



FAKULTAS  
ILMU  
KOMPUTER

## Logika Proposisi (2)

Ekuivalensi Logikal



# Ekuivalensi Logikal

- Notasi: proposisi  $a$  dan  $b$  adalah **ekuivalen**

$$a \equiv b$$

$$a \Leftrightarrow b$$

- $a$  dan  $b$  adalah ekuivalen iff  $a \Leftrightarrow b$  adalah tautologi.
- Dengan ekuivalensi logikal, pengecekan operasi logika dapat terbantu dibanding membuat tabel kebenaran.
  - Contoh: Anda harus memeriksa proposisi majemuk yang terbuat dari 10 proposisi atomik. Maka ada berapa interpretasi (kombinasi nilai) yang harus diperiksa?  $2^{10}$

# Ekuivalensi Logikal (1)

<i>Equivalence</i>	<i>Name</i>
$p \wedge \mathbf{T} \equiv p$ $p \vee \mathbf{F} \equiv p$	Identity laws
$p \vee \mathbf{T} \equiv \mathbf{T}$ $p \wedge \mathbf{F} \equiv \mathbf{F}$	Domination laws
$p \vee p \equiv p$ $p \wedge p \equiv p$	Idempotent laws
$\neg(\neg p) \equiv p$	Double negation law
$p \vee \neg p \equiv \mathbf{T}$ $p \wedge \neg p \equiv \mathbf{F}$	Negation laws

<i>Equivalence</i>	<i>Name</i>
$p \vee q \equiv q \vee p$ $p \wedge q \equiv q \wedge p$	Commutative laws
$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	Associative laws
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	Distributive laws
$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	De Morgan's laws
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$	Absorption laws

## Ekuivalensi Logikal (3)

**TABLE 7** Logical Equivalences Involving Conditional Statements.

$$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

$$p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p \quad \text{kontrapositif}$$

$$p \vee q \equiv \neg p \rightarrow q$$

$$p \wedge q \equiv \neg(p \rightarrow \neg q)$$

$$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$$

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$$

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$$

$$(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \vee r)$$

$$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$$

**TABLE 8** Logical Equivalences Involving Biconditional Statements.

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$p \leftrightarrow q \equiv \neg p \leftrightarrow \neg q \quad \text{kontrapositif}$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$$

$$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$$

Disebut juga Definisi Bi-implikasi

Disebut juga Definisi Implikasi

- Exclusive Middle:  $p \vee \neg p \equiv \mathbf{T}$
- Golden Rule:  $p \wedge q \leftrightarrow p \equiv q \leftrightarrow p \vee q$

# Latihan

Apakah proposisi berikut ini ekivalen?

- $\neg(p \rightarrow q)$  dengan  $p \wedge \neg q$

# Contoh Penerapan Ekuivalensi

Tunjukkan bahwa  $\neg(p \vee (\neg p \wedge q))$  ekuivalen logical dengan  $\neg p \wedge \neg q$ .

**Solusi:**

$\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q)$	by the second De Morgan law
$\equiv \neg p \wedge [\neg(\neg p) \vee \neg q]$	by the first De Morgan law
$\equiv \neg p \wedge (p \vee \neg q)$	by the double negation law
$\equiv (\neg p \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg q)$	by the second distributive law
$\equiv \mathbf{F} \vee (\neg p \wedge \neg q)$	because $\neg p \wedge p \equiv \mathbf{F}$
$\equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee \mathbf{F}$	by the commutative law for disjunction
$\equiv \neg p \wedge \neg q$	by the identity law for $\mathbf{F}$

$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$	(first)
$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	(second)

De Morgan's laws

# Contoh Penerapan Ekuivalensi

Tunjukkan bahwa  $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$  adalah tautologi.

**Solusi:**

$$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q) \equiv \neg(p \wedge q) \vee (p \vee q)$$

Ekuivalensi implikasi

$$\equiv (\neg p \vee \neg q) \vee (p \vee q)$$

$$\equiv (\neg p \vee p) \vee (\neg q \vee q)$$

$$\equiv \mathbf{T} \vee \mathbf{T}$$

$$\equiv \mathbf{T}$$



## Contoh Penerapan Ekuivalensi

Terapkan aturan De Morgan untuk menyatakan negasi dari kalimat berikut:

- a. “Miguel punya *handphone* dan *laptop*.”
- b. “Heather akan pergi ke konser atau Steve akan pergi ke konser.”

**Solusi** untuk (a):

$p$ : “Miguel punya *handphone*”

$q$ : “Miguel punya *laptop*”

FLP dari (a) adalah  $p \wedge q$ .

Dengan aturan De Morgan:  $\neg(p \wedge q)$  ekuivalen dengan  $(\neg p \vee \neg q)$ :

“Miguel tidak punya *handphone* atau Miguel tidak punya *laptop*.”

**Solusi** untuk (b): ...?



# Latihan

Apakah proposisi berikut ini tautologi, kontradiksi, ataukah bersifat *satisfiable*?

Gunakanlah ekuivalensi logikal!

- $(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$
- $(p \oplus q) \vee (p \oplus \neg q)$
- $(p \rightarrow q) \wedge (p \wedge \neg q)$
- $(p \vee q) \wedge \neg r$
- $(p \vee \neg q) \wedge (q \vee \neg r) \wedge (r \vee \neg p) \wedge (p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r)$

# Latihan

- $p \vee \neg(p \vee q) \equiv p \vee \neg q$  ?
- $\neg p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv q \rightarrow (\neg p \rightarrow r)$  ?

# Apa yang sudah kita pelajari...

## Logika Proposisi

- Proposisi
- Operator Logika
- Tabel Kebenaran
- FLP
- Aplikasi dari Logika Proposisi
- Tautologi, Kontradiksi, Kontingensi, *Satisfiability*
- Ekuivalensi Logikal

**Topik selanjutnya: Logika Predikat**