TD1 : Logique formelle

Exercice 1 :

1) c'est une proposition
2) " "
3) " "
4)
5) affirmation
6) proposition
7) proposition
8) "
9) "
10) "

Exercice 2 :

forme symbolique ($\neg$ non, $\vee$ ou, $\wedge$ et ; $\rightarrow$ implique ; $\leftrightarrow$ equivalence)

p : fort en math
q : fort en info
r : fort en anglais

1) $p \wedge (\neg r)$
2) $(\neg p \wedge \neg q)$
3) $(q \vee \neg r) \wedge p$
4) $q \rightarrow p$
5) $r \rightarrow q$

correction :

1) $p \wedge (\neg r)$
2) $(\neg p) \wedge (\neg q)$
3) $q \vee (\neg r \wedge p)$
4) $p \rightarrow q$
5) $r \rightarrow q$

Exe 3 :

1) $(F \wedge B) \wedge (\neg M)$
2) $F \rightarrow (\neg B)$
3) $J \rightarrow (\neg F) \wedge B$
4) $(J \vee B) \rightarrow (\neg F)$
5) $M \rightarrow J$
6) $(J \wedge B) \rightarrow F$
7) $J \rightarrow (B \wedge F)$
8) $(F \wedge B) \leftrightarrow (J \vee M)$
9) $(B \wedge J) \vee (M \rightarrow (\neg F))$

implique : $\rightarrow$
. si ... alors
. Quand
. On condition de
. Il suffit que
. Chaque fois que

Equivalence :
si seulement si

Exercice 4 :

1) $F \rightarrow V = V$
2) $V \rightarrow F = F$
3) $F \rightarrow V = V$
4) $F \rightarrow V = V$
5) $V \rightarrow V = V$
6) $V \rightarrow V = V$

Exercice 5

p	q	$\neg p$	$(\neg p) \wedge q$
V	V	F	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	F

2)

p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$(\neg p) \to (p \vee q)$
V	V	F	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	V	V
F	F	V	F	F

3)

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$(\neg p) \wedge (\neg q)$	$\neg((\neg p) \wedge (\neg q))$
V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	F

4)

p	q	$\neg q$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \to (\neg q)$
V	V	F	V	F
V	F	V	F	V
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V

5)

p	q	$p \to q$	$q \to p$	$(p \to q) \wedge (q \to p)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

6)

p	q	$\neg q$	$\neg p$	$p \to (\neg q)$	$q \to (\neg p)$	
V	V	F	F	F	F	F
V	F	V	F	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V

7)

p	q	$\neg q$	$\neg p$

8)

p	$\neg p$	$(\neg p \to p)$	$p \to ((\neg p) \to p)$
V	F	V	V
F	V	F	V

~~9) $(p \vee q)$~~

9)

p	q	r	$\neg r$	$p \vee q$	$(p \vee q) \vee (\neg r)$
V	V	V	F	V	V
V	V	F	V	V	V
V	F	V	F	V	V
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	V	V
F	V	F	V	V	V
F	F	V	F	F	F
F	F	F	V	F	V

10)

p	q	r	$q \wedge r$	$\neg(q \wedge r)$	$p \vee (\neg(q \wedge r))$
V	V	V	V	F	V
V	V	F	F	V	V
V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	V
F	V	V	V	F	F
F	V	F	F	V	V
F	F	V	F	V	V
F	F	F	F	V	V

TD 2. Logique formelle.

