Enchiridion Physicæ

Andreas Hemmetter

Aachen, 21. Oktober 2018

Inhaltsverzeichnis

1 Mechanik

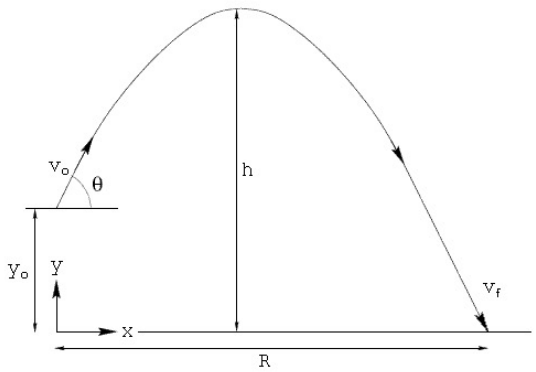
1.1 Kinematik des Massenpunktes

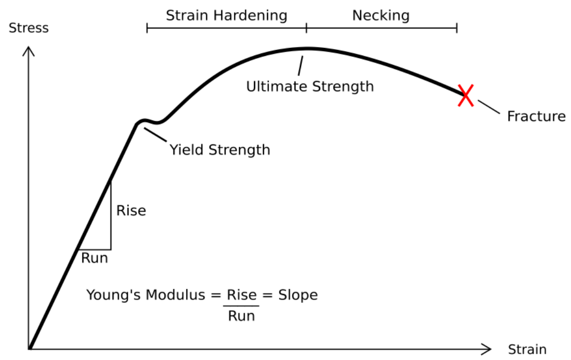
Ein Massenpunkt hat keine Ausdehnung und reagiert auf Kräfte genau an einem Punkt. Daher können Drehungen des Punktes nicht definiert werden.

Schiefer Wurf

homogenes Gravitationsfeld ohne Luftwiderstand

Bewegungsgleichung	$y(x) = -\frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} x^2 + \tan(\alpha)x + y_0$
Steigzeit	$T_s = \frac{v_0}{g} \sin(\alpha)$
Wurfhöhe	$h = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2(\alpha)$
Wurfweite	$R = \frac{v_0^2}{g} \sin^2(\alpha)$
Abwurfwinkel	$\alpha_{max} = \arcsin \frac{v_0}{\sqrt{2v_0^2+2gy_0}}$
	für maximale Wurfweite





g: Fallbeschleunigung $[\frac{m}{s^2}]$, c_W: Luftreibungskoeffizient, D: Direktionsmoment $[Nm]$, q: elektrische Ladung $[C]$, E: elektrisches Feld $[\frac{V}{m}]$, B: magnetische Flussdichte $[Am]$, ε_0: elektrische Feldkonstante $[\frac{As}{Vm}]$

1.2 Dynamik des Massenpunktes

Definition der Kraft: $\vec{F} = -\vec{\nabla} V = \frac{d\vec{p}}{dt}$

Kräfte

Luftreibung	$F_R = \frac{1}{2} c_W A \rho v^2$
Torsionsfederkraft	$F_D = -D \cdot \varphi$
Lorentzkraft	$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$
Radialkraft	$F_R = -m\omega^2 r = -m\frac{v^2}{r}$
Coulombkraft	$\vec{F}_{1,2} = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r_{12}}}{r_{12}}$
Corioliskraft	$F_C = 2m(\vec{v} \times \vec{\omega})$
	entsteht in sich drehendem Koordinatensystem
Stokesreibung	$\vec{F} = -\alpha \dot{\vec{r}}$
	langsame sphärische Körper in Fluiden
Newtonreibung	$\vec{F} = -\beta v^2 \hat{\vec{r}}$
	Platte, die über ein Fluid gezogen wird
Gleitreibung	$\vec{F} = -\mu F_\perp \hat{\vec{r}}$

1. Newton'sches Axiom: $\vec{F} = 0 \rightarrow \vec{v} = const.$
2. Newton'sches Axiom: $\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$
3. Newton'sches Axiom: $\vec{F}_{A\rightarrow B} = -\vec{F}_{B\rightarrow A}$

Kraft in rotierendem Koordinatensystem

$$\vec{F'} = \vec{F} - m\dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} - 2m\vec{\omega} \times \dot{\vec{\omega}}' - m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

g: Fallbeschleunigung $[\frac{m}{s^2}]$, c_W: Luftreibungskoeffizient, D: Direktionsmoment $[Nm]$, q: elektrische Ladung $[C]$, E: elektrisches Feld $[\frac{V}{m}]$, B: magnetische Flussdichte $[Am]$, ε_0: elektrische Feldkonstante $[\frac{As}{Vm}]$

Konservative Kräfte

$\vec{F}(\vec{r})$ ist konservativ, falls:

- $\vec{F} = \vec{F}(r)$
- $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$
- $\exists V(\vec{r}) : \vec{F} = -\vec{\nabla} V$
- Arbeit $-\int_C d\vec{r} \cdot \vec{F}$ wegunabhängig
- $-\oint_C d\vec{r} \cdot \vec{F} = 0$

1.3 Linearimpuls

Linearimpuls

für Massenpunkt	$\vec{p} = m\vec{v}$
Vis-Viva-Gleichung	$v^2 = \gamma M(\frac{2}{r} - \frac{1}{a})$

Elastischer Stoß

Energie- und Impulserhaltungssatz gelten

Geschwindigkeitsänderung	$\Delta v = 2\frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$
Stoßwinkel	$\sin(\alpha) = \left(\frac{d}{2r}\right)$
	harte Kugeln

Raketengleichung

Ziolkowskigleichung	$\Delta v = I_{sp} g \cdot \ln \frac{m}{m_0}$

d: Stoßparameter, r: Kugeldurchmesser, I_{sp}: spezifischer Impuls, m_0: Trockenmasse, a: durchschnittliche Halbachse, γ: Gravitationskonstante, k: Federkonstante $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$, D: Federkonstante $[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{rad}}]$, J_A: Trägheitsmoment um andere Achse [kgm^2]

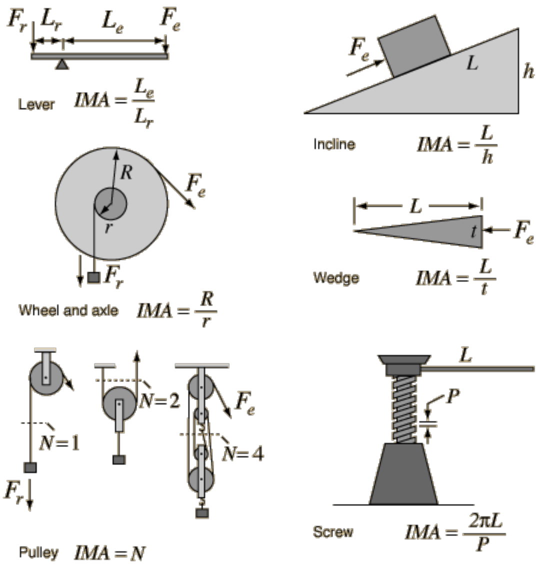
1.4 Energie

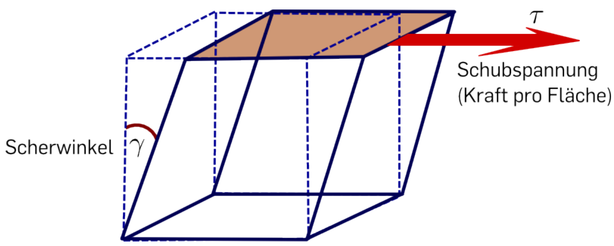
Arten von Energie

Kinetische Energie	$E_{kin} = \frac{m}{2}v^2$
Höhenenergie	$E_{pot} = mgh$
Spannenergie	$E_{spann} = \frac{1}{2}kx^2$
Reibungswärme	$E_R = F_R s$
Thermische Energie	$E_{therm} = \frac{f}{2}k_B T$
Torsionsenergie	$E_{tors} = \frac{1}{2}D\varphi^2$
Rotationsenergie	$E_{rot} = \frac{1}{2}J_A\omega^2$

Abgeleitete Größen

Arbeit	$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = -\int \vec{F} dx$
Arbeitselement	$\delta W = -\vec{F} \cdot d\vec{r}$
Gesamtenergie	$E = T + V$
Leistung	$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$





1.5 Technische Mechanik

Mechanische Größen

Spannung	$\sigma = \frac{F}{A}$
Verformung	$\epsilon = \frac{\delta}{l_0}$
Young-Modulus	$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\sigma(F_2 - F_1)l_0}{(\delta_2 - \delta_1)A}$
Deformation	$\delta = \frac{Fl_0}{AE}$
Biegung Balken	$\Delta_{max} = \frac{Fl^3}{48E}$
	im Zentrum
Biegung Balken	$\Delta_{max} = \frac{5\omega l^4}{384E}$
	gleichmäßig
Statik-Bedingung	$\sum_i \vec{F_i} = 0, \sum_i \vec{M_i} = 0$
Kompressionsmodul	$K = -V\frac{dp}{dV}$
Kompressionsmodul	$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$
Kompressionskoeff.	$\kappa = \frac{1}{K}$
Schubmodul	$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$
Schubspannung	$\tau = G \tan\gamma$
Poissonzahl	$\nu = \frac{\Delta d/d}{\Delta l/l}$

δ: Längenänderung [m], A: Angriffsfläche [m^2], Δ_{max} maximale Deformation im Zentrum [m], ω: Kraft auf ganzen Balken [$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$], d_E, F_E: Eingangsseite (effort), d_R, F_R: Ausgangsseite (reaction), pitch: Hubhöhe bei einer Umdrehung [m], U: Umfang [m], N: Anzahl Zähne, t: Drehmoment, K: Kompressionsmodul [$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$], G: Schubmodul [$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$], γ: Schubwinkel, ν: Poissonzahl (Querkontraktionszahl)

Einfache Maschinen

ideale Kraftersparnis	$IMA = \frac{d_E}{d_R}$
wirkliche Kraftersparnis	$AMA = \frac{F_R}{F_E}$
Flaschenzug	$IMA = \frac{\text{gezogene Länge}}{\text{bewegte Länge}}$
Schiefe Ebene	$IMA = \frac{l}{h}$
Keil	$IMA = \frac{l}{h}$
Schraube	$IMA = \frac{U}{\text{pitch}}$
Zahnradsystem	$GR_{tot} = (\frac{B}{A})(\frac{D}{C})$
Übersetzungsverhältnis	$GR = \frac{N_{out}}{N_{in}} = \frac{d_{out}}{d_{in}} = \frac{\omega_{out}}{\omega_{in}} = \frac{t_{out}}{t_{in}}$
Flaschenzugverhältnis	$FR = \frac{d_{out}}{d_{in}} = \frac{\omega_{in}}{\omega_{out}} = \frac{t_{out}}{t_{in}}$

Was man an Kraft spart, muss man an Weg zusetzen.

1.6 Drehungen

Kinematik

Bogenlängenelement	$\Delta s = r \cdot \Delta\varphi$
Winkelgrößen	$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v} = \frac{1}{f}$
Tangentialgeschwindigkeit	$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
Tangentialbeschleunigung	$\vec{\alpha_t} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$
Radialbeschleunigung	$\vec{\alpha_r} = \omega^2 \cdot \vec{r} = \frac{v^2}{r}$

Drehimpuls

Gesamtdrehmoment	$J_S = \sum_i m_i r_i^2$
Steiner'scher Satz	$J_A = J_S + ms^2$
Massenschwerpunkt	$\vec{r}_M = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$
Bewegungsgleichung	$\varphi(t) = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t + \varphi_0$
Drehmoment	$\vec{M} = \dot{\vec{L}} = \vec{r} \times \vec{F}$
Drehmoment Betrag	$M = F \cdot r \cdot \sin(\varphi) = J_A \ddot{\varphi}$
Drehimpuls	$\vec{L} = m\vec{r} \times \vec{v}$

Translation	Rotation
$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{x}}$	$\vec{\alpha} = \dot{\vec{\omega}} = \ddot{\vec{\varphi}}$
$W = -\int F_x dx$	$W = -\int M_A d\varphi$
$P = F_x v_x$	$P = M_A \omega$
$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$	$L_A = J_A \omega$

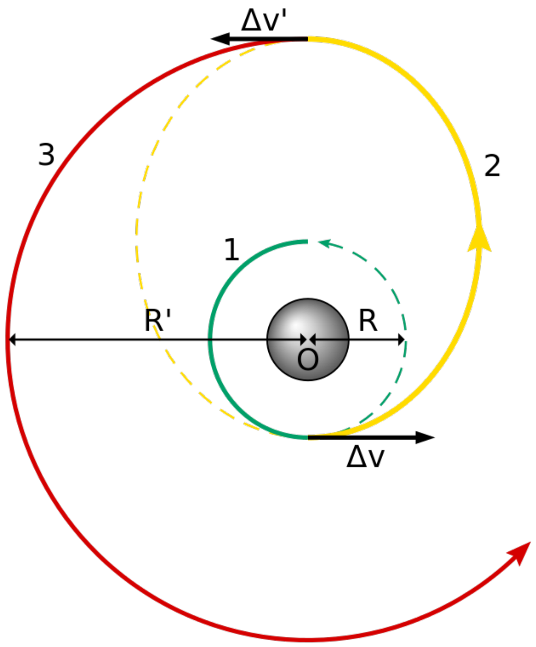
r: Radius, T: Periodenlänge, ω: Winkelgeschwindigkeit, α: Winkelbeschleunigung, J: Trägheitsmoment um Achse oder Schwerpunkt

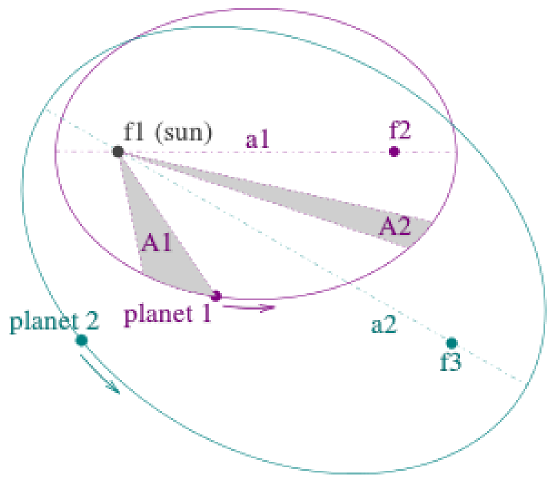
Trägheitsmoment	J_S
Massepunkt	mr^2
Vollzylinder	$\frac{1}{2}mr^2$
Hohlkugel	$\frac{1}{2}m(r_2^2 - r_1^2)$
Vollkugel	$\frac{2}{5}mr^2$
Hohlkugel	$\frac{2}{3}mr^2$
Stab um Schwerpunkt	$\frac{1}{12}ml^2$
Stab um Ende	$\frac{1}{3}ml^2$

1.7 Zentralkraftfeld

Zentralpotential

Rutherford'sche Streuformel	$\Theta = 2\arcsin\frac{1}{\sqrt{1+\frac{4E^2s^2}{\alpha^2}}}$
differentieller Wirkungsquerschnitt	$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{16E^2}\frac{1}{\sin^4\frac{\Theta}{2}}$
totaler Wirkungsquerschnitt	$\sigma_{tot} = 2\pi\frac{\alpha^2}{16E^2}\int_0^\pi \frac{\sin\Theta d\Theta}{\sin^4\frac{\Theta}{2}}$





A: überstrichene Fläche, L: Drehimpulsbetrag, $\dot{\phi}$: Winkelgeschwindigkeit, a: große Halbachse, M: Masse des größeren Körpers, γ: Gravitationskonstante, R: Radius Erde, h: Höhe des Orbits, e: Exzentrizität, Θ: Streuwinkel, Ω: Raumwinkel, σ: Wirkungsquerschnitt

Gravitation

Zentralkraft	$\vec{F} = f(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t) \cdot \hat{r}$
Flächenüberstreichung	$\Delta A = \frac{L}{2m} \Delta t$
2. Keplersches Gesetz	$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \dot{\phi} = \frac{L}{2m} = const.$
3. Kepler'sches Gesetz	$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{\gamma M} = const.$
Gravitationspotential	$V = -\frac{\gamma M m}{r}$
Gravitationskraft	$\vec{F}_{G12} = -\gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r_{12}}}{r_{12}}$
Gesamtenergie	$E = \frac{1}{2} m v^2 - \gamma \frac{m \cdot m_0}{r} = const.$
1. kosmische Geschwindigkeit	$v_1 = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}$
2. kosmische Geschwindigkeit	$v_2 = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}$
Umlaufzeit	$T_S(h) = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g} (1 + \frac{h}{R})^3}$
Bahngeschwindigkeit	$v(h) = \sqrt{gR \left(\frac{1}{1 + \frac{h}{R}} \right)}$
Ellipse	$e^2 = a^2 - b^2$
numerische Exzentrität	$\varepsilon = \frac{e}{a}$

1.8 Mehrteilchensysteme

Mehrteilchensysteme

Bewegungsgleichung	$m_i\ddot{\vec{r}}_i = \vec{F}_i^{(ex)} + \sum_j \vec{F}_{ij}$
reduzierte Masse	$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}$
Schwerpunktssatz	$M\ddot{\vec{R}} = \vec{F}^{(ex)}$
Schwerpunkt	$\vec{R} = \frac{m_1\vec{r}_1+m_2\vec{r}_2}{m_1+m_2}$
Impulssatz	$\dot{\vec{p}} = \vec{F}^{ex}$
Drehmoment	$\dot{\vec{L}} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i^{ex}$
kinetische Energie	$T = \sum_i \frac{1}{2} m_i \dot{\vec{r}}_i \cdot \dot{\vec{r}}_i$
konservative Kräfte	$\frac{dT}{dt} = -\frac{dV}{dt}$
Schwerpunktsbewegung	$\vec{R}(t) - \frac{\vec{p}}{M}t = \vec{R}(0) = const.$
Virialsatz	$2\langle T\rangle = \langle \sum_i \vec{r}_i \cdot \nabla_i V\rangle$
Gesamtenergie	$\frac{M}{2}\dot{\vec{r}}_0^2 + \frac{1}{2}\sum_i m_i(\vec{\omega}\times\vec{r}_i)^2$
Drehimpuls	$\vec{L} = \overleftrightarrow{J}\vec{\omega}$
Rotationsenergie	$T_R = \frac{1}{2}\vec{\omega}\cdot\vec{L}$
Trägheitstensor	$J_{lm} = \int d^3r\rho(\vec{r})(\delta_{lm}\vec{r}^2 - x_l x_m)$
Drehmoment	$\vec{M} = \overleftrightarrow{J}\dot{\vec{\omega}} + \vec{\omega}\times\overleftrightarrow{J}\vec{\omega}$
Präzession	$\omega_P = \frac{mgr}{J\omega}$

Jede 3D-Transformation mit Fixpunkt kann als Rotation um eine Achse beschrieben werden. (Jeder Rotationsmatrix mit Fixpunkt hat Eigenwerte ± 1.)
Euler'scher Satz

