Exercice :

$F_1 = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3; \quad x+y-z=0\right\}$ $F_2 = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3; \quad x+y+z=0\right\}$ $F_3 = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3; \quad x=y=z\right\}$ $F_4 = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3; \quad x=y=-z\right\}$

Les sommes F_1+F_2, F_1+F_3, F_3+F_4 sont-elles directes ? supplémentairés de $\mathbb{R}^3$?

Exercice :

Considérons $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ et les s.e.v

$$F_1 = \left\{(x,y,0) \in \mathbb{R}^3; \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2\right\} \quad F_2 = \left\{(\lambda a, \lambda b, \lambda) \in \mathbb{R}^3; \quad \lambda \in \mathbb{R}\right\}$$

1. Mq $\mathbb{R}^3 = F_1 \oplus F_2$.
2. Mq si $F_3 = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3; \quad x+y+z=0\right\}$ $F_4 = \left\{(\lambda, 2\lambda, \lambda); \quad \lambda \in \mathbb{R}\right\}$ alors $\mathbb{R}^3 = F_3 \oplus F_4$
3. Vérifier que $\mathbb{R}^3 = F_1 + F_3$ mais cette somme n'est pas directe.