Exercice 1 :

3)

P	$\neg P$	$(\neg P) \vee P$	$P \to ((\neg P) \vee P)$
V	F	V	V
F	V	V	V

tautologie

4)

P	$\neg P$	$(\neg P) \wedge P$	$P \to (\neg P \wedge P)$
V	F	F	F
F	V	F	V

non tautologie

5)

P	$\neg P$	$\neg P \to P$	$P \to (\neg P \to P)$
V	F	V	V
F	V	F	V

tautologie

6)

P	q	$\neg q$	$P \wedge (\neg q)$	$P \wedge q$	$(P \wedge (\neg q)) \vee (P \wedge q)$
V	V	F	F	V	V
V	F	V	V	F	V
F	V	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F

non tautologie

7)

p	q	r	$p \to q$	$p \to r$	$r \to q$	$(p \to r) \wedge (r \to q)$	$(p \to q) \leftrightarrow ((p \to r) \wedge (r \to q))$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	F	F	V
V	F	F	F	F	V	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	F	F	F
F	F	F	V	V	V	V	V

non tautologie

Exercice 3 :

1)

p	q	r	$\neg r$	Ⓐ $p \to (\neg r)$	Ⓑ $q \wedge (\neg r)$	Ⓐ $\wedge$ Ⓑ
V	V	V	F	F	F	F
$\boxed{V}$	$\boxed{V}$	$\boxed{F}$	V	V	V	$\boxed{V}$
V	F	V	F	F	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
$\boxed{F}$	$\boxed{V}$	$\boxed{F}$	V	V	V	$\boxed{V}$
F	F	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	F	F

$$FND = (p \wedge q \wedge r) \underset{\text{ou}}{\vee} (\neg p \wedge q \wedge \neg r)$$

2)

p	q	r	$p \wedge r$	$\neg(p \wedge r)$	Ⓐ $((p \wedge r) \vee \neg(p \wedge r))$	$q \wedge$ Ⓐ
$\boxed{V}$	$\boxed{V}$	$\boxed{V}$	V	F	V	$\boxed{V}$
$\boxed{V}$	$\boxed{V}$	$\boxed{F}$	F	V	V	$\boxed{V}$
V	F	V	V	F	V	F
V	F	F	F	V	V	F
$\boxed{F}$	$\boxed{V}$	$\boxed{V}$	F	V	V	$\boxed{V}$
$\boxed{F}$	$\boxed{V}$	$\boxed{F}$	F	V	V	$\boxed{V}$
F	F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V	F

$$FND = (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r)$$

Exercice 4 :

2)

p	q	r	q ∨ r	p ∧ (q ∨ r)
V	V	V	V	V
V	V	F	V	V
V	F	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	F
F	V	F	V	F
F	F	V	V	F
F	F	F	F	F

r \ pq	¬p∧¬q 00	¬p∧q 01	p∧q 11	p∧¬q 10
¬r 0	0	0	1	0
r 1	0	0	1	1

FND = $(p \wedge q) \vee (r \wedge p)$

3)

p	q	r	p∧q	¬p	(¬p∧r)	(p∧q)∨(¬p∧r)
V	V	V	V	F	F	V
V	V	F	V	F	F	V
V	F	V	F	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F
F	V	V	F	V	V	V
F	V	F	F	V	F	F
F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	V	F	F

r \ pq	¬p∧¬q 00	¬p∧q 01	p∧q 11	p∧¬q 10
¬r 0	0	0	1	0
r 1	1	1	1	0

FND = $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r)$

4)

p	q	r	p ∧ q	(p∧q) → r
V	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	F	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V
F	F	F	F	V

r \ pq	¬p∧¬q 00	¬p∧q 01	p∧q 11	p∧¬q 10
¬r 0	1	1	0	1
r 1	1	1	1	1

FND = $\neg p \vee \neg q \vee r$

Conjonction: $p \wedge q$ → p, q	Disjonction: $p \vee q$ → p | q
Non Conjonction: $\neg(p \wedge q)$ → $\neg p$ | $\neg q$	Non Disjonction: $\neg(p \vee q)$ → $\neg p$, $\neg q$
implication: $p \rightarrow q$ → $\neg p$ | q	Equivalance: $p \longleftrightarrow q$ → p, q | $\neg p$, $\neg q$
Non implication: $\neg(p \rightarrow q)$ → p, $\neg q$	Non Equivalance: $\neg(p \longleftrightarrow q)$ → p, $\neg q$ | $\neg p$, q

Exercice 2 :

