TD 3 - Grammaire

Qu 1. Soit la grammaire $\big(\{a, b, c\}, \{S\}, S, \{S \to Saab \mid Sbb \mid c \mid \varepsilon\}\big)$.

a. Donner tous les mots de longueur six engendrés par la grammaire.
Pour chacun de ces mots, proposer un arbre de dérivation.

b. Quel est le langage engendré par cette grammaire ?

Qu 2. Soit la grammaire $\mathrm{G} = \big(\{a, b, c\}, \{S, U\}, S, P\}\big)$

où l'ensemble de règles P est : $\left\{ \begin{array}{lcl} S & \to & S\,c \mid U \\ U & \to & a\,U\,b \mid \varepsilon \end{array} \right.$

a. Donner quatre mots engendrés par la grammaire.
Pour chacun de ces mots, proposer un arbre d'analyse.

b. Caractériser l'ensemble des mots qui dérivent de la variable U.

c. Quel est le langage engendré par G ?

Qu 3. Donner une grammaire qui engendre le langage $\{a^n b^m c^{n+m} \colon n, m \in \mathbb{N}\}$.

Qu 4. Soit la grammaire $\big(\{a, b\}, \{S\}, S, \{S \to SS \mid aSb \mid bSa \mid \varepsilon\}\big)$.

a. Donner tous les mots engendrés par la grammaire de longueurs 0, 1, 2, 3 et 4.

b. Quel est le langage engendré par cette grammaire. Justifier.

Qu 5. On définit l'ensemble des mots bien parenthésés admettant les deux types de parenthèses ( ) et [ ] comme le plus petit ensemble tel que :

- ε est bien parenthésé;
- si x est bien parenthésé alors (x) et $[x]$ sont bien parenthésés;
- si x et y sont bien parenthésés alors xy est bien parenthésé.

Donner une grammaire qui engendre cet ensemble.

Qu 6. On veut engendrer les expressions arithmétiques construites à partir de la multiplication. L'alphabet des lettres terminales est $\Sigma = \{*, (,), id, cte\}$ où id décrit les variables et cte les constantes numériques.

a. Donner un exemple qui montre que la grammaire

$$\big(\Sigma, \{E\}, E, \{E \to E * E \mid (E) \mid id \mid cte\}\big)$$

est ambiguë.

b. En donner une version non ambiguë (et aussi qui force l'associativité à gauche de la multiplication).

Vérifier que le mot donné précédement en exemple n'admet qu'un arbre d'analyse.

Qu 7. On veut engendrer les expressions arithmétiques construites à partir de la soustraction unaire et de la multiplication.

a. Donner un exemple qui montre que la grammaire

$$\big(\{-, *, (,), id, cte\}, \{E\}, E, \{E \to -E \mid E * E \mid (E) \mid id \mid cte\}\big)$$

est ambiguë.

b. En donner une version non ambiguë (et aussi telle que l'opérateur unaire soit prioritaire sur l'opérateur binaire et qui force l'associativité à gauche de la multiplication).