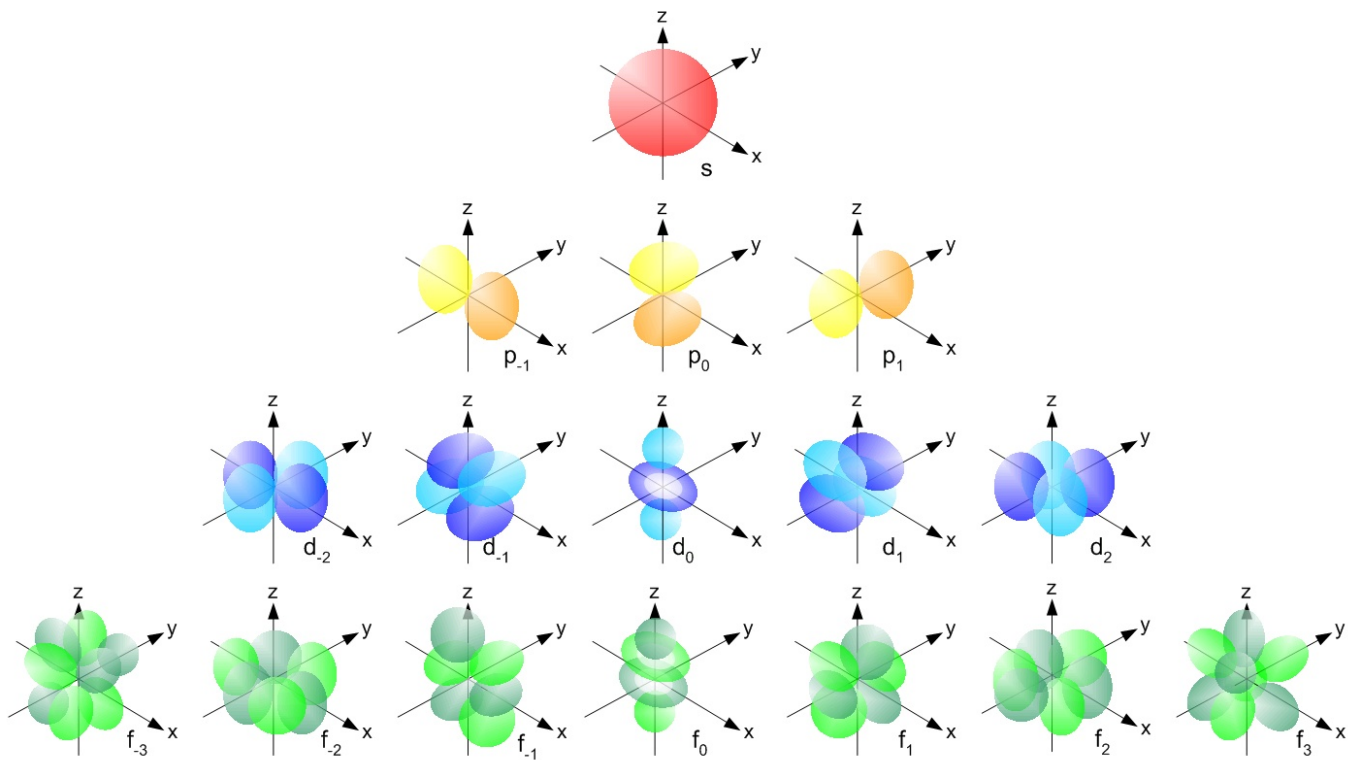
Electron Configuration Chart

s holds up to 2 p holds up to 6 d holds up to 10



n	l	m	s
Haupt-	Neben-	Magnet-	Spin-
1, 2, ...	0, ..., $n - 1$	$-l, ..., l$	$\pm \frac{1}{2}$
Schale	Orbital	Orientierung	Spinrichtung
K, L, M, ...	s, p, d, f	x, y, z	up/down

	1s	2s	2p	3s	3p
H Wasserstoff $1s^1$	↑				
He Helium $1s^2$	↑↓				
Li Lithium $1s^2 2s^1$	↑↓	↑			
Be Beryllium $1s^2 2s^2$	↑↓	↑↓			
B Bor $1s^2 2s^2 2p^1$	↑↓	↑↓	↑		
C Kohlenstoff $1s^2 2s^2 2p^2$	↑↓	↑↓	↑↑		
N Stickstoff $1s^2 2s^2 2p^3$	↑↓	↑↓	↑↑↑		
O Sauerstoff $1s^2 2s^2 2p^4$	↑↓	↑↓	↑↑↑↓		
F Fluor $1s^2 2s^2 2p^5$	↑↓	↑↓	↑↑↑↑↓		
Ne Neon $1s^2 2s^2 2p^6$	↑↓	↑↓	↑↑↑↑↑↓		
Si Silicium $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$	↑↓	↑↓	↑↑↑↑↑↓	↑↓	↑↑