1) $(p \wedge q) \rightarrow p$

$\neg(p \wedge q)$ | p

$\neg p$ | $\neg q$

FND = $\neg p \vee \neg q \vee p$

2) $(p \vee q) \longrightarrow (p \wedge q)$

$\neg(p \vee q)$ | $(p \wedge q)$

$\neg p$, $\neg q$ | p, q

FND = $(\neg q \wedge \neg p) \vee (p \wedge q)$

3) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$

$\neg(p \wedge q)$ | $p \vee q$

$\neg p$ | $\neg q$ | p | q

FND = $\neg p \vee \neg q \vee p \vee q$

4) $p \rightarrow (p \vee q)$

$\neg p$ | $p \vee q$

p | q

FND = $\neg p \vee p \vee q$

5) ~~$p \rightarrow ((\neg p) \rightarrow p)$~~

~~$\neg p$ | $(\neg p) \rightarrow p$~~

~~p | p~~

FND = $\neg$

6) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$

$\neg(p \wedge q)$ | $(p \vee q)$

$\neg p$ | $\neg q$ | p | q

FND = $\neg p \vee \neg q \vee p \vee q$

5) $p \rightarrow ((\neg p) \rightarrow p)$

$\neg(p \rightarrow ((\neg p) \rightarrow p))$

p

$\neg((\neg p) \rightarrow p)$

$\neg p$

$\neg p$

X

↳ contraduction (tous les resultats sont fausses)

6) $p \to (p \to q)$

$\neg(p \to (p \to q))$

p

$\neg(p \to q)$

p

$\neg q$

Non tautologie

7) $p \to (q \to p)$

$\neg(p \to (q \to p))$

p

$\neg(q \to p)$

q

$\neg p$

X

tautologie

8) $(p \to (\neg p)) \to (\neg p)$

$\neg((p \to (\neg p)) \to (\neg p))$

$p \to \neg p$

p

$\neg p \qquad \neg p$

X $\qquad$ X

$\Rightarrow$ tautologie

Exercice 5 :

1) $p \underset{③}{\to} q \; ; \; p \underset{②}{\to} \neg q \models \underset{①}{(\neg p)}$

① $\neg((\neg p)) \equiv p$

② $p \to \neg q$

③ $p \to q$

p Etape 1

$\neg p$ X $\qquad \neg q$ Etape 2

$\neg p$ X $\qquad q$ X Etape 3

Les argument sont valides

2) $p \leftrightarrow (q \vee r) \models ((p \wedge (\neg q)) \to r)$

① $\neg((p \wedge (\neg q)) \to r)$

② $p \leftrightarrow (q \vee r)$

$\neg((p \wedge (\neg q)) \to r)$

$\neg r$

$p \wedge (\neg q)$ étape ①

p

$\neg q$

p, $q \vee r$ $\qquad \neg p$, $\neg(q \vee r)$ étape ②

q X $\qquad r$ X $\qquad \neg q$, $\neg r$

Les argument n'est pas valide

Exercice

Soit les forme propositionnelles definie par.

$f = (p \wedge \neg r)$

$g = q \rightarrow (p \wedge \neg r)$

$k = q \leftrightarrow (\neg(p \wedge r))$

$l = q \rightarrow \neg r$

$m = p \rightarrow (q \rightarrow \neg r)$

1) Tracer la table de verite

p	q	r	¬r	f	¬f	g	k	l	m

2) Determiner si les formes propositionnelles sont des tautologie ou non

3) Determiner le FND par la table de verité et par les tableaux de karnaugh de g, k et m.

p	q	r	¬r	f	¬f	g	k	l	m
V	V	V	F	F	V	F	V	F	F
V	V	F	V	V	F	V	F	V	V
V	F	V	F	F	V	V	F	V	V
V	F	F	V	V	F	V	V	V	V
F	V	V	F	F	V	F	V	F	V
F	V	F	V	F	V	F	V	V	V
F	F	V	F	F	V	V	F	V	V
F	F	f	V	F	V	V	F	V	V

