

17.07.2023

Fachhochschule Dortmund
 Fachbereich Informatik
 Prof. Dr. S. Kuhnt, Prof. Dr. J. Jakob

Klausur zum Modul 42073

Aufgabe 1: Deskriptive Statistik und Konfidenzintervalle (6 + 7 + 2 Punkte)

Ein Pendler fährt mit einem Fernbus des Anbieters BusA oft von Oxford nach London. Er hat an zehn zufällig ausgewählten Tagen die tatsächliche Fahrzeit festgehalten:

Tag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fahrzeit in Minuten	98	98	98	95	92	95	95	92	95	92

- Geben Sie die empirische Verteilungsfunktion $F_n(x)$ der Fahrzeiten an und zeichnen Sie die Funktion.
- Bestimmen Sie ein zweiseitiges 95%-Konfidenzintervall für die unbekannte mittlere Fahrzeit in Minuten des Anbieters BusA.
- Für den konkurrierenden Anbieter BusB wurde ebenfalls eine Stichprobe von $n_B = 10$ Busfahrten von Oxford nach London erhoben. Dies lieferte $\bar{x}_B = 93$ als arithmetisches Mittel und $[80.818, 105.182]$ als 95%-Konfidenzintervall.
 Welchen Fernbusanbieter würden Sie nach dieser Datenanalyse wählen?

Hinweis: $t_{10,0.95} = 1.812$, $t_{9,0.975} = 2.262$, $z_{0.9} = 1.282$, $z_{0.95} = 1.645$

Aufgabe 2: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Kombinatorik (9 + 2 + 4 Punkte)

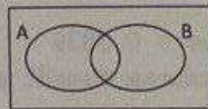
- Gegeben seien die Wahrscheinlichkeiten

$$P(A) = 0.4, \quad P(\bar{B}) = 0.65, \quad P(A \cup B) = 0.7$$

Zeichnen Sie für jedes der Ereignisse

$$B, \quad A \cap B \quad \text{und} \quad \overline{A \cup B}$$

die zugehörige Fläche in ein Venn-Diagramm



Berechnen Sie dann für jedes der drei Ereignisse dessen Wahrscheinlichkeit.

- Es gelte $P(C) = 0.4$ und $P(C \cup D) = 0.6$. Welchen Wert muss $P(D)$ annehmen, damit C und D disjunkt sind?
- Wie viele verschiedene „Wörter“ mit 3 Buchstaben lassen sich aus den 6 Buchstaben a, b, c, d, e und f bilden, wenn jeder Buchstabe nur einmal verwendet werden darf? Die gebildeten „Wörter“ müssen nicht unbedingt einen Sinn ergeben.

- Bitte wenden -

(9 + 6 Punkte)

Aufgabe 3: Zufallsvariablen

(a) Betrachten Sie die Funktion $f(x)$ mit $a \in \mathbb{R}$:

x	0	1	2	4
$f(x)$	0.2	0.2	a	$a/2$

Für alle anderen Werte von x gilt $f(x) = 0$.

- (i) Geben Sie den Träger Ω von X an. Wie muss a gewählt werden, damit $f(x)$ eine Wahrscheinlichkeitsdichte ist? Machen Sie alle weiteren Schritte mit der von Ihnen bestimmten Zahl a .
 - (ii) Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz von X . Geben Sie zudem $P(X < 2)$ an.
- (b) Bei einem Kartenspiel erhalten Sie 10 der insgesamt 32 Karten. Es wird gezählt wie viele der insgesamt 4 Asse Sie erhalten. Betrachten Sie die Zufallsvariable $X =$ „Anzahl an Assen“. Welcher Verteilung folgt diese Zufallsvariable? Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhalten Sie
- (i) alle 4 Asse.
 - (ii) kein Ass.
 - (iii) mindestens 1 Ass.

Aufgabe 4: Hypothesentests

(10 + 5 Punkte)

- (a) Die serienmäßige Herstellung eines bestimmten elektronischen Bauelements erfolgt nach Angaben des Produzenten mit einem Ausschussanteil von höchstens 2 %. Ein Kunde hat den Verdacht, dass der Ausschussanteil seiner Lieferung höher ist. Er entnimmt eine Stichprobe von $n = 625$ Bauelementen, von denen insgesamt 16 defekt sind. Kann anhand dieser Stichprobe zum Signifikanzniveau 5 % die Aussage des Produzenten widerlegt werden? Führen Sie einen geeigneten statistischen Test durch. Geben Sie alle Bausteine des Tests explizit an.

Hinweis: $z_{0.95} = 1.645$, $z_{0.975} = 1.96$, $t_{15,0.95} = 1.753$, $t_{15,0.975} = 2.131$

- (b) Gegeben ist folgender R-Output:

```
One Sample t-test
data: x
t = 0.99644, df = 16, p-value = 0.3339
alternative hypothesis: true mean is not equal to 20
```

- (i) Was für ein Test wurde durchgeführt? Welche Voraussetzung muss erfüllt sein, damit ein entsprechender Test durchgeführt werden darf?
- (ii) Geben Sie Null- und Alternativhypothese an.
- (iii) Welchen Umfang hatte die Stichprobe? Wie lautet der Wert der Teststatistik?
- (iv) Kann die Nullhypothese zu einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.05$ abgelehnt werden? Begründen Sie Ihre Antwort anhand des gegebenen Outputs.