B.2 Stöchiometrie

$$m_{Edukte} = m_{Produkte}$$

GESETZ VON DER ERHALTUNG DER
MASSE

Elemente in einer chemische Verbindung
kommen immer im gleichen konstanten
Masseverhältnis vor.

GESETZ DER KONSTANTEN
PROPORTIONEN

Die Massenanteile der Elemente in al-
len chemischen Verbindungen gleicher
Elemente stehen in einem ganzzahligen
Verhältnis.

GESETZ DER MULTIPLEN
PROPORTIONEN

$$\text{Molare Masse: } m[g] = n[\text{mol}] \cdot M[g/\text{mol}]$$

$$N_A = 6,02217 \cdot 10^{23} = N \text{ in } 12g \text{ } ^{12}\text{C}$$

$$\text{amu: } 1u = 1,6606 \cdot 10^{-24}g = \frac{1}{12}m(^{12}\text{C})$$

$$\text{Atommasse: } M = m_A N_A$$

$$\text{Massenkonz. } \beta(X)[g/l] = \frac{m(X)[g]}{V[l]}$$

$$\text{Vol.konz. } \sigma(X)[ml/l] = \frac{V(X)[ml]}{V[l]}$$

$$\text{Stoffmengenkonz. } c(X)[mol/l] = \frac{n(X)[mol]}{V[l]}$$

Eigenschaft	Periode \leftrightarrow	Gruppe \updownarrow
Atomradius	\uparrow	\downarrow
Ionisierungsenergie	\downarrow	\uparrow
Elektronenaffinität	\downarrow	\uparrow
Elektronegativität	\downarrow	\uparrow
Metallcharakter	\downarrow	\uparrow

B.3 Kristalle

Ionenkristalle:			
	CsCl-Typ	NaCl-Typ	ZnS-Typ
r^+/r^-	$> 0,73$	$0,73 - 0,41$	$< 0,41$
Koordinationszahl	8	6	4
Anordnung	kubisch	oktaedrisch	tetraedrisch

Metallkristalle:

	Mg-Typ	Cu-Typ	W-Typ
Koordinationszahl	12	12	8
Kugelpackung	hexagonal-dicht	kubisch-dicht	kubisch- raumzentriert
Raumausfüllung	74%	74%	68%
Beispiele	Mg, Ti, Co, Zn	Cu, Ni, Al, Ag	W, Na, Cr, Fe

B.4 Chemische Thermodynamik

Die Enthalpieänderung ist vom Reaktionsweg
unabhängig.

GESETZ VON HESS

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S$$

GIBBS-HELMHOLTZ-GLEICHUNG

Enthalpie $\Delta H_R^\circ = \sum n_P \Delta H_{f,P}^\circ - \sum n_E \Delta H_{f,E}^\circ$ endotherme Reaktion, $\Delta H > 0$

Entropie $\Delta S_R^\circ = \sum n_P \Delta S_P^\circ - \sum n_E \Delta S_E^\circ$ exotherme Reaktion, $\Delta H < 0$

Freie Energie $\Delta G_R^\circ = \sum n_P \Delta G_{f,P}^\circ - \sum n_E \Delta G_{f,E}^\circ$

	$\Delta H > 0$	$\Delta H < 0$
$\Delta S > 0$	spontan bei $T \uparrow$	immer spontan
$\Delta S < 0$	nie spontan	spontan $T \downarrow$

B.5 Gasgesetze

$$pV = nRT$$

IDEALE GASGLEICHUNG

$$p/T = \text{const}$$

GESETZ VON GAY-LUSSAC

$$V/T = \text{const}$$

GESETZ VON CHARLES

$$n/V = \text{const}$$

GESETZ VON AVOGADRO

B.6 Lösung

$$p = k_H c_l$$

GESETZ VON HENRY

p : Partialdruck Substanz, c_l : Konz. der Lösung

Molarität

$$\frac{n(X)[mol]}{V(Lösung)[l]}$$

Molalität

$$\frac{n(X)[mol]}{m(Lösungsmittel)[kg]}$$

Massenprozent

$$\frac{m(X)[kg]}{m(Lösung)[kg]} \cdot 100\%$$

B.7 Reaktionskinetik

$$K_C = \frac{c_C^{\nu(C)} \cdot c_D^{\nu(D)}}{c_A^{\nu(A)} \cdot c_B^{\nu(B)}}$$

