

EXERCICES SUR LES NOMBRES

Exercice 1

Ecrire un programme Pascal intitulé **PARITE** qui saisit un nombre entier et vérifie si ce nombre est pair ou impair.

Exercice 2

On se propose de saisir un entier N de trois chiffres non nuls, de déterminer et d'afficher tous les nombres qui peuvent être formés par les chiffres de N.

Exemple : pour N=427

Les nombres formés par les chiffres de N sont : 427, 472, 724, 742, 247, 274.

Exercice 3

Un entier est dit **distinct** s'il est composé de chiffres tous différents.

Exemples :

- ✓ N=1273 est dit distinct
- ✓ N= 1565 est dit non distinct

Ecrire un programme Pascal qui permet d'afficher tous les nombres distincts compris dans l'intervalle [1000..2000].

Exercice 4

Ecrire un programme Pascal **SOM_CHIFFRES**, qui permet de déterminer la somme des chiffres d'un nombre entier donné (exemple : pour N= 25418, on aura $2+5+4+1+8 = 20$).

Exercice 5

Ecrire un programme Pascal faisant calculer et afficher le **factoriel** d'un entier naturel N donné. Sachant que (pour $N > 0$) : $N! = N \times (N-1) \times (N-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$.

Exercice 6

Un entier naturel de trois chiffres est dit cubique s'il est égal à la somme des cubes de ses trois chiffres.

Exemple : 153 est cubique car $153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$

Ecrire un programme Pascal **NBR_CUBE** qui cherche et affiche tous les entiers cubiques de trois chiffres.

Exercice 7

Tout nombre positif de deux chiffres ab, tel que $a \neq b$, possède une liste appelée "liste vers 9".

Le principe est le suivant : on calcule la différence entre ab et son symétrique ba ; le résultat trouvé subit le même traitement ; on répète ce processus jusqu'à obtenir une différence = 9. L'ensemble constitué par le nombre initial et les résultats des différences est appelé "liste vers 9".

Exemple :

Soit $X = 18$; $|18-81| = \mathbf{63}$; $|63-36| = \mathbf{27}$; $|27-72| = \mathbf{45}$; $|45-54| = \mathbf{9} \rightarrow$ fin du traitement

La liste vers 9 est : **18 63 27 45 9**

Ecrire un programme Pascal qui permet de saisir un nombre positif composé de deux chiffres différents, de générer sa "**liste vers 9**" et enfin de l'afficher.

Exercice 8

Un nombre réel X et un nombre entier N étant donné, proposer un programme Pascal qui fait calculer **X^N**. Etudier tous les cas possibles (N positive ou négative).

**Au lieu de pascal ecrire les
programme en C david
aime ses genre d'exercice**

Exercice 9 PGCD et PPCM de deux entiers en même temps

La méthode la plus simple est de chercher le premier multiple de a qui soit divisible par b, sachant que : $\text{PGCD}(A,B) * \text{PPCM}(A,B) = A * B$.

Ecrire un programme Pascal qui permet de calculer et d'afficher le PGCD et le PPCM de deux entiers strictement positifs.

Exercice 10

Les nombres de **Fibonacci** sont donnés par la récurrence :

$$F_n = F_{n-2} + F_{n-1} \quad \text{avec } F_0 = 1 \text{ et } F_1 = 1.$$

Ecrire un programme Pascal qui affiche les 20 premiers nombres de Fibonacci.

Exercice 11 nombre premier

Un entier supérieur à 1 est dit **premier** s'il n'a que deux diviseurs distincts : 1 et lui-même.

Ecrire un programme Pascal qui cherche et affiche tous les nombres premiers \leq à 400.

Exercice 11 nombres premiers jumeaux

Deux nombres premiers n et p, $n > p$, sont dits **jumeaux** si $n - p = 2$. Par exemple, 3 et 5 sont jumeaux ainsi que 41 et 43.

Ecrire un programme Pascal qui cherche et affiche tous les nombres premiers jumeaux consécutifs \leq à 400.

Exercice 12 nombre parfait

Un nombre entier naturel est dit **parfait** s'il est égal à la somme de ses diviseurs sauf lui-même.

Ecrire un programme Pascal permettant de déterminer et d'afficher tous les nombres parfaits compris entre a et b ($2 < a < b$).

Exercice 13 Les nombres amicaux

Deux entiers m et n sont dits **amicaux** si et seulement si la somme des diviseurs de m sauf lui-même est égale à n et la somme des diviseurs de n sauf lui-même est égale à m.

