

به نام خدا



دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده برق و کامپیوتر

درس فیزیولوژی

ترم پاییز ۱۴۰۱

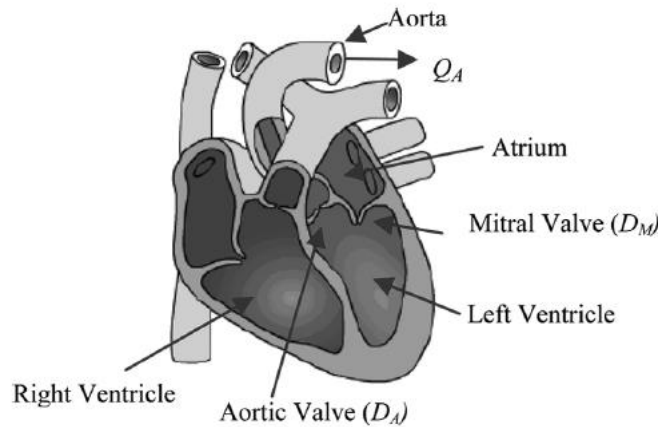
گزارش پروژه

مینا احمدیان نجف آبادی

۹۸۱۶۸۱۳

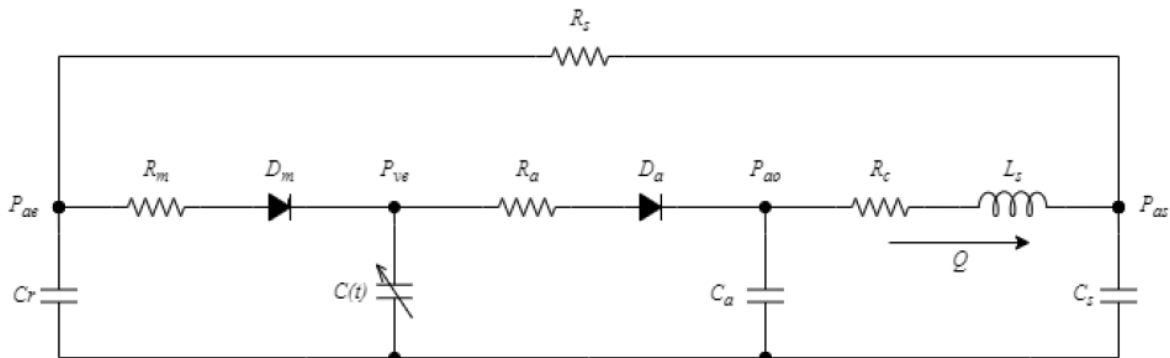
مدل سازی سیستم قلبی عروقی

در شکل ۱ تصویری از سطح مقطع قلب انسان به همراه قسمت‌هایی که آن را تشکیل می‌دهند، نشان داده شده‌است.



شکل ۱: سطح مقطع قلب انسان

رویکردهای متنوعی برای شبیه‌سازی قلب انسان وجود دارد. مدل‌های مختلف، سطوح مختلف پیچیدگی را نشان می‌دهند. با کمک تئوری کنترل و بازنمایی مدل واقعی در فضای حالت، می‌توان از یک مدار الکتریکی درجه ۵ برای نمایش مدل الکتروپدینامیکی بطن چپ استفاده کنیم. سیستم مورد نظر در شکل ۲ نشان داده شده‌است. در این مدل فرض شده که بطن راست و گردش خون ریوی به صورت طبیعی عمل می‌کنند.



شکل ۲: مدل الکتریکی سیستم قلبی عروقی

پارامترهای مدل در جدول ۱ نمایش داده شده‌اند.

جدول ۱: پارامترهای مدل الکتریکی سیستم قلبی عروقی

پارامتر	مقدار	معادل فیزیولوژیکی
مقاومت‌ها	Resistances (mmHg.s/ml)	
R_S	1.0000	مقاومت سیستمی عروقی ^۱
R_M	0.0050	مقاومت دریچه میترا
R_A	0.0010	مقاومت دریچه آئورت
R_C	0.0398	مقاومت مشخصه
خازن‌ها	Compliances (ml/mmHg)	
$C(t)$	متغیر با زمان	خازن بطن چپ
C_R	4.4000	خازن دهلیز چپ
C_S	1.3300	خازن مشخصه
C_A	0.0800	خازن آئورت
سلف	Inertances (mmHg.s ² /ml)	
L_S	0.0005	اینرتانس خون در آئورت
دریچه‌ها	Valves	
D_M		دریچه میترا
D_A		دریچه آئورت