MASSENWIRKUNGSGESETZ

(Konzentrationen oder Partialdrücke)

für $\nu A + \nu B \rightleftharpoons \nu C + \nu D$

Übt man auf ein chemisches System im Gleichgewicht einen Zwang aus, so reagiert es so, dass die Wirkung des Zwanges minimal wird.

PRINZIP VON LE CHÂTELIER

$K \gg 1$: Gleichgewicht bei Produkten

$K = 1$: Glgw. bei gleicher Konzentration

$K \ll 1$: Reaktion läuft nicht ab

Reaktionsgeschwindigkeit: $r = \frac{\Delta c}{\Delta t}$

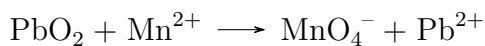
$$K = e^{-\frac{E_A}{RT}}$$

ARRHENIUS-GLEICHUNG

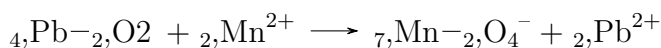
E_A : Aktivierungsenergie

B.8 Redox-Reaktionen

1. Reaktionsgleichung aufstellen



2. Oxidationszahlen bestimmen

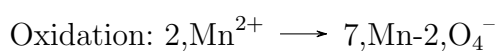


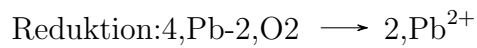
3. Herausfinden, welche Stoffe reduziert (Ox.zahlen nehmen ab) und welche oxidiert (Ox.zahlen nehmen zu) werden

Mn^{2+} wird oxidiert (von +II auf +VII)

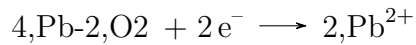
PbO_2 wird reduziert (von +IV auf +II)

4. Teilreaktionen formulieren

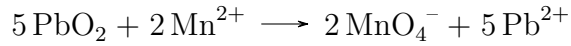




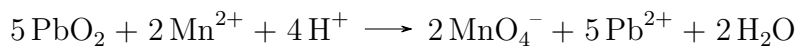
5. Ladungsausgleich



6. Auf geeignetes Vielfaches bringen und addieren



- Saures Milieu: Auf der Seite mit zu wenig Sauerstoff Wasser addieren, auf der Seite mit zu wenig Wasserstoff Hydronium-Ionen (bzw. H^+) addieren



- Basisches Milieu: genauso, aber am Schluss Hydroxid-Ionen (OH^-) (auf beiden Seiten) addieren, um H^+ zu neutralisieren.