Exemple :

$$284 = \{1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110\}$$

$$220 = \{1 + 2 + 4 + 71 + 142\}$$

(220 ; 284) est un couple de *nombres amicaux*

Ecrire un programme Pascal permettant de déterminer et d'afficher tous les nombres amicaux compris entre 1 et 10000.

Exercice 14 Les nombres palindromes

Un nombre est dit **palindrome** s'il est écrit de la même manière de gauche à droite ou de droite à gauche.

Exemples : 101 ; 22 ; 3663 ; 10801, etc.

Ecrire un programme Pascal permettant de déterminer et d'afficher tous les nombres palindromes compris dans l'intervalle [100..30000].

Exercice 15

Deux entiers N1 et N2 sont dits **frères** si chaque chiffre de N1 apparaît au moins une fois dans N2 et inversement.

Exemples :

- Si N1 = 1164 et N2 = 614 alors le programme affichera : N1 et N2 sont frères

- Si N1 = 405 et N2 = 554 alors le programme affichera : N1 et N2 ne sont pas frères

Ecrire un programme Pascal qui saisit deux entiers N1 et N2, vérifie et affiche s'ils sont frères ou non.

Exercice 16 Les nombres premiers entre eux

Deux nombres entiers sont *premiers entre eux* s'ils n'ont pas d'autres diviseurs communs que 1.

- 7 et 13 n'ont que 1 comme diviseur commun donc 7 et 13 sont premiers entre eux.
- 12 et 32 ont plusieurs diviseurs communs : 1 ; 2 et 4 donc 12 et 32 ne sont pas premiers entre eux.

Ecrire un programme Pascal qui saisit deux entiers N1 et N2, vérifie et affiche s'ils sont premiers entre eux ou non.

Exercice 17 facteurs premiers

Ecrire un programme Pascal permettant de décomposer un entier N donné ($2 \leq N \leq 100$) en produit de **facteurs premiers** et d'afficher N et le produit de ses facteurs trouvés.

Exemple : Si $n = 60$ alors on affiche $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$.

Exercice 18

Un entier positif K à n chiffres est dit « **nombre de Kaprekar** » si lorsqu'on élève K au carré, la somme du nombre composé des n chiffres de droite au nombre composé des n ou n-1 chiffres de gauche redonne le nombre d'origine.

Exemples : 9, 45 et 297 sont des nombres de Kaprekar :

$$9^2 = 81 \text{ et } 1+8=9 \quad ; \quad 45^2 = 2025 \text{ et } 25+20=45 \quad ; \quad 297^2 = 88209 \text{ et } 209+88 = 297$$

Ecrire un programme Pascal qui permet d'afficher tous les nombres de KAPREKAR inférieurs ou égaux à 1000 en utilisant la méthode décrite ci-dessus.

Exercice 19

On appelle **masse d'un nombre**, la somme du rang dans l'alphabet français de chaque lettre contenue dans ce nombre. Une lettre a le même rang qu'elle soit écrite en majuscule ou en minuscule.

$$UN \Rightarrow 21 + 14 = 35$$

On appelle « **nombre autocode** », si la somme ainsi formée = le nombre lui-même.

DEUX CENT CINQUANTE HUIT

$$54 + 42 + 104 + 58 = 258$$

Écrire un programme Pascal qui permet de vérifier si un nombre donné en toutes lettres est un nombre autocode ou non.

Exercice 20 Suite aliquote de n

Suite de nombres formée de la somme aliquote de n, puis de la somme aliquote de ce nombre, puis la somme aliquote de ce nombre, etc.

La somme aliquote, S(n) est la somme des diviseurs sans compter le nombre n lui-même.

Exemple pour n = 12

$$S(12) = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$$

$$S(16) = 1 + 2 + 4 + 8 = 15$$

$$S(15) = 1 + 3 + 5 = 9$$

$$S(9) = 1 + 3 = 4$$

$$S(4) = 1 + 2 = 3$$

$$S(3) = 1 = 1$$

La suite aliquote de 12 est : 16 15 9 4 3 1

Écrire un programme Pascal qui permet de saisir un entier N ($N > 1$) et d'afficher sa suite aliquote.

Exercice 21

Ecrire un programme Pascal qui permet de réaliser les tâches suivantes :

- Prendre un entier de trois chiffres différents
- Calculer leur somme S1
- Former avec ces trois chiffres les 6 nombres entiers possibles
- Calculer la somme S2 de ces 6 nombres
- Diviser S2 par S1 et afficher le résultat.

