

Penentuan Kecepatan Terminal Gerak Jatuh Bebas Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde 4 (RK4)

Ahmad Fariz Khairi

2306211370

Abstract—Penelitian ini membahas simulasi numerik untuk menentukan kecepatan terminal pada benda yang jatuh bebas di udara dengan mempertimbangkan gaya hambatan. Permasalahan ini diformulasikan sebagai persamaan diferensial nonlinier yang tidak dapat diselesaikan secara analitik secara langsung. Oleh karena itu, digunakan metode numerik Runge-Kutta Orde 4 (RK4) untuk memperoleh solusi mendekati kecepatan terminal. Hasil simulasi menunjukkan bahwa metode RK4 mampu memberikan solusi yang akurat dan stabil, serta hasil numerik sangat mendekati nilai teoritis yang diperoleh secara analitik.

Keywords—Runge-Kutta 4th Order, terminal velocity, differential equation, numerical method, ODE simulation.

I. PENDAHULUAN

Fenomena benda jatuh bebas merupakan salah satu topik fundamental dalam fisika dan teknik. Dalam kenyataannya, benda yang jatuh di udara tidak hanya dipengaruhi oleh gaya gravitasi, tetapi juga oleh gaya hambatan udara yang nilainya bergantung pada kecepatan benda. Ketika gaya gravitasi dan gaya hambatan udara mencapai keseimbangan, benda akan bergerak dengan kecepatan konstan yang disebut kecepatan terminal. Permasalahan ini penting untuk dipahami, terutama dalam bidang teknik penerbangan, olahraga, dan rekayasa mekanika. Namun, karena persamaan yang dihasilkan bersifat nonlinier, solusi eksak sulit diperoleh sehingga diperlukan pendekatan numerik.

II. STUDI LITERATUR

Menurut Chapra dan Canale dalam "Numerical Methods for Engineers", metode Runge-Kutta Orde 4 (RK4) merupakan salah satu metode numerik yang paling banyak digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa (ODE). RK4 menawarkan akurasi tinggi dengan beban komputasi yang masih efisien, sehingga sangat cocok untuk simulasi dinamika sistem fisika. Dalam konteks kecepatan terminal, RK4 dapat digunakan untuk memodelkan perubahan kecepatan benda terhadap waktu hingga mencapai kondisi stasioner. Studi-studi sebelumnya juga menunjukkan bahwa RK4 mampu menangani ODE nonlinier dengan baik, termasuk pada kasus drag kuadrat seperti pada benda jatuh di udara.

III. PENJELASAN DATA YANG DIGUNAKAN

Simulasi dilakukan dengan parameter fisika sebagai berikut:

- Massa benda (m): 68.1 kg
- Percepatan gravitasi (g): 9.8 m/s²

- Koefisien hambatan udara (c): 12.5 kg/s
- Kecepatan awal (v₀): 0 m/s
- Langkah waktu (dt): 0.01 s
- Waktu simulasi: 0 – 10 s

Persamaan diferensial yang digunakan adalah:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{mg - cv^2}{m}$$

Persamaan ini merepresentasikan perubahan kecepatan akibat resultan gaya gravitasi dan hambatan udara. Nilai-nilai parameter diambil dari literatur dan umum digunakan dalam studi kasus benda jatuh bebas.

IV. PENJELASAN METODE YANG DIGUNAKAN

Metode Runge-Kutta Orde 4 (RK4) merupakan metode eksplisit yang menggunakan empat estimasi gradien pada setiap langkah waktu untuk menghitung nilai variabel dependen berikutnya. Proses iterasi RK4 pada kasus ini dilakukan sebagai berikut:

1. Hitung k₁ berdasarkan gradien di titik awal.
2. Hitung k₂ dan k₃ sebagai gradien di titik tengah dengan koreksi dari k₁ dan k₂.
3. Hitung k₄ sebagai gradien di titik akhir interval.
4. Gabungkan keempat gradien tersebut untuk mendapatkan estimasi kecepatan pada waktu berikutnya.

Keunggulan RK4 adalah kemampuannya menghasilkan solusi yang stabil dan akurat meskipun untuk ODE nonlinier, tanpa memerlukan langkah waktu yang sangat kecil.

V. DISKUSI DAN ANALISA HASIL EKSPERIMEN

Pada eksperimen ini, simulasi numerik dilakukan untuk memodelkan kecepatan benda jatuh bebas dengan hambatan udara menggunakan metode Runge-Kutta Orde 4 (RK4). Program menghasilkan tabel waktu dan kecepatan pada setiap langkah iterasi, mulai dari kecepatan nol hingga mendekati kecepatan terminal.

