

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**  
**Кафедра МО ЭВМ**

**ОТЧЕТ**  
**по лабораторной работе №4**  
**по дисциплине «Искусственные нейронные сети»**  
**Тема: Распознавание рукописных символов**

Студентка гр. 8383

\_\_\_\_\_

Максимова А.А.

Преподаватель

\_\_\_\_\_

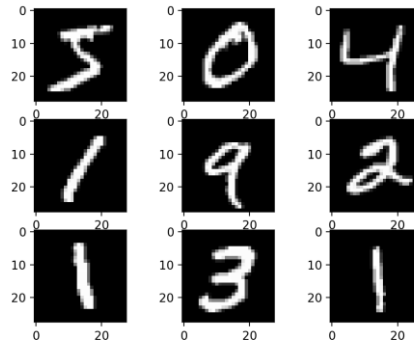
Жангиров Т.Р.

Санкт-Петербург

2021

## Цель работы

Реализовать классификацию черно-белых изображений рукописных цифр (28x28) по 10 категориям (от 0 до 9).



Набор данных содержит 60,000 изображений для обучения и 10,000 для тестирования.

## Задачи

- Ознакомиться с представлением графических данных
- Ознакомиться с простейшим способом передачи графических данных нейронной сети
- Создать модель
- Настроить параметры обучения
- Написать функцию, позволяющую загружать изображение пользователю и классифицировать его

## Требования

1. Найти архитектуру сети, при которой точность классификации будет не менее 95%
2. Исследовать влияние различных оптимизаторов, а также их параметров, на процесс обучения
3. Написать функцию, которая позволит загружать пользовательское изображение не из датасета

## Основные теоретические положения

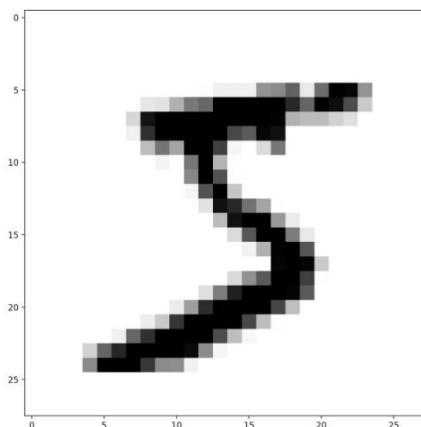
## Представление графических данных

Каждое изображение из базы данных MNIST имеет размер 28 на 28 пикселей и представлено в градациях серого, где 0 - черный цвет, 255 - белый, а все, что между, это и есть градации серого. Для более глубокого понимания рассмотрим как хранится первое изображение из этой базы данных.

Одно изображение представляет из себя тензор 2 ранга, форма имеет значение (28, 28). Как видно из рисунка, предоставленного ниже, матрица хранит в себе целочисленные значения (от 0 до 255).

```
[ [ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0  
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ]  
[ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0  
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ]  
[ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0  
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ]  
[ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0  
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ]  
[ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0  
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ]  
[ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0  
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ]  
[ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 18 18 18 126 136  
175 26 166 255 247 127 0 0 0 ]  
[ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 30 36 94 154 170 253 253 253 253 253  
225 172 253 242 195 64 0 0 0 ]  
[ 0 0 0 0 0 0 0 0 49 238 253 253 253 253 253 253 253 253 251  
93 82 82 56 39 0 0 0 0 ]  
[ 0 0 0 0 0 0 0 0 18 219 253 253 253 253 253 198 182 247 241  
0 0 0 0 0 0 0 0 0 ]  
[ 0 0 0 0 0 0 0 0 80 156 107 253 253 205 11 0 43 154  
0 0 0 0 0 0 0 0 0 ]  
[ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 14 1 154 253 90 0 0 0 0 0  
0 0 0 0 0 0 0 0 0 ]  
[ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 139 253 190 2 0 0 0 0  
0 0 0 0 0 0 0 0 0 ]  
[ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 11 190 253 70 0 0 0 0  
0 0 0 0 0 0 0 0 0 ]
```

Для вывода двумерного массива в виде изображения можно воспользоваться командой `imshow()`, назначение которой состоит в представлении 2D-растров.



