

Session contrôle – Durée : 1h30

Documents, téléphones portables et calculatrices non autorisés.

Exercice 1 :

On considère l'équation

$$e^x - x - 1 = 0.$$

1. Montrer que l'équation admet une unique solution réelle que l'on notera  $u$ .
2. Donner le développement limité à l'ordre 5 de la fonction  $f(x) = e^x - x - 1$  en 0.
3. Déterminer l'équation de la tangente et la position de la courbe  $C_f$  de  $f$  par rapport à la tangente à  $C_f$  au point d'abscisse 0.

Exercice 2 : On considère l'équation non linéaire

$$g(x) = e^x - \frac{x^2}{2} - x - 1 = 0$$

sur l'intervalle  $[-1,1]$ .

Montrer que la fonction  $g$  admet un zéro  $\alpha$  dans  $[-1,1]$  et qu'il est unique.

Exercice 3 :

Étudier les variations et donner une représentation graphique de la fonction  $h$  définie de  $\mathbb{R}$  à valeurs dans  $\mathbb{R}$  par :

$$h(x) = \ln(x - x^5).$$

en répondant aux questions suivantes :

1. domaine de définition
2. comportement aux extrémités du domaine de définition
3. sens de variation et tableaux des variations
4. comportement en  $-\infty$  (recherche d'asymptôtes)
5. graphe.