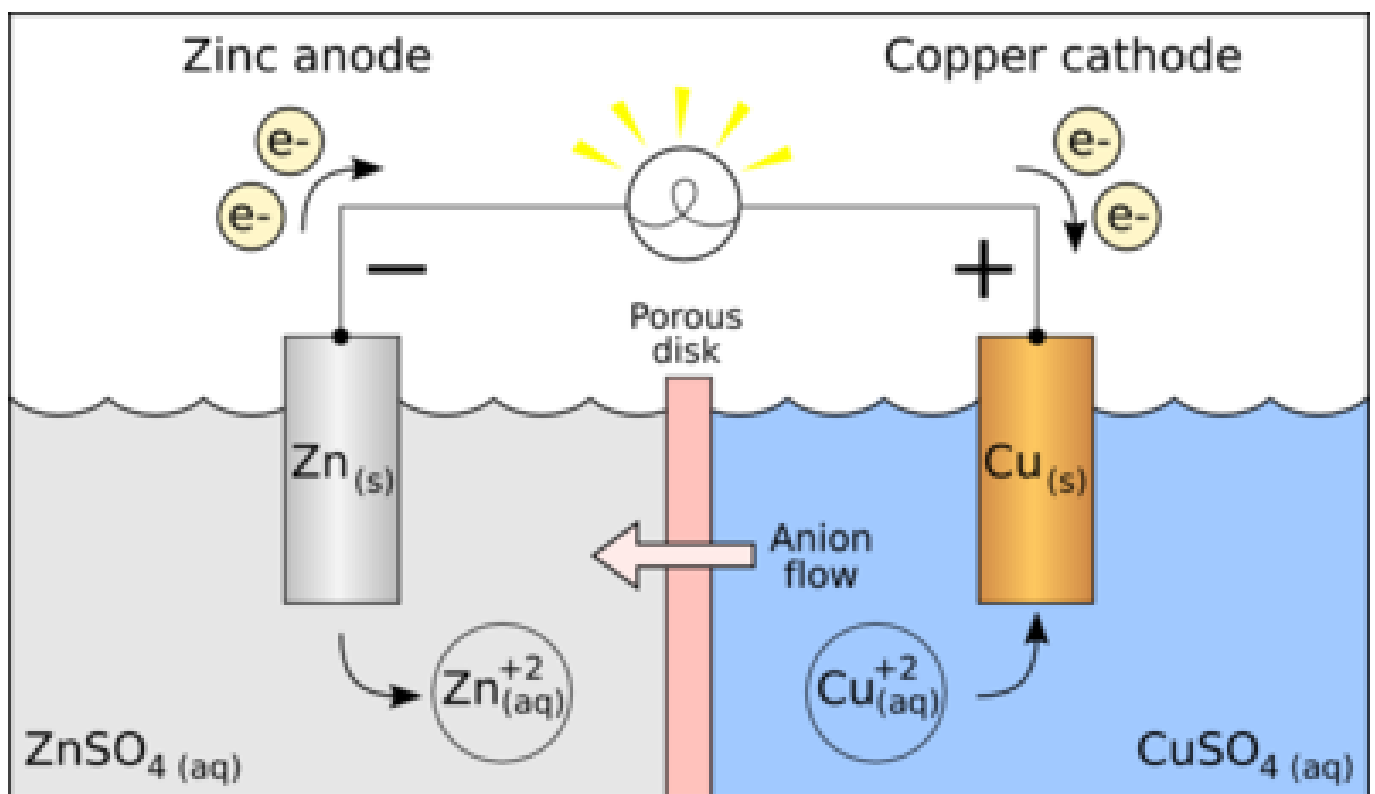
B.9 Elektrochemie

$$E = E_0 + \frac{0,059}{n} \log \frac{c(\text{Ox})}{c(\text{Red})}$$

NERNST'SCHE GLEICHUNG

$$m = \frac{Mq}{zF}$$

1. UND 2. FARADAY-GESETZ
mit F: Faraday-Konstante



C Konstanten, Abkürzungen, Einheiten und Eselsbrücken

C.1 Abkürzungen

hO harmonischer Oszillator

sK starrer Körper

CMS center of mass system

iG ideales Gas

bb schwarzer Körper

mP mathematisches Pendel

C.2 Konstanten

Lichtgeschwindigkeit $c = 299792458 \frac{m}{s}$

Bohr'sches Magneton $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9,27 \times 10^{-24} J/T = 5,79 \times 10^{-5} eV/T$

Vakuumpermeabilität $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$

Gasvolumen bei STP: $V = nV_m$ mit $V_m = 22,4l/mol$

$R = 8,314 J/mol K$

C.3 Eselsbrücken

$1eV = 8065,541 cm^{-1}$

$\hbar c = 197 eVnm$

$\lambda = \frac{12\text{\AA}}{\sqrt{U}}$

Erdmasse: $6 \cdot 10^{24} kg$

$h = 2\pi \cdot 10^{-34} Js$, $\hbar = 10^{-34} Js$

thermische Energie Raumtemperatur: $300K = 25meV$

$k_B = \frac{25}{300} \cdot 10^{-3} \frac{eV}{K}$

$\hbar c = 1240 eVnm$

$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} kg$

Sekunden pro Jahr: $\pi \cdot 10^7$

m_p/m_e : 2000

$1 \frac{km}{s} = \frac{parsec}{Ma}$

$m_p[g] = \frac{1}{N_A} = \frac{1}{6,022 \cdot 10^{23}}$

C.4 Einheiten

Drehimpuls: $kg\frac{m^2}{s} = Js$

W	Nm	L	kgm^2
P	J/s	ε_0	C^2/Nm^2
φ	J/C	μ_0	N/A^2
B	N/Am	R	$J/molK$
Φ	Tm^2	k_B	J/K
L	J/A^2	Γ	Nm^2/kg^2
I	W/m^2		