## Задача классификации

Задача, в которой имеется множество объектов, где каждый объект, исходя из его свойств и параметров, можно отнести к конкретному классу. Таким образом, нейронная сеть, получая на вход объект, возвращает на выход вероятность (дискретную величину) его принадлежности к каждому из классов. В процессе обучения ИНС стремимся достигнуть результата, когда вероятность принадлежности к правильному классу имеет значение единицы, к другим классам - нуля.

## **Выполнение работы**

1. Были импортированы все необходимые для работы классы и функции.

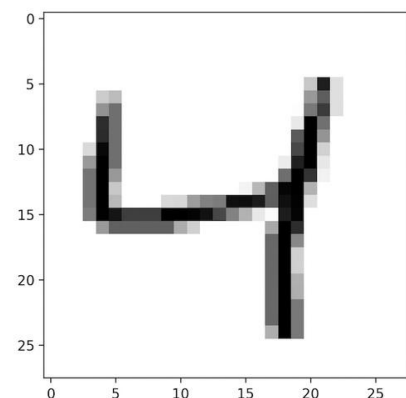
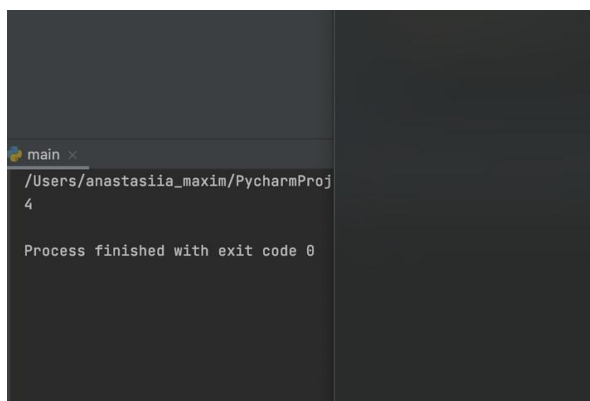
```
import tensorflow as tf
import matplotlib.pyplot as plt
import tensorflow.keras.optimizers as opt

from tensorflow.keras.layers import Dense, Flatten      #полносвязанный слой
from tensorflow.keras.models import Sequential         #сеть прямого распространения
from tensorflow.keras.utils import to_categorical
```

2. Загрузка данных была выполнена с помощью функции `load_data()`, которая возвращает кортеж из 4 массивов NumPy: данные для обучения и тестирования.

```
mnist = tf.keras.datasets.mnist
#загрузка обучающих и тестовых данных - 4 массива NumPy
(train_images, train_labels), (test_images, test_labels) = mnist.load_data()
```

Для проверки успешности сравнили тестовый изображение с его меткой.



3. Была выполнена нормализация входных данных - массивов изображений, так как предпочтительно подавать нейронной сети стандартизированные данные, изменяющиеся в диапазоне от нуля до единицы.

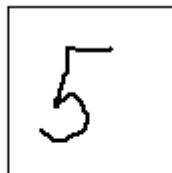
```
#нормализация данных
train_images = train_images / 255.0
test_images = test_images / 255.0
print(train_images[0])
```

Как видно, нормализация выполнена успешно.

```
[0. 0. 0. 0. 0. 0.
 0. 0. 0. 0. 0. 0.
 0.01176471 0.07058824 0.07058824 0.07058824 0.49411765 0.53333333
 0.68627451 0.10196078 0.65098039 1. 0.96862745 0.49803922
 0. 0. 0. 0. ]
[0. 0. 0. 0. 0. 0.]
 0. 0. 0.11764706 0.14117647 0.36862745 0.60392157
 0.66666667 0.99215686 0.99215686 0.99215686 0.99215686 0.99215686
 0.88235294 0.6745098 0.99215686 0.94901961 0.76470588 0.25098039
 0. 0. 0. 0. ]
[0. 0. 0. 0. 0. 0.
 0. 0.19215686 0.93333333 0.99215686 0.99215686 0.99215686
 0.99215686 0.99215686 0.99215686 0.99215686 0.99215686 0.98431373
 0.36470588 0.32156863 0.32156863 0.21960784 0.15294118 0.
 0. 0. 0. 0. ]
```