Exercice 22

Écrire un programme Pascal qui permet de réaliser les tâches suivantes :

- Prendre un entier de trois chiffres différents
- Renverser-le (abc devient cba)
- Faire la différence entre ces deux nombres
- Renverser cette différence
- Ajouter ces deux derniers nombres et afficher le résultat.

Exercice 23

Un nombre M est dit « **nombre de Mersenne** », s'il est défini par $M = 2^N - 1$ avec N un nombre premier.

Exemples :

- Si $M=31$, alors M est un nombre de mersenne. En effet, il peut s'écrire sous la forme $2^N - 1$ où $n=5$ qui est un nombre premier.
- Si $M=255$, alors M n'est pas un nombre de mersenne. En effet, il peut s'écrire sous la forme $2^N - 1$ où $n=8$ qui n'est pas un nombre premier.

Écrire un programme Pascal qui permet de déterminer tous les nombres de Mersenne compris dans l'intervalle [3..50000].

Exercice 24

Un nombre M est dit «**Rigolo**», si la somme de ses chiffres est égale à la somme de tous les chiffres de ses facteurs premiers.

Exemple :

- Si $M=690$, alors M est un nombre rigolo. En effet :
 - ✓ La somme des chiffres de 690 est : $6+9+0=15$
 - ✓ Les facteurs premiers de 690 sont : 2, 3, 5 et 23
 - ✓ La somme des chiffres des facteurs premiers de 690 est : $2+3+5+2+3=15$

Écrire un programme Pascal qui permet de déterminer tous les nombres rigolos compris dans l'intervalle [100..1000].

Exercice 25

Un nombre Heureux est un entier strictement positif, qui, lorsqu'on additionne les carrés de chacun de ses chiffres, puis on additionne les carrés des chiffres de la somme obtenue et ainsi de suite, on obtient un entier à un seul chiffre et est égal à 1.

Exemple1 :

- Pour l'entier 7 on a :
$$\begin{aligned}7^2 &= 49 \\4^2 + 9^2 &= 97 \\9^2 + 7^2 &= 130 \\1^2 + 3^2 + 0^2 &= 10 \\1^2 + 0^2 &= 1\end{aligned}$$

On a obtenu un entier à un seul chiffre qui est égal à 1 ; donc 7 est heureux.

Exemple2 :

- Pour l'entier 85 on a :
$$\begin{aligned}8^2 + 5^2 &= 89 \\8^2 + 9^2 &= 145 \\1^2 + 4^2 + 5^2 &= 42 \\4^2 + 2^2 &= 20 \\2^2 + 0^2 &= 4\end{aligned}$$

On a obtenu un entier à un seul chiffre mais qui est différent de 1 ; donc 85 n'est pas heureux.

Écrire un programme Pascal qui permet de saisir un entier n strictement positif puis de vérifier et d'afficher s'il est heureux ou non.

Exercice 26

Un entier de n chiffres ($1 < n < 9$) est dit **bien ordonné** si ses chiffres forment, de gauche à droite, une suite strictement croissante.

Exemple :

- ✓ L'entier de 3 chiffres, 147 est bien ordonné car $1 < 4 < 7$
- ✓ L'entier de 4 chiffres, 1265 n'est pas bien ordonné car $6 > 5$

Ecrire un programme Pascal qui saisit un entier n ($1 < n < 9$) et fait sortir tous les entiers bien ordonnés de n chiffres et le nombre total de ces entiers.

Exercice 27

Ecrire un programme Pascal qui permet de déterminer toutes les valeurs de N et M , donnant une

valeur entière $\frac{n!}{m^2} < 1000$

Exemples :

$$6! / 12^2 = 5$$

$$4! / 2^2 = 6$$

$$10! / 720^2 = 7$$

Exercice 28

Un **nombre Vampire** est un nombre qui est égal à un produit de ses chiffres.

Exemple : $126 = 21 \times 6$

Ecrire un programme Pascal qui permet de déterminer tous les nombres Vampires de trois chiffres.

Exercice 29

Un **nombre de Fermat** est un entier naturel qui peut s'écrire sous la forme $2^{2^n} + 1$, avec n entier. Le n^{e} nombre de Fermat, $2^{2^n} + 1$, est noté F_n .

La suite des nombres de Fermat possède plusieurs relations de récurrence. On peut citer par exemple :

$$\begin{cases} F_0 = 3 \\ F_n = (F_{n-1} - 1)^2 + 1 \end{cases}$$

Ecrire un programme Pascal qui permet de déterminer les cinq premiers nombres de Fermat.

Exercice 30

En arithmétique, un **auto nombre** est un entier naturel qui ne peut pas s'écrire sous la forme d'un nombre ajouté à la somme des chiffres de ce nombre.

