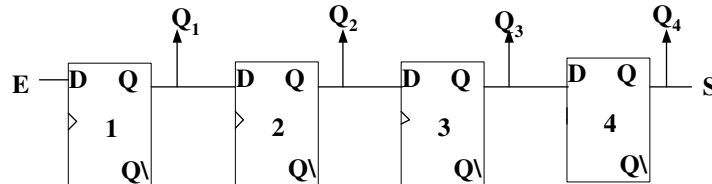


TD LOGIQUE n°9 : Synthèse synchrone de Registres

Exercice 1 : Registre à décalage - Introduction

Un registre est constitué de 4 bascules D mise en série comme indiqué sur la figure ci-dessous. Chaque bascule est reliée à une horloge commune non-représentée pour des raisons de clarté.



On a accès à l'entrée « E », à la sortie « S » et au mot de 4 bits (internes) $Q = Q_4Q_3Q_2Q_1$. A tout instant, l'état du registre est déterminé par la valeur de Q . On passe donc de Q à Q^+ à chaque front actif de l'horloge. A noter que $Q_1^+ = E$.

- 1.1. Avec une valeur initiale de $Q(0) = 1011$. (0) représente le n° de la période d'horloge. Quelle est la liste des 5 états suivants dans les 4 cas : $E = 0$, $E = 1$, $E = Q_3$ et $E = S$?
- 1.2. Préciser la valeur décimale de chaque état dans les 2 cas : entier non signé ou signé (MSB= Q_4).
- 1.3. Au bout de ces 5 états, quelle est la périodicité observée (valeurs successives de Q pour chaque cas) ?

$E=0$

| n° Front | Q_4 | Q_3 | Q_2 | Q_1 | E | Décimal |
|----------|-------|-------|-------|-------|---|---------|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 11 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 6 |
| 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 12 |
| 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$E=1$

| n° Front | Q_4 | Q_3 | Q_2 | Q_1 | E | Décimal |
|----------|-------|-------|-------|-------|---|---------|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 11 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 7 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 15 |
| 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 15 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 15 |
| 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 15 |

$E = Q_3$

| n° Front | Q_4 | Q_3 | Q_2 | Q_1 | $E = Q_3$ | Décimal |
|----------|-------|-------|-------|-------|-----------|---------|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 11 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 6 |
| 2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 13 |
| 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 11 |
| 4 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 6 |
| 5 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 13 |

En $S=Q_4$, apparition d'une suite périodique de période : 3 périodes d'horloge

$$E = S = Q_4$$

| n° Front | Q ₄ | Q ₃ | Q ₂ | Q ₁ | E = Q ₄ | Décimal |
|----------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------------|---------|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 11 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 7 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 14 |
| 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 13 |
| 4 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 11 |
| 5 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 7 |

En $S = Q_4$, apparition d'une suite périodique de période : 4 périodes d'horloge

Commentaire : Il est possible de construire des générateurs de signaux à l'aide de registres à décalage. Ces signaux peuvent avoir des propriétés particulières. L'application la plus notable est celle du système de localisation GPS. Il est utilisé un signal périodique binaire généré par un registre à décalage. Ce signal a des propriétés proches d'une séquence aléatoire, ce qui permet de déterminer la distance récepteur-émetteur à l'aide d'une fonction de corrélation.

1.4. On part toujours de $Q = 1011$, mais cette fois on câble $E = (Q_4 + Q_3 + Q_2)$. Donner alors la série complète des états obtenus.