4. Кроме того, необходимо было подготовить правильный формат выходных значений. Правильные ответы находятся в диапазоне от 0 до 9, а нейронная сеть будет возвращать вектор из 10 элементов значения которых должны изменяться в диапазоне от 0 до 1. Таким образом, нужно было заменить исходные метки на вектора с нулевыми значениями и 1 в элементе, индекс которого соответствует значению, хранимому прежде в метке.

`train_images[0] =`



`train_labels[0] = 5`     `train_labels[0] = [0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0]`

```
#изменение формата правильных ответов
train_labels = to_categorical(train_labels)
test_labels = to_categorical(test_labels)
print(train_labels)
```

Как можно заметить, преобразование из вектора в матрицу было выполнено успешно.

```
[[0. 0. 0. ... 0. 0. 0.]
 [1. 0. 0. ... 0. 0. 0.]
 [0. 0. 0. ... 0. 0. 0.]
 ...
 [0. 0. 0. ... 0. 0. 0.]
 [0. 0. 0. ... 0. 0. 0.]
 [0. 0. 0. ... 0. 1. 0.]]
```

5. После была определена функция для создания модели ИНС прямого распространения, состоящей из 3 слоев: первый (входной) содержит  $28^2 = 784$  (пикселя) нейрона, второй (скрытый) - 256 нейронов, функция активации - Relu:  $\max(0, x)$ ; выходной слой - 10 нейронов (10 классов), функция активации - Softmax:  $\frac{e^{x_i}}{\sum_{i=0}^k e^{x_i}}$ , чтобы интерпретировать полученные результаты в терминах вероятности.

#### 6. Передача графических данных нейронной сети

Так как на входной слой необходимо передавать вектор из 784 элементов, а не имеющуюся матрицу 28 на 28, то по этой причине используется специальный слой Flatten, выравнивающий входные данные (преобразующий формат изображения из 2D-массива в 1D-массив).

7. Были определены следующие параметры обучения сети: в качестве функции потерь используется "categorical\_crossentropy", которую предпочтительно использовать в задачах классификации, когда количество классов больше двух, метрика - точность, оптимизатор - "adam".

```
def build_model():
    model = Sequential()
    model.add(Flatten())
    model.add(Dense(256, activation='relu'))
    model.add(Dense(10, activation='softmax'))
    model.compile(optimizer='adam', loss='categorical_crossentropy', metrics=['accuracy'])
    return model
```

8. После было запущено обучение сети с помощью метода fit(адаптирует модель под обучающие данные).

```
model = build_model()
hist = model.fit(train_images, train_labels, epochs=5, batch_size=128)
```

9. Для проверки работоспособности программы она была запущена. В процессе обучения нейронной сети отображаются две величины: loss - потери сети и accuracy - точность на обучающих данных. Как видно, сеть уже показывает хорошие результаты.

```
Epoch 1/5
469/469 [=====] - 1s 1ms/step - loss: 0.5243 - accuracy: 0.8555
Epoch 2/5
469/469 [=====] - 1s 1ms/step - loss: 0.1407 - accuracy: 0.9589
Epoch 3/5
469/469 [=====] - 1s 1ms/step - loss: 0.0927 - accuracy: 0.9729
Epoch 4/5
469/469 [=====] - 1s 1ms/step - loss: 0.0680 - accuracy: 0.9813
Epoch 5/5
469/469 [=====] - 1s 1ms/step - loss: 0.0516 - accuracy: 0.9852
```

