UNIVERSITAS INDONESIA
Veritas, Probitas, Iustitia

FAKULTAS ILMU KOMPUTER

Aturan Inferensi

Contoh: Socrates

- Kita memiliki 2 premis:
  - “Semua manusia adalah makhluk hidup.”
  - “Socrates adalah seorang manusia.”
- Kesimpulan:
  - “Socrates adalah makhluk hidup.”
- Pertanyaannya: Bagaimana kita mendapatkan kesimpulan dari premis?

Inferensi pada Logika Proposisi

Argumen pada Logika Proposisi

- **Argumen** di logika proposisi adalah sekumpulan proposisi.

- Argumen terdiri atas dua bagian:
  - **Premis/Hipotesis** : sekumpulan proposisi, <u>selain yang terakhir</u>
  - **Kesimpulan/Konklusi** : proposisi yang terakhir yang di-*support* oleh premis.

- Contoh:
  - Premis:
    - “Semua manusia adalah makhluk hidup.”
    - “Socrates adalah seorang manusia.”
  - Kesimpulan:
    - “Socrates adalah makhluk hidup.”

Argumen

Argumen Valid

- Argumen valid jika premis-premis mengimplikasikan kesimpulan
- Misal kita representasikan premis-premis dengan sekumpulan variabel p_1, p_2, p_3, …, p_n dan sebuah kesimpulan dengan variabel q,

$$p_1 \land p_2 \land p_3 \land \ldots \land p_n \rightarrow q$$

adalah sebuah **tautologi** ☺

Argument form

- Diberikan sebuah argumen, sebelum melakukan proses lebih lanjut, kita ubah terlebih dahulu argumen tersebut menjadi sebuah ***argument form***.

- **Argument form** : kita gantikan setiap proposisi dengan **variabel**.

- Contoh:
  - Premis: p q
    - Jika Anda mempunyai password, Anda dapat mengakses komputer
    - Anda mempunyai password
  - Kesimpulan:
    - Anda dapat mengakses komputer
      - Disimbolkan dengan $\therefore$ ("karena itu", "dapat disimpulkan bahwa", "therefore")

Argument form

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

Aturan Inferensi

- Untuk menentukan apakah sebuah argumen **valid**, kita dapat menggunakan **tabel kebenaran**.
- Kita juga dapat menggunakan beberapa **argumen sederhana** yang sudah terbukti valid, yaitu **aturan inferensi/rules of inference**.
- Kita dapat menggunakan **aturan inferensi** ini untuk membuktikan validitas dari **argumen lain yang lebih kompleks (misal, terdiri dari banyak premis)**.

FAKULTAS ILMU KOMPUTER
UNIVERSITAS INDONESIA

1. Modus Ponens

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

Corresponding Tautology:
$((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$

- Contoh:

Misalkan *p* adalah “Ani rajin belajar.”
Misalkan *q* adalah “Ani menjadi pintar.”

“Jika Ani rajin belajar, maka Ani menjadi pintar.”
“Ani rajin belajar.”

∴ “Ani menjadi pintar.”

2. Modus Tollens

$$
\begin{array}{l}
p \rightarrow q \\
\neg q \\
\hline
\therefore \neg p
\end{array}
$$

Corresponding Tautology:

$((p \rightarrow q) \wedge \neg q) \rightarrow \neg p$

- Contoh:

Misalkan *p* adalah “Ani rajin belajar.”
Misalkan *q* adalah “Ani menjadi pintar.”

“Jika Ani rajin belajar, maka Ani menjadi pintar.”

“Ani tidak menjadi pintar.”

∴ “Ani tidak rajin belajar.”

3. Silogisme Hipotetik (Hyphothetical Syllogism)

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

Corresponding Tautology:
$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$

- Contoh:

  Misalkan *p* adalah “Ani rajin belajar.”
  Misalkan *q* adalah “Ani menjadi pintar.”

  Misalkan *r* adalah “Ani menjadi kaya.”

  “Jika Ani rajin belajar, maka Ani menjadi pintar.”

  “Jika Ani pintar, maka Ani menjadi kaya.”

  ∴ “Jika Ani rajin belajar, maka Ani menjadi kaya.”

4. Silogisme Disjungtif (Disjunctive Syllogism)

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \neg p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

Corresponding Tautology:

$(\neg p \wedge (p \vee q)) \rightarrow q$

- Contoh:

  Misalkan *p* “Ani meminum teh.”

  Misalkan *q* “Ani meminum kopi.”

  “Ani meminum teh atau Ani meminum kopi.”

  “Ani tidak meminum teh.”

  ∴ “Ani meminum kopi.”

5. Penambahan (Addition)

$$\frac{p}{\therefore p \vee q}$$

Corresponding Tautology:

$p \rightarrow (p \vee q)$

- Contoh:

  Misalkan *p* “Ani meminum teh.”

  Misalkan *q* “Ani meminum kopi.”

  “Ani meminum teh.”

  ___

  ∴ “Ani meminum teh atau Ani meminum kopi.”