$$E = S = Q_4$$

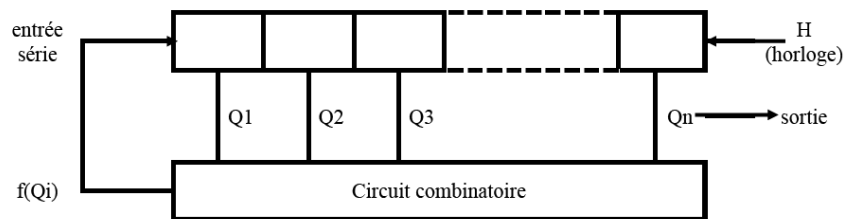
| n° Front | Q ₄ | Q ₃ | Q ₂ | Q ₁ | $E = (Q_4 + Q_3 + Q_2)$ | Décimal |
|----------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------------------|---------|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 11 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 6 |
| 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 12 |
| 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 6 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 3 |
| 7 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 6 |
| 8 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 12 |
| 9 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 8 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |

En $S = Q_4$, apparition d'une suite périodique de période : 6 périodes d'horloge

Commentaire : La longueur maximale atteignable de la période des signaux générés est de 2^n périodes d'horloge. (avec n bits, on représente 2^n codes)

Exercice 2 : Séquenceur par Registre Série-Parallèle (décalage à droite)

Soit un registre à décalage à droite, dont l'entrée série reçoit $f(Q_i)$ fonction des bits dans le registre.



On souhaite obtenir en Q_n la séquence :1011000 , le bit de droite apparaissant en premier et la séquence se répétant indéfiniment.

1.1. Quel est le nombre minimal de bits que devra contenir le registre à décalage ? (3 car $2^3 > 7$)

1.2. Déterminer dans ce cas la fonction $f(Q_i)$ sous sa forme minimale.

Il s'agit d'une synthèse combinatoire qui doit déterminer la valeur de l'entrée série en fonction de $Q_3Q_2Q_1$. L'entrée série (E) va déterminer la valeur future de Q_1 . La valeur de E doit donc correspondre à la valeur de la séquence qui doit apparaître dans 3 coups d'horloge. On retrouve les étapes habituelles d'une synthèse combinatoire :

Table de vérité : le signal à synthétiser est E

| Valeurs suivantes | E | Q_1 | Q_2 | Q_3 =sortie |
|-------------------|---|-------|-------|---------------|
| 000 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 100 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 010 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 101 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 110 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 011 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 001 | 1 | 0 | 1 | 0 |

Donc il faut synthétiser une fonction logique combinatoire E à partir de Q_1, Q_2, Q_3 . Le tableau de Karnaugh est :

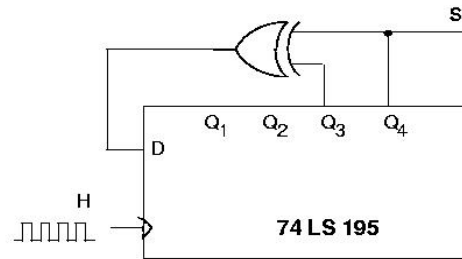
| $Q_3 \backslash Q_1 Q_2$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------------------------|----|----|----|----|
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Le cas $Q_3Q_2Q_1$ est indéfini, en l'absence de préconisation dans l'énoncé, je me place dans le cas d'une synthèse à cout minimale d'où $E=1$. Dans ce cas, $E = \overline{Q_3} \overline{Q_1} + Q_3 Q_1$

L'état du système étant représenté par le contenu du registre, dresser le diagramme des transitions et examiner le problème de l'autocorrection (états hors-cycle) ?

Exercice 3 : Générateur de nombres aléatoires à base de registre universel (74195)

Considérons le montage suivant avec le circuit 74195 un registre à décalage de 4 bits (entrée D et sortie S).



- 3.1. Montrer que si le registre se trouve initialisé avec 0000, il conserve cette valeur indéfiniment.
- 3.2. Chargement avec 1111 comme valeur initiale. Donner la suite des valeurs obtenues en binaire et décimal.
- 3.3. Est-ce que cette suite présente une périodicité ? Si oui, quelle est cette période en période d'horloge ?
- 3.4. Expliquer pourquoi un tel registre est appelé "registre de longueur maximale" ?
- 3.5. Montrer qu'on aurait obtenu le même résultat (longueur maximale) quelque soit la valeur initiale.