2) non tautologie

3) FND de g

Par table de verité

$FND = (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r)$
$\vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$

Par table de Karnaugh

r \ pq	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	1	0	0	1

$\boxed{FND = (\neg q) \vee (p \wedge \neg r)}$

FND de k

Par table de verité

$FND = (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$
$\vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r)$

Par table de Karnaugh

r \ pq	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	0	1	1	0

$\boxed{FND = (\neg p \wedge q) \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r)}$

FND de m

Par table de verité

$FND = (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge$
$\vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r)$
$\vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$

Par table de Karnaugh

r \ pq	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	1	1	0	1

$FND = \neg p \vee \neg r \vee (p \wedge \neg q)$

TD 3 : Logique Formelle

Exercice 1 :

1) $\forall x\,(Lions(x) \rightarrow Féroces(x))$

2) $\exists x\,(femme(x) \wedge \neg Boit\,café(x))$

3) $\forall x\,(singes(x) \rightarrow malicieux(x))$

Exercice 2 :

1) $\exists x\,(élève\ x \wedge Aime(x, mathématique))$ constante

2) $\forall x\,(chien(x) \rightarrow Queue(x))$

3) $\neg \exists x\,(personne(x) \wedge dort(x) \wedge court(x))$

4) $\exists x\,(personne(x) \wedge connaît\,la\,reponse(x))$

5) $\forall x\,(fleur(x) \rightarrow Couleur(x))$

6) $\forall x\,(enfant\ x \rightarrow \neg resiste(x, bonbons))$

7) $\exists x\,(film(x) \wedge (\forall y\,(personne(y) \rightarrow Aime(x,y)))$

8) $\forall x\,(Legume(x) \rightarrow \neg \forall y\,(Personne(y) \rightarrow Aime(x,y)))$

9) $\forall x\,(Personne(x) \rightarrow rêve(x)$

10) $\exists x\,(Oiseaux(x) \wedge \neg \cancel{reve}\,peuve\,voler(x))$

Exercice 3 :

1) $\forall x\,(P(x) \rightarrow \exists y\,Q(x,y))$

2) $\exists x\,(\neg(\exists y\,P(x,y)) \rightarrow (\exists z\,Q(z) \rightarrow R(x)))$

3) $((\forall x\,P(x) \rightarrow \exists y\,Q(y)) \rightarrow \exists z\,R(z)) \rightarrow \exists u\,S(u)$

a)

	①	②	③
variable libre	y	x, y	
variable liée	x	z	x, y z, u

b) Forme Normale Prénexe

① Supprime $\rightarrow$ et $\leftrightarrow$

$A \rightarrow B = \neg A \vee B$

$A \leftrightarrow\ = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

② négation

$\neg(\neg G) = G$

$\neg(F \wedge G) = \neg F \vee \neg G$

$\neg(F \vee G) = \neg F \wedge \neg G$

$\neg \forall x\,P(x) = \exists x\,\neg P(x)$

$\neg \exists x\,P(x) = \forall x\,\neg P(x)$

③ Renommer les variables :

$\forall x\,P(x) \vee \exists x\,P(x) = \forall x\,P(x) \vee \exists y\,P(y)$

4) $\forall x\,\exists y\,(P(x) \vee P(y))$

$\hookrightarrow$ FNP

b)

1) $\forall x\,(P(x) \rightarrow \exists y\,Q(x,y)$

$\forall x\,(\neg P(x) \vee \exists y\,Q(x,y))$

FNP $= \forall x\,\exists y\,(\neg P(x) \vee Q(x,y))$

2) $\exists x\,(\neg(\exists y\,P(x,y)) \rightarrow (\exists z\,Q(z) \rightarrow R(x))$

$\exists x\,(\cancel{\neg}(\exists y\,P(x,y) \rightarrow \neg \exists z\,Q(z) \vee R(x))$