Exemples :

- 103 n'est pas un auto nombre, puisqu'il peut être généré par la somme de 92 et de ses chiffres, c'est-à-dire, $103 = 92 + 9 + 2$.
- 100 est un auto nombre car il n'existe pas une telle somme pour 100.

Ecrire un programme Pascal qui permet de déterminer tous les auto nombres de trois chiffres.

Exercice 31

En mathématiques, les **nombres de Pell** sont définis par récurrence de la manière suivante :

$$P_n = \begin{cases} 0 & \text{pour } n = 0; \\ 1 & \text{pour } n = 1; \\ 2P_{n-1} + P_{n-2} & \text{pour } n \geq 2. \end{cases}$$

Ecrire un programme Pascal qui permet de déterminer les N premiers nombres de Pell.

Exercice 32

Un **nombre Harshad**, ou **nombre de Niven**, est un entier qui est divisible par la somme de ses chiffres.

Exemple :

18 est un nombre Harshad, puisqu'il est divisible par $9=1+8$

On se propose d'écrire un programme Pascal qui cherche et affiche tous les nombres Harshad d'un intervalle $[a, b]$ donné, ($5 \leq a < b \leq 200$).

Exercice 33

En mathématiques, un entier N est un **carré parfait** s'il existe un entier k tel que $N = k^2$.

Ecrire un programme Pascal qui cherche tous les carrés parfaits de la forme $aabb$.

Exemple : 7744 est un carré parfait, puisqu'il est égal à 88^2

Exercice 34

En mathématiques, un **nombre automorphe** est un nombre entier dont le carré se termine par un même chiffre ou les mêmes chiffres que celui ou ceux du nombre lui-même.

Par exemple, $5^2 = 25$, $76^2 = 5776$, et $890625^2 = 793212890625$.

Ecrire un programme Pascal qui permet de vérifier si un nombre entier est automorphe ou non.

Exercice 35

On se propose d'écrire un programme Pascal permettant de chercher puis d'afficher tous les entiers naturels d'un intervalle $[a, b]$ ($10 < a < b < 200$) qui sont divisibles par chacun de leurs chiffres non nuls.

Exemple :

Dans l'intervalle $[15, 50]$ l'entier 36 sera affiché car il est divisible par 3 et par 6.

Exercice 36 Nombres quasi-parfaits

Les nombres parfaits sont en fait très rares : il n'y en a que 5 plus petits que 100 millions ! On va ici s'intéresser aux nombres qui sont presque parfaits, c'est-à-dire dont la somme des diviseurs n'est pas loin de N . Plus précisément, étant donné deux entiers L et D , on souhaite connaître le nombre d'entiers strictement positifs et inférieurs ou égaux à L tels que l'écart entre le nombre et la somme de ses diviseurs soit inférieur ou égal à une constante D . Ecrit mathématiquement :

Le nombre de N vérifiant : $1 \leq N \leq L$ et $\text{valeur absolue}(S(N) - N) \leq D$

Par exemple, pour $L=10$, et $D=1$, on trouve 5 nombres vérifiant la propriété voulue : 1, 2, 4, 6, et 8, comme le montre le tableau suivant :

$N \quad S(N) \quad |S(N)-N|$

1	0	1
2	1	1
3	1	2
4	3	1
5	1	4
6	6	0
7	1	6
8	7	1
9	4	5
10	8	2

Exercice 37 Nombres opposés

Etant donné un tableau d'entiers non nuls, trouvez combien il y a d'entiers distincts positifs dont l'opposé est aussi dans le tableau.

Par exemple, pour le tableau de taille 15 qui suit :

-3 4 2 8 9 1 -3 -8 -4 2 8 2 -8 1 3

Il faut afficher 3. En effet, les trois entiers 3, 4, et 8 ont aussi leur opposé dans le tableau.

Exercice 38 Plus long palindrome

Un palindrome est un mot symétrique, c'est-à-dire un mot qui se lit de la même manière de gauche à droite que de droite à gauche. Par exemple, les mots "radar", "ressasser", "y", "ici", et "ppoop" sont tous des palindromes. En revanche, des mots comme "dodo", ou "pouf" ne sont pas des palindromes.

Étant donné une longue séquence de lettres, votre objectif est de trouver la longueur du plus long palindrome que l'on peut trouver dans cette séquence.

Par exemple, le mot "mollakayakokomassa" contient comme plus grand palindrome le mot "kayak", qui est de longueur 5.