6. Simplifikasi (Simplification)

$$\frac{p \wedge q}{\therefore p}$$

Corresponding Tautology:

$(p \wedge q) \rightarrow p$

$(p \wedge q) \rightarrow q$

- Contoh:

  Misalkan p “Ani belajar di Fasilkom.”

  Misalkan q “Ani meminum kopi.”

  “Ani belajar di Fasilkom dan meminum kopi.”

  ∴ “Ani belajar di Fasilkom.”

7. Konjungsi (Conjunction)

$$\begin{array}{l} p \\ q \\ \hline \therefore p \land q \end{array}$$

Corresponding Tautology:

$((p) \land (q)) \rightarrow (p \land q)$

- Contoh:

  Misalkan *p* "Ani belajar di Fasilkom."

  Misalkan *q* "Ani meminum kopi."

  "Ani belajar di Fasilkom"

  "Ani meminum kopi."

  ∴ "Ani belajar di Fasilkom dan meminum kopi."

8. Resolusi (Resolution)

$$\begin{array}{r} p \vee q \\ \neg p \vee r \\ \hline \therefore q \vee r \end{array}$$

Corresponding Tautology:

$((p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)) \rightarrow (q \vee r)$

- Contoh:

Misalkan *p* “Ani meminum teh.”

Misalkan *q* “Ani meminum kopi.”

Misalkan *r* “Ani meminum susu.”

“Ani meminum teh atau Ani meminum kopi.”

“Ani tidak meminum teh atau Ani meminum susu.”

∴ Ani meminum kopi atau Ani meminum susu.

Latihan #1

- Diberikan pernyataan-pernyataan berikut:

  "Hari ini tidak cerah dan lebih dingin dari kemarin"

  "Kita akan pergi ke pantai hanya bila hari sedang cerah"

  "Jika kita tidak pergi ke pantai, maka kita akan pergi ke gunung"

  "Jika kita pergi ke gunung, maka kita akan tiba di rumah pada malam hari."

- Periksa apakah dari pernyataan-pernyataan di atas dapat disimpulkan bahwa "Kita akan tiba di rumah pada malam hari."

Latihan #1 (cont)

- Langkah 1: Mengubah kumpulan premis ke argument form

p : "hari ini cerah"

q : "hari ini lebih dingin dari kemarin"

r : "kita akan pergi ke pantai"

s : "kita akan pergi ke gunung"

t : "kita akan tiba di rumah pada malam hari"

"Hari ini tidak cerah dan lebih dingin dari kemarin"	$\neg p \wedge q$
"Kita akan pergi ke pantai hanya bila hari sedang cerah"	$r \rightarrow p$
"Jika kita tidak pergi ke pantai, maka kita akan pergi ke gunung"	$\neg r \rightarrow s$
"Jika kita pergi ke gunung, maka kita akan tiba di rumah pada malam hari."	$s \rightarrow t$

Latihan #1 (cont)

Buktikan bahwa premis di slides sebelumnya dapat mengimplikasikan kesimpulan ***t***

1.	$\neg p \wedge q$	premis
2.	$\neg p$	simplifikasi dari 1
3.	$r \rightarrow p$	premis
4.	$\neg r$	Modus Tollens dari 2 dan 3
5.	$\neg r \rightarrow s$	premis
6.	s	Modus Ponens dari 4 dan 5
7.	$s \rightarrow t$	premis
8.	t	Modus Ponens dari 6 dan 7

"Kita akan tiba di rumah pada malam hari."

Latihan #1 (cont)

- Langkah 1: Mengubah kumpulan premis ke argument form

p : “hari ini cerah”

q : “hari ini lebih dingin dari kemarin”

r : “kita akan pergi ke pantai”

s : “kita akan pergi ke gunung”

t : “kita akan tiba di rumah pada malam hari”

“Hari ini tidak cerah dan lebih dingin dari kemarin”

“Kita akan pergi ke pantai hanya bila hari sedang cerah”

“Jika kita tidak pergi ke pantai, maka kita akan pergi ke gunung”

“Jika kita pergi ke gunung, maka kita akan tiba di rumah pada malam hari.”

Kekeliruan (Fallacy)

Periksa apakah argumen berikut valid atau tidak.

Jika Anda rajin belajar, maka Anda mendapat nilai A.

Anda tidak rajin belajar.

Kesimpulan: Anda tidak mendapat nilai A.

Misal **p** : Anda rajin belajar, **q** : Anda mendapat nilai A.

- $((p \rightarrow q) \wedge \neg p) \rightarrow \neg q$ bukan merupakan Tautologi.
- Oleh karena itu, argumen di atas tidak valid.

- Kekeliruan seperti ini dinamakan **kekeliruan dalam menyangkal hipotesis** (***fallacy of denying the hypothesis***).

Kekeliruan (Fallacy)

Periksa apakah argumen berikut valid ?

Jika Anda rajin belajar, maka Anda mendapat nilai A.

Anda mendapat nilai A.

Kesimpulan: Anda rajin belajar.

Misal **p** : Anda rajin belajar, **q** : Anda mendapat nilai A.