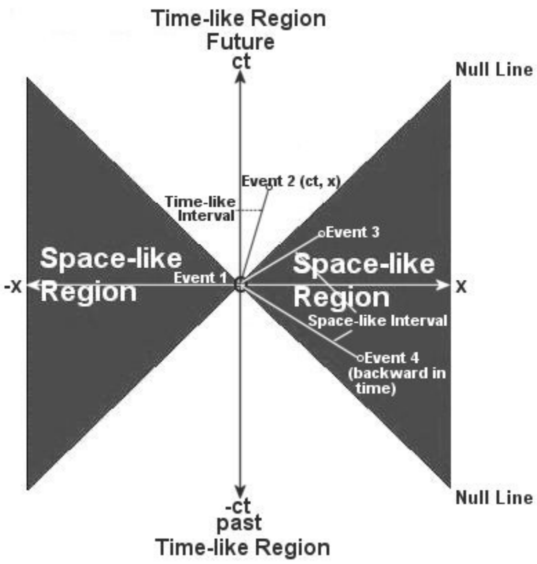
μ: reduzierte Masse

1.9 Relativitätstheorie

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} > 1 \text{ und } \beta = \frac{v}{c} < 1$$

Galileo-Trafo	$\vec{r} = \vec{V}t + \vec{r}', \, t = t'$
Zeitabl. Galileo-Trafo	$\frac{d}{dt} = \left(\frac{d}{dt}\right)' + \vec{\omega}\times$
Addition von Geschw.	$v_{tot} = \frac{v_1+v_2}{1+\frac{v_1 v_2}{c^2}} < c$

$x\prime = \gamma(x - v_x t)$	$x = \gamma(x\prime + v_x t)$
$y\prime = y$	$y = y\prime$
$t\prime = \gamma(t - v_x \frac{x}{c^2})$	$t = \gamma(t\prime + v_x \frac{x\prime}{c^2})$



γ: Lorentzfaktor

Grundlagen

metrischer Tensor	$a^\mu = g^{\mu\nu} a_\nu$ $a_\mu = g_{\mu\nu} a^\mu$
allg. Lorentztrafo	$\underline{x}_\mu = L_\mu{}^\nu x_\nu$ und $\underline{x}^\mu = L^\mu{}_\nu x^\nu$
kontravariant	$(a^0, a^1, a^2, a^3) = (a^0, \vec{a})$
kovariant	$(a_0, a_1, a_2, a_3) = (a^0, -\vec{a})$
Skalarprodukt	$a_\mu b^\mu = a^\mu b_\mu = a^0 b^0 - \vec{a} \cdot \vec{b}$
Betragsquadrat	$a_\mu a^\mu = (a^0)^2 - \vec{a} \cdot \vec{a}$
Viererverktorquadrat	$s^2 = c^2 t^2 - \vec{r}^2$
zeitartig	$\Delta s^2 > 0$
lichtartig	$\Delta s^2 = 0$
raumartig	$\Delta s^2 < 0$
Vierergeschwindigkeit	$u^0 = \gamma c$ und $\vec{u} = \gamma \vec{v}$
Geschwindigkeitsquadrat	$u_\mu u^\mu = c^2$
Viererbeschleunigung	$a_\mu a^\mu = -\gamma^4 \left[\gamma^2 \left(\frac{\vec{v}}{c} \cdot \vec{a} \right)^2 + \vec{a}^2 \right]$

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ und } L^\mu{}_\nu = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Energie

Gesamtenergie	$E^2 = m_0^2c^4 + c^2p^2$
relativistische Energie	$E = \gamma m_0 c^2$
relativistischer Impuls	$p = \gamma m_0 v$
Zeitdilatation	$\Delta t = \gamma \Delta\tau$
Lorentzkontraktion	$l = \frac{l_0}{\gamma}$
Newton	$m\frac{du^\mu}{d\tau} = ma^\mu = K^\mu$
Kraft	$\vec{K} = \gamma\vec{F},\ K^0 = \gamma\frac{\vec{F}\cdot\vec{v}}{c}$
Lagrange	$\frac{d}{d\tau}\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial u^\mu} - \frac{\partial\mathscr{L}}{\partial x^\mu} = 0$

Felder

Divergenz	$\frac{\partial x^\mu}{\partial x^\mu} = 4$
Nabla	$(\partial_0, \partial_1, \partial_2, \partial_3) = \left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla}\right)$ $(\partial^0, \partial^1, \partial^2, \partial^3) = \left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, -\vec{\nabla}\right)$
em. Feld	$\mathscr{L} = \frac{m}{2}v^2 + \frac{q}{c}\vec{v}\cdot\vec{A} - q\phi$
Vektorpotential	$(A_0, A_1, A_2, A_3) = (\phi, -\vec{A})$
Invarianten	$E^2 + H^2, \vec{E}\cdot\vec{H}$
Dopplereffekt	$\omega' = \omega_s(1-\beta)\gamma$

$E_y = \gamma(E_y' + \beta H_z'),\ H_y = \gamma(H_y' - \beta E_z')$

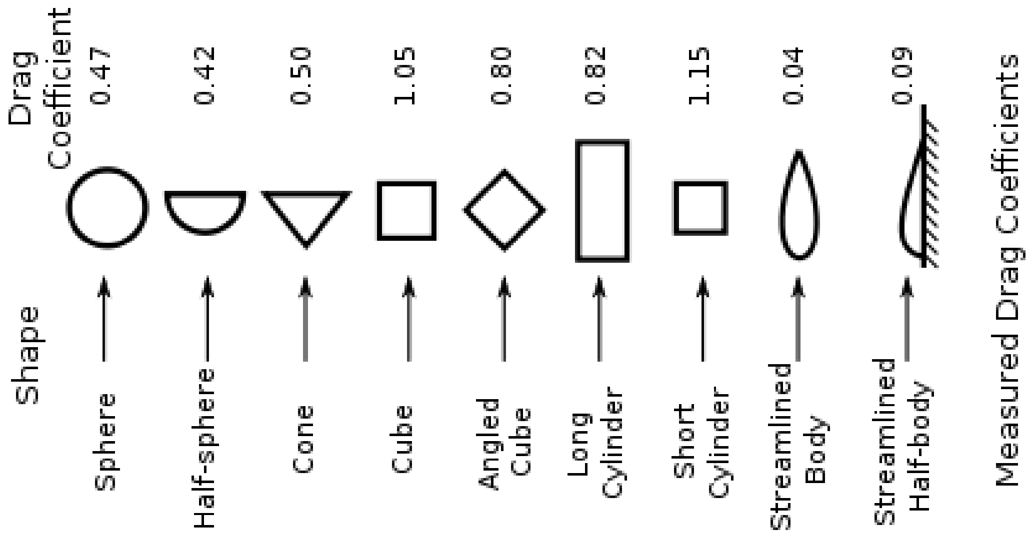
$E_z = \gamma(E_z' - \beta H_y'),\ H_z = \gamma(H_z' + \beta E_y')$

$\varphi = \gamma(\varphi' + \beta A_x'),\ A_x' = \gamma(A_x - \frac{\beta}{c}\varphi)$

1.10 Fluide

Fluide

Druck	$p = \frac{F}{A}$
Dichte	$\rho = \frac{m}{V}$
Bernoulli-Gesetz	$\overbrace{p_0}^{\text{stat.}} + \overbrace{\frac{1}{2}\rho v^2}^{\text{dynam.}} + \overbrace{\rho g y}^{\text{pot.}} = const.$
Kontinuitätsgleichung	$A_1 v_1 = A_2 v_2 = I = \frac{dV}{dt}$
Archimedisches Prinzip	$F_A = m_F g = \rho_F V_K g$
Volumenstrom Rohr	$\dot{V} = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta l}$
Reibung Rohrströmung	$F_R = 8\pi\eta l \bar{v}$
laminarer Strömungswiderstand	$F_R = 6\pi\eta r v$
Höhenformel	$p(z) = p_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0 g z}{p_0}}$
Dichtebestimmung	$\rho_K = \rho_F \cdot \frac{\lvert\vec{F_{G,L}}\rvert}{\lvert\vec{F_{G,L}}\rvert - \lvert\vec{F_{G,F}}\rvert}$
Oberflächenspannung	$\sigma = \frac{dW}{dA} = \frac{F}{2l}$
Kapillareffekt	$h = \frac{2\sigma\cos(\varphi)}{\rho r g}$



A: Querschnittsfläche Rohr, I: Volumenstrom, g: Fallbeschleunigung, η: dynamische Viskosität [Pa s], σ: Oberflächenspannung $[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}]$, h: Steighöhe, φ: Winkel Oberfläche mit Gefäßwand

1.11 Schwingungen und Wellen

$$\ddot{x} + \underbrace{2\gamma\dot{x}}_{\text{Dämpfung}} + \omega_0^2 x = \underbrace{\omega_0^2 x_0 \sin(\omega_A t)}_{\text{Anregung}}$$

Schwingung

harmonische Schwingung	$x(t) = x_m \cos(\omega t + \alpha)$
Frequenz	$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$
Schwebung	$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$
Potentialnäherung	$V(x) \cong V(x_0) + \frac{1}{2}\kappa(x - x_0)^2$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$c = \frac{\omega}{k} = \lambda f = \frac{\lambda}{T}$$

γ: Dämpfungsterm, K: Kompressionsmodul, ρ: Dichte, P_S: Schallleistung, v: Geschwindigkeit des Körpers, c_s: Schallgeschwindigkeit, Ma: Mach-Zahl, b: Reibungskoeffizient

Wellen

1D-Welle	$y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t)$
Gütefaktor	$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$
Gesamtenergie	$E_{ges} = \frac{k}{2}A^2$
abklingende Energie	$E = E_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$
Transmissionskoeffizient	$T = \frac{2v_2}{v_2+v_1}$
Reflexionskoeffizient	$R = \frac{v_2-v_1}{v_2+v_1}$
Absorptionskoeffizient	$A = 1 - R - T$
mittlere Leistung	$P_{gem} = \frac{1}{2}\mu v \omega^2 y_m^2$
Schallgeschwindigkeit	$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$
Schallintensität	$I = \frac{1}{2}\rho v \omega^2 s_m^2,\ I = \frac{P_S}{4\pi r^2}$
stehende Wellen	$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{2l}$ *feste Enden*
stehende Wellen	$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{4l}$ *loses Ende*
Mach'scher Kegel (halb)	$\sin(\alpha) = \frac{c_S}{v} = \frac{1}{Ma}$
Reibung	$F_R = -b\dot{z},\ \gamma = \frac{b}{2m}$

1.12 Lagrange

Lagrange

skleronom (rheonom)	$\frac{\partial f}{\partial t} = (\neq)0$
holonom	$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j$
Freiheitsgrade	$S = 3N - p$
Bewegungsgleichung	$m_i\ddot{\vec{r}}_i = \vec{Z}_i + \vec{K}_i$
virtuelle Verrückung	$\delta\vec{r}_i(t) = \vec{r}_i'(t) - \vec{r}_i(t)$
d'Alembert	$\sum_i(\vec{K}_i - \dot{\vec{p}}_i)\cdot\delta\vec{r}_i = 0$
generalisierte Kräfte	$Q_j = \sum_{i=1}^N \vec{K}_i \cdot \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j}$
d'Alembert (generalisiert)	$\sum_{i=1}^S \left\{\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial T}{\partial q_j} - Q_j\right\}\delta q_j = 0$
Gleichgewicht	$\sum_i Q_i\delta q_i = 0$
Lagrange-Gleichung 2. Art	$\frac{d}{dt}\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial q_j} = 0$
Lagrange em. Feld	$\mathscr{L} = \frac{1}{2}m\dot{\vec{r}}^2 - q(\phi + \dot{\vec{r}}\cdot\vec{A})$
Euler'sche Gleichung	$\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx}\frac{\partial f}{\partial y'} = 0$
konjugierter Impuls	$p_j = \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \dot{q}_j}$
zyklische Koordinaten	$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial q_j} = 0$
Hamilton-Funktion	$H = \sum_j p_j\dot{q}_j - \mathscr{L}$
Totale Zeitableitung Hamiltonian	$\frac{dH}{dt} = 0 = \frac{\partial H}{\partial t}$
Rayleigh'sche Dissipationsfunktion	$P = \sum_{i=1}^N \int_0^{v_i} dv_i' R_i(v_i')$
Reibungskräfte	$Q_j^{(R)} = -\frac{\partial P}{\partial \dot{q}_j}$
Lagrange-Gleichung 1. Art	$\frac{d}{dt}\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial q_j} = \sum_{\nu=1} k\lambda_\nu a_{\nu j}$

N: Teilchenzahl, p: Zwangsbedingungen, S: Wirkung

Noether-Theorem: Zu jeder kontinuierlichen Symmetrie eines physikalischen Systems gehört eine Erhaltungsgröße.

$$\begin{aligned} &\text{Zeit homogen} && H = const., \\ &\text{Raum homogen} && \vec{p} = const., \\ &\text{Raum isotrop} && \vec{L} = const. \end{aligned}$$

$$\delta\mathcal{S} = \delta\int_{t_1}^{t_2} dt\mathscr{L} = \mathbf{0}$$

WELTFORMEL

1.13 Hamilton

Poissonkl. mit H	$\frac{df}{dt} = \{f, H\} + \frac{\partial f}{\partial t}$
Beliebige Poissonkl.	$\{f, g\}_{\vec{q},\vec{p}} = \sum_{j=1}^{S} \left(\frac{\partial f}{\partial q_j} \frac{\partial g}{\partial p_j} - \frac{\partial f}{\partial p_j} \frac{\partial f}{\partial q_j} \right)$
f Erhaltungsgröße	$\{f, H\} = 0$
f, g erhalten	$\{f, g\}$ auch.

- $\{f, g\}_{\vec{q},\vec{p}} = \{f, g\}_{\vec{Q},\vec{P}}$
- $\{f, f\} = 0$
- $\{f, g\} = -\{g, f\}$
- $\{f + g, h\} = \{f, h\} + \{g, h\}$
- $\{fg, h\} = f\{g, h\} + \{f, h\}g$
- $\{\{f, g\}h\} + \{\{g, h\}, f\} + \{\{h, f\}, g\} = 0$

$F_1(\vec{q}, \vec{Q}, t)$	$p_j = \frac{\partial F_1}{\partial q_j}$	$P_j = -\frac{\partial F_1}{\partial Q_j}$
$F_2(\vec{q}, \vec{P}, t)$	$p_j = -\frac{\partial F_2}{\partial q_j}$	$Q_j = \frac{\partial F_2}{\partial P_j}$
$F_3(\vec{p}, \vec{Q}, t)$	$q_j = -\frac{\partial F_3}{\partial p_j}$	$P_j = -\frac{\partial F_3}{\partial Q_j}$
$F_4(\vec{p}, \vec{P}, t)$	$q_j = -\frac{\partial F_4}{\partial p_j}$	$Q_j = \frac{\partial F_4}{\partial P_j}$

$\{q_i, q_j\} = 0$

$\{p_i, p_j\} = 0$

$\{q_i, p_j\} = \delta_{ij}$
fundamentale Poissonklammern

Legendre 1	$g(u) = f(x) - ux = f(x) - x\frac{df}{dx}$
Legendre 2	$g(x, v) = f(x, y) - vy = f(x, y) - y(\frac{\partial f}{\partial y})_x$
Legendre H	$H = p\dot{q} - L = p\dot{q}^\star - \mathscr{L}^\star$
Liouville'scher Satz	$\frac{d\rho}{dt} = 0$

2 Statistik

$$n! \sim \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$$

$$\ln(n!) = n\ln(n) - n$$

STIRLING-FORMEL

2.1 Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Binomialverteilung

Wahrscheinlichkeit für Ereignis i	$p_i = \lim_{N\to\infty} \frac{N_i}{N}$
Realitätsbedingung	$\sum_i p_i = 1$
Addition von Wahrscheinlichkeiten	$P(i \vee j) = P_{i+j} = P_i + P_j$
Multiplikation von Wahrscheinlichkeiten	$P(i \wedge j) = P_{ij} = P_i \cdot P_j$
charakteristische Funktion	$\varphi(k) = \int \exp(ikx)w(x)dx$
r-tes Moment aus charakt. Funktion	$\bar{x^r} = (-i)^r \frac{\mathrm{d}^r}{\mathrm{d}k^r}\varphi(k)\vert_{k=0}$
Binomialkoeffizienten	$\binom{N}{n} = \frac{N!}{(N-n)!n!}$
Gesetz der großen Zahlen	$\frac{\Delta A}{\bar{A}} \longrightarrow 0$

	diskrete Verteilung	kontinuierliche Verteilung
Norm 1	$\sum_i p_i$	$\int w(x)dx$
Mittelwert $\bar{x}$	$\langle x\rangle = \sum_i x_i p_i$	$\int xw(x)dx$
r-tes Moment $\bar{x^r}$	$\sum_i x_i^r p_i \neq \bar{x}^r$	$\int x^r w(x)dx$
Varianz $(\Delta x)^2$	$\bar{x^2} - \bar{x}^2$	$\int x^2 w(x)dx - (\int xw(x)dx)^2$

	Binomalverteilung	Normalverteilung	Poissonverteilung
Verteilung $P(n)$	$\binom{N}{n} p^n q^{N-n}$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp -\frac{(n-\bar{n})^2}{2\sigma^2}$	$\frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}$
Mittelwert $\bar{n}$	pN	pN	pN
Varianz $(\Delta n)^2$	pqN	pqN	pN
Gültigkeit	exakt	$\bar{n} = Np \gg 1$ $N - \bar{n} = Nq \gg 1$	$p \ll$ und $n \ll N$

2.2 Grundlagen

Ein **Mikrozustand** oder ein reiner Zustand r beschreibt ein System vollständig, ohne jeglichen Informationsverlust.

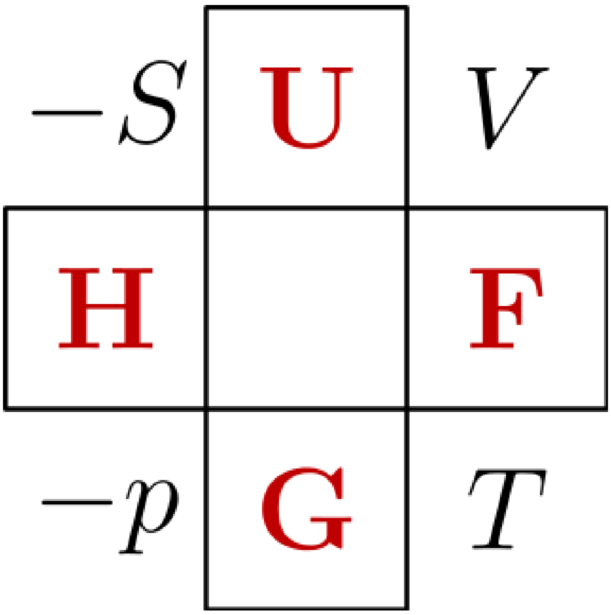
Ein **Makrozustand** oder gemischter Zustand $\{P_r\}$ beschreibt ein System unvollständig und ist durch die Angabe der Wahrscheinlichkeiten P_r, mit denen bestimmte Mikrozustände r eines Systems vorkommen können, festgelegt.