Exercice 39 Nombre de Keith

On appelle nombre de **Keith** un nombre K de n chiffres ayant la propriété suivante : en partant des nombres composés chacun d'un des n chiffres de K , on compose une sorte de suite en calculant la somme des n derniers nombres de la suite pour déterminer le suivant. Si cette suite fournit à un moment le nombre K , ce nombre est dit nombre de Keith.

Exemple : $K=197$

$1+9+7=17$; $9+7+17=33$; $7+17+33=57$; $17+33+57=107$; $33+57+107=197$;
 $57+107+197=361$.

On obtient alors la suite : 1, 9, 7, 17, 33, 57, 107, **197**, 361 dans laquelle se trouve le nombre 197, donc 197 est un nombre de Keith.

Ecrire un programme Pascal qui permet de déterminer et d'afficher tous les nombres de Keith dans l'intervalle [10..200000].

Exercice 40

Ecrire un programme Pascal qui permet d'encadrer un nombre entier N entre 2 dizaines consécutives.

Exemple1 : Si $N=623$ alors $620 < 623 < 630$

Exemple2 : Si $N=1576$ alors $1570 < 1576 < 1580$

Exercice 41

On dit qu'un entier naturel est un **nombre sublime** lorsque le nombre de ses diviseurs et la somme de ses diviseurs sont tous deux des **nombres parfaits**.

Exemple: 12 est un nombre sublime.

Diviseurs	1, 2, 3, 4, 6 et 12
Quantité	6 Nombre parfait
Somme	28 Nombre parfait

Exercice 42

En mathématiques, un **nombre abondant** est un nombre entier naturel non nul qui est strictement inférieur à la somme de ses diviseurs stricts.

Exemples : 12, 18, 20, 24, 30, 36, ...

Exercice 43

En mathématiques, un **nombre déficient** est un nombre entier naturel n qui est strictement supérieur à la somme de ses diviseurs stricts.

Exemples : 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, ...

Exercice 44

Un **nombre étrange** est, en mathématiques, un entier naturel n qui est abondant mais non semi-parfait : la somme de ses diviseurs propres (y compris 1 mais pas n) est plus grande que n mais aucune somme de certains de ses diviseurs n'est égale à n .

Le plus petit nombre étrange est 70. Ses diviseurs propres sont 1, 2, 5, 7, 10, 14 et 35. Leur somme vaut 74 mais aucune somme de certains de ses diviseurs ne donne 70.

Les premiers nombres étranges sont 70, 836, 4030, 5830, 7192, 7912, 9272, 104301...

Exercice 45

Un nombre n est dit **pratique** si pour tout m tel que $m < n$ il existe au moins une manière d'écrire m comme une somme de diviseurs distincts de n . La liste des nombres pratiques commence par 1, 2, 4, 6, 8, 12, 16, 18, 20, 24, 28, 30, 32, 36, 40, 42, 48, 54.

Exemple :

8 a pour diviseurs 1,2,4,8

$1=1$, $2=2$, $3=1+2$, $4=4$, $5=4+1$, $6=4+2$, $7=4+2+1$

Exercice 46

En mathématiques, un **nombre semi-parfait** ou **nombre pseudo parfait** est un nombre naturel n qui est égal à la somme de certains ou de tous ses diviseurs propres.

Les premiers petits nombres semi-parfaits sont 6, 12, 18, 20, 24, 28, 30, 36, 40, ...

Un nombre semi-parfait qui est égal à la somme de tous ses diviseurs propres est appelé un nombre parfait ; un nombre abondant qui n'est pas semi-parfait est appelé un nombre étrange.

Exercice 47

En mathématiques, les **nombres premiers cousins** sont une paire de nombres premiers qui diffèrent de quatre ; comparer ceci avec les nombres premiers jumeaux, les paires de nombres premiers qui diffèrent de deux, et les nombres premiers sexy, les paires de nombres premiers qui diffèrent de six.

Les nombres premiers cousins inférieurs à 1 000 sont :

(3, 7), (7, 11), (13, 17), (19, 23), (37, 41), (43, 47), (67, 71), (79, 83), (97, 101),
(103, 107), (109, 113), (127, 131), (163, 167), (193, 197), (223, 227), (229, 233),
(277, 281), (307, 311), (313, 317), (349, 353), (379, 383), (397, 401), (439, 443),
(457, 461), (487, 491), (499, 503), (613, 617), (643, 647), (673, 677), (739, 743),
(757, 761), (769, 773), (823, 827), (853, 857), (859, 863), (877, 881), (883, 887),
(907, 911), (937, 941), (967, 971)

Scan by MBAYE.DIOP