

8369359	TINTAYA MONTECINOS ALAN HERNAN	INF 354	PLAN ANTIGUO
9989737	VALENCIA SANCHEZ OSCAR FELIPE	DAT 245	PLAN NUEVO

## LOS PROBLEMAS DEL MILENIO

### 1. Conjetura de Poincaré

**Enunciado:** Toda variedad cerrada, simplemente conexa y de dimensión tres es homeomorfa a la 3-esfera.

**Importancia:** Fue uno de los problemas centrales de la topología geométrica durante un siglo.

**Estado:** Resuelto en 2003 por Grigori Perelman mediante el flujo de Ricci; su prueba fue verificada por la comunidad y la Conjetura de Poincaré dejó de ser un problema abierto

---

### 2. Hipótesis de Riemann

**Enunciado:** Todos los ceros no triviales de la función zeta de Riemann tienen parte real  $\frac{1}{2}$ .

**Importancia:** Clave en la teoría de números, afecta la distribución de los números primos.

**Estado:** **Abierto** desde 1859; es considerado el más influyente de los problemas aún sin resolver

---

### 3. Conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer

**Enunciado:** Relaciona el rango de un grupo de puntos racionales en una curva elíptica con el orden de anulación de su función LLL asociada en  $s=1$

**Importancia:** Conecta geometría aritmética y análisis complejo; tiene aplicaciones en criptografía y teoría de números.

**Estado:** **Abierto**; ha habido avances parciales en casos especiales, pero permanece sin demostración general

---

### 4. Conjetura de Hodge

**Enunciado:** En variedades algebraicas proyectivas lisas complejas, las clases de Hodge de tipo  $(k,k)$  son combinaciones racionales de clases algebraicas.

**Importancia:** Fundamental en geometría algebraica y teoría de cohomología; describe la estructura de las variedades complejas.

**Estado: Abierto;** sólo se conocen algunos casos particulares de validación

---

## 5. Ecuaciones de Navier–Stokes (existencia y suavidad)

**Enunciado:** Probar que para el fluido incomprensible en  $\mathbb{R}^3$ , con condiciones iniciales razonables, existen soluciones lisas globales o demostrar su falla.

**Importancia:** Base de la mecánica de fluidos; su resolución impactaría en física matemática, ingeniería y meteorología.

**Estado: Abierto;** no hay prueba de existencia global ni de ruptura de la suavidad

---

## 6. Problema P versus NP

**Enunciado:** ¿Son equivalentes las clases de complejidad P (solución en tiempo polinómico) y NP (verificación en tiempo polinómico)?

**Importancia:** Eje de la teoría de la computación; sus implicaciones afectan la criptografía, optimización y teoría de la información.

**Estado: Abierto;** la mayoría cree que  $P \neq NP$ , pero aún sin demostración

---

## 7. Teoría cuántica de Yang–Mills y brecha de masa

**Enunciado:** Demostrar la existencia de una teoría de Yang–Mills no trivial en  $\mathbb{R}^4$  con un “gap” (brecha) de masa  $\Delta > 0$ .

**Importancia:** Fundamento de la física de partículas y de la teoría cuántica de campos; explica confinamiento de gluones en cromodinámica cuántica.

**Estado: Abierto;** se buscan axiomatizaciones rigurosas y métodos constructivos

---

### Contexto histórico y premio

Estos siete problemas fueron anunciados por el Clay Mathematics Institute en París el 24 de mayo de 2000 como un homenaje al legado de Hilbert y su lista de 1900. Cada solución acredita un premio de 1 millón de dólares. Hasta la fecha, solo el de Poincaré ha sido resuelto.

## Referencias

- Clay Mathematics Institute. "The Millennium Prize Problems."
- Wikipedia. "Millennium Prize Problems"