$\exists x\,(\exists y\,P(x,y) \vee \neg \exists z\,Q(z) \vee R(x))$

$\exists x\,(\exists y\,P(x,y) \vee \forall z\,\neg Q(z) \vee R(x))$

FNP $= \exists x\,\exists y\,\forall z\,(P(x,y) \vee \neg Q(z) \vee R(x))$

3)

$((\forall x\, P(x) \to \exists y\, Q(y)) \to \exists z\, R(z)) \to \exists u\, S(u)$

$\neg((\forall x\, P(x) \to \exists y\, Q(y)) \to \exists z\, R(z)) \vee \exists u\, S(u)$

$\neg(\neg(\forall x\, P(x) \to \exists y\, Q(y)) \vee \exists z\, R(z)) \vee \exists u\, S(u)$

$\neg(\neg(\neg\forall x\, P(x) \vee \exists y\, Q(y)) \vee \exists z\, R(z)) \vee \exists u\, S(u)$

$\neg(\forall x\, P(x) \wedge \neg\exists y\, Q(y)) \vee \exists z\, R(z)) \vee \exists u\, S(u)$

$\neg\forall x\, P(x) \vee \exists y\, Q(y) \wedge \neg\exists z\, R(z) \vee \exists u\, S(u)$

$\exists x\, \neg P(x) \vee \exists y\, Q(y) \wedge \forall z\, \neg R(z) \vee \exists u\, S(u)$

$FNP = \exists x\, \exists y\, \forall z\, \exists u\, (\neg P(x) \vee Q(y) \wedge \neg R(z) \vee S(u))$

Forme Normale Skolen

si ona avant $\exists x$ un vide
changer x/a un constant

si ona avant $\exists x$ un $\forall y$
changer $x/f(y) \to$ fonction

1) $FNP = \forall x\, \exists y\, (\neg P(x) \vee Q(x,y))$

changer $y/f(x)$

$FNS = \forall x\, (\neg P(x) \vee Q(x, f(x)))$

~~2) FNP = ∀x ∃y (¬P(x) ∨ Q(x,y))~~

2) $\exists x\, \exists y\, \forall z\, (P(x,y) \vee \neg Q(z) \cup R(x))$

changer x/a

$\exists y\, \forall z\, (P(a,y) \vee \neg Q(z) \cup R(a))$

changer y/b

$\forall (z)\, (P(a,b) \vee \neg Q(z) \cup R(a))$

3) $FNP = \exists x\, \exists y\, \forall z\, \exists u\, (\neg P(x) \vee Q(y) \wedge \neg R(z) \vee S(u))$

x/a

$\exists y\, \forall z\, \exists u\, (\neg P(a) \vee Q(y) \wedge \neg R(z) \vee S(u))$

y/b

$\forall z\, \exists u\, (\neg P(a) \vee Q(b) \wedge \neg R(z) \vee S(u))$

$u/f(z)$

$\forall z\, (\neg P(a) \vee Q(b) \wedge \neg R(z) \vee S(f(z)))$

LGSI 1 – FSG	**TD 3 : Logique Formelle**	TROUDI Ikram

Exercice 01 :

Exprimer les énoncés suivants en logique du premier ordre

1. « Tous les lions sont féroces. »
2. « Quelques femmes ne boivent pas de café »
3. « Tous les singes sont malicieux »

Exercice 02 :

Traduisez les phrases suivantes dans la logique des prédicats en utilisant les quantificateurs.

1. Certains élèves aiment les mathématiques.
2. Tout chien a une queue.
3. Personne ne dort pendant les cours.
4. Il y a une personne qui connaît la réponse.
5. Chaque fleur a une couleur.
6. Aucun enfant ne résiste aux bonbons.
7. Il existe des films que tout le monde aime.
8. Personne n'aime tous les légumes.
9. Chacun a un rêve.
10. Certains oiseaux ne peuvent pas voler.