همان‌طور که مشاهده می‌شود؛ رفتار بطن چپ به کمک یک خازن متغیر با زمان $C(t)$ مدل می‌شود که برابر است با معکوس تابع کشش بطن^۲ $E(t)$ می‌باشد. این تابع ارتباط بین فشار و حجم بطن را به صورت زیر مشخص می‌کند:

$$E(t) = \frac{1}{C(t)}$$

$$E(t) = \frac{LVP(t)}{LVV(t) - V_0}$$

در این رابطه $LVP(t)$ تغییرات زمانی فشار در بطن چپ، $LVV(t)$ تغییرات زمانی حجم در بطن چپ و V_0 مقدار حجم را برای مرجع نشان می‌دهند. در این مدل از تقریب زیر برای تابع کشش بطن استفاده می‌کنیم:

$$E(t) = (E_{max} - E_{min})E_n(t_n) + E_{min}$$

¹ Systemic Vascular Resistance (SVR)

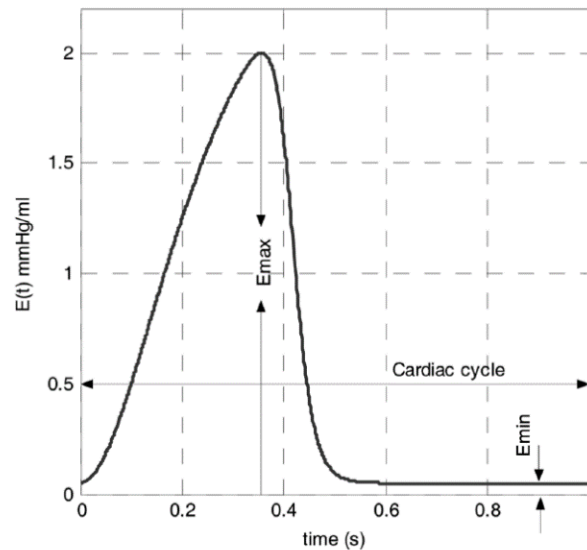
² Ventricle's Elastance function

$E_n(t_n)$ تابع “Double Hill” نامیده شده و به صورت زیر بدست می‌آید:

$$E_n(t_n) = 1.55 * \frac{\left(\frac{t_n}{0.7}\right)^{1.9}}{1 + \left(\frac{t_n}{0.7}\right)^{1.9}} * \frac{1}{1 + \left(\frac{t_n}{1.17}\right)^{21.9}}$$

در رابطه بالا $E_n(t_n)$ کشش نرمالیزه شده، $t_n = t/T_{max}$ ، $T_{max} = 0.2 + 0.15 * t_c$ ، $t_c = 60/HR$ ، تعداد ضربان قلب و t_c طول دوره یک ضربان می‌باشد. ثابت‌های E_{max} و E_{min} به ترتیب نشان‌دهنده‌ی رابطه‌ی فشار و حجم در پایان سیستول^۳ و رابطه‌ی فشار و حجم در پایان دیاستول^۴ است.

در شکل ۳ تابع کشش بطن چپ به ازای مقادیر $E_{max} = 2 \text{ mmHg/ml}$ ، $E_{min} = 0.06 \text{ mmHg/ml}$ و $HR = 60 \text{ bpm}$ برای یک قلب سالم نشان داده شده‌است.



شکل ۳: تابع کشش بطن چپ

³ End-Systolic Pressure Volume Relationship (ESPVR)

⁴ End-Diastolic Pressure Volume Relationship (EDPVR)

با در نظر گرفتن مدل الکتریکی سیستم قلبی عروقی (شکل ۲) و پارامترهای آن (جدول ۱) ماتریس حالت x به صورت زیر تعریف می شود:

$$x = \begin{bmatrix} P_{ae} \\ V_{ve} \\ P_{ao} \\ Q \\ P_{as} \end{bmatrix} \rightarrow \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{P}_{ae} \\ \dot{V}_{ve} \\ \dot{P}_{ao} \\ \dot{Q} \\ \dot{P}_{as} \end{bmatrix}$$

روابط ریاضی متغیرهای حالت به صورت زیر محاسبه می شوند:

• \dot{P}_{ae} : فشار دهلیز چپ

$$\frac{P_{as} - P_{ae}}{R_s} = \dot{P}_{ae} * C_r + \left(\frac{P_{ae} - P_{ve}}{R_m} \right) * D_m$$

$$\dot{P}_{ae} = \frac{P_{as}}{R_s C_r} - \frac{P_{ae}}{R_s C_r} - \frac{P_{ae} D_m}{R_m C_r} + \frac{P_{ve} D_m}{R_m C_r}$$

$$\dot{P}_{ae}(t) = P_{ae}(t) * \left(-\frac{1}{R_s C_r} - \frac{D_m}{R_m C_r} \right) + P_{ve}(t) * \frac{D_m}{R_m C_r} + P_{as}(t) * \frac{1}{R_s C_r}$$