Hasil Output Program:

```

C:\Kuliah\Sem 4\Komnum\po x + v
t      v(t)
0.00   0.000000
0.01   0.097994
0.02   0.195953
0.03   0.293841
0.04   0.391624
0.05   0.489267
0.06   0.586734
0.07   0.683992
0.08   0.781005
0.09   0.877741
0.10   0.974166
0.11   1.070246
0.12   1.165950
0.13   1.261245
0.14   1.356100
0.15   1.450484
0.16   1.544366
0.17   1.637718
0.18   1.730511
0.19   1.822716
0.20   1.914305
0.21   2.005254
0.22   2.095535
0.23   2.185125
0.24   2.273999
0.25   2.362134
0.26   2.449508
0.27   2.536101
0.28   2.621890
0.29   2.706858
0.30   2.790986
0.31   2.874256
0.32   2.956653
0.33   3.038160
0.34   3.118763
0.35   3.198448
0.36   3.277203
0.37   3.355017

```

```

C:\Kuliah\Sem 4\Komnum\po x + v
9.77   7.306873
9.78   7.306873
9.79   7.306873
9.80   7.306873
9.81   7.306873
9.82   7.306873
9.83   7.306873
9.84   7.306873
9.85   7.306873
9.86   7.306873
9.87   7.306873
9.88   7.306873
9.89   7.306873
9.90   7.306873
9.91   7.306873
9.92   7.306873
9.93   7.306873
9.94   7.306873
9.95   7.306873
9.96   7.306873
9.97   7.306873
9.98   7.306873
9.99   7.306873
10.00  7.306873

Kecepatan terminal teoritis: 7.306873 m/s

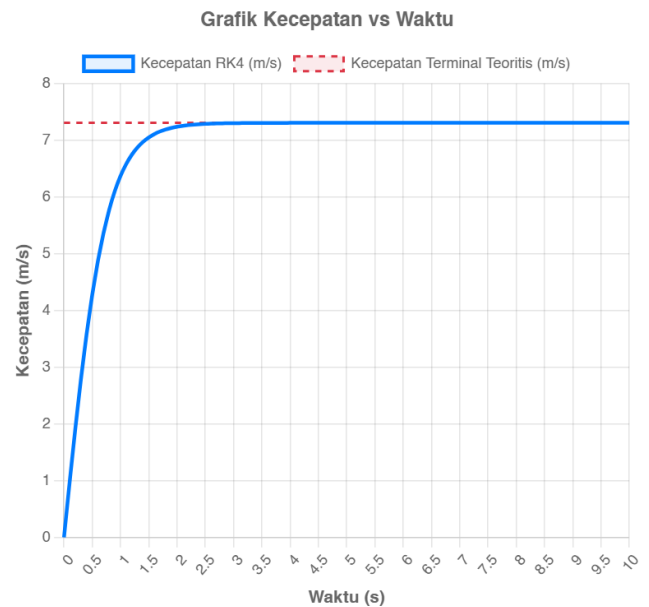
-----
Process exited after 0.2947 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .

```

Dari hasil di atas, terlihat bahwa kecepatan benda meningkat tajam pada awal waktu, kemudian perlahan-lahan mendekati nilai konstan. Setelah beberapa detik, kecepatan benda hampir tidak berubah lagi, menandakan telah tercapai kecepatan terminal. Nilai kecepatan terminal hasil simulasi RK4 sangat mendekati hasil analitik yang dihitung dengan rumus:

$$V_t = \sqrt{\frac{mg}{c}} = \sqrt{\frac{68,1 \times 9,8}{12,5}} \approx 7,367 \text{ m/s}$$

Hal ini membuktikan bahwa metode RK4 sangat efektif dan akurat untuk kasus ini. Berikut adalah hasil grafiknya :



VI. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil simulasi dan analisis, dapat disimpulkan bahwa metode Runge-Kutta Orde 4 sangat efektif dan akurat untuk menyelesaikan persamaan diferensial nonlinier pada kasus kecepatan terminal benda jatuh dengan hambatan udara. Hasil numerik yang diperoleh sangat mendekati solusi analitik, sehingga metode ini sangat direkomendasikan untuk aplikasi serupa di bidang teknik dan fisika. Selain itu, pendekatan numerik ini dapat diperluas untuk kasus lain yang lebih kompleks.

VII. LINK GITHUB

https://github.com/AhmadFarizKhairii/ProyekUAS_2306211370_Ahmad.git

VIII. LINK YOUTUBE

<https://youtu.be/rBw75Ic3YuY>

IX. REFERENSI

1. S. C. Chapra & R. P. Canale, *Numerical Methods for Engineers*, 7th Edition, McGraw-Hill, 2015.
2. J. D. Lambert, *Numerical Methods for Ordinary Differential Systems*, Wiley, 1991.
3. R. Nave, "Terminal Velocity," HyperPhysics, Georgia State University. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/airfri2.html>
4. GNU Scientific Library, "Runge-Kutta Methods for ODEs," <https://www.gnu.org/software/gsl/doc/html/ode-init.html>