10. Была выполнена проверка модели на распознавание контрольного набора. Как и ожидалось, величина точности на тестовых данных оказалась ниже примерно на 1% по сравнению с точностью на обучающих данных. Так как выбранная архитектура сети достигает заданной по условию точности 95%, то не будем вносить в нее изменения.

```
#проверка работы сети на контрольных данных
test_loss, test_acc = model.evaluate(test_images, test_labels)
print("test_loss: ", test_loss, "\n test_acc: ", test_acc)
```

```
test_loss: 0.07180648297071457
test_acc: 0.9782999753952026
```

## Исследование влияния различных оптимизаторов, а также их параметров на процесс обучения

Рассматриваем задачу минимизации целевой функции (функции потерь), имеющей форму суммы:  $Q(w) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i(w)$ ,

где параметр  $w$ , минимизирующий  $Q(w)$ , следует оценить. Каждый член суммы  $Q_i$  обычно ассоциируется с  $i$ -ым наблюдением (объектом) в обучающем наборе данных.

Когда для минимизации вышеприведенной функции используется стандартный метод градиентного спуска, то итерации можно представить в виде следующей формулы:

$$w := w - \eta \nabla Q(w) = w - \eta \sum_{i=1}^n \nabla Q_i(w) / n$$

где  $\eta$  – размер шага (скорость обучения).

### Эксперимент 1

Название: SDG - Стохастический градиентный метод

$$w := w - \eta \nabla Q_i(w)$$

Формула:

Суть: в отличие от классического градиентного спуска, вычисляющего градиент по всей обучающей выборке, берет случайным образом один объект из выборки и вычисляет по нему градиент, что позволяет сократить вычислительные ресурсы, достигая более быстрых итераций в обмен на более низкую сходимость. Кроме того, для повышения точности, можно использовать mini-batch, то есть вычислять градиент не по всему множеству обучающей выборки, но и не по одному объекту, что приводит к более гладкой сходимости.

Недостатки: огромная дисперсия оценки градиента.



### Параметры:

**learning\_rate:** float  $\geq 0$ . Скорость обучения.

**momentum:** float  $\geq 0$ . Параметр, ускоряющий SGD в соответствующем направлении и гасящий колебания.

**nesterov:** boolean. Применять ли импульс Нестерова?

### Результаты применения:

№ опыта	learning_rate	momentum	nesterov	Точность
1	0.9	0.0	False	97.9%
2	0.5	0.0	False	97.3%
3	0.1	0.0	False	96.2%
4	0.01	0.0	False	90.9%
5	0.001	0.0	False	81.4%
6	0.9	0.0	True	98.0%
7	0.1	0.0	True	95.9%
8	0.001	0.0	True	91.1%
9	0.9	0.1	False	91.4%
10	0.9	0.5	False	92.4%
11	0.9	0.9	False	95.9%
12	0.9	0.9	True	95.9%

### Выводы:

Как видно из первых 5 опытов, точность работы нейронной сети при использовании оптимизатора SGD увеличивается пропорционально увеличению параметра learning\_rate, отвечающего за скорость обучения.

Применение импульса Нестерова, как видно из опытов 6-8 в сравнении с опытами 1, 3 и 5, не дало явного увеличения или уменьшения точности сети.

Как можно заметить из значений точности на опытах 9-11, увеличение значение параметра momentum приводит к увеличению точности работы сети, но в сравнение с опытом 1, значение точности стало меньше.

## Эксперимент 2

Название: AdaGrad - Адаптивный градиентный алгоритм

Формула:

$$G_t = G_t + g_t^2$$
$$\theta_{t+1} = \theta_t - \frac{\eta}{\sqrt{G_t + \epsilon}} g_t$$

где  $G_t$  – сумма квадратов обновлений параметра,  $\epsilon$  – сглаживающий параметр, необходимый чтобы избежать деление на 0.