• \dot{V}_{ve} : حجم بطن چپ

$$\dot{V}_{ve}(t) = \frac{D_a}{R_a} * P_{ao}(t) - \left(\frac{D_m}{R_m} + \frac{D_a}{R_a} \right) * E(t) V_{ve}(t) + \frac{D_m}{R_m} * P_{ae}(t) + \left(\frac{D_m}{R_m} + \frac{D_a}{R_a} \right) * E(t) V_0$$

• \dot{P}_{ao} : فشار آئورت

$$\left(\frac{P_{ve} - P_{ao}}{R_a} \right) * D_a = Q + \dot{P}_{ao} * C_a$$

$$\dot{P}_{ao} = \frac{P_{ve} D_a}{R_a C_a} - \frac{P_{ao} D_a}{R_a C_a} - \frac{Q}{C_a}$$

$$\dot{P}_{ao}(t) = P_{ve}(t) * \left(\frac{D_a}{R_a C_a} \right) + P_{ao}(t) * \left(-\frac{D_a}{R_a C_a} \right) + Q(t) \left(-\frac{1}{C_a} \right)$$

• \dot{Q} : جریان در بطن چپ

$$P_{ao} = Q * R_c + \dot{Q} * L_s + P_{as}$$

$$\dot{Q}(t) = P_{ao}(t) * \left(\frac{1}{L_s}\right) + Q(t) * \left(-\frac{R_c}{L_s}\right) + P_{as}(t) * \left(-\frac{1}{L_s}\right)$$

• \dot{P}_{as} : فشار خون سیستمی

$$Q = \dot{P}_{as} * C_s + \left(\frac{P_{as} - P_{ae}}{R_s}\right)$$

$$\dot{P}_{as}(t) = Q(t) * \left(\frac{1}{C_s}\right) + P_{ae}(t) * \left(\frac{1}{R_s C_s}\right) + P_{as}(t) * \left(-\frac{1}{R_s C_s}\right)$$

بنابراین داریم:

$$P_{ve} = E(t) * (V_{ve} - V_0)$$

معادلات نهایی هر متغیر (به رنگ قرمز) در کد شبیه‌سازی مدل به صورت زیر نشان داده شده‌اند:

```
[10]: for i in range(len(t)-1):

    Dm = (1 if Pae[i] >= Pve[i] else 0)
    Da = (1 if Pve[i] >= Pao[i] else 0)

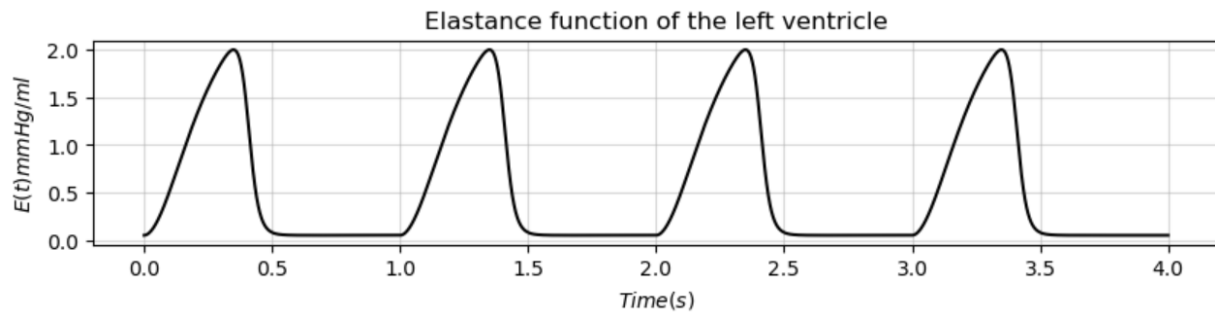
    Vve[i+1] = Vve[i] + dt*((Da/Ra)*Pao[i] - (Dm/Rm + Da/Ra)*E[i]*Vve[i] +
↪ (Dm/Rm)*Pae[i] + (Dm/Rm + Da/Ra)*E[i]*V0)
    Pve[i+1] = E[i+1]*(Vve[i+1] - V0)

    Pae[i+1] = Pae[i] + dt*(-(Dm/(Cr*Rm))*(Pae[i] - Pve[i]) + (Pas[i]-Pae[i])/
↪ (Cr*Rs))
    Pao[i+1] = Pao[i] + dt*((Da/(Ca*Ra))*(Pve[i] - Pao[i]) - Q[i]/Ca)
    Q[i+1] = Q[i] + dt*((-Rc*Q[i])/Ls) - (Pas[i]/Ls) + (Pao[i]/Ls)
    Pas[i+1] = Pas[i] + dt*((Q[i]/Cs) - (Pas[i]-Pae[i])/(Cs*Rs))
```

