

Klausur Mathematik für Informatik 3

Bachelor Präsenz 42073

Allgemeine Hinweise:

- Prüfen Sie, dass Sie die Klausur mit Ihrem Namen heruntergeladen haben.
- Schreiben Sie Ihre Lösungen handschriftlich mit einem schwarzen oder blauen Stift auf rein weiße Blätter. Versehen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen. Getippte oder handschriftlich digital erstellte Lösungen werden nicht gewertet.
- Die Klausur besteht aus vier Aufgaben mit jeweils 15 Punkten.
- Geben Sie nachvollziehbare Lösungswege und die verwendeten Formeln an. Runden Sie auf drei Nachkommastellen.
- Zeitplan
 - 10.00 - 10.10 Herunterladen der Klausur
 - 10.10 - 11.10 Bearbeiten der Klausur
 - 11.10 - 11.25 Abgabe der gescannten Klausur als pdf

Viel Erfolg!

Aufgabe 1: Grundbegriffe und Deskription (6 + 9 Punkte)

Für einen Tischventilator wurde eine Zufallstichprobe von Preisen in € auf verschiedenen Internetportalen ermittelt:

12, 7, 7, 12, 15, 18, 18, 26, 26, 29

- a) Berechnen Sie das arithmetische Mittel \bar{x} sowie das 0.75-Quantil $x_{0.75}$ der Preise. Geben Sie zu jedem berechneten Wert in einem kurzen Satz an, welche Informationen Ihnen dieser Wert in Bezug auf die Stichprobe liefert.
- b) Erstellen Sie ein Histogramm der Daten mit Klassengrenzen $(c_0, c_1, c_2, c_3) = (7, 10, 15, 30)$. Geben Sie zunächst eine Häufigkeitstabelle für die Klassen an und skizzieren Sie dann das Histogramm.

Aufgabe 2: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Verteilungen (12 + 3 Punkte)

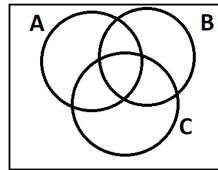
- a) Gegeben seien die drei nicht weiter spezifizierte Ereignisse A, B und C. Für diese Ereignisse sind die folgenden Wahrscheinlichkeiten bekannt:

$$P(A) = 0.4, \quad P(\overline{C}) = 0.55, \quad P(A \cup C) = 0.65, \quad P(B \cup C) = 0.7, \quad P(C \setminus B) = 0.4$$

Zeichnen Sie für jedes der Ereignisse

$$B \cup C, \quad C \setminus B \quad \text{und} \quad \overline{A} \cap \overline{C}$$

die zugehörige Fläche in ein Venn-Diagramm (pro Ereignis ein Venn-Diagramm).



Berechnen Sie dann die Wahrscheinlichkeiten

$$P(B), \quad P(A \cap C), \quad P(\overline{A} \cap \overline{C}) \quad \text{und} \quad P(C | A)$$

Sind die Ereignisse A und C stochastisch unabhängig?

- b) Die stetige Zufallsvariable X sei gleichverteilt über dem Intervall $[a, b]$ mit $E(X) = 0$ und $Var(X) = \frac{1}{3}$. Berechnen Sie $P(X < 0)$.

Aufgabe 3: Zusammenhangsanalyse bei Kontingenztafeln (11 + 4 Punkte)

Einer Marketingabteilung liegen zwei verschiedene Verpackungen (A und B) eines Produktes vor. Es wird vermutet, dass diese die zwei Alterszielgruppen unterschiedlich ansprechen. In dem Fall würde die Abteilung zwei Werbekampagnen entwerfen, was zu höheren Kosten führen würde. Ansonsten entscheidet sie sich für eine der beiden Verpackungen. In einer Studie wurden 100 Probanden gebeten, eine der Verpackungen zu wählen.

Absolute Häufigkeiten h_{ij}

| | Verpackung | |
|-------------|------------|----|
| | A | B |
| 20-50 Jahre | 25 | 15 |
| 50-80 Jahre | 24 | 36 |

Bedingte Häufigkeiten in %

| | Verpackung | | |
|-------------|------------|-------|----------|
| | A | B | Σ |
| 20-50 Jahre | 62.5% | 37.5% | 100% |
| 50-80 Jahre | 40.0% | 60.0% | 100% |

- a) Führen Sie für die Marketingabteilung einen geeigneten statistischen Test zum Signifikanzniveau von $\alpha = 0.05$ durch. Geben Sie alle „Bausteine“ des Testes explizit an.
- b) Erläutern Sie kurz, wie viele Werbestrategien mit welchen Verpackungen die Marketingabteilung erstellen sollte. Nutzen Sie dabei Ihr Ergebnis aus Teil a) sowie die gegebene Tafel der bedingten Häufigkeiten.

Aufgabe 4: Regression

(7 + 8 Punkte)

Ein Unternehmen betreibt Sportgeschäfte in vielen Städten Europas. Die Verkaufsabteilung geht von einem linearen Zusammenhang zwischen der Einwohnerzahl und dem jeweiligen Umsatz aus. Für $n = 20$ zufällig ausgewählte Städte wurde die Einwohnerzahl in 100.000 sowie der Umsatz im letzten Geschäftsjahr in 100.000 € erhoben. Eine Regressionsanalyse in R liefert die folgende Ausgabe:

Call:

```
lm(formula = Umsatz ~ Einwohner)
```

Residuals:

| Min | 1Q | Median | 3Q | Max |
|---------|---------|---------|--------|--------|
| -4.3000 | -2.2167 | -0.7167 | 2.6583 | 4.7000 |

Coefficients:

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) |
|-------------|----------|------------|---------|--------------|
| (Intercept) | 0.6333 | 1.1318 | 0.56 | 0.583 |
| Einwohner | 3.8333 | 0.1824 | 21.02 | 4.09e-14 *** |

Residual standard error: 2.997 on 18 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.9608, Adjusted R-squared: 0.9587

F-statistic: 441.7 on 1 and 18 DF, p-value: 4.089e-14

- a) Geben Sie die Gleichung der angepassten Regressionsgerade an.
Beurteilen Sie die Anpassungsgüte der Regression anhand des Bestimmtheitsmaßes.
Welche Veränderung des Umsatzes erwarten Sie nach dieser Regressionsgerade, wenn sich die Einwohnerzahl durch Neubaugebiete um 50.000 Einwohner erhöht?
- b) Das Unternehmen plant ein neues Geschäft in Duisburg (500.000 Einwohner). Bestimmen Sie basierend auf der angepassten Regressionsgerade eine Vorhersage des Jahresumsatzes sowie ein 90%-Konfidenzintervall der Vorhersage ($\sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 = 218$ und $\bar{x} = 6$).