- $((p \to q) \wedge q) \to p$ bukan merupakan Tautologi.
- Argumen di atas tidak valid.

- Kekeliruan seperti ini dinamakan **kekeliruan dalam pembenaran akibat** (***fallacy of affirming the conclusion***).

Aturan Inferensi pada Logika Predikat

1. Instansiasi Universal / Universal Instantiation

- Misal **c** adalah elemen/anggota tertentu dari domain.

$$\frac{\forall x P(x)}{\therefore P(c)}$$

- **Contoh**:
  - Domain terdiri atas semua mahasiswa Fasilkom
  - Nana adalah mahasiswa Fasilkom
  - “Semua mahasiswa Fasilkom adalah mahasiswa yang rajin.”
  - “Oleh karena itu, Nana adalah mahasiswa yang rajin”

2. Generalisasi Universal / Universal Generalization

- Misal, c adalah **elemen/anggota sembarang** dari domain dan **bukan spesifik**.

$$\frac{P(c) \text{ untuk } \textbf{sembarang c} \text{ di domain}}{\therefore \forall x\, P(x)}$$

- **Sembarang** artinya **tidak boleh ada asumsi apapun** terhadap **c** selain bahwa **c** adalah nilai sembarang dari domain.

3. Instansiasi Eksistensial / Existential Instantiation

- Misal, **c** adalah elemen/anggota **tertentu** dari domain.

$$\begin{array}{l} \exists x\, P(x) \\ \hline \therefore P(c), \text{ untuk suatu c di domain} \end{array}$$

- Jika **∃x *P*(x)** benar, maka terdapat suatu elemen **c** di domain sehingga ***P*(c)** bernilai benar.
- **Contoh:**
  - "Ada seseorang yang mendapatkan nilai A di kelas MD1."
  - "Misalkan dia adalah *a*, kita dapat mengatakan bahwa *a* mendapatkan nilai A"

- Contoh lain:
- Misal, ***P*(x)** menyatakan "$x^2 = 3x$" dan domain x adalah seluruh bilangan bulat.

- Diberikan premis **$\exists$x *P*(x)**.

- Kita simpulkan ***P*(0)** bernilai benar karena $\mathbf{0^2 = 3 \cdot 0}$ (dalam hal ini, kita ambil nilai **c** = 0).

- Kita juga dapat simpulkan ***P*(3)** bernilai benar karena $\mathbf{3^2 = 3 \cdot 3}$ (dalam hal ini, kita ambil nilai **c** = 3).

4. Generalisasi Eksistensial / Existential Generalization

- Misal, **c** adalah **suatu elemen tertentu** di domain.

***P*(c)** untuk **suatu c** di domain
$\therefore$ **∃x *P*(x)**

- Jika ada suatu elemen **c** di domain sehingga ***P*(c)** bernilai benar, maka dapat kita simpulkan **∃x *P*(x)** juga benar.
- Contoh:
  - "Nana mendapatkan nilai A di kelas MD1."
  - "Oleh karena itu, ada seseorang yang mendapatkan nilai A di kelas MD1."

- Contoh lain
- Misal, ***P*(x)** menyatakan "$x^2 > 5$", dan **x** berasal dari domain bilangan bulat.

- Kita temukan sebuah nilai **c**, yaitu **8** sehingga "$8^2 > 5$".

- Kita dapat simpulkan bahwa $\exists x\, P(x)$ bernilai benar.

5. Modus Ponens Universal

- Modus Ponens Universal mengombinasikan antara **universal instantiation and Modus Ponens** dalam sebuah aturan.

- P(x) dan Q(x) adalah dua buah predikat.
- **a** adalah sebuah elemen tertentu di domain.

$\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$
$P(a)$, **a adalah elemen tertentu di domain**

$\therefore Q(a)$

6. Modus Tollens Universal

- P(x) dan Q(x) adalah dua buah predikat.
- **a** adalah sebuah elemen tertentu di domain.

$\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$

$\neg Q(a)$, **a adalah elemen tertentu di domain**

$\therefore \neg P(a)$

Latihan #2

- Diberikan premis “Mahasiswa yang lulus adalah mahasiswa yang mengerjakan PR atau menghadiri kuliah,” “Ani tidak menghadiri kuliah,” dan “Ani lulus.”
- Tunjukkan bahwa “Ada mahasiswa yang mengerjakan PR.”
- Domain adalah seluruh mahasiswa.

- **L(x)** : “x lulus”
- **H(x)** : “x mengerjakan PR”
- **K(x)** : “x menghadiri kuliah”

Latihan #2 (cont)

Kesimpulan: $\exists x\ H(x)$

1	$\forall x\ (L(x) \rightarrow H(x) \vee K(x))$	premis
2	$\neg K(Ani)$	premis
3	$L(Ani)$	premis
4	$L(Ani) \rightarrow H(Ani) \vee K(Ani)$	Instansiasi Universal 1
5	$H(Ani) \vee K(Ani)$	modus ponens 3 & 4
6	$H(Ani)$	silogisme disjungtif
7	$\exists x\ H(x)$	Generalisasi eksistensial 6