



FAKULTAS  
ILMU  
KOMPUTER

# Logika Predikat

**Kuantor bersarang (*Nested Quantifier*)**



# Contoh

Misalkan diberikan sebuah formula logika predikat dengan  $x, y$  bilangan riil.

$$\forall x \exists y (x + y = 0)$$

Formula di atas menggunakan **kuantor bersarang / *nested quantifiers***, dan dibaca “Untuk setiap bilangan riil  $x$ , terdapat suatu bilangan riil  $y$  sehingga berlaku  $x + y = 0$ ”.

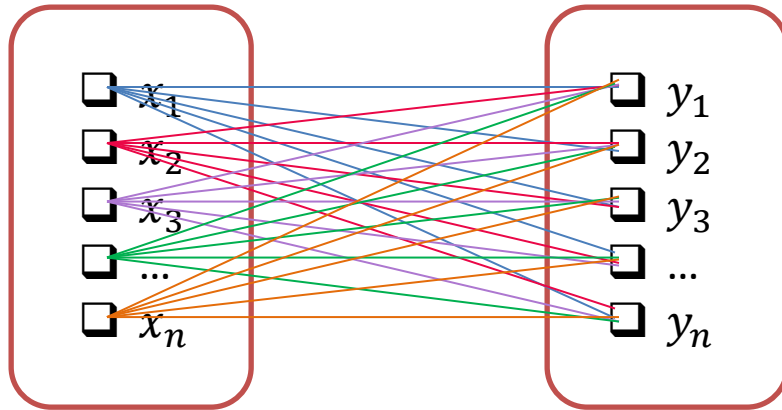
Formula di atas dapat dianggap sebagai bentuk  $\forall x (Q(x))$

dengan  $Q(x) : \exists y (P(x, y))$

dan  $P(x, y) : "x + y = 0"$

# Kuantor bersarang sebagai *Loop*

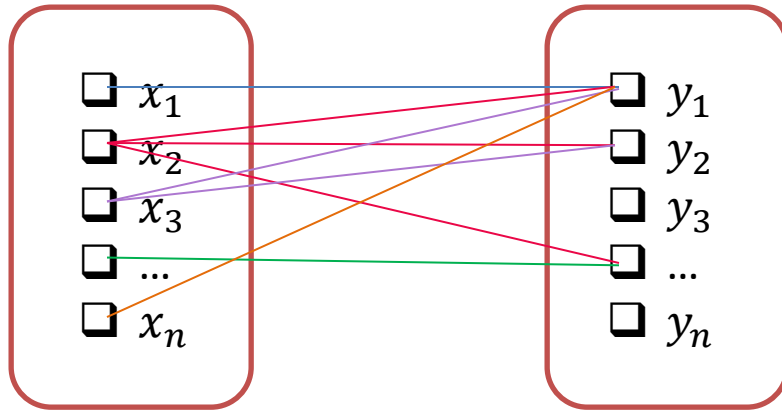
- $\forall x \forall y P(x, y)$ 
  - Untuk setiap  $x$ , untuk setiap  $y$  berlaku  $P(x, y)$



- Contoh: Semua mahasiswa menyukai semua makanan
  - Kapan bernilai BENAR?
  - Kapan bernilai SALAH?

# Kuantor bersarang sebagai *Loop*

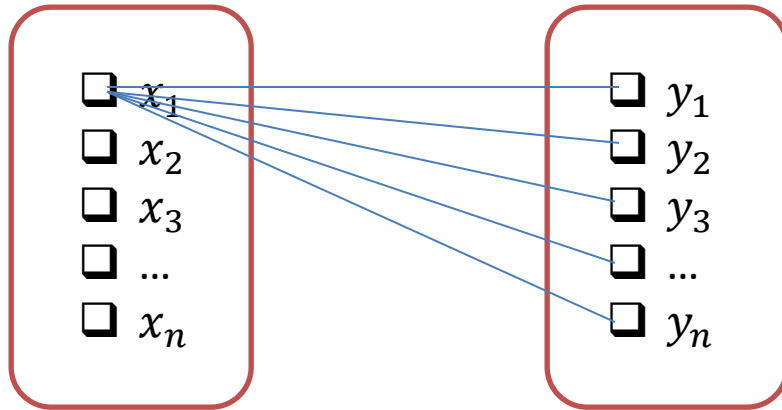
- $\forall x \exists y P(x, y)$ 
  - Untuk setiap  $x$ , ada  $y$  sehingga berlaku  $P(x, y)$



- Contoh: Semua mahasiswa menyukai suatu makanan
  - Kapan bernilai BENAR?
  - Kapan bernilai SALAH?