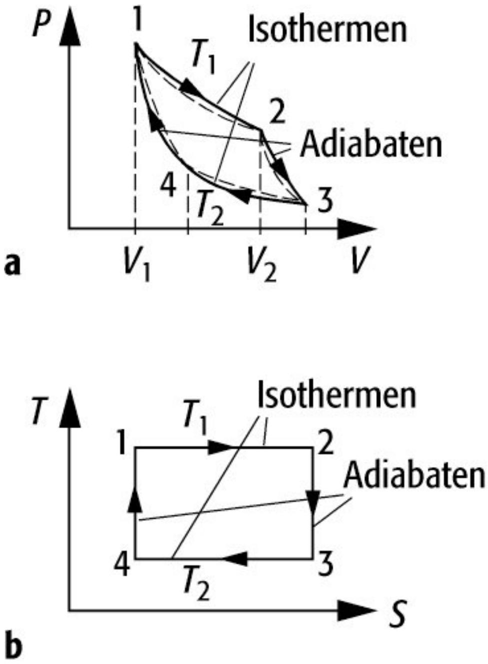
Erreichbare Mikrozustände sind alle die Zustände, die in einem gegebenen Makrozustand vorkommen können bzw. mit diesem verträglich sind. Sie müssen grundsätzlich abzählbar sein.

In einem abgeschlossenen System ($E, V, N = \text{const.}$, d.h. mikrokanonisches Ensemble) im Gleichgewicht sind alle Ω erreichbaren Zustände r gleichwahrscheinlich, d.h. es gilt $P_r = \frac{1}{\Omega}$

Statistische Thermodynamik

Planck-Zelle	$\tau = (2\pi\hbar)^f = h^f$
Gibbs-Faktor	$\frac{1}{N!}$
Ergodenhypothese	$\bar{A}^T = \bar{A}$
statistische Entropie	$S = k \ln \Omega$
Volumen einer N-dimensionale Kugel	$V_N(R) = \frac{\pi^{N/2}}{(\frac{N}{2})!} R^N$
thermische Wellenlänge	$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\pi mkT}}$





2.3 Dichteoperator

Dichteoperator

Dichteoperator	$\hat{\rho} = \sum_r P_r \lvert\psi_r\rangle \langle\psi_r\rvert$

2.4 Entropie

Fundamentalpostulat: Im Gleichgewicht eines abgeschlossenen Systems ist die Entropie maximal.

Extremalprinzip: Im Gleichgewicht ist für alle Systeme die Entropie maximal: $\text{đ}S = 0$

Entropie	
Thermodynamisch	$đQ = TdS$
Statistisch	$S = k \ln \Omega(E, X)$
Informationstheoretisch	$S = -k \sum_i w_i \ln w_i$
im Quantensystem	$S = -k \operatorname{tr}(\hat{\rho} \ln \hat{\rho}) = -k \langle \ln \hat{\rho} \rangle$
im klassischen System	$S = -k \int dq dp \rho(q, p) \ln[\tau \rho(q, p)]$

2.5 Ensembles

Ein **Ensemble** ist ein gedachtes Kollektiv vieler gleichartiger Systeme, in dem die zugänglichen Mikrozustände mit geforderten Nebenbedingung verträglich sind, mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten vorkommen und den Makrozustand beschreiben. Im thermodynamischen Limit ($N \longrightarrow \infty$, $V \longrightarrow \infty$, $\frac{N}{V} = \text{const.}$) sind alle Ensembles identisch und liefern die gleichen thermodynamischen Beziehungen.

Ensemble	Konstanten	Variablen	Zustandssumme	Dichteoperator $\hat{\rho}$
Mikrokan. E.	E, N, V	E, N, V	$\sum_{r: E - \Delta E \leq E_r \leq E} 1$	$\frac{1}{\Omega} \sum_r \lvert\Phi_r\rangle \langle\Phi_r\rvert$
Kan. E.	$\langle E \rangle$, N, V	T, N, V	$\sum_r e^{-\beta E_r} = \operatorname{tr} e^{-\beta \hat{H}}$	$\frac{e^{-\beta \hat{H}}}{Z}$
Großkan. E.	$\langle E \rangle, \langle N \rangle, V$	T, μ, V	$\sum_r e^{-\beta(E_r \mu N_r)}$	$\frac{e^{-\beta(\hat{H} - \mu \hat{N})}}{Y}$

3 Thermodynamik

3.1 Grundbegriffe

Grundgrößen

ideales Gas	$\boxed{pV = nRT} = k_B NT = N_A n k_B T$
reales Gas	$(p + \frac{an^2}{V^2}(V - bn) = nRT$
Poisson-Konstante	$\gamma = C_p / C_V$
Gaskonstante	$R = C_p - C_V$
adiabatische Zustandsgl.	$TV^{\gamma-1} = const.$
	$PV^{\gamma} = const.$
Wirkungsgrad	$\eta = \frac{\Delta W}{Q}$
Druck	$p = \frac{F_\perp}{A}$
Wärmestrom	$I = \frac{dQ}{dt} = \lambda A \frac{dT}{dx}$
Wärmedichte	$j = \frac{\dot{Q}}{A} = \lambda \frac{\Delta T}{l}$
thermische Energie	$E_{kin} = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{1}{2} RT$ (pro Mol) $= \frac{3}{2} k_B T$ (pro Teilchen)
Wärmekapazität	$\mathrm{d}Q = C dT$
Wärmemenge	$Q = C \cdot \Delta T$
innere Energie	$\Delta U = Q + W$

Entropie

Entropieänderung	$\oint dS = 0$
reversibler Prozess	$dS_{rev} = \frac{dQ_{rev}}{T}$
Entropie	$\Delta S = C_V \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$
Entropie	$S = k_B \cdot \ln P^{-1} = k_B \cdot \ln \Omega(M)$

R: Gaskonstante $= 8.314 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{Kmol}}$, k_B: Boltzmannkonstante, N_A: Avogadrozahl, C_p, C_V: Wärmekapazität bei konstantem Druck/Volumen

Wärmekraftmaschinen

Längenausdehnung	$dl = \alpha l dT$
Volumenausdehnung	$dV = \gamma V dT$
Kompressionsarbeit	$W = -\int_{V_1}^{V_2} pdV$
Wirkungsgrad	$\eta_C = \frac{\lvert W\rvert}{Q_w} = \frac{Q_w+Q_k}{Q_w} = \frac{T_w-T_k}{T_w}$
Kältemaschine	$C_L = \frac{Q_k}{W} = \frac{Q_k}{\lvert Q_w\rvert-Q_k} = \frac{T_k}{T_w-T_k}$
Wärmepumpe	$C_L = \frac{\lvert Q_w\rvert}{W} = \frac{\lvert Q_w\rvert}{\lvert Q_w\rvert-Q_k} = \frac{T_w}{T_w-T_k}$

3.2 Hauptsätze

Für jedes thermodynamische System existiert eine intensive Zustandsgröße, die Temperatur T. Ihre Gleichheit ist notwendige Voraussetzung für das thermische Gleichgewicht zweier Systeme.

0. Hauptsatz

Für jedes thermodynamische System existiert eine extensive Zustandsgröße, die innere Energie E (=U). Sie ändert sich nur durch Austausch von Arbeit A und Wärme Q mit der Umgebung: $dU = đA + đQ$

1. Hauptsatz

Volumenänderung	$đ_V E = đA = -pdV$
Impulsänderung	$đ_{\vec{p}} E = \vec{v} d\vec{p}$
Drehimpulsänderung	$đ_{\vec{L}} E = \vec{\omega} d\vec{L}$
Magnetisierungsänderung	$đ_{\vec{M}} E = \vec{B} d\vec{M}$
Ladungsänderung	$đ_Q E = \varphi dQ$
Polarisationsänderung	$đ_{\vec{P}} E = \vec{E} d\vec{P}$
Teilchenzahländerung	$đ_N E = \mu dN$
Gibbs-Form	$dE = đQ = pdV + \mu dN$

Prozess	
adiabatisch	$Q = 0, \Delta U = -W$
isochor	$W = 0, \Delta U = Q$
Kreisprozess	$\Delta U = 0, Q = W$
freie Ausdeh.	$\Delta U = 0, Q = W$

Für jedes thermodynamische Sysem existiert eine extensive Zustandsgröße, die Entropie S. Bei reversiblen Zustandsänderungen ändert sich die Entropie durch die mit der Umgebung ausgetauschten Wärmemenge. Bei irreversiblen Zustandsänderungen im abgeschlossenen System nimmt sie grundsätzlich zu: $dS \geq \frac{đQ}{T}$

2. Hauptsatz

Sommerfeld: Jedes thermodynamische System besitzt eine extensive Zustandsgröße S, die Entropie. Ihre Zunahme (Abnahme) dS bei reversiblen Zustandsänderungen berechnet man, indem man die zugeführte (abgeführte) Wärmemenge $đQ$ durch die bei dieser Gelegenheit definierten absoluten Temperatur dividiert.
Clausius: Es gibt keinen thermodynamischen Prozess, der nur darin besteht, dass Wärme von einem System mit Temperatur T_1 zu einem System mit Temperatur T_2 übertragen wird (mit $T_1 < T_2$).
Kelvin: Es gibt keinen thermodynamischen Prozess, der nur darin besteht, dass Wärme in Arbeit umgewandelt wird.
Carnot: Es gitb keine Wärmekraftmaschine, die effizienter als ein Carnot-Prozess ist.
Planck: Es ist unmöglich, eine periodisch arbeitende Maschine zu konstruieren, die nichts weiter bewirkt, als das Heben einer Last (d.h. Arbeit abgibt) und Abkühlung eines Wärmereservoirs.

Für jedes thermodynamische System nähert sich die Entropie S ihrem kleinstmöglichen Wert am absoluten Nullpunkt unabhängig von Druck, Volumen, Aggregatszustand, etc. an. Der absolute Nullpunkt der Temperatur ist durch keinen endlichen Prozess, sondern nur asymptotisch erreichbar.

$$S(T, X_i) \xrightarrow{T \to 0} S_0(X_i) = 0 \text{ und } \left(\frac{\partial S(T, X_i)}{\partial (X_i)}\right)_T \xrightarrow{T \to 0} 0$$

3. Hauptsatz

3.3 Thermodynamische Potentiale

Potential	Natürliche Var.	Grundgleichung	Euler-Gleichung
Energie U	S, V, N	$dE = TdS - pdV + \mu dN$	$E = T \cdot S - p \cdot V + \mu \cdot N$
Freie Energie F	T, V, N	$dF = -SdT - pdV + \mu dN$	$F = -pV + \mu N$
Enthalpie H	S, p, N	$dH = TdS + Vdp + \mu dN$	$H = TS + \mu N$
Freie Enthalpie G	T, p, N	$dG = -SdT + Vdp + \mu dN$	$G = \mu N$
Gibbs'sche Freie Energie J	T, V, μ	$dJ = -SdT - pdV - Nd\mu$	$J = -pdV$
Entropie S	E, V, N	$dS = \frac{1}{T}(dE + pdV - \mu dN)$	$\frac{1}{T}(E + pV - \mu N)$

Potential	Zustandsgleichungen		
Energie U	$T = (\frac{\partial E}{\partial S})_{V,N}$	$p = -(\frac{\partial E}{\partial V})_{S,N}$	$\mu = (\frac{\partial E}{\partial N})_{S,V}$
Freie Energie F	$S = -(\frac{\partial F}{\partial T})_{V,N}$	$p = -(\frac{\partial F}{\partial V})_{T,N}$	$\mu = (\frac{\partial F}{\partial N})_{T,V}$
Enthalpie H	$T = (\frac{\partial H}{\partial S})_{p,N}$	$V = (\frac{\partial H}{\partial p})_{S,N}$	$\mu = (\frac{\partial H}{\partial N})_{S,p}$
Freie Enthalpie G	$S = -(\frac{\partial G}{\partial T})_{p,N}$	$V = (\frac{\partial G}{\partial p})_{T,N}$	$\mu = (\frac{\partial G}{\partial N})_{T,p}$
Gibbs'sche Freie Energie J	$S = -(\frac{\partial J}{\partial T})_{V,\mu}$	$p = -(\frac{\partial J}{\partial V})_{T,\mu}$	$N = -(\frac{\partial J}{\partial \mu})_{T,V}$

$$SdT - Vdp + Nd\mu = 0$$

GIBBS-DUHAM-RELATION

4 Elektrodynamik

4.1 Maxwell-Gleichungen

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

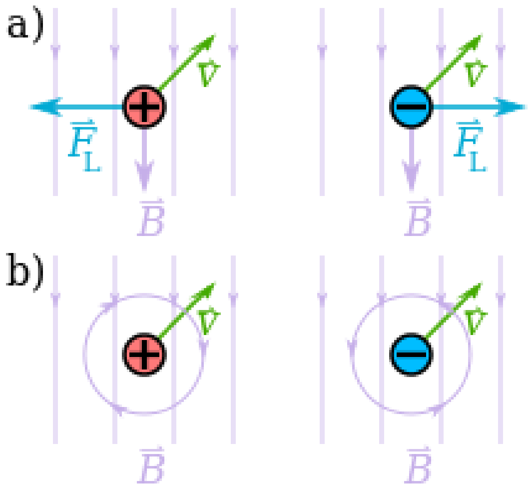
$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{\jmath} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\oiint d\vec{A} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \iiint \rho dV \qquad \oiint d\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\oint d\vec{r} \cdot \vec{E} = -\frac{d}{dt} \iint d\vec{A} \cdot \vec{B} \qquad \oint d\vec{r} \cdot \vec{B} = \mu_0 \iint d\vec{A} \cdot \vec{\jmath} + \frac{1}{c^2}\frac{d}{dt} \iint d\vec{A} \cdot \vec{E}$$

Grundlagen

Strom	$I = \dot{q} = \int_A \vec{\jmath} \cdot d\vec{A} = \frac{qU}{l\rho}$
Kontinuitätsgleichung	$\nabla \vec{\jmath} = -\frac{\partial}{\partial t}\rho$
Stromdichte	$\vec{\jmath} = \sigma_{el}\vec{E} = \rho\vec{v}$
Lorentzkraft	$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$
Lorentzkraftdichte	$\vec{f} = \rho\vec{E} + \vec{\jmath} \times \vec{B}$



4.2 Elektrostatik

Punktladungen

Ladungsdichte	$\rho(\vec{r}) = Q \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}')$
Coulombkraft	$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{e}_r$
elektrostatische Kraft (allg.)	$\vec{F} = q\vec{E}$
Dipolmoment	$\vec{p} = q\vec{d}$
	diskret
Dipolmoment	$\vec{p} = \int dV \rho(\vec{r})\vec{r}$
	kontinuierlich
Drehmoment E-Feld	$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$
	el. Dipol in homogenem E-Feld
potentielle Energie Dipol	$W_{pot} = -\vec{p} \cdot \vec{E}$
Kraft auf Dipol	$\vec{F} = \vec{p} \cdot \nabla \vec{E}$
induzierter Dipol	$\vec{p} = \alpha \vec{E}$
Quadrupolmoment	$\overleftrightarrow{D} = \int dV \rho(\vec{r})(3\vec{r} \circ \vec{r} - \mathbb{1} r^2)$
Eigenschaften von $\overleftrightarrow{D}$	$D_{ij} = D_{ji}$
	$\mathrm{tr}\, \overleftrightarrow{D} = \int dV (3\vec{r}^2 - 3\vec{r}^2) = 0$

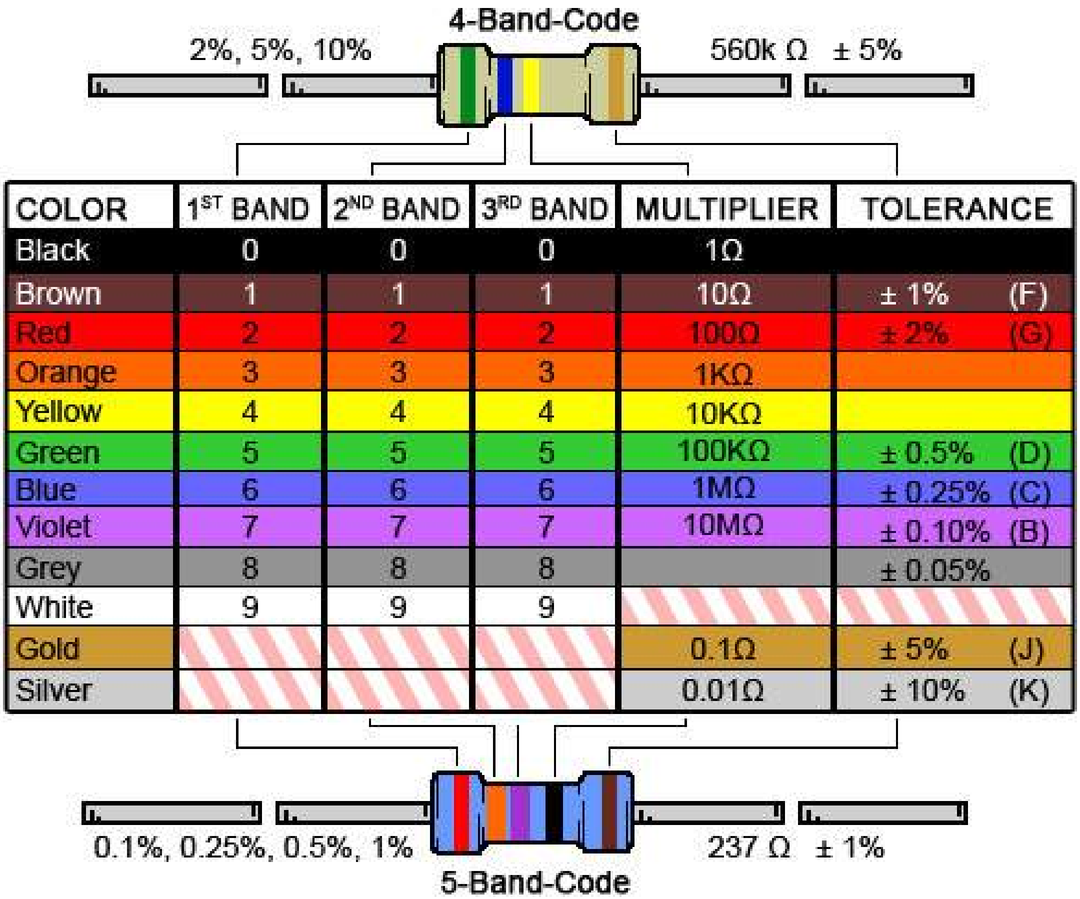
Makroskopische Größen

Polarisierbarkeit	$\alpha = \frac{3\varepsilon_0}{N}\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}$
Polarisation	$\vec{P} = N\vec{p}_{ind} = \varepsilon_0\chi\vec{E}_D$
Dielektrizitätskonstante	$\varepsilon = 1+\chi = 1+\frac{3N\alpha}{3\varepsilon_0-N\alpha}$
Polarisationsladungen	$\nabla\cdot\vec{P} = -\rho_{pol}$
Potential	$\vec{E} = -\nabla\varphi$
	$\varphi_{el} = \int_A \vec{E}\cdot dA$
Laplace-Gleichung	$\Delta\varphi = 0$
Poisson-Gleichung	$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$
Ladungsdichte	$\rho(\vec{r},t) = \frac{dq}{dV}$
E-Feld von ρ	$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho dV}{r^2}$
	beliebige Ladungsdichte
Spannung	$U = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\vec{E}\cdot d\vec{s}$
Flächenladungsdichte	$\sigma = \frac{Q}{A}$
Oberflächenladung	$Q = \iint \sigma dA$