Суть: является модификацией стохастического алгоритма градиентного спуска с отдельной для каждого параметра скоростью обучения. Чем больше обновлений получает параметр, тем меньше скорость обучения.

Недостатки:  $G_t$  может увеличиваться сколько угодно, что через некоторое время приводит к слишком маленьким обновлениям и параличу алгоритма.

Параметры:

`learning_rate`: float >= 0. Уровень начального обучения.

Результаты применения:

№ опыта	learning_rate	Точность
1	0.9	90.4%
2	0.5	96.8%
3	0.1	97.4%
4	0.01	93.4%
5	0.001	87.5%

Выводы:

Как видно из результатов опытов, наилучшее значение точности достигается при некотором среднем значении скорости обучения.

### Эксперимент 3

Название: RMSprop - Среднеквадратичное распространение

Формула:

$$E[g^2]_t = \gamma E[g^2]_{t-1} + (1 - \gamma)g_t^2$$

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \frac{\eta}{\sqrt{E[g^2]_t + \epsilon}}g_t$$

Суть: скорость обучения настраивается для каждого параметра. Модификация идеи Adagrad: также обновляет меньше веса, которые слишком часто обновляются, но вместо полной суммы обновлений использует усредненный по истории квадрат градиента. Проще говоря, идея заключается в делении скорости обучения для весов на сгруппированные средние значения недавних градиентов этого веса.

Параметры:

**learning\_rate:** float >= 0. Скорость обучения  
**rho:** float >= 0.

Результаты применения:

№ опыта	learning_rate	rho	Точность
1	0.9	0.9	18.2%
2	0.5	0.9	38.5%
3	0.1	0.9	84.7%
4	0.01	0.9	97.6%
5	0.001	0.9	98%
6	0.001	0.5	97.5%
7	0.001	0.1	97.3%

Выводы:

Как видно из опытов 1-5, уменьшение скорости обучения увеличивает точность работы сети. Изменение второго параметра не дало улучшения.

## Эксперимент 4

Название: Adam

Формула:

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \frac{\eta}{\sqrt{\hat{v}_t + \epsilon}} \hat{m}_t$$

$$\hat{m}_t = \frac{m_t}{1 - \beta_1^t}, \quad \hat{v}_t = \frac{v_t}{1 - \beta_2^t}$$

$$m_t = \beta_1 m_{t-1} + (1 - \beta_1) g_t$$

$$v_t = \beta_2 v_{t-1} + (1 - \beta_2) g_t^2$$

Суть: Представляет из себя объединение преимуществ двух других расширений стохастического градиентного спуска (AdaGrad и RMSProp), то есть сочетает идею накопления движения и идею более слабого обновления весов для типичных признаков.

Параметры:

**learning\_rate:** float >= 0. Скорость обучения.

**beta\_1:** float, 0 < beta < 1. Обычно близко к 1.

**beta\_2:** float, 0 < beta < 1. Обычно близко к 1.

**amsgrad:** boolean. Применять ли AMSGrad вариант этого алгоритма из статьи «О конвергенции Adam и не только».

Результаты применения:

№ опыта	learning_rate	beta_1	beta_2	amsgrad	Точность
1	0.9	0.9	0.999	False	8.9%
2	0.5	0.9	0.999	False	9.9%
3	0.1	0.9	0.999	False	81.6%
4	0.01	0.9	0.999	False	97.1%
5	0.001	0.9	0.999	False	97.7%
6	0.001	0.9	0.999	True	97.8%
7	0.001	0.5	0.999	True	97.8%

8	0.001	0.9	0.5	True	96.5%
9	0.001	0.5	0.5	True	96.5%
10	0.001	0.1	0.999	True	97.7%
11	0.001	0.9	0.1	True	96.2%
12	0.001	0.1	0.1	True	95.9%

### Выводы:

Как видно из опытов 1-5, увеличение скорости обучения влечет к потере точности нейронной сети.