# Kuantor bersarang sebagai *Loop*

- $\exists x \forall y P(x, y)$ 
  - Ada  $x$  untuk setiap  $y$  sehingga berlaku  $P(x, y)$

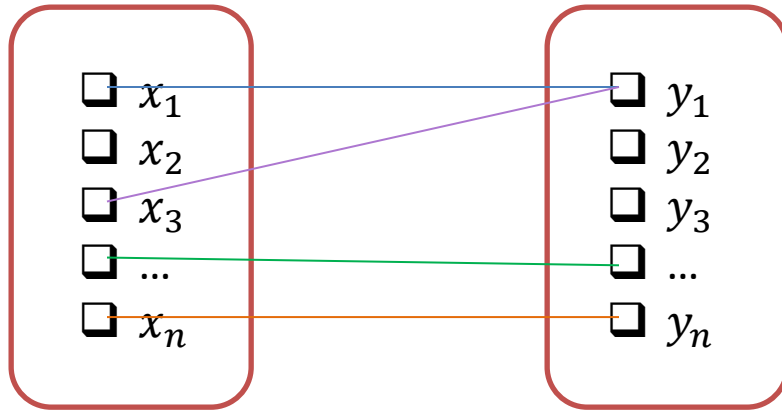


- Contoh: Ada mahasiswa yang menyukai semua makanan
  - Kapan bernilai BENAR?
  - Kapan bernilai SALAH?

# Kuantor bersarang sebagai *Loop*

- $\exists x \exists y P(x, y)$

- Ada x ada y sehingga berlaku  $P(x, y)$



- Contoh: Ada mahasiswa yang menyukai suatu makanan

- Kapan bernilai BENAR?
- Kapan bernilai SALAH?

# Catatan pada Kuantor Bersarang

- Perhatikan **urutan kuantor**, perhatikan pula “**letak**” **variabel** yang diikat oleh kuantor yang bersesuaian.
  - Kuantor dengan jenis yang sama dapat *dibolak-balik* urutannya, sementara kuantor dengan jenis berbeda perlu hati-hati. 😊

$$\forall x \forall y P(x, y) \equiv \forall y \forall x P(x, y)$$

$$\exists x \exists y P(x, y) \equiv \exists y \exists x P(x, y)$$

# Catatan pada Kuantor Bersarang

- Kuantor mengikat variabel pada domain tertentu
  - Contoh: Diberikan predikat  $P(x, y)$  : “mahasiswa  $x$  menyukai makanan  $y$ ”  
 $\exists y \forall x P(x, y)$  merepresentasikan pernyataan “Ada **makanan** yang **disukai** oleh semua mahasiswa”

$\exists y \forall x P(y, x)$  merepresentasikan pernyataan “Ada **mahasiswa** yang **menyukai** semua makanan”  
(sama dengan formula  $\exists x \forall y P(x, y)$ )



# Contoh

- Misalkan  $P(x, y, z)$ : " $x + y = z$ " dengan domain untuk  $x, y, z$  adalah bilangan riil. Tentukan nilai kebenaran dari formula-formula berikut.

1.  $\forall x \forall y \exists z P(x, y, z)$

- Formula ini dibaca ...
- Nilai kebenarannya ...

2.  $\exists z \forall x \forall y P(x, y, z)$

- Formula ini dibaca ...
- Nilai kebenarannya ...

3.  $\forall z \exists x \exists y P(x, y, z)$

- Formula ini dibaca ...
- Nilai kebenarannya ...

# Nilai Kebenaran Kuantor Bersarang

<i>Statement</i>	<i>When True?</i>	<i>When False?</i>
$\forall x \forall y P(x, y)$ $\forall y \forall x P(x, y)$	$P(x, y)$ is true for every pair $x, y$ .	There is a pair $x, y$ for which $P(x, y)$ is false.
$\forall x \exists y P(x, y)$	For every $x$ there is a $y$ for which $P(x, y)$ is true.	There is an $x$ such that $P(x, y)$ is false for every $y$ .
$\exists x \forall y P(x, y)$	There is an $x$ for which $P(x, y)$ is true for every $y$ .	For every $x$ there is a $y$ for which $P(x, y)$ is false.
$\exists x \exists y P(x, y)$ $\exists y \exists x P(x, y)$	There is a pair $x, y$ for which $P(x, y)$ is true.	$P(x, y)$ is false for every pair $x, y$ .

# Latihan

- Translasikan formula predikat berikut ke dalam bahasa natural kemudian tentukan nilai kebenarannya. Diberikan domain berupa bilangan riil.

1.  $\forall x \exists y (x^2 = y)$

2.  $\forall x \forall y ((x \geq 0) \wedge (y < 0) \rightarrow (x - y > 0))$

3.  $\forall x \forall y \exists z (z = (x + y)/2)$

4.  $\exists x \exists y (x + y \neq y + x)$

# Apa yang sudah dipelajari?

- Penggunaan kuantor bersarang
- Variasi kuantor bersarang dengan dua variable
- Menentukan nilai kebenaran kuantor bersarang

**Materi selanjutnya: Translasi lanjutan**