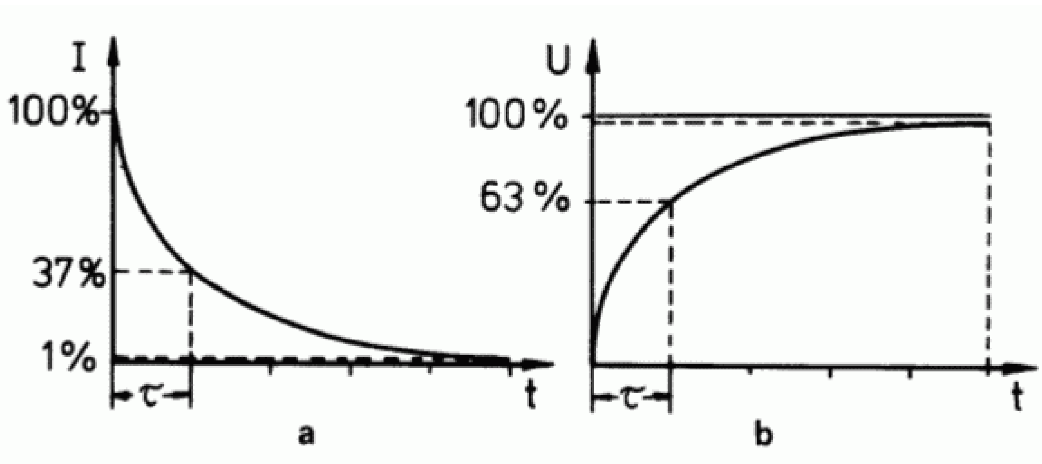
Kapazität

Energiedichte	$w_{el} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$
	nur elektrisches Feld
dielektrische Verschiebungsdichte	$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}_{Vak} + \vec{P}$
Energiedichte	$w_{el} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2} \cdot E^2 = \frac{1}{2} E \cdot D$
	mit Dielektrikum
Ladung auf Kondensator	$Q = CU$
E-Feld im Kondensator	$E = \frac{U}{d} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$
Energie im Kondensator	$W = \frac{1}{2} C U^2$
Plattenkondensator	$C = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$
Kugelkondensator	$C = 4\pi\varepsilon_0 r$
Zylinderkondensator	$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln(r_2/r_1)}$

Geometrie	Potential ϕ	Feld E
Punktladung	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$	$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$
Unendliche Linienladung	$\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\lambda \ln \frac{r_B}{r}$	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\lambda}{r_\perp}$
Achse geladener Ring	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\sqrt{z^2+a^2}}$	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qz}{(z^2+a^2)^{3/2}}$
Kreisscheibe	$\frac{1}{2\varepsilon_0}\sigma \lvert z \rvert (\sqrt{1+\frac{r_S^2}{z^2}} - 1)$	$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(1-(1+\frac{r^2}{z^2})^{-1})$
Unendliche Ebene	$\phi_0 - \frac{1}{2\varepsilon_0}\sigma \lvert x \rvert$	$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$
Kugelschale	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$
Dipol	$\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{3(\vec{p}\cdot\vec{r})\vec{r} - \vec{p}r^2}{p^5}$



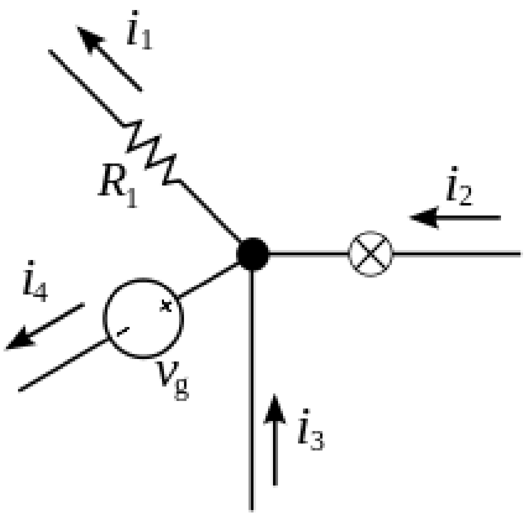
COLOR	1ST BAND	2ND BAND	3RD BAND	MULTIPLIER	TOLERANCE
Black	0	0	0	1Ω	
Brown	1	1	1	10Ω	± 1% (F)
Red	2	2	2	100Ω	± 2% (G)
Orange	3	3	3	1KΩ	
Yellow	4	4	4	10KΩ	
Green	5	5	5	100KΩ	± 0.5% (D)
Blue	6	6	6	1MΩ	± 0.25% (C)
Violet	7	7	7	10MΩ	± 0.10% (B)
Grey	8	8	8		± 0.05%
White	9	9	9		
Gold				0.1Ω	± 5% (J)
Silver				0.01Ω	± 10% (K)

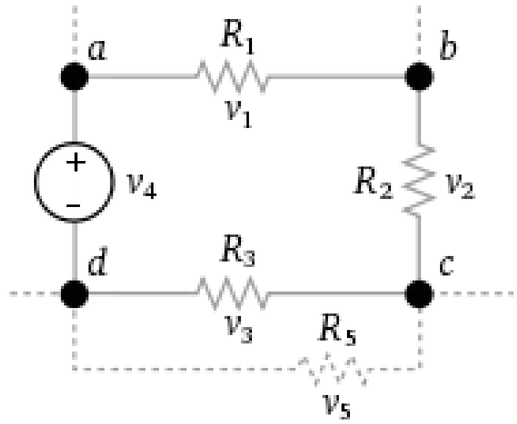


4.3 Gleichspannung

Widerstand	
Widerstand	$R = \frac{l}{\sigma \cdot A} = \rho \frac{l}{A}$
	eines Leiters
Flächenwiderstand	$R_S = \frac{\rho}{d} = R \frac{B}{L}$
Leitfähigkeit	$\kappa = \frac{1}{\rho}$
Leitwert	$G = \frac{1}{R} = \frac{I}{U}$
Temperaturabhängigkeit	$\Delta R = R_0 \alpha \Delta T$
in Serie	$R_{ges} = \sum_i R_i$
	alle Ströme sind gleich groß
parallel	$\frac{1}{R_{ges}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$
	alle Spannungen sind gleich groß
parallel mit Leitwert	$G_{ges} = \sum_i G_i$
zwei parellele Widerstände	$R_{ges} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 = R_2}$
n parallele, gleiche Widerstände	$R_{ges} = \frac{R}{n}$
E12-Dekade	$10 - 12 - 15 - 18 - 22 - 27 - 33 - 39 - 47 - 56 - 68 - 82$
Spannungsteiler	$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$

Ohm'sches Gesetz	$U = R \cdot I$
Knotensatz	$\sum_k I_k = 0$
Maschensatz	$\sum_k U_k = 0$





Kondensator

Kapazität	$C = \frac{Q}{U} = ItU$
Kapazität	$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{d}$
in Serie	$\frac{1}{C_{ges}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$
parallel	$C_{ges} = \sum_i C_i$
Zeitkonstante	$\tau = RC$
	Zeit, bis Kondensator auf 63% aufgeladen ist
Verlustwiderstand	$\tan\delta = \frac{I_R}{I_C} = \frac{X_C}{R_V}$

Spule

Induktivität	$L = \frac{\mu A}{l} N^2$
in Serie	$L_{ges} = \sum_i L_i$
parallel	$\frac{1}{L_{ges}} = \sum_i \frac{1}{L_i}$
Güte	$Q = \frac{X_L}{R_S}$
Verlustwiderstand	$\tan\delta = \frac{R_S}{X_L}$
Trafoverhältnis	$\ddot{u} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}$
Übertrager	$\ddot{u} = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$

Strom- und Spannungsquellen

ideale Spanungsquelle: kein Innenwiderstand, ideale Stromquelle: unendlicher Innenwiderstand

Innenwiderstand reale Spannungsquelle	$R_i = \frac{\Delta U}{\Delta I}$
	bei realer Spannungsquelle sackt die Spannung zusammen, wenn eine Last anliegt
Innenwiderstand lineare Stromquelle	$R_i = \frac{U_{kl}}{I_k - I}$
	bei realer Stromquelle sackt die Spannung ab, wenn eine Last anliegt

Leistung und Arbeit

Leistung	$P = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}$
elektrische Arbeit	$W = qU = Pt = UIt$
Wirkungsgrad	$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}$

4.4 Wechselspannung

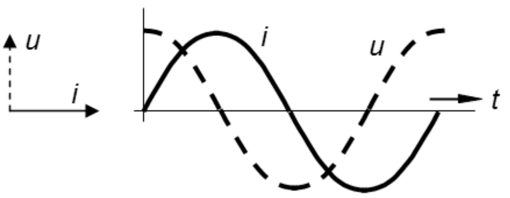
Grundgrößen

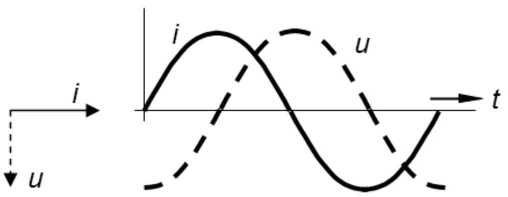
komplexe Spannung	$\hat{U} = Ue^{i\varphi_n}$
effektive Spannung	$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} \approx 0,707 \cdot U_{max}$

Komplexer Wechselstromwiderstand

Kapazität	$X_C = \frac{U_C}{I_C} = \frac{1}{2\pi f C}$
Induktivität	$X_L = \frac{U_L}{I_L} = 2\pi f L$
Kapazitätsgleichung	$I_C = C \frac{dU_C}{dt}$
Induktivitätsgleichung	$U_L = L \frac{dI_L}{dt}$
Impedanz Serie	$Z = R = iX$
Impedanz parallel	$Y = G = iB$
Scheinleistung	$S = P + iQ$

L	R	C
$U_L = L \cdot \frac{dI}{dt}$	$U_R = R \cdot I$	$U_C = \frac{1}{C} \int I dt$
$= \omega L I_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$	$= R \cdot I_m \cos(\omega t)$	$= \frac{1}{\omega C} I_m \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$
$X_L = \omega L$	R	$X_C = \frac{1}{\omega C}$
$\varphi = +\frac{\pi}{2}$	$\varphi = 0$	$\varphi = -\frac{\pi}{2}$
I zu spät	gleichphasig	I eilt vor

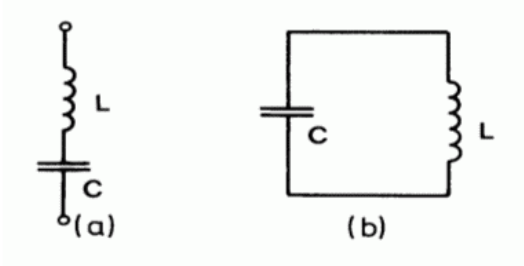


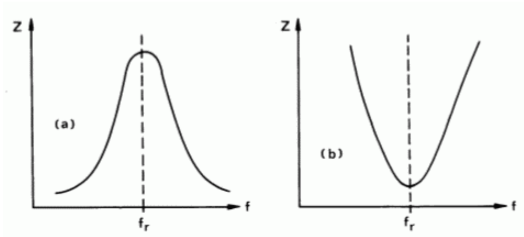


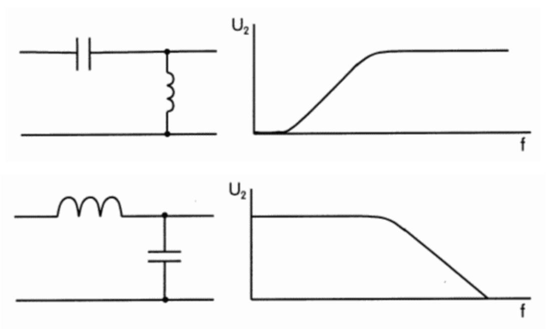
Schwingkreis

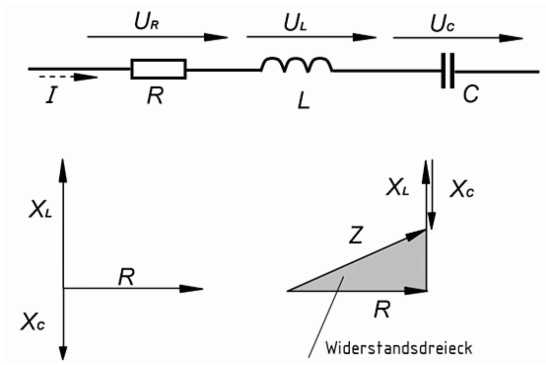
Resonanzfrequenz	$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
Wellengleichung	$\ddot{I} + \frac{R}{L}\dot{I} + \frac{1}{LC}I = f(t)$
Güte Reihenschwingkreis	$Q = \frac{X_L}{R_S}$
Güte Parallelschwingkreis	$Q = \frac{R_P}{X_L}$
Bandbreite	$B = \frac{f_0}{Q}$

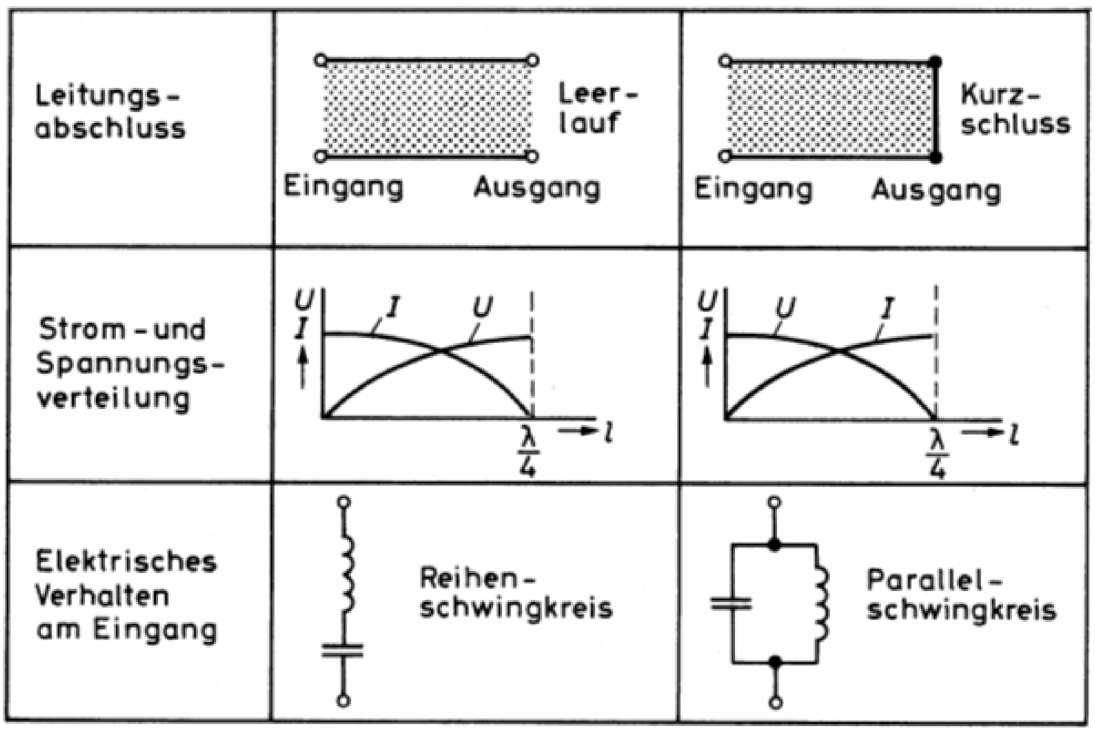
Schwingkreis/Filter	Impedanz bei f	Verhalten
Saugkreis	klein bei f_{res}	wird Kurzschluss
Sperrkreis	groß bei f_{res}	wird hochohmig
Tiefpass	klein bei kleinen f	lässt kleine Frequenzen durch
Hochpass	klein bei großen f	lässt hohe Frequenzen durch





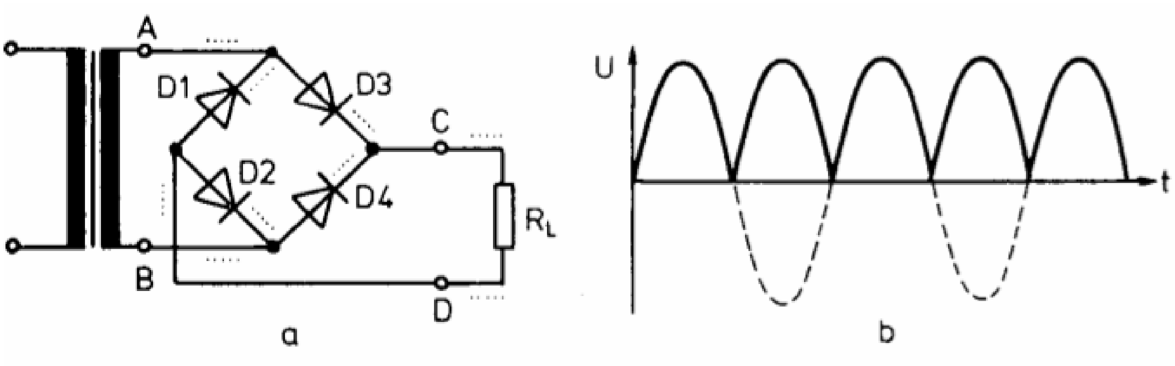


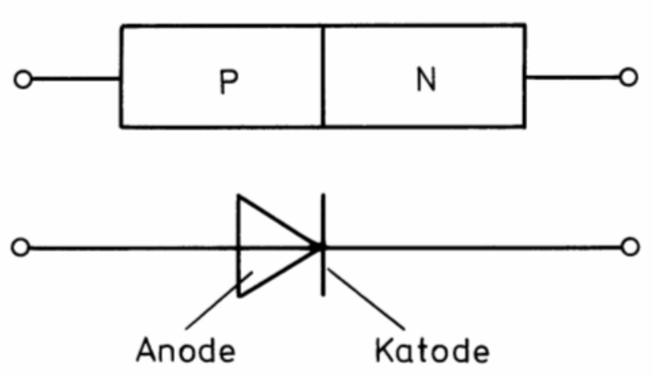


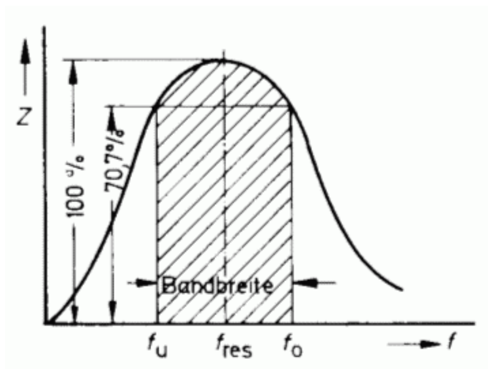


Leitungs-abschluss	Leer-lauf; Eingang, Ausgang	Kurz-schluss; Eingang, Ausgang
Strom- und Spannungs-verteilung	U, I; $\frac{\lambda}{4}$, $\rightarrow l$	U, I; $\frac{\lambda}{4}$, $\rightarrow l$
Elektrisches Verhalten am Eingang	Reihen-schwingkreis	Parallel-schwingkreis

