

Klausur zum Modul 42073

Aufgabe 1: Deskriptive Statistik (12 + 3 Punkte)

- (a) Der Preis eines bestimmten Bahntickets variiert je nach Nachfrage. In der letzten Woche sind folgende Preise (in €) notiert worden:

30 40 15 55 35 130 30 10 45 70 125

Bestimmen Sie die für einen verfeinerten Boxplot notwendigen Kenngrößen.
Zeichnen Sie den Boxplot in eine Grafik.

Berechnen Sie das arithmetische Mittel der Preise.

Erklären Sie den deutlichen Unterschied zwischen Median und arithmetischem Mittel.

- (b) Geben Sie die durch folgenden Code in R abgelegten Werte von a , b , c und d an:

```
dat<-c(26,6,12,26,18,29,3)
x<-sort(dat) # Sortieren in aufsteigender Reihenfolge
a<-sum(dat)
b<-length(dat) # Laenge von Vektoren
c<-x[1]
```

Wie muss der Code geändert werden, damit c den Median liefert?

Aufgabe 2: Wahrscheinlichkeitsrechnung (6 + 9 Punkte)

- (a) Gegeben seien die Wahrscheinlichkeiten $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.4$, $P(C) = 0.1$, und $P(A \cap B) = 0.2$. A und C sind stochastisch unabhängig.

Bestimmen Sie $P(\overline{B})$, $P(B \cup A)$ und $P(\overline{A} \cup \overline{B})$.

Bestimmen Sie $P(A \cup C)$.

- (b) In einer bestimmten Bevölkerungsgruppe haben sich 25% gegen Grippe impfen lassen. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person an Grippe erkrankt, betrage bei den geimpften 0.1 und bei den nicht geimpften Personen 0.2.

Eine Person sei an der Grippe erkrankt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat sich die Person impfen lassen?

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist jemand, der nicht an Grippe erkrankt ist, nicht geimpft?

- Bitte wenden -

Aufgabe 3: Zufallsvariablen und -verteilungen

(8 + 7 Punkte)

- (a) Die Zufallsvariable X besitze eine Verteilung mit Dichte

$$f(x) = \begin{cases} 0.5x - 1 & \text{falls } 2 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Geben Sie den Träger Ω von X an und stellen Sie die Dichte graphisch dar.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(X \geq 3.5)$ und $P(X = 3.5)$.

Bestimmen Sie den Erwartungswert $E(X)$ und markieren Sie diesen in der Graphik.

- (b) Ein handelsüblicher Würfel wird 12-mal geworfen. Von Interesse sei die Anzahl der geworfenen Sechsen, d.h. die Zufallsvariable $X = \text{"Anzahl der geworfenen Sechsen"}$.

Welcher Verteilung folgt die Zufallsvariable X ?

Geben Sie die Dichtefunktion, den Erwartungswert und die Varianz von X an.

Berechnen Sie $1 - P(X = 0)$. Was sagt die so berechnete Wahrscheinlichkeit aus?

Aufgabe 4: Konfidenzintervalle und Hypothesentests

(5 + 10 Punkte)

- (a) In einer Zufallsstichprobe von 50 Motorradhelmen eines bestimmten Fabrikats fallen 18 bei einem Aufpralltest durch.

Bestimmen Sie ein approximiertes 95% Konfidenzintervall für den unbekannten Anteil an Helmen dieses Fabrikats, die den Aufpralltest nicht bestehen.

Begründen Sie, ob Sie diesen Helm kaufen würden.

- (b) Es wird vermutet, dass das durchschnittliche monatliche Einkommen von Studierenden in Köln niedriger ist als in Bonn.

Führen Sie einen geeigneten Test mit $\alpha = 0.05$ unter Normalverteilungsannahme durch.

Geben Sie alle Bausteine des Testes explizit an.

Nutzen Sie dabei, dass in einer Studie bei $n = 11$ zufällig ausgewählten Kölner Studierenden ein durchschnittliches Einkommen von $\bar{x} = 561$ €, bei einer Standardabweichung von $s_x = 132$ €, ermittelt wurde. Bei $m = 19$ Bonner Studierenden wurden die Werte $\bar{y} = 610$ € und $s_y = 182$ € beobachtet.

Hinweis: $t_{27,0.95} = 1.703$, $t_{26,0.95} = 1.706$, $t_{26,0.975} = 2.055$, $z_{0.95} = 1.645$, $z_{0.975} = 1.96$