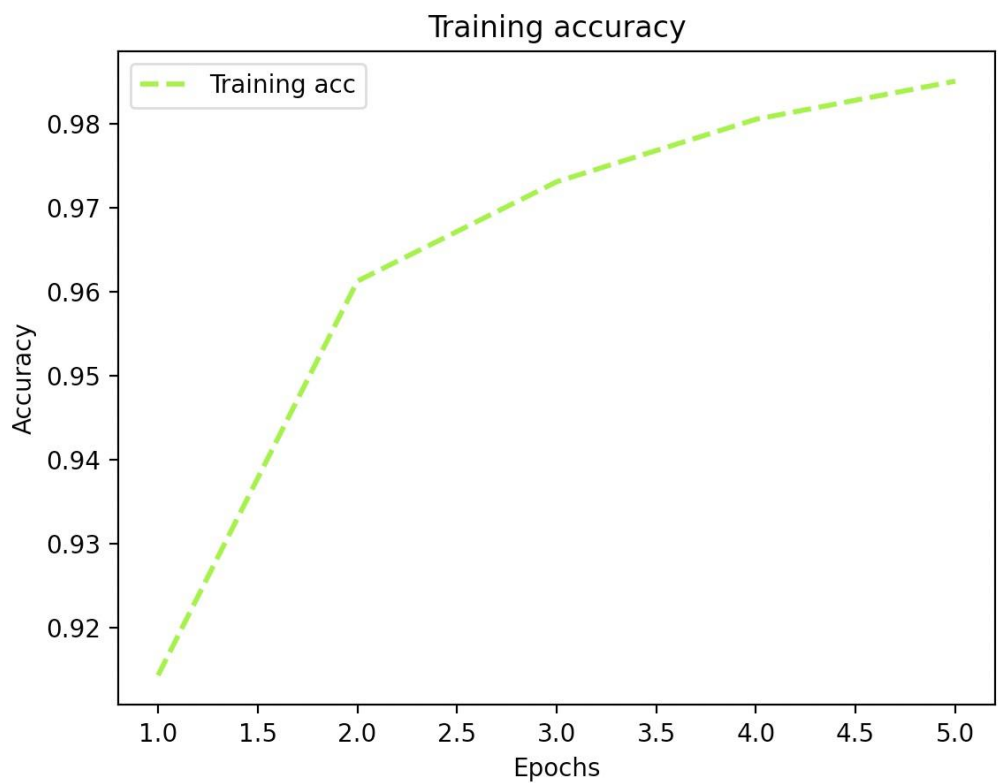
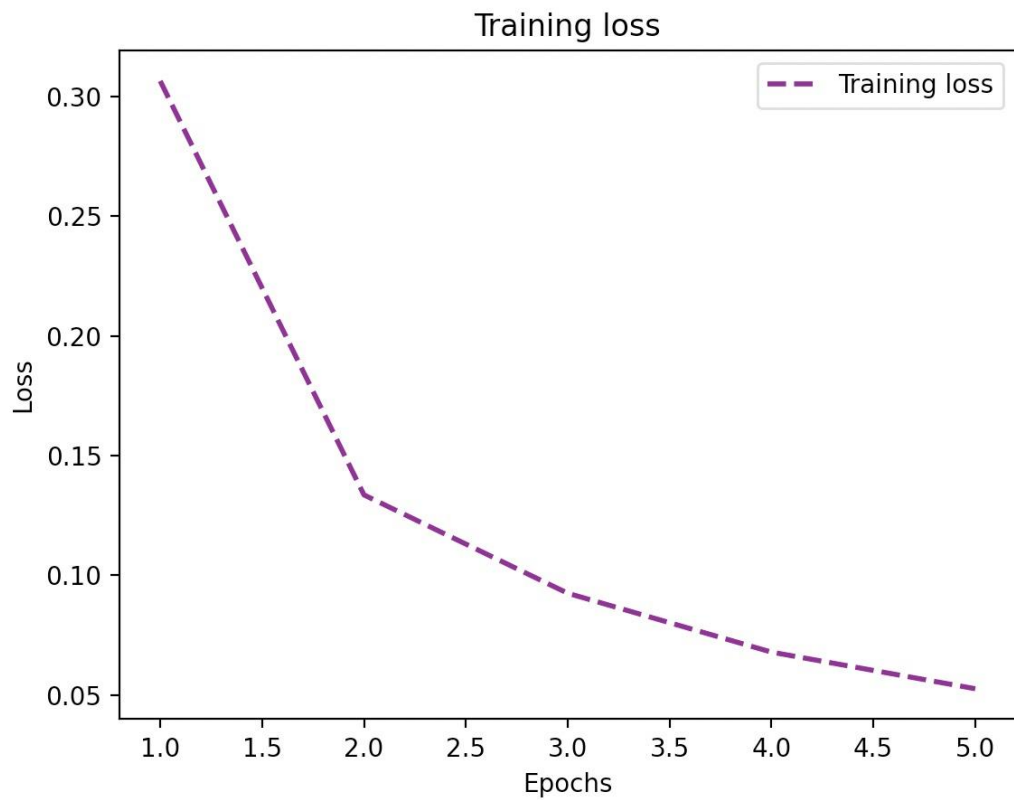
Из опыта 6 видно, что применение AMSgrad незначительно увеличивает точности ИНС.