Gleichrichtung







4.5 Leitungstheorie

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} - \rho l \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} - (\rho r + gl)\frac{\partial I}{\partial t} - grI = 0$$

Telegraphengleichung

Leitungstheorie

Leiterschleife	$\dot{U}_i = R_i \dot{I}_i + \frac{I_i}{C_i} + \sum_k L_{ik} \ddot{I}_k$
Leistung	$N = UI = RI^2 + \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}LI^2 + \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C})$
Drahtwelle	$\frac{\partial u}{\partial x} + rI + l\dot{I} = 0$
Ladungsbilanz	$\rho\dot{U} + \frac{\partial I}{\partial x} + gU = 0$
Wellenwiderstand	$U = \pm l v_0 I = \pm\sqrt{\frac{l}{\rho}} I$
ideale Leitung	$v_0^2 = \frac{1}{\rho l}$
nicht-ideale Leitung	$\Delta\vec{E} - \mu\sigma\dot{\vec{E}} = 0$, $\Delta\vec{\jmath} - \mu\sigma\dot{\vec{\jmath}} = 0$
Wellenwiderstand bei Skin-Effekt	$Z = \frac{El}{I}$
Wechselstromwiderstand	$\frac{Z}{l} = \frac{(1-i)k_0}{2\pi r\sigma} = \frac{1-i}{2\pi r}\sqrt{\frac{\mu\omega}{2\sigma}}$

Reale Leitungen

Paralleldrahtleitung	$Z = \frac{120\ \Omega}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln\left(\frac{2a}{d}\right)$
Koaxialleitung	$Z = \frac{60\ \Omega}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln\left(\frac{D}{d}\right)$
Ausbreitungsgeschwindigkeit	$v = \frac{1}{\sqrt{L'C'}}$
Verkürzungsfaktor	$k = \frac{v}{c} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}}$
Wellenwiderstand	$Z = \sqrt{Z_1 Z_2}$
	zur Anpassung mittels Transformationsleitung
Länge Transformationsleitung	$l = (2n-1)\frac{\lambda}{4}k$

Praktische Kenngrößen

Dämpfungsfaktor	$D = \frac{P_1}{P_2}$
Dämpfungsmaß (Leistung)	$a_P = 10 \cdot \log \frac{P_1}{P_2}$
Dämpfungsmaß (Spannung)	$a_U = 20 \cdot \log \frac{U_1}{U_2}$
Wellenwiderstand	$Z = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$
VSWR	$VSWR = \frac{U_{max}}{U_{min}}$
Leistungspegel	$p = 10 \cdot \log \frac{P}{1\text{mW}}\text{dBm}$
reflektierte Leistung	$P_r = P_v \left(\frac{s-1}{s+1}\right)^2$
SWR	$SWR = \frac{R_a}{Z}$ oder $\frac{Z}{R_a}$

	S9	S8	S7	S6	S5	S4	S3	S2	S1
KW	50	25	12,5	6,25	3,12	1,56	0,78	0,39	0,2
UKW	5	2,5	1,25	0,62	0,31	0,16	0,08	0,04	0,02

4.6 Antennentechnik

Kenngrößen

Eingangsimpedanz	$Z = \frac{U}{I}$
EIRP	$P_{EIRP} = (P_{Sender} - P_{Verluste}) \cdot G_{isotrop}$
ERP	$P_{ERP} = (P_{Sender} - P_{Verluste}) \cdot G_{Dipol}$
Verhältnis ERP und EIRP	$P_{EIRP} = 1.64 P_{ERP}$
Feldstärke Fernfeld	$E = \frac{\sqrt{30\ \Omega P_{EIRP}}}{r}$
Sicherheitsabstand	$r = \frac{\sqrt{30 P_{EIRP}[\text{W}]}}{E[\text{V/m}]}$

Dimensionierung

Frequenz	$f[\mathrm{MHz}] = \frac{300}{\lambda[\mathrm{m}]}$
Verkürzungsfaktor	$k = \frac{l}{\lambda/2} \approx 0,95$

Wellenausbreitung

MUF	$MUF = \frac{f_k}{\sin\alpha}$
	maximum usable frequency
optimale Frequenz	$f_{opt} = 0,85 \cdot MUF$
Feldwellenwiderstand	$Z = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \approx 120\pi\ \Omega = 377\ \Omega$

4.7 Signale

Amplitudenmodulation

Modulationsgrad	$m = \frac{\hat{U}_{mod}}{\hat{U}_T}$
Bandbreite	$B = 2f_{modmax}$

Frequenzmodulation

Modulationsindex	$m = \frac{\Delta f_T}{f_{mod}}$
Carson-Bandbreite	$B = 2(\Delta f_T + f_{modmax})$

4.8 Plasmonik

Drude- und Lorentzmodell

Permittivität	$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega}$
Dämpfung	$\varepsilon' = \frac{\omega_p^2 \gamma}{\omega(\omega^2+\gamma^2)}$
Stromdichte	$\vec{j} = \frac{n \cdot q^2 \cdot \tau_s}{m} \vec{E}$
Geschwindigkeit	$v = \frac{q}{m} \tau E$
Driftgeschwindigkeit	$\vec{v}_D = \frac{q \cdot \tau}{m} \cdot \vec{E} = \frac{\sigma}{n \cdot q} \cdot \vec{E}$
Plasmafrequenz	$\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m}$
Absorptionskoeffizient	$\alpha(\omega) = \frac{2\omega}{c} k(\omega)$
Skin Depth	$d = 1/\alpha$

Plasmonen

Volumenplasmon	$\varepsilon = 0,\ \omega = \omega_p$
Flächenplasmon	$\varepsilon = -1,\ \omega = \frac{\omega_p}{\sqrt{2}}$
Lokalisiertes Plasmon	$\varepsilon = -2,\ \omega = \frac{\omega_p}{\sqrt{3}}$

4.9 Magnetostatik

Magnetische Dipole

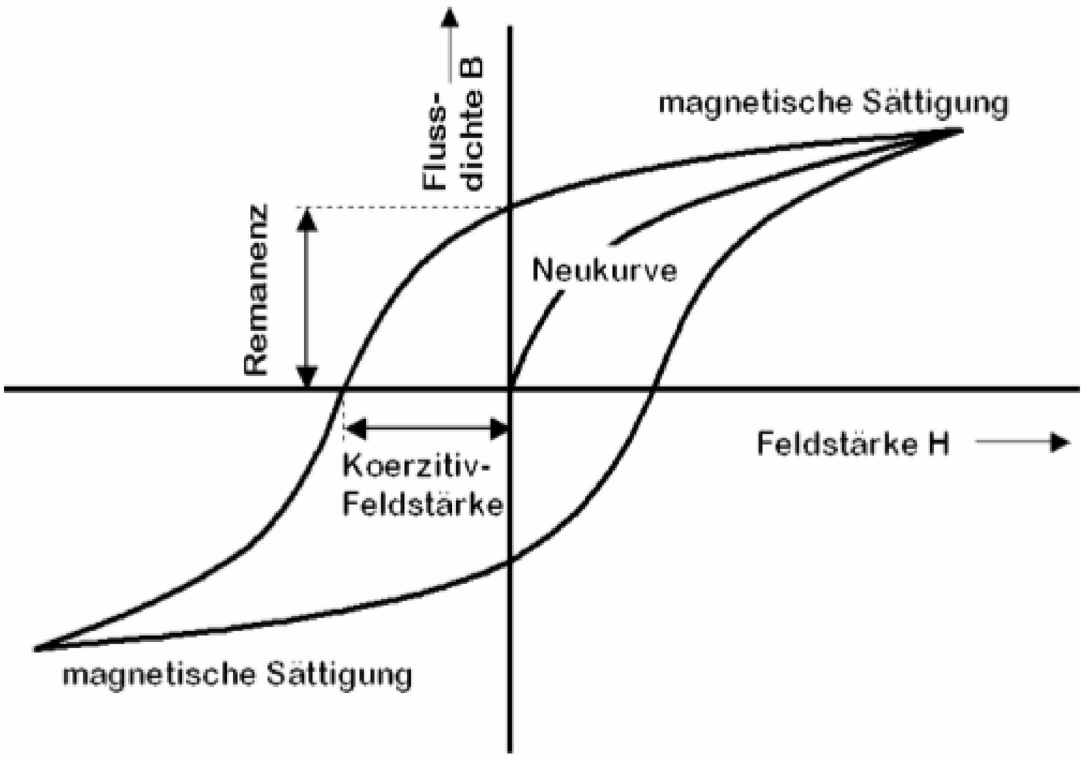
mag. Dipolmoment	$\vec{\mu}_m = I \cdot \vec{A} = \frac{q}{2m} \cdot \vec{L}$
Feld eines Dipols	$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r^5} 3(\vec{m} \cdot \vec{r})\vec{r} - mr^2$
Vektorpotential	$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \vec{A}_r \times \frac{\vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^3}$
Drehmoment im B-Feld	$\vec{M} = \vec{\mu}_m \times \vec{B}$
potentielle Energie Dipol	$E_{pot} = -\vec{\mu}_m \cdot \vec{B}$
Bohr'sches Magneton	$\mu_B = \frac{e \cdot \hbar}{2m_e}$
Ladung auf Umlaufbahn	$\vec{m} = I \cdot \vec{A}_p = \frac{1}{2} \frac{Q}{m} \vec{L}$
Dipolmoment allg. Stromverteilung	$\vec{m} = \frac{1}{2} \int dV \vec{r} \times \vec{\jmath}(\vec{r})$

Magnetfeld

Biot-Savart	$\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^2}$
Vektorpotential	$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$
Coulomb-Eichung	$\nabla \cdot \vec{A} = 0$
Flussdichte	$-\Delta \vec{A} = \mu_0 \vec{\jmath}$
magnetischer Fluss	$\phi_m = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$
allg. Vektorpotential	$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{dV' \vec{\jmath}(\vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|}$
allg. Flussdichte	$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{dV' \vec{\jmath}(\vec{r}) \times (\vec{r} - \vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$

Induktion

Induktivität	$L_{ik} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint d\vec{r} \oint d\vec{r'} \frac{1}{\lvert\vec{r}-\vec{r'}\rvert}$
Selbstinduktivität	$L_{ik} = L_{ki}$
Selbstinduktivität Zylinder	$L = \mu_0 (\frac{n}{l})^2 Al$
Kraft auf Leiterelement	$d\vec{F} = I \cdot (d\vec{l} \times \vec{B})$
Kraft auf Leiter	$\vec{F} = \vec{B} Il$
Hall-Spannung	$U_H = \vec{b} \cdot \vec{E}_H = \frac{I \cdot B}{n \cdot e \cdot d} = R_H \frac{B}{b} I$
Zyklotron	$\frac{q}{m} vB = \frac{v^2}{r}$
Selbstinduktion	$\phi_m = LI$
Induktionsspannung	$U_{ind} = -L\dot{I} = vBl$
Energie im mag. Feld	$W_{mag} = \frac{1}{2} LI^2$
Gegeninduktion	$L = \frac{\phi_{12}}{I_1} = \frac{\phi_{21}}{I_2}$
Energiedichte	$w_{mag} = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 = \frac{1}{2\mu} B^2$
Curie-Gesetz	$C = \kappa T$



Geometrie	ϕ	E
Leiter	$\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$	
Schleife (z-Achse)	$\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi r^2 I}{(z^2+r^2)^{3/2}}$	
Schleife	$\frac{\mu_0}{4\pi}\sum_n I_n \int \frac{d\vec{r}' \times \|\vec{r}-\vec{r}'\|}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|^3}$	
lange Spule	$\frac{\mu_0 n I}{l}$	
dichte Spule	$\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{nI}{r}$	

4.10 Elektromagnetische Wellen

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta\right)\vec{E} = \Box\vec{E} = 0$$

$$\hat{k} \times \vec{E} = c\vec{B}$$

Wellengleichung

Wellen im Freiraum

vollständige Lösung	$u = u_1(x - ct) + u_2(x + ct)$
Dispersion Vakuum	$\omega^2 = c^2\vec{k}^2$
Phasengeschwindigkeit	$v_{ph} = \frac{\omega}{k}$
Gruppengeschwindigkeit	$v_{gr} = \frac{\partial\omega}{\partial k}$
ebene Welle	$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)}$
elliptisch polarisiert	$\vec{E}_0 = \vec{E}_1 + i\vec{E}_2$

4.11 Energie und Impuls im EM-Feld

Energie

Energiedichte	$w_{em} = \frac{1}{2}(ED + BH)$
Poynting-Vektor	$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}(\vec{E} \times \vec{B})$
Änderung der Energiedichte	$\nu_{em} = -\vec{\jmath} \cdot \vec{E}$
Poynting-Theorem	$\frac{\partial w}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{S} = -\vec{\jmath} \cdot \vec{E}$
Energie	$W_{em} = \frac{1}{2} \int dV \rho\varphi$
allg. Ohm'sches Gesetz	$\vec{\jmath} = \sigma\vec{E}$
Thomson'scher Satz	W_c nimmt im GG Extr. an
Energie Magnetfeld	$W_m = \frac{1}{2} \sum_i I_i \Phi_i$
Selbstenergie	$W_m = \frac{1}{I^2} \int dV \frac{\vec{B}^2}{\mu_o} = \frac{\Phi}{I}$
Energiestromdichte Welle	$\vec{S}_p = c\hat{k}\omega$
Imulsbilanz	$\frac{\partial \vec{g}}{\partial t} + \nabla \cdot \overleftrightarrow{T} = -\vec{f}_L$
Impulsdichte	$\vec{g} = \varepsilon_0(\vec{E} \times \vec{B})$
Kraftdichte	$\vec{f}_l = \rho\vec{E} + \vec{\jmath} \times \vec{B}$
Strahlungsdruck	$P = \frac{w}{3}$
mittlere Leistung Hertz'scher Dipol	$\bar{P}_{em} = \frac{p^2}{12\pi\varepsilon_0\varepsilon c^3}\omega^4$
Magnetfeldvektor	$\vec{B}_0 = \frac{1}{\omega}(\vec{k} \times \vec{E}_0) = \frac{1}{c}(\vec{e}_k \times \vec{E}_0)$
anisotropes Medium	$\vec{D} = \varepsilon_0(1 + \chi)\vec{E}$

4.12 Zeitabhängige Felder

Abstrahlung

Stromdichte	$\vec{J}(t) = \int dV \vec{\jmath}(\vec{r},t) = \dot{\vec{p}}$
Fernfeld	$\vec{E}(\vec{r},t) = c\vec{B} \times \vec{n}$
Energieabstrahlung hD	$\left\|\vec{S}_p\right\| = \frac{\mu_0}{16\pi^2 c}\frac{1}{r^2}(\ddot{\vec{p}}^2 \sin^2\vartheta)$
Zeitmittel abgestrahlte Leistung	$\bar{N} = \frac{\mu_0\omega^2\vec{p}_0^2}{12\pi c}$
Energieabstrahlung	$\vec{S}_p = \hat{n}\frac{\mu_0}{16\pi^2 c}\frac{(\ddot{\vec{q}}\times\hat{n})^2}{r^2}$
Strahlungsbremskraft	$\vec{F}_s = \frac{Q^2}{4\pi c^3\varepsilon_0}\ddot{\vec{R}}$

4.13 EM-Felder in Substanzen

Felder in Substanzen

Polarisation	$\vec{P} = \chi_e\varepsilon_0\vec{E}$
Magnetisierung	$\vec{M} = \chi_m'\frac{1}{\mu_0}\vec{B}$
Verschiebungsdichte	$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E} = \varepsilon\vec{E} = (1+\chi_e)\varepsilon_0\vec{E}$
Magnetfeld	$\vec{H} = (1-\chi_m')\frac{1}{\mu_0}\vec{B}$
Flussdichte	$\vec{B} = \frac{\mu_0}{1-\chi_m'}\vec{H}$
Ströme	$\vec{\jmath} = \vec{\jmath}_k + \vec{\jmath}_L + \vec{\jmath}_P + \vec{\jmath}_M$
Magnetisierungsstrom	$\vec{\jmath}_M = \nabla\times\vec{M}$
Impulsdichte	$\vec{g} = \vec{D}\times\vec{B} = \frac{n^2}{c_0^2}\vec{S}_p$
Clausius-Mosotti	$\left\|\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r+2}\right\| = \frac{\kappa}{3}$

Supraleiter

Eigenschaften	$\sigma = \infty, \vec{B} = 0$
1. London-Gleichung	$\frac{\partial \vec{\jmath}_s}{\partial t} = \frac{n_s * \cdot e*^2}{m*} \vec{E}$
2. London-Gleichung	$\nabla \times \vec{\jmath}_S + \frac{n_s * \cdot e*^2}{m*} \vec{B} = 0$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_{\text{frei}}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \mu_0 \vec{\jmath}_{\text{frei}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M}$$

$$\hat{n}(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \sigma_o$$

$$\hat{n}(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0$$

$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0$$

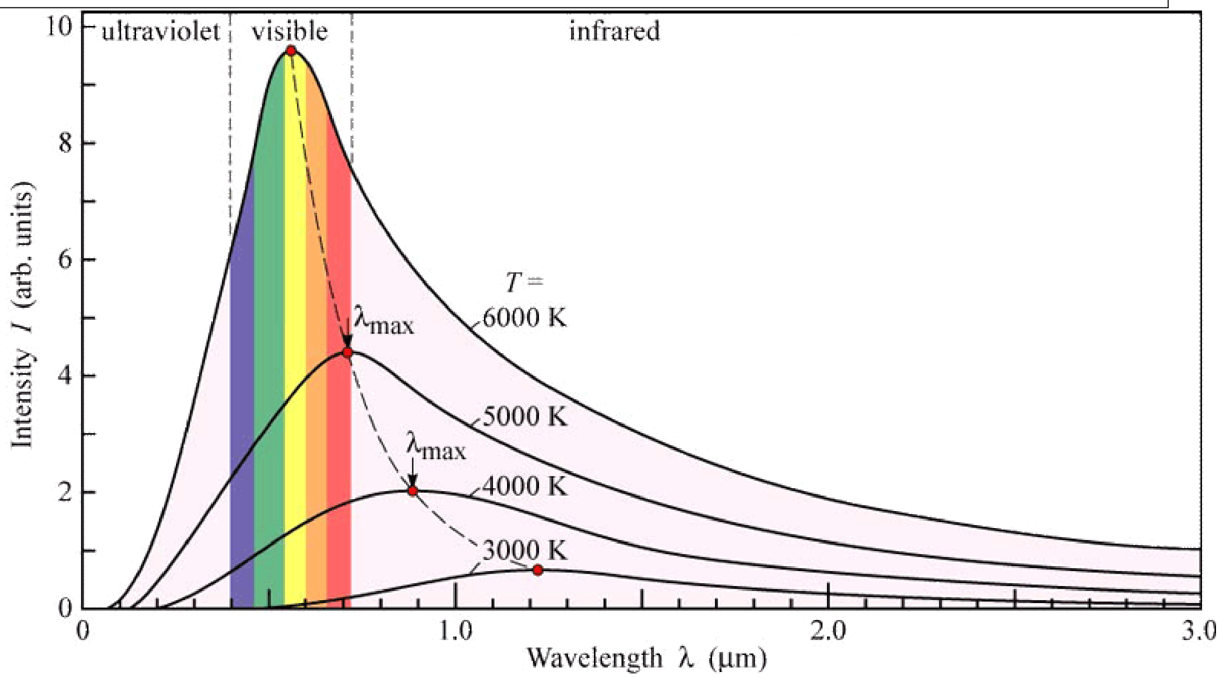
$$\hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{k}$$