Exercice 03 :

Soient les formules suivantes :

1/ $\forall x\, (P(x) \rightarrow \exists y\, Q(x,y))$

2/ $\exists x\, (\neg\, (\exists y\, P(x,y)) \rightarrow (\exists z\, Q(z) \rightarrow R(x)))$

3/ $((\forall x\, P(x) \rightarrow \exists y\, Q(y)) \rightarrow \exists z\, R(z)) \rightarrow \exists u\, S(u)$

a/ Donner les variables libres et liées pour chacune des formules précédentes

b/ Mettre chacune des formules précédentes sous forme normale prénexe

c/ Mettre chacune des formules précédentes sous forme de Skolem

Exercice 4 : connecteur implique

Quelles sont les valeurs de vérité des propositions suivantes ?

1. « Si7 est plus grand que 8 alors l'eau bout & 100°C »
2. « Si 15 est plus petit que 16 alors 16 est plus petit que 15 »
3. « Si 16 est plus petit que 15 alors 15 est plus petit que 16 »
4. « 82 est divisible par 7 implique que 9 est divisible par 3 »
5. « Si un animal est un chat, alors il a une queue » ذيل
6. « Si une planète est plus proche du Soleil que Neptune, alors elle est plus chaude que Neptune »

Exercice 5 : Table de vérité

1/ $(\neg p) \land q$

2/ $(\neg p) \rightarrow (p \lor q)$

3/ $\neg ((\neg p) \land (\neg q)$

4/ $(p \land q) \rightarrow (\neg q)$

5/ $(p \rightarrow q) \land (q \rightarrow p)$

6/ $(p \rightarrow (\neg q)) \lor (q \rightarrow (\neg p))$

7/ $(p\ (\neg q)) \land ((\neg p)\ q)$

8/ $p \rightarrow ((\neg p) \rightarrow p)$

9/ $(p \lor q) \lor (\neg r)$

10/ $p \lor (\neg(q \land r))$

11/ $(\neg p) \rightarrow ((\neg q)\ r)$

12/ $(p \lor r) \rightarrow (r \lor (\neg p))$

13/ $(p \rightarrow (\neg q) \lor (q \land r)$

14/ $(p \lor (\neg q)) \rightarrow ((\neg p) \lor r)$

15/ $(p \rightarrow (\neg r)) \lor (q \land (\neg r))$

16/ $(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$

Exercice 7:

Dans chacun des cas ci-dessous déterminer si la première forme propositionnelle a pour conséquence la forme propositionnelle qui est sur la même ligne :

1/ $(p \land q)$	p
2/ q	$(p \rightarrow q)$
3/ $\neg(p \rightarrow q)$	p
4/ $(p \land q) \lor r$	$p \land (q \lor r)$
5/ $(p \rightarrow q) \land (q \rightarrow r)$	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$
6/ $p \rightarrow (q \rightarrow r)$	$p \rightarrow r$
7/ $p \rightarrow (q \land r)$	$p \rightarrow q$
8/ $(p \land q) \rightarrow r$	$(p \rightarrow r) \land (q \rightarrow r)$
9/ $p \rightarrow (q \lor r)$	$(p \rightarrow q) \lor (q \rightarrow r)$

Exercice 4 : connecteur implique

Quelles sont les valeurs de vérité des propositions suivantes ?

1. « Si7 est plus grand que 8 alors l'eau bout & 100°C »
2. « Si 15 est plus petit que 16 alors 16 est plus petit que 15 »
3. « Si 16 est plus petit que 15 alors 15 est plus petit que 16 »
4. « 82 est divisible par 7 implique que 9 est divisible par 3 »
5. « Si un animal est un chat, alors il a une queue » ذيل
6. « Si une planète est plus proche du Soleil que Neptune, alors elle est plus chaude que Neptune »