Как видно из опытов 6-8, уменьшение значений beta\_1, beta\_2 привело к незначительной потере точности сети, еще большее уменьшение данных параметров в опытах 10-12 влечет немного большие потери. Кроме того, видно, что уменьшение параметра beta\_2 сильнее сказывается на точности сети.

### *Сравнение оптимизаторов*

Наибольшие значения точности 97.8-98% были достигнуты при использовании оптимизаторов Adam и RMSprop при одинаковой скорости обучения равной 0.001, SGD при скорости обучения равной 0.9. С учетом того, что оптимизатор Adam является расширением стохастического градиентного спуска и RMSprop, то такое результат вполне логичен. Оставим оптимизатор Adam в качестве используемого, в силу его преимуществ - маленькие требования к памяти, вычислительно эффективен, хорошо подходит для задач, которые являются большими с точки зрения данных и параметров.

Ниже представлены графики точности и потерь сети на обучающих данных и значения данных показателей на контрольных данных для выбранной конфигурации сети.



```
test_loss: 0.07213353365659714
test_acc: 0.9771999716758728
```

## Написание программы, позволяющей загружать изображение пользователю и классифицировать его

### Выполнение работы

1. Были импортированы все необходимые для работы классы и функции.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

from PIL import Image
from tensorflow.keras.models import load_model
```

2. Загрузка изображения была выполнена с помощью функции `load_usr_img(usr_path)`, принимающей путь к изображению, считываемый в функции `work_with_usr()`.

```
def load_usr_img(usr_path):
    img = Image.open(usr_path).convert('L')      #преобразовать в черно-белый
    img = img.resize((28, 28))                  #изменить размер
    img = np.array(img)                         #конвертируем в массив numpy
    img = 1 - img / 255                         #нормализация и инверсия
    return np.expand_dims(img, axis=0)          #predict ожидает трехмерный тензор
```

```
def work_with_usr():
    print("Enter the path to the image")
    path = input()
    while not path:
        print("Try it again")
        path = input()
    img = load_usr_img(path)
    model = load_model("ins.h5")                #загрузка инс из файла
    prediction = model.predict(img)             #применение сети для распознавания