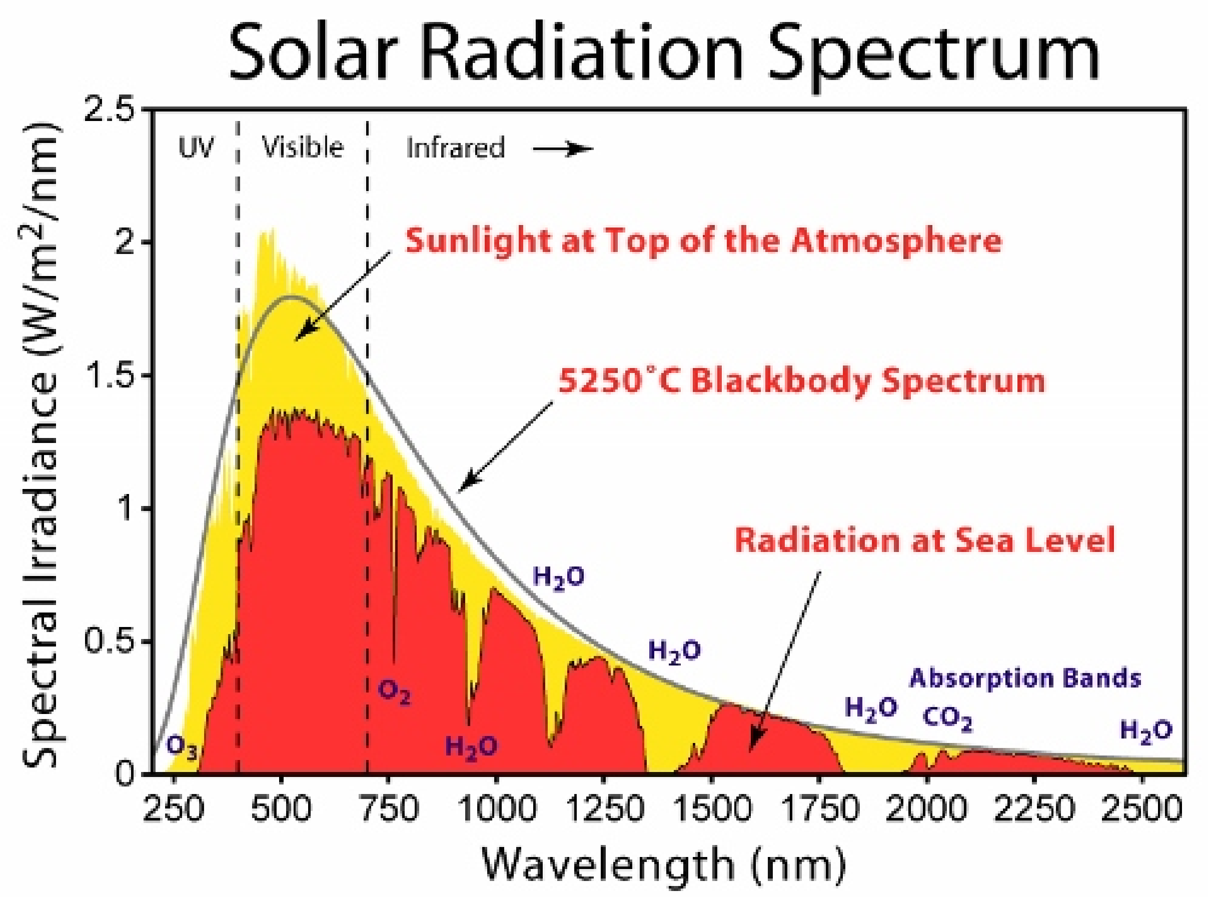
5 Optik

5.1 Wärmestrahlung

Schwarzer Körper

Strahlungsgesetz	$S = \sigma T^4$
Wien'sches Verschiebungsgesetz	$\lambda_{max} T = 2,898$ mmK
Planck'sches Strahlungsgesetz	$W(\lambda, T) = \frac{hc^3}{\lambda^5 \exp{(hc/\lambda k_B T)} - 1}$
Boltzmann-Verteilung	$P_n = \frac{\exp{-\beta E_n}}{\sum_n \exp{-\beta E_n}}$
Teilchenzahl	$\langle n \rangle = \frac{1}{\exp{\beta \hbar \omega} - 1}$
Dichteoperator	$\hat{\rho} = \sum_n \frac{\langle n \rangle^n}{(1+\langle n \rangle)^{1+n}} \|n\rangle \langle n\|$



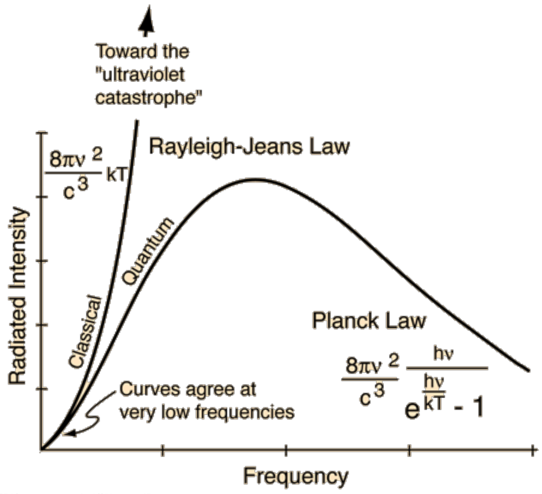


5.2 Strahlenoptik

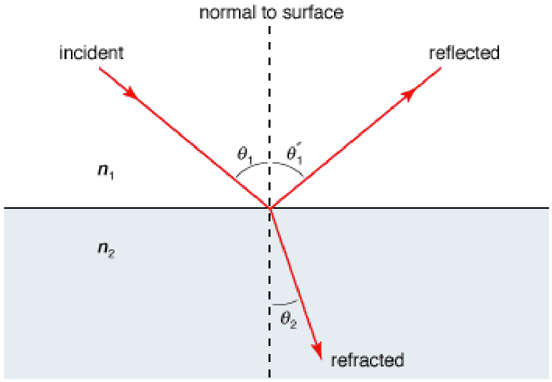
Komplexer Brechungsindex

Brechungsindex	$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$
optische Pfadlänge	$\Delta = nd = ct$
Reflexionsgesetz	$\alpha_1 = \alpha_2$
Brechungsgesetz	$n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2$
Strahlverengung	$\Delta b = \frac{\cos\alpha_2}{\cos\alpha_1}$
kritischer Winkel	$\sin\alpha_C = \frac{n_1}{n_2}$
Brewster-Winkel	$\tan\alpha_B = \frac{n_2}{n_1}$
Abweichung	$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin\frac{1}{2}(\alpha+\delta_m)}{\sin\frac{1}{2}\alpha}$

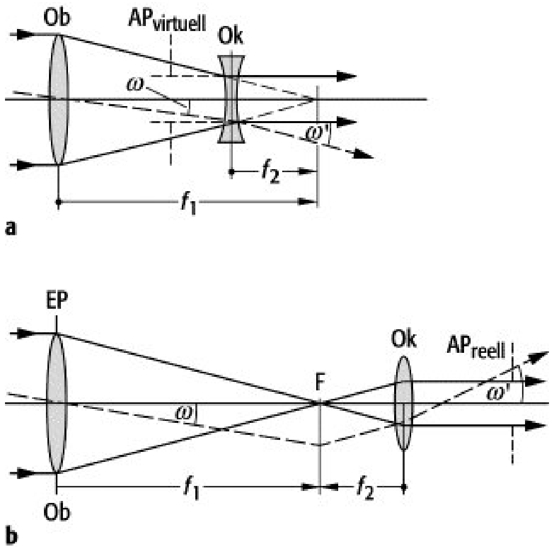
ε_r: relative Permittivität im Medium, μ_r: relative Permeabilität im Medium, d: Länge, α: Einfalls-/Austrittswinkel, g: Gegenstandsweite, b: Bildweite, f: Brennweite, r: Krümmungsradius, d: Linsendicke, M: Mittelpunktsstrahl, P: Parallelstrahl, B: Brennstrahl



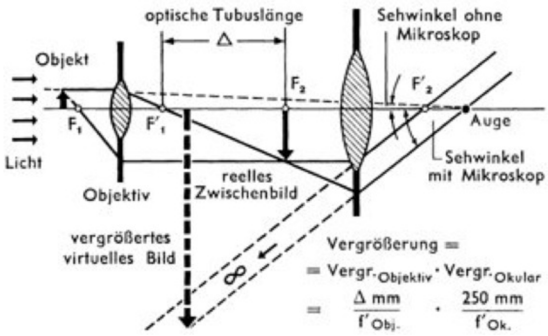
Toward the
"ultraviolet
catastrophe"
Rayleigh-Jeans Law
$\frac{8\pi\nu^2}{c^3}kT$
Radiated Intensity
Classical
Quantum
Planck Law
$\frac{8\pi\nu^2}{c^3}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}$
Curves agree at
very low frequencies
Frequency



normal to surface
incident
reflected
θ_1
θ_1'
n_1
n_2
θ_2
refracted



Ob
$AP_{virtuell}$
Ok
ω
ω'
f_2
f_1
a
EP
Ok
AP_{reell}
F
ω
ω'
f_1
f_2
Ob
b



optische Tubuslänge
Δ
Sehwinkel ohne
Mikroskop
Objekt
F_1
F_1'
F_2
F_2'
Auge
Licht
Objektiv
reelles
Zwischenbild
Sehwinkel
mit Mikroskop
vergrößertes
virtuelles Bild
∞
Vergrößerung =
= $Vergr._{Objektiv} \cdot Vergr._{Okular}$
= $\frac{\Delta \text{ mm}}{f'_{Obj.}} \cdot \frac{250 \text{ mm}}{f'_{Ok.}}$

Abbildungen

dünnes Prisma	$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\alpha+\delta_m}{\alpha}$
Gauss'sche Formel	$\frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2-n_1}{r}$
Linsengleichung	$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$
Linsenschleiferformel	$\frac{1}{f} = (n-1)(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{(n-1)d}{nr_1r_2})$
Strahlengang	$\mathrm{M} \rightarrow \mathrm{M}, \mathrm{P} \leftrightarrow \mathrm{B}$
Vergrößerung	$V = \frac{B}{G} = -\frac{b}{g}$
Dioptrie	$P = 1/f[\mathrm{m}]$
Vergrößerung Linse	$V_L = \frac{s_0}{f} = \frac{\sigma}{\sigma_0}$
Vergrößerung Mikroskop	$V_M = V_{Ob}V_{Ok} = -\frac{l}{f_{Ob}}\frac{s_0}{f_{Ok}}$
Vergrößerung Teleskop	$V_T = -\frac{f_{Ob}}{f_{Ok}}$
Spiegelgleichung	$\frac{1}{f} = -\frac{2}{r}$
Astigmatismus-Positionen	$\frac{1}{g} + \frac{1}{i_T} = -\frac{2}{r\cos\alpha}$
	$\frac{1}{g} + \frac{1}{i_S} = -\frac{2\cos\alpha}{r}$

5.3 Elektromagnetische Wellen

Grundgrößen

Phase	$\omega t - kx$
Phasengeschwindigkeit	$v_{ph} = \frac{\omega}{k}$
Dopplereffekt	$f' = f(1 + \frac{v}{c})$ *nicht relativistisch*
Gruppengeschwindigkeit	$v_{gr} = \frac{\partial \omega}{\partial k}$
Wellenvektor	$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\hat{e}$
Poynting-Vektor	$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}(\vec{E} \times \vec{B})$
Strahlungsdruck	$p_S = I/c$
Intensität	$I = \frac{P}{A} = \lvert\vec{S}\rvert$
Impuls	$p = \frac{W}{c}$
Wellengleichung	$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2}\ddot{\vec{E}} = \Box \vec{E} = 0$
ebene monochromatische Welle	$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp[i(\vec{k}\vec{r} - \omega t + \varphi)]$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{\omega}{k} = \lambda \cdot f$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$D_{n,1} = D_{n,2},\ E_{t,1} = E_{t,2}$

$B_{n,1} = B_{n,2},\ H_{t,1} = H_{t,2}$

Grenzflächenbedingungen

5.4 Interferenz

Doppelspalt

konstruktiv	$x = m\lambda\frac{D}{d}$
destruktiv	$x = (m + \frac{1}{2})\lambda\frac{D}{d}$

Fresnel'sches Biprisma

Wellenlänge	$\lambda = \frac{\Delta x d}{B+C}$

Interferenz

Gesamtintensität	$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\theta$
Michelson-Interferometer	$I = 1 + \cos\theta = 1 + \cos(\frac{2\pi d}{\lambda})$
Zeitmittel	$\langle f(t)\rangle = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt$

Die Emission aus einer flächigen Quelle und die daraus resultierende Überlagerung an zwei Raumpunkten P_1 und P_2 kann als Beugungs- bzw. Streuproblem behandelt werden.

Van Cittert-Zernike-Theorem

5.5 Beugung und Dispersion

Beugung

langer Spalt	$I = A_0^2 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}$
	$\beta = \frac{1}{2} kb \sin \Theta$
	$A_0 = \frac{ab}{x}$
Einfall unter i	$\beta = \frac{b\pi(\sin i + \sin \Theta)}{\lambda}$
rechteckiger Spalt	$I \sim b^2 l^2 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2} \frac{\sin^2 \gamma}{\gamma^2}$
Rayleigh-Kriterium	$\Theta = \frac{\lambda}{b}$
	rechteckige Apertur
Rayleigh-Kriterium	$\Theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$
	runde Apertur
Beugungsgitter	$d(\sin i + \sin \Theta) = m\lambda$

Dispersion

Winkeldispersion	$\frac{\Delta\Theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d \cos \Theta}$
Gitterauflösung	$\Delta\Theta = \frac{\lambda}{Nd \cos \Theta}$
Resolving Power	$RP = \frac{\omega}{\delta\omega} = \frac{\nu}{\delta\nu} = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$
Fresnel	$R_n = \sqrt{n\lambda L}$
Fesnel-Zone Fläche	$A = \pi\lambda L$
fokale Länge	$l = \frac{R_1^2}{\lambda}$
	Fresnellinse

5.6 Leiteroperatoren und kohärente Zustände

Kohärente Zustände

Vernichtungsoperator	$\hat{a}\psi_n = \sqrt{n}\psi_{n-1}$
Vernichtungsoperator	$\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi + \frac{d}{d\xi})$
Erzeugungsoperator	$\hat{a}^\dagger\psi_n = \sqrt{n-1}\psi_{n-1}$
Erzeugungsoperator	$hata^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi - \frac{d}{d\xi})$
Kommutator	$[a, a^\dagger] = 1$
Teilchenzahloperator	$\hat{N} = a^\dagger a = \hat{N}^\dagger$
Identität	$aa^\dagger - a^\dagger a = 1$
Hamiltonian	$\hbar\omega(a^\dagger a + 1/2)$
	harmonischer Oszillator
auf Teilchenzahlzustand	$\hat{a}\left\|n\right\rangle = \sqrt{n}\left\|n-1\right\rangle$
	$\hat{a}^\dagger\left\|n\right\rangle = \sqrt{n+1}\left\|n+1\right\rangle$
Vakuumzustand	$\hat{a}\left\|0\right\rangle = 0$
Quantisierung EM-Feld	$\vec{A}_k = \sqrt{\frac{\hbar}{2\varepsilon_0 V\omega_k}}\hat{a}_k\vec{e}_k$
	$\vec{A}_k^* = \sqrt{\frac{\hbar}{2\varepsilon_0 V\omega_k}}\hat{a}_k^\dagger\vec{e}_k$

5.7 Kohärenz

Kohärenz

Gesamtintensität	$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\Re[k_1 k_2 \gamma^1(x_1, x_2)]$
Korrelationsfunktion	$\Gamma_{12}(\tau) = \Re\{\frac{1}{T}\int_0^T \vec{E}_1(t) \cdot \vec{E}_2^*(t+\tau)dt$
Lorentzpuls	$\gamma^{(1)} = \exp -i\omega_0\tau \exp - \lvert\tau\rvert / \tau_c$
Gaußpuls	$\gamma^{(1)} = \exp -i\omega_0\tau \exp -\frac{\pi}{2}(\frac{\tau}{\tau_c})^2, \tau_c = \frac{\sqrt{8\pi \ln 2}}{\Delta\omega}$
Kohärenzlänge	$l_c = c\langle\tau_0\rangle = \frac{c}{\Delta\nu}$
Frequenzbandbreite	$\Delta\omega = \frac{2\pi}{\tau_0}$
Linienbreite	$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{l_c}$
Kohärenzlänge	$l_t = \frac{\lambda r}{s} = \frac{\lambda}{\theta_s}$
	θ_s *Winkelauflösung*
l_t runde Quelle	$l_t = \frac{1{,}22\lambda}{\theta_s}$
Kontrast	$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \lvert\gamma^1\rvert}{I_1 + I_2}$
Kontrast (gleiche Amplitude)	$V = \lvert\gamma_{12}\rvert$
Kohärenz 2. Ordnung	$\gamma^2(\tau) = \frac{\langle I(t)I(t+\tau)\rangle}{\langle I(t)\rangle^2}$

5.8 Optische Elemente

Elemente

Phasenplatte	$H = \hbar(\omega + \phi)\hat{a}^\dagger \hat{a}$
eff. Phasenverschiebung	$\phi t = \varphi$
Strahlteiler	$H = \hbar\chi(\hat{a}^\dagger \hat{b} + \hat{b}^\dagger \hat{a})$
parametrische Fluoreszenz	$H_i = \hbar G(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger \exp i\varphi + \hat{a}_1 \hat{a}_2 \exp -i\varphi)$
Parameter	$r = Gt = \frac{Gl}{v}$
squeezed state	$\sigma_Q^2 \sigma_P^2 \geq 1$ mit $\sigma_Q^2 \neq \sigma_P^2$

