UNIVERSITÉ DE GABÈS FACULTÉ DES SCIENCES DE GABÈS	FSG	A.U. : 2021-2022

EXAMEN

Section: LIRIS1-LGLSI1
Épreuve de : Analyse 2.

Nature de l'épreuve : D.C.☐E.F.☒	Documents :	autorisés	☐	non autorisés	☒
Date de l'épreuve : 22/06/ 2022	Calculatrice :	autorisée	☐	non autorisée	☒
Durée de l'épreuve : 1h:30	Session :	principale	☐	contrôle	☒

Exercice 1 *(Les questions 1,2 sont indépendantes.)*

1. (a) *Vérifier que la fonction* $f(x) = \frac{e^x}{x}$ *est solution de l'équation différentielle:*

$$(\mathcal{E}) \quad xy'' + (2-x)y' - y = 0.$$

   (b) *En déduire la solution générale* y_G *de* $(\mathcal{E})$.*(On pourra poser* $y_G(x) = u(x)f(x)$ *et calculer* $u(x)$*).*

   (c) *Donner la solution* y_G *tel que*

$$y_G(1) = 1 - e \qquad et \qquad y_G(-1) = \frac{1}{e} - 1$$

2. *Résoudre les équations différentielles suivantes:*

   (a) $\frac{-1}{2}y'' + y' = 2x + 1.$

   (b) $y'' - 3y' + 2y = 3x^2e^{2x}.$

Exercice 2 *(Les questions 1,2 sont indépendantes.)*

1. *Soient*

$$U_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2} \quad et \quad V_n = U_n + \frac{2}{n+1}, \quad \forall n \geq 1$$

Montrer que les deux suites convergent vers la même limite.

2. *Soit* $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ *la suite réelle définie par* $U_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$. *Pour tout* $n \in \mathbb{N}^*$, *on pose* $V_n = U_{2n} - U_n$

   (a) *Vérifier que la suite* $(V_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ *est croissante.*

   (b) *Montrer que:* $\forall n \in \mathbb{N}^*, \frac{1}{2} \leq V_n < 1.$