Exercice 5 : Table de vérité

1/ $(\neg p) \wedge q$

2/ $(\neg p) \rightarrow (p \vee q)$

3/ $\neg ((\neg p) \wedge (\neg q)$

4/ $(p \wedge q) \rightarrow (\neg q)$

5/ $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

6/ $(p \rightarrow (\neg q)) \vee (q \rightarrow (\neg p))$

7/ $(p\ (\neg q)) \wedge ((\neg p)\ q)$

8/ $p \rightarrow ((\neg p) \rightarrow p)$

9/ $(p \vee q) \vee (\neg r)$

10/ $p \vee (\neg(q \wedge r))$

11/ $(\neg p) \rightarrow ((\neg q)\ r)$

12/ $(p \vee r) \rightarrow (r \vee (\neg p))$

13/ $(p \rightarrow (\neg q) \vee (q \wedge r)$

14/ $(p \vee (\neg q)) \rightarrow ((\neg p) \vee r)$

15/ $(p \rightarrow (\neg r)) \vee (q \wedge (\neg r))$

16/ $(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$

Exercice 7:

Dans chacun des cas ci-dessous déterminer si la première forme propositionnelle a pour conséquence la forme propositionnelle qui est sur la même ligne :

1/ $(p \wedge q)$	p
2/ q	$(p \rightarrow q)$
3/ $\neg(p \rightarrow q)$	p
4/ $(p \wedge q) \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$
5/ $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$
6/ $p \rightarrow (q \rightarrow r)$	$p \rightarrow r$
7/ $p \rightarrow (q \wedge r)$	$p \rightarrow q$
8/ $(p \wedge q) \rightarrow r$	$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$
9/ $p \rightarrow (q \vee r)$	$(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r)$

TD 2 : Logique Formelle

Exercice 01 :

Montrer que les formules suivantes sont ou non des tautologies ?

1/ $(P \vee Q) \rightarrow (P \wedge Q)$

2/ $(P \wedge Q) \rightarrow (P \vee Q)$

3/ $P \rightarrow (\neg P \vee P)$

4/ $P \rightarrow (\neg P \wedge P)$

5/ $P \rightarrow (\neg P \rightarrow P)$

6/ $(P \wedge (\neg Q)) \vee (P \wedge Q)$

7/ $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow ((P \rightarrow R) \wedge (R \rightarrow Q))$

Exercice 02 :

Utiliser la méthode des arbres pour montrer que les formules suivantes sont ou non des tautologies ?

1/ $(p \wedge q) \rightarrow p$

2/ $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$

3/ $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$

4/ $p \rightarrow (p \vee q)$

5/ $p \rightarrow ((\neg p) \rightarrow p)$

6/ $p \rightarrow (p \rightarrow q)$

7/ $p \rightarrow (q \rightarrow p)$

8/ $(p \rightarrow (\neg p) \rightarrow (\neg p)$

9/ $p \rightarrow (p \rightarrow p)$

10/ $(p \vee q) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow q)$

11/ $(p \vee (\neg q)) \vee (p \rightarrow q)$

12/ $(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$

Exercice 03 :

En utilisant la table vérité déterminer une formule en forme normale disjonctive équivalent à :

1/ $(p \rightarrow (\neg r) \wedge (q \wedge (\neg r))$

2/ $q \wedge ((p \wedge r) \vee \neg (p \wedge r))$

Exercice 04 :

En utilisant les tableaux de Karnaugh déterminer une formule en FND équivalente à :

1/ $p \rightarrow (q \vee r)$

2/ $p \wedge (q \vee r)$

3/ $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r)$

4/ $(p \wedge q) \rightarrow r$

Exercice 05 :

Dans chacun des cas suivants déterminer, par la méthode des arbres, si les arguments sont valides.

1/ $p \rightarrow q, p \rightarrow \neg q \vDash (\neg p)$

2/ $p \leftrightarrow (q \vee r) \vDash ((p \wedge (\neg q)) \rightarrow r)$

3/ $p \rightarrow r, q \rightarrow r \vDash (p \rightarrow q)$

4/ $p \rightarrow (q \rightarrow r), r \vee (\neg q) \vDash (\neg p)$

5/ $p \rightarrow (q \rightarrow r), q \rightarrow (r \rightarrow p) \vDash (p \rightarrow r)$