5.9 Absorption

Absorption

Lambert-Beer'sches Gesetz	$I(x) = I_0 e^{-\alpha x}$
Absorptionskoefizient	$\alpha(\omega) = \frac{2\omega}{c} k(\omega)$
Plasmafrequenz	$\omega_p^2 = \frac{4\pi n e^2}{m}$
Produktion freier Ladungen	$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + G - R$
Erzeugungsrate	$G = \frac{\alpha(1-R)}{\hbar\omega\tau_p} Q \exp[-\int_0^z \alpha dz']$
free carrier thermalization rate	$\frac{1}{\tau_{e,e}} = K \frac{(\pi k_B T)^2 + \epsilon^2}{1+\exp(-\epsilon/(k_B T))}$
Auger-Relaxionsrate	$R_C = C n^3$
Heizen mit CW-Laser	$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(\kappa \nabla T) + \frac{\partial Q}{\partial t}$
Temperaturverteilung	$T(r) \sim \exp[-r^2/l_{tot}^2]$
Ausdehnung Temperaturspot	$l_{tot} = l_{em} + l_T$
Ausdehnung Heizspot	$l_{em} \sim \lambda/\Im(n)$
Ausdehnung Wärmeleitung	$l_T \sim \sqrt{\tau_p D}$

5.10 Nichtlineare Optik

$$P = \varepsilon_0 \chi^1 E + \varepsilon_0 \chi^2 E^2 + \varepsilon_0 \chi^3 E^3 + ...$$

Nichtlinearität	
Phasengleichheit	$\vec{k} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$
Wellengleichung	$\nabla \times (\nabla \times E) = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P_l}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P_{nl}}{\partial t^2}$
Verschiebungsdichte	$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}$
Kerr-Effekt	$n = n_0 + n_2 I$
Intensität	$I_2(l) \sim \gamma_2^2 I_0^2 l^2 (\frac{\sin(\Delta kl/2)}{\Delta kl/2})^2$ *im nichtlinearen Medium*

5.11 Laserphysik

Kohärenz	
räumliche Kohärenz zufällige Quelle	$r_c = \frac{\lambda z}{a}$
räumliche Kohärenz Laser	$r_c \sim a$
Divergenz partiell kohärenter Strahl	$\Theta = \lambda/\sqrt{S}$
Divergenz kohärenter Strahl	$\Theta = \lambda/D$

Kenngrößen	
mittlere Leistung	$\hat{P} = E \cdot RR$
Peakleistung	$P_{peak} = E/\tau$
Fluence	$F = E/s = 4E/\pi D^2$
Intensität	$I = F/\tau = E/D^2\tau$

6 Quantenmechanik

6.1 Wellenfunktion

$$i\hbar\dot{\psi} = \hat{H}\psi$$

Schrödingergleichung

Schrödingergleichung

de Broglie-Relation	$p = \bar{k} = \frac{h}{\lambda}$
Wahrscheinlichkeitsdichte	$\lvert\psi\rvert^2\, dx$
Normierung	$\int_{-\infty}^{\infty} \lvert\psi\rvert^2\, dx = 1$
Impuls	$p = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}$
Ortserwartungswert	$\langle x\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* x\psi dx$
Geschwindigkeitserwartungswert	$\langle v\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* (\frac{\hbar}{im}\frac{\partial}{\partial x})\psi dx$
Unschärferelation	$\sigma_x\sigma_{p_x} \geq \hbar/2$

6.2 Zeitentwicklung

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = \Big(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V(x)\Big)\psi$$

Zeitabhängige Schrödingergleichung

Zeitabhängige Schrödingergleichung

Separationsansatz	$\psi(x,t) = \phi(x)f(t)$
Lösung für E	$i\hbar\frac{d}{dt}f(t) = Ef(t)$
	$(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V)\phi(x) = E\phi(x)$
Lösung für $\psi(x,t)$	$\psi(x,t) = \phi(x)\exp(-\frac{i}{\hbar}Et)$
Stetigkeit	ϕ stetig, $\frac{d\varphi}{dx}$ stetig, wenn V endlich

Asymmetrisches unendliches Kastenpotential

Energien	$E_n = \frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}n^2$
Wellenfunktionen	$\phi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin(\frac{n\pi}{a}x)$

Freies Teilchen

Potential	$V(x) = 0$
Wellenfunktionen	$\psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} dk\phi(k)\exp(i[kx - \hbar k^2 t/2m])$

Delta-Potential

Potential	$V(x) = -\alpha\delta(x)$
Bedingung	$E < 0, \alpha > 0$
Energie	$E = -\frac{m\alpha^2}{2\hbar^2}$
Wellenfunktion	$\frac{\sqrt{m\alpha}}{\hbar}\exp(-\frac{m\alpha}{\hbar^2}\|x\|)$
Reflexionskoeffizient	$R = 1/(1+\frac{2\hbar^2 E}{m\alpha^2})$
Transmissionskoeffizient	$T = 1/(1+\frac{m\alpha^2}{2\hbar^2 E})$

Harmonischer Oszillator

Potential	$V(x) = \frac{m\omega^2}{2}x^2$
Energien	$E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$
Wellenfunktion	$\phi_n(x) = A_n(a^+)^n \exp(-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2)$
Leiteroperatoren	$a_+ = \frac{1}{\sqrt{2m}}(\frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx} + im\omega x)$
	$a_- = \frac{1}{\sqrt{2m}}(\frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx} - im\omega x)$
Hamiltonian	$H = a_-a_+ - \hbar\omega/2$
Impuls	$p = \sqrt{\frac{m}{2}}(a_+ + a_-)$
Ort	$x = i\sqrt{\frac{1}{2m\omega^2}}(a_- - a_+)$
Kanonische Kommutatorrelation	$[x, p] = i\hbar$
Kommutator	$[a_-, a_+] = \hbar\omega$
Virialsatz	$\frac{1}{2}\langle E\rangle = \langle T\rangle = \langle V\rangle$

6.3 Hilbertraum

Hilbertraum

Skalarprodukt	$\langle \alpha \vert\, \beta \rangle = \int \alpha^*(x) \beta(x) dx$
hermitescher Operator	$\langle \alpha \vert\, A\beta \rangle = \langle A\alpha \vert\, \beta \rangle$
quadratintegrabel	$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x)\psi(x) dx < \infty$
Messgröße	$\langle A \rangle = \langle \psi \vert\, A \,\vert psi \rangle$
Varianz	$\sigma^2 = \langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2$
Einheitsoperator	$\infty = \sum_n \vert e_n \rangle \langle e_n \vert$
Projektionsoperator	$P = P^2$
Wahrscheinlichkeit	$\vert c_n \vert = \vert \langle e_n \vert\, \psi \rangle \vert^2$
Heisenberg'sche Unschärferelation	$\sigma_A^2 \sigma_B^2 \geq (\frac{1}{2i} \langle [A, B] \rangle)^2$
totale Zeitableitung	$\frac{d}{dt} \langle A \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle [H, A] \rangle + \langle \frac{\partial A}{\partial t} \rangle$

$[A, B] = AB - BA$

$[A, B] + [B, A] = 0$

$[A, A] = 0$

$[A, B + C] = [A, C] + [B, C]$

$[A, BC] = [A, B]C + B[A, C]$

$[AB, C] = [A, C]B + A[B, C]$

$[A, [B, C]] + [C, [A, B]] + [B, [C, A]] = 0$

$[A, B^n] = nB^{n-1}[A, B]$

$[A^n, B] = nA^{n-1}[A, B]$

$e^A B e^{-A} = B + [A, B] + \frac{1}{2!}[A, [A, B]] + \frac{1}{3!}[A, [A, [A, B]]]$

$\{A, B\} = AB + BA$

6.4 Thermodynamik und Quantenmechanik

Bohr'sche Postulate:

1. $\exists$ diskrete Bahnen mit E_n, auf denen sich e^- strahlungsfrei bewegen können
2. Strahlungsemission/-absorption findet an Übergängen statt mit $hf = \Delta E$ und $E_n = R_\infty \frac{hc}{n^2}$
3. Korrespondenzprinzip

Bohr'sches Atommodell

Energiequantisierung	$E_n = nh\nu$
Quantenbedingung	$\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} = m\omega^2 r_n$
Drehimpuls	$p_{\varphi_n} = n\hbar = L_n$
Wellenfunktion	$\psi(\vec{r}, t) = \psi_0 \cdot \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)]$

Photoemission

Grenzwellenlänge Photoeffekt	$\lambda_G = \frac{hc}{W_A}$
Duane+Hund	$U \cdot \lambda_{min} = \frac{hc}{e} = 1240$ Vnm
charakteristisches Spektrum	$\Delta E = h\nu$
Bremsstrahlung	$E = Ue = \frac{hc}{\lambda_m in}$ *energiereichstes Quant*
Comptonstreuung	$\lambda_f = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta) + \lambda_i$
Rückstreuung	$\lambda_c = \frac{h}{m_0 c} = 2,43$ pm

6.5 Streuung

Streuung	
totaler Wirkungsquerschnitt	$\sigma = \frac{pA}{N_{\text{target}}}$
differentieller Wirkungsquerschnitt	$(\frac{d\sigma}{d\Omega})_\vartheta = (\frac{dp}{d\Omega})_\vartheta(\frac{A}{N_{\text{target}}})$
für Zählraten	$\Delta p = \frac{f_\Omega}{f_0}$
axialsymmetrisch	$(\frac{d\sigma}{d\Omega})_\vartheta = \frac{b}{\sin\vartheta}\left\|\frac{db}{d\vartheta}\right\|$
Stoßparameter	$b = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{8\pi\varepsilon_0 E_{kin}} \cot\frac{\vartheta}{2}$
Rutherford-Streuung	$(\frac{d\sigma}{d\Omega})_\vartheta \sim \frac{1}{\sin^4(\frac{\vartheta}{2})}$

7 Atom- und Molekülphysik

7.1 Grobstruktur

Wasserstoff	
H-Spektrum	$\frac{1}{\lambda} = R_\infty(\frac{1}{n_a^2} - \frac{1}{n_b^2})$ mit $R_\infty = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} = 109677\text{cm}^{-1}$
Rydberg-Konstante	$R = \frac{R_\infty}{1+\frac{m_e}{M}}$
Bohr'sche Quantenbedingung	$l = n\hbar$
Radius	$r_n = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi\mu e^2}\frac{n^2}{Z}$
Feinstrukturkonstante	$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137}$
reduzierte Masse	$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}$
Energieeigenwerte	$E_n = \frac{\mu e^4}{8\varepsilon_0^2\hbar^2}\frac{1}{n^2} = \frac{E_0}{n^2}$
Coulomb-Potential	$V = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

Grobstruktur

Potential	$V(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$
Schrödingergleichung	$\{-\frac{\hbar^2}{2m}[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial}{\partial r}) - \frac{\hat{L}^2}{\hbar^2 r^2}] + V(r)\}\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r})$
Ansatz	$\psi_{E,l,m} = R_{E,l}(r) \cdot Y_{l,m}(\theta, \varphi)$
Separation	$R_{E,l}(r) = \frac{u_{E,l}(r)}{r}$
	$\Rightarrow \{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d}{dr} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2} + V(r)\}u_{E,l}(r) = Eu_{E,l}(r)$
Energie	$W(r)dr = 4\pi r^2 \lvert\psi(r, \vartheta, \varphi)\rvert^2 dr$
für 1s-Orbital in H	$W = \frac{4}{a_0^3}\int_b^c r^2 \exp(\frac{-2r}{a_0})dr = \frac{4}{a_0^3}[\exp(\frac{-2r}{a_0})(\frac{-a_0 r^2}{2} - \frac{a_0^2 r}{2} - \frac{a_0^3}{4})]$
Ortserwartungswert	$\langle r \rangle = \frac{4}{a_0^3}\int_0^\infty r^3 \exp(\frac{-2r}{a_0})dr = \frac{4}{a_0^3}[\exp(\frac{-2r}{a_0})(\frac{-a_0 r^3}{2} - \frac{3a_0^2 r^2}{4} - \frac{a_0^3 r}{4} - \frac{3a_0^4}{8})]$

7.2 Feinstruktur

Magnetisches Moment

Bahndrehimpuls	$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p} = m_e \vec{r} \times \vec{v}$
magnetisches Moment	$\vec{\mu} = I\vec{A} = -\frac{1}{2} e\vec{r} \times \vec{v}$
	$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m}\vec{l}$
inhomogenes B-Feld	$E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}, \vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$
Energieniveaus	$\Delta E = \mu_B B$
Kreiselgleichung	$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = -\frac{e}{2m}\vec{\mu} \times \vec{B}$
Kreiselgleichung mit Larmor-Frequenz	$\vec{\omega}_L = -\frac{e\vec{B}}{2m}$
magnetischer Dipol	$\vec{\mu}_l = -\frac{e\hbar}{2m_e}\frac{\vec{l}}{\hbar} = \mu_B \frac{\vec{l}}{\hbar}$
Kernmagneton	$\mu_K = \frac{e\hbar}{2m_p} << \mu_B$
allgemeiner Drehimpuls	$\vec{\mu}_{l,s} = g_{l,s}\mu_B \frac{(\vec{l},\vec{s})}{\hbar}$
Kraft im Stern-Gerlach-Exp.	$F_z = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z}$
Magnetfeld Bahndrehimpuls	$\vec{B} = \frac{\mu_0 Ze}{8\pi m_e r^3}\vec{l}$

Spin

innerer Drehimpuls	$s = \frac{1}{2}\hbar$
magnetisches Spinmoment	$\vec{\mu}_s = g_s \mu_B \frac{\vec{s}}{\hbar}$
Kommutator Spin	$[\hat{S}_i, \hat{S}_j] = i\hbar\hat{S}_k, [\hat{S}^2, \hat{S}_z] = 0$

Spin-Bahn-Kopplung	
Gesamtdrehimpuls	$j = \left\|\vec{l} + \vec{s}\right\| = j(j+1)$
Wechselwirkungsenergie	$\Delta E_{ls} = g_s \mu_B \frac{\mu_0 Ze}{8\pi\hbar m_e r^3}(\vec{s} \cdot \vec{l})$
Energie	$E_{nlj} = E_n + \frac{a}{2}(j(j+1) - l(l+1) - s(s+1))$
Spin-Bahn-Kopplungskonstante	$a = \frac{\mu_0 Ze^2\hbar^2}{8\pi m_e^2 r^3}$
Energieaufspaltung	$\Delta E_{ls} = -E_n \frac{Z^2\alpha^2}{nl(l+1)}$
gyromagnetisches Verhältnis	$g_j = 1 + \frac{j(j+1)+s(s+1)-l(l+1)}{2j(j+1)}$

7.3 Hyperfeinstruktur

Hyperfeinstruktur	
Kernspin	$\|I\| = \sqrt{I(I+1)}\hbar$
magnetischer Dipol	$\mu_I = g_I \mu_K \frac{I}{\hbar}$
Gesamtdrehimpuls	$\vec{F} = \vec{j} + \vec{I}$
Energieverschiebung	$\Delta E_{HFS} = \frac{A}{2}[F(F+1) - j(j+1) - I(I+1)]$
Kopplungskonstante	$A = \frac{g_I \mu_K B_j}{\sqrt{j(j+1)}}$
Zahl	$N(t) = N_0 \exp(-\frac{\Gamma}{\hbar}t)$
Lebensdauer	$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma}$

$\Delta l = \pm 1$

$\Delta m_l = 0, \pm 1$

$\Delta m_s = 0$

$\Delta j = 0, \pm 1$ außer $0 \to 0$

Auswahlregeln im Wasserstoff

7.4 Mehrelektronensysteme

Mehrelektronensysteme

Ortswellenfunktion	$\Psi^{s/a} = \psi_1(a)\psi_2(b) \pm \psi_2(a)\psi_1(b)$
symmetrische Spinwellenfuntion	$\chi^{\pm}(1)\chi^{\pm}(2), (M_s = \pm 1)$
	parallel
symmetrische Spinwellenfunktion	$\chi_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}[\chi^+(1)\chi^-(2) + \chi^+(2)\chi^-(1)](M_s = 0)$
	antiparallel
antisymmetrische Spinwellenfunktion	$\chi^a = \chi^+(1)\chi^-(2) - \chi^+(2)\chi^-(1)(M_s = 0)$

1. Grundzustand hat maximalen Spin
2. bis zu halbgefüllte Schalen haben minimales J
3. mehr als habgefüllte Schalen haben maximales J

Hund'sche Regeln

$\Delta S = 0$

$\Delta L = \pm 1, 0$ außer $0 \to 0$

$\Delta J = \pm 1, 0$ außer $0 \to 0$

Auswahlregeln

7.5 Zweiatomigen Molekülen

Rotation

Rotationsenergie	$E_{rot} = \frac{1}{2}\frac{L^2}{I}$
2-atomiges Molekül	$I = \mu r^2$

Eigenschaft	mit Ruhemasse	masselos
Ruhemasse	m_0	0
Geschwindigkeit	v_T	c
Masse	m	$m = \frac{E}{c^2} = \frac{p}{c} = \frac{\hbar k}{c}$
Impuls	$p = mv_T$ oder $= \frac{mv}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$	$p = \frac{E}{c} = \frac{\hbar}{k} = \frac{\hbar 2\pi}{\lambda}$
Energie	$E = mc^2 = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}$	$E = mc^2$
Drehimpuls	$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$	$\vec{s} = \pm h$
Frequenz	$\omega = \frac{E}{\hbar} = \frac{mc^2}{\hbar}$	$\omega = \frac{E}{\hbar}$
Wellenlänge	$\lambda = \frac{h}{p}$	$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{c}{f}$
Phasengeschwindigkeit	$v_{ph} = \frac{c^2}{v_T} = 2v_{ph}$	$v_{ph} = c$
Gruppengeschwindigkeit	$v_{gr} = v_T$	$v_{gr} = c$

Allgemein konstruktiv	$d = m\lambda$	d: Laufwegunterschied
Allgemein destruktiv	$d = (m - \frac{1}{2})\lambda$	d: Laufwegunterschied
Mehrere Strahlen	$2nd\cos\theta = m\lambda_0$	n: Brechungsindex
Fabry-Perot-Interferometer	$2nd = m\lambda_0$	d: Plattenabstand
Fraunhofer, Einfachspalt	$b\sin\theta = m\lambda$	n: Ordnung, b: Spaltbreite
Fraunhofer, Auflösungsgrenze	$Dn\sin\theta = 1,22\lambda = D \cdot NA$	D: Durchmesser
Fraunhofer, Doppelspalt	$\Delta\lambda = h\sin\theta$	h: Spaltabstand
Fraunhofer, Beugungsgitter	$m\lambda = h\sin\theta$	h: Gitterkonstante
Gitterauflösung	$mh\cos\theta\Delta\theta = \lambda$	h: Gitterkonstante
Laue-Verfahren	$m\lambda = D\sin\alpha$	α: Einfallswinkel, D: Gitterabstand
Bragg-Verfahren	$m\lambda = 2D\sin\theta$	wie oben
Elektronenwellen	$D\sqrt{8m_0E}\sin\theta = mh$	D: Gitterabstand
Dünne Schicht, Reflexion	$2dn = m\lambda$	m: Ordnung, n: Brechungsindex
Gitterauflösung	$\lambda = mN\Delta\lambda$	m: Ordnung, N: ausgeleuchtete Lin
Dünne Schicht, Brechzahl	$n = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1-\lambda_2} \cdot \frac{1}{2d}$	anstatt von 1 ggf. 2,3,4,..