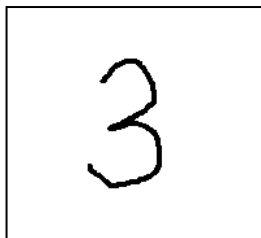
    plt.imshow(img[0], cmap=plt.cm.binary)
    plt.show()
    print("Network prediction: ", np.argmax(prediction))
```

## Тестирование

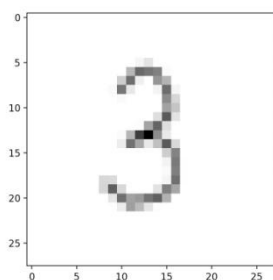
Производилось на картинках разных размеров, в различных цветах и толщине линий.

### Тест 1

Входной изображение:



Обработанное изображение:

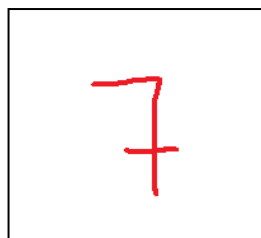


Предсказание сети:

```
Network prediction: 3  
Want to upload your own image? Enter: y or n.
```

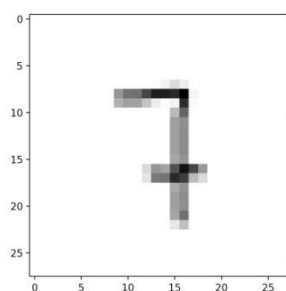
### Тест 2

Входной изображение:





Обработанное изображение:

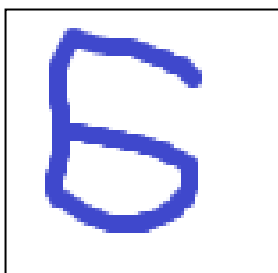


Предсказание сети:

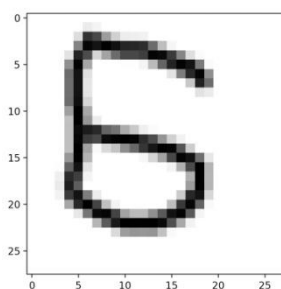
```
tests/img2.png  
Network prediction: 7  
Want to upload your own image? Enter: y or n.
```

### Тест 3

Входной изображение:



Обработанное изображение:

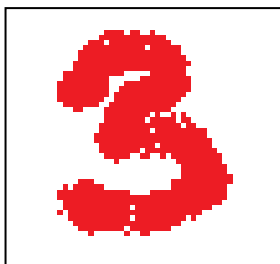


Предсказание сети:

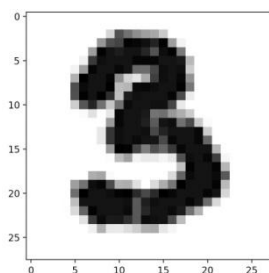
```
Network prediction: 3
```

#### Тест 4

Входной изображение:



Обработанное изображение:

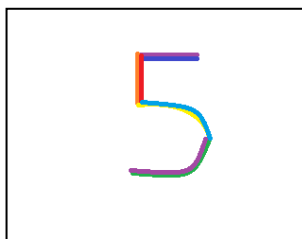


Предсказание сети:

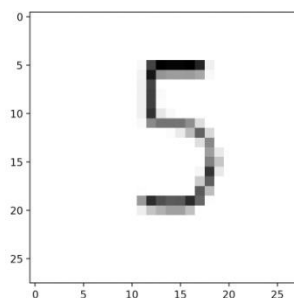
Network prediction: 3

#### Тест 5

Входной изображение:



Обработанное изображение:



Предсказание сети:

```
Enter the path to the image
tests/img5.png
Network prediction: 5
Want to upload your own image? Enter: y or n.
```

## Выводы

В результате выполнения лабораторной работы был реализован механизм распознавания рукописных цифр из базы данных MNIST. Была построена модель, решающая задачу классификации. Было изучено влияние различных оптимизаторов и их параметров на процесс обучения нейронной сети. Были построены графики точности и потерь сети для выбранной конфигурации. Получилось достигнуть достаточно высокого значения точности сети - 98%.

Была написана и протестирована программа, реализующая загрузку пользовательского изображения и его классификации. В результате тестирования на пользовательских изображения ИНС дала правильный прогноз в 4 из 5 случаях.