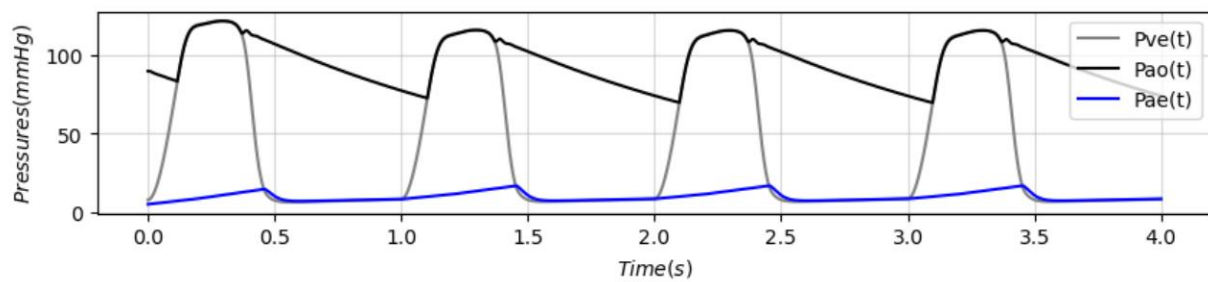
که مقدار $dt = 0.0001$ و مقادیر اولیه متغیرهای حالت به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند:

$$x = \begin{bmatrix} P_{ae} \\ V_{ve} \\ P_{ao} \\ Q \\ P_{as} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 140 \\ 90 \\ 0 \\ 90 \end{bmatrix}$$

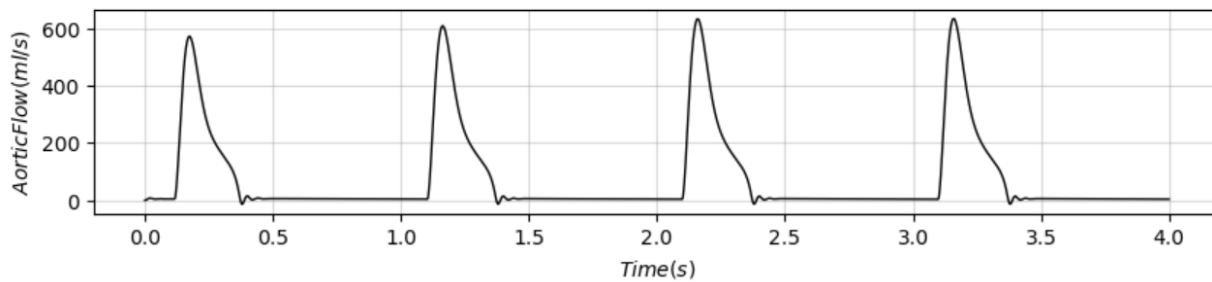
نتایج بدست آمده از شبیه سازی مدل الکتریکی بطن چپ به صورت زیر می باشد:



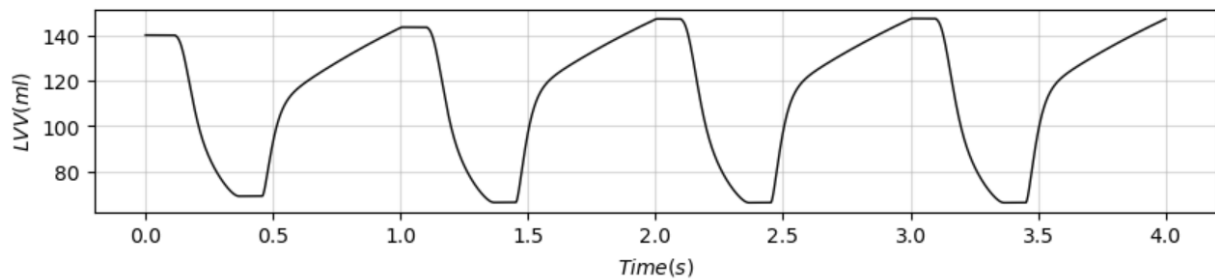
شکل ۴: نتایج شبیه سازی : تابع کشش بطن چپ



شکل ۵: نتایج شبیه سازی : منحنی های فشار مربوط به بطن چپ، آئورت و دهلیز چپ (به ترتیب)



شکل ۶: نتایج شبیه سازی : منحنی جریان در بطن چپ



شکل ۷: نتایج شبیه سازی : منحنی تغییرات حجم در بطن چپ