8 Festkörperphysik

Gitter

Translationsvektor	$\vec{T} = h\vec{a}_1 + k\vec{a}_2 + l\vec{a}_3$
Höhe Tetraeder	$1/3\sqrt{6}a$
reziproke Gitterbasisvektoren	$\vec{b}_1 = 2\pi\frac{\vec{a}_2\times\vec{a}_3}{\vec{a}_1(\vec{a}_2\times\vec{a}_3)}$

Diffraktion

Röntgen	$\lambda = \frac{hc}{eU} = \frac{1{,}24\text{ nm}}{eU[\text{keV}]}$
Elektronen	$\lambda = \frac{1{,}226\text{ nm}}{\sqrt{U\text{ V}]}}$
Neutronen	$\lambda = \frac{0{,}9045\text{ nm}}{\sqrt{U[\text{mV}]}}$
Wellenvektor	$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{e}$, $\vec{p} = \hbar\vec{k}$, $\lvert\vec{p}\rvert = \hbar\lvert\vec{k}\rvert = \frac{\hbar\omega}{c}$
Bragg-Bedingung	$n\lambda = 2d\sin\theta$
Gitterbeugung	$d\sin\theta = n\lambda$
erlaubte Wellenvektoren	$\lvert\Delta\vec{k}\rvert = n\frac{2\pi}{d}$ mit $\vec{k} - \vec{k}' = \Delta\vec{k}$
Bragg-Bedingung reziprok	$\Delta\vec{k} = \vec{G}$, $\vec{k}^2 = \vec{k}'^2 = (\vec{k} + \vec{G})^2$
	$2\vec{k}\cdot\vec{G} + \vec{G}^2 = 0$
rechtwinklig	$d = \frac{1}{\sqrt{(h/a)^2+(k/b)^2+(l/c)^2}}$
Drehkristall	$c = \frac{m\lambda}{\sin\arctan\frac{y_m}{r_F}}$

Bindungen

Lennard-Jones-Potential	$V = \gamma[e^{-r/r_0} - (\frac{r_0}{r})^6] \sim 1/2m\omega^2(r-r_m)^2 - V_0$

8.1 Phononen

Phononen

Dispersionsrelation	$\omega^2 = \frac{2C}{M}(1 - \cos(ka))$
	$\omega = \sqrt{\frac{4C}{M}}\lvert\sin(\frac{1}{2}ka)\rvert$
Gruppengeschwindigkeit	$\frac{d\omega}{dk} = v_G = \sqrt{\frac{Ca^2}{M}}$
kleine k	$\omega_0^2 = 2C(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2})$
Schall	$E = \frac{\sigma l}{\Delta l}$

8.2 Thermische Eigenschaften

Thermische Eigenschaften

Wärmeleitung	$j_v = -K\frac{dT}{dx}$ mit $K = \frac{1}{3}c_V v l$

8.3 Elektrische Eigenschaften

Elektrische Eigenschaften

8.4 Magnetische Eigenschaften

Magnetische Eigenschaften

8.5 Halbleiter

Halbleiter

Massenwirkungsgesetz	$pn = 4(\frac{kT}{2\pi\hbar^2}(^3(m_e m_h)^{3/2}\exp(\frac{-(E_L-E_V)}{kT})$
Eigenleitung	$\mu = \frac{1}{2}(E_L - E_V) + \frac{3}{4}kT\ln(m_h/m_e)$
	$p = n$
Drude-Beweglichkeit	$\mu = \frac{v}{E} = \frac{e\tau}{m}$
mit Ionen	$n = (n_0 N_D)^{1/2}\exp(-E_D/kT)$ mit $n_0 = 2(\frac{m_e kT}{2\pi\hbar^2})^{3/2}$
Verarmungsschicht	$d = \sqrt{\frac{8\pi\varepsilon_0}{e}(1/N_A + 1/N_D)U_D}$

9 Kern- und Teilchenphysik

9.1 Kerne

Kerne

$$M(A,Z) = NM_n + ZM_p + Zm_e - a_vA - a_sA^{2/3} - a_c\frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a\frac{(A-2Z)^2}{A} + \frac{\delta}{A^{1/2}}$$

Zustandssumme	$N = \frac{V}{3\pi^2\hbar^3}p_F^3$
Fermi-Energie	$\varepsilon_F = \frac{p_F^2}{2m_N} = \frac{\hbar^2}{2m_N}(3\pi^2\frac{N}{V})^{2/3}$

9.2 Kernreaktionen

Kernreaktionen

Kinematik

Schwache Wechselwirkung

Higgs-Mechanismus

Detektoren

A Mathe

A.1 Vektoralgebra

$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab\cos\varphi$

$(\vec{a} \times \vec{b})^2 = a^2 b^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$

$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$

$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$

$\vec{a} = \vec{a}_\parallel + \vec{a}_\perp = \vec{n} \cdot (\vec{n} \cdot \vec{a}) + (\vec{n} \times \vec{a}) \times \vec{n}$

$\varepsilon_{ikl}\varepsilon_{lmn} = \delta_{im}\delta_{kn} - \delta_{in}\delta_{km}$

$\varepsilon_{ikl}\varepsilon_{klm} = 2\delta_{im}$

$\delta_{ii} = 3$

$\delta_{il}\delta_{lk} = \delta_{ik}$

$\delta_{jl}\delta_{lm}\delta_{mn}\delta_{nk} = \delta_{jk}$

A.2 Matrizen

$A^T = A_{ji}$

$A^\dagger = (A^*)^T$

$(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$

$(\alpha A^{-1})^{-1} = \frac{1}{\alpha}A^{-1}$

$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

hermitesch $A = A^\dagger$

unitär $A^\dagger = A^{-1}$

$\operatorname{tr} A = \sum_i A_{ii}$

$\operatorname{tr}(A+B) = \operatorname{tr} A + \operatorname{tr} B$

$\operatorname{tr}(\alpha A) = \alpha \operatorname{tr} A$

$\det A^T = \det A$

$\det(AB) = \det A \det B$

$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det A}$

$\det(\alpha A) = |\alpha|^n \det A$

$\left(\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right)^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\left(\begin{smallmatrix} d & -b \\ -c & a \end{smallmatrix}\right)$

$\exp(A) = \sum_n \frac{1}{n!}A^n$

Spalten tauschen: -1

Multiplizieren mit n: n

Bild von $L = \{y = Lx | x \in V\}$

Kern von L: $kerL = \{x \in V | Lx = 0\}$

$\dim(\Im L) + \dim(\ker L) = \dim V$

Cramer'sche Regel: $x_i = \frac{\det(A_i)}{\det A}$ wobei für A_i die i-te Spalte in A durch b ausgetauscht ist

Rotationsmatrix $\left(\begin{smallmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{smallmatrix}\right)$

$[A, B] = AB - BA$

$[A, B]^\dagger = [B^\dagger, A^\dagger]$

A.3 Reihen

geom. Reihe: $\frac{1}{1-q} = \sum_{n=1}^{\infty} q^{n-1}$

$e = \lim_{n\to\infty}(1 + \frac{1}{n})^n$

$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

$\sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$

$\cosh(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$

$\tanh(x) = \frac{sinh(x)}{cosh(x)} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

$\sin(x) = \frac{1}{2i}(e^{ix} - e^{-ix})$

$\cos(x) = \frac{1}{2}(e^{ix} + e^{-ix})$

Taylor-Entwicklung: $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2}f''(x_0)(x - x_0)^2 + \frac{1}{3!}f'''(x_0)(x - x_0)^3 + ...$

A.4 Vektoranalysis

$\nabla(AB) = A \times (\nabla \times B) + B \times (\nabla \times A) + (A\nabla)B + (B\nabla)A$

$\nabla \times (B \times C) = B(\nabla C) - C(\nabla B)$

$\nabla \cdot \nabla \times A = 0$

$\vec{F}(\vec{r}) = -\nabla V(\vec{r}) \Leftrightarrow \nabla \times \vec{F} = 0$

$\nabla(\vec{a} \cdot \vec{b}) = \vec{a} \times (\nabla \times b) + \vec{a} \times (\nabla \times \vec{a}) + (\vec{a} \cdot \nabla)\vec{b} + (\vec{b} \cdot \nabla)\vec{a}$

$\nabla \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \nabla \cdot \vec{a} + \nabla \cdot \vec{b}$

$\nabla \cdot (g\vec{F}) = g\nabla \cdot \vec{F} + (\nabla g) \cdot \vec{F}$

$\nabla \times \nabla \times \vec{F} = \nabla\nabla \cdot \vec{F} - \Delta\vec{F}$

$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{F}) = \nabla \cdot \nabla \times \vec{F} = 0$

$\nabla(\nabla \cdot \vec{F}) = \nabla \cdot (\nabla \circ \vec{F})$

$$\nabla r = \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\nabla \cdot \vec{r} = 3$$

$$\nabla \times \vec{r} = 0$$

$$\nabla f(r) = f'(r)\hat{r}$$

$$\nabla \times f(r)\vec{r} = 0$$

$$\nabla \circ \vec{r} = \mathbb{1}$$

$$\nabla^2 r = \frac{2}{r}$$

A.5 Komplexanalysis

$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$, $\varphi = \text{atan}\frac{b}{a}$

$|z_1 z_2| = |z_1|\,|z_2|$

$z_1 z_2 = a_1 a_2 - b_1 b_2 + i(a_1 b_2 + a_2 b_1)$

$e^{ix} = \cos x + i \sin x$

$z = \sqrt[n]{r}\exp(i\frac{\varphi}{+}\frac{2\pi k}{n})$

$a + ib = r\exp(i\varphi)$

$f(z) = \Re f(z) + i\Im f(z) = U(x,y) + iV(x,y)$

Cauchy-Riemann DGL: $\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial V}{\partial x}$

harmonisch: $\Delta f = 0$ harmonisch: $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0$

Residuum: $\oint_C f(z)dz = 2\pi i \sim_i res(f, z_i)$

$f(z_0) = \frac{1}{2\pi i}\oint_C \frac{f(z)}{z - z_0}dz$

Residuum: $res = \frac{1}{(m-1)!}\lim_{z\to z_0}(\frac{\mathrm{d}^{m-1}}{\mathrm{d}z^{m-1}}((z - z_0)^m f(z)))$

A.6 Laplace-Transformation

$F(p) = \int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt$

$L(f'(t)) = -f(0) + pF(p)$

$L(f''(t)) = -f'(0) - pf(0) + p^2F(p)$

$f(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\sigma-i\omega}^{\sigma+i\omega} F(p)e^{pt}dp = \sum_i res(F(p_i)e^{pt}, p_i)$

$L(x)$	$\frac{1}{p^2}$
$L(\alpha f)$	$\alpha L(f)$
$L(e^{\alpha t})$	$\frac{1}{p-\alpha}$
$L(\Theta(t))$	$\frac{1}{p}$
$L(\cosh(\alpha t))$	$\frac{p}{p^2-\alpha^2}$
$L(\sinh(\alpha t))$	$\frac{\alpha}{p^2-\alpha^2}$
$L(\sin(\alpha t))$	$\frac{\alpha}{p^2+\alpha^2}$
$L(\cos(\alpha t))$	$\frac{p}{p^2+\alpha^2}$

A.7 Fourier-Transformation

$\int_{-\infty}^\infty d\omega\ e^{i\omega(t-t')} = 2\pi\delta(t-t')$

$F(f'(t))(\omega) = i\omega\tilde{f}(\omega)$

$$\boxed{\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} g(\omega)\exp(-i\omega t)d\omega \\ g(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\exp(i\omega t)dt \\ f(t) &= \sum_{-\infty}^{\infty} g_n \exp(-i\omega_0 nt) \\ g_n &= \frac{1}{T}\int_t^{t-T} f(t)\exp(i\omega_0 nt)dt \end{aligned}}$$

$f(x)$	$g(\omega)$
1	$2\pi\delta(\omega)$
x^n	$2\pi i^n \delta^{(n)}(\omega)$
x^{-n}	$\frac{\pi(-i)^n \omega^{n-1} sign(\omega)}{(n-1)!}$
$sign(x)$	$\frac{2}{i\omega}$
$\|x\|$	$\frac{-2}{\omega^2}$
$x^n sign(x)$	$\frac{2n!}{(i\omega)^{n+1}}$
$\delta(x)$	1
$\delta^{(n)}(x)$	$(i\omega)^n$
$e^{-a\|x\|}$	$\frac{2a}{a^2+\omega^2}$
e^{-ax^2}	$\sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\omega^2/(4a)}$
$\cos(ax)$	$\pi(\delta(\omega+a)+\delta(\omega-a))$
$\sin(ax)$	$i\pi(\delta(\omega+a)-\delta(\omega-a))$
$\cos(ax^2)$	$\sqrt{\frac{\pi}{a}}\cos(\frac{\omega^2}{4a}-\frac{\pi}{4})$
$\sin(ax^2)$	$\sqrt{\frac{\pi}{a}}\cos(\frac{\omega^2}{4a}+\frac{\pi}{4})$

A.8 Geometrie

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$
$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$
$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$$

$$\sin^2(x) = (1-\cos(2x))/2$$
$$\cos^2(x) = (1+\cos(2x))/2$$
$$\tan^2(x) = \frac{1-\cos(2x)}{1+\cos(2x)}$$

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2}(\cos(x-y)-\cos(x+y))$$
$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x-y)+\cos(x+y))$$
$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x+y)+\sin(x-y))$$
$$\cos x \sin y = \frac{1}{2}(\sin(x+y)-\sin(x-y))$$

$$\sin x + \sin y = 2\sin(\tfrac{x+y}{2})\cos(\tfrac{x-y}{2})$$
$$\sin x - \sin y = 2\cos(\tfrac{x+y}{2})\sin(\tfrac{x-y}{2})$$
$$\cos x + \cos y = 2\cos(\tfrac{x+y}{2})\cos(\tfrac{x-y}{2})$$
$$\cos x - \cos y = -2\sin(\tfrac{x+y}{2})\sin(\tfrac{x-y}{2})$$

rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
deg	0	30	45	60	90	120	135	150	180	210	225	240	270	300	315	330	360
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\pm\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{3}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\pm\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
cot	$\mp\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$\mp\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$\mp\infty$

Zylinderkoordinaten:

$x = \rho\cos\varphi,\ y = \rho\sin\varphi, z = z$

$\rho = \sqrt{x^2+y^2}, \varphi = \arctan\frac{x}{y},\ z = z$

$d\vec{r} = d\rho\hat{\rho} + \rho d\varphi\hat{\varphi} + dz\hat{z}$

$dV = \rho d\rho d\varphi dz$

Kugelkoordinaten:

$x = r\sin\vartheta\cos\varphi,\ y = r\sin\vartheta\sin\varphi, z = r\cos\vartheta$

$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}, \varphi = \arctan\frac{y}{x},\ \vartheta = \arctan\frac{\rho}{z}$

$d\vec{r} = dr\hat{r} + rd\vartheta\hat{\vartheta} + r\sin\vartheta d\varphi\hat{\varphi}$

$dV = r^2\sin\vartheta dr d\vartheta d\varphi$

Ecken - Kanten + Flächen = 2

EULER-CHARAKTERISTIK

A.9 Integration

partiell: $\int uv' = uv - \int u'v$

$\int dx\frac{f'(x)}{f(x)} = ln|f(x)|$

$\int dx e^{f(x)} = e^{f(x)}$

$$\oint_{C=\partial S} d\vec{r}\ \psi(\vec{r}) = \int_S d\vec{S}\ (\nabla\times\psi(\vec{r}))$$

Stokes'scher Satz

$$\oint_{S=\partial V} d\vec{S}\ \psi(\vec{r}) = \int_V dV\ \psi(\vec{r})$$

Gauß'scher Satz

A.10 Delta-Funktion

$\int_{-\infty}^{\infty} dx f(x)\delta(x-x_0) = f(x_0)$

$\delta(-x) = \delta(x)$

$\delta(ax) = \frac{1}{|a|}\delta(x)$

$\delta(h(x)) = \frac{1}{|h'(x)|}\delta(x-x_0)$

$\int_{-\infty}^{\infty} dx f(x)\delta'(x-x_0) = -f'(x_0)$

$\Theta_H'(x) = \delta(x)$

$\int_{-\infty}^{x} dx'\delta(x'-x_0) = \Theta(x-x_0)$

B Konstanten, Abkürzungen, Einheiten und Eselsbrücken

B.1 Abkürzungen

hO	harmonischer Oszillator
sK	starrer Körper
CMS	center of mass system
iG	ideales Gas
bb	schwarzer Körper
mP	mathematisches Pendel

B.2 Konstanten

Lichtgeschwindigkeit .... $c = 299792458 \frac{m}{s}$

Bohr'sches Magneton .... $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9,27 \times 10^{-24} J/T = 5,79 \times 10^{-5} eV/T$

Vakuumpermeabilität .... $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$

Gasvolumen bei STP: $V = nV_m$ mit $V_m = 22,4$l/mol

$R = 8,314$ J/mol K

B.3 Eselsbrücken

$1eV = 8065,541 cm^{-1}$

$\hbar c = 197$ eVnm

$\lambda = \frac{12\text{Å}}{\sqrt{U}}$

Erdmasse: $6 \cdot 10^{24} kg$

$h = 2\pi \cdot 10^{-34} Js$, $\hbar = 10^{-34} Js$

thermische Energie Raumtemperatur: $300K = 25meV$

$k_B = \frac{25}{300} \cdot 10^{-3} \frac{eV}{K}$

$hc = 1240 eVnm$

$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} kg$

Sekunden pro Jahr: $\pi \cdot 10^7$

m_p/m_e: 2000

$1 \frac{km}{s} = \frac{parsec}{Ma}$

$m_p[g] = \frac{1}{N_A} = \frac{1}{6{,}022 \cdot 10^{23}}$

B.4 Einheiten

Drehimpuls: $kg\frac{m^2}{s} = Js$

W	Nm	L	kgm^2
P	J/s	ε_0	C^2/Nm^2
φ	J/C	μ_0	N/A^2
B	N/Am	R	$J/molK$
Φ	Tm^2	k_B	J/K
L	J/A^2	Γ	Nm^2/kg^2
I	W/m^2		