

TD1: Logique formelle

Exercice 1:

- 1) c'est une proposition
- 2) " " "
- 3) " " "
- 4) " " "
- 5) affirmation
- 6) proposition
- 7) proposition
- 8) " " "
- 9) " " "
- 10) " " "

Exercice 2:

forme symbolique (\neg non, \vee ou, \wedge et, \rightarrow implique, \leftrightarrow équivalence)

p: fort en math

q: fort en info

r: fort en anglais

- 1) $p \wedge (\neg r)$
- 2) $(\neg p \wedge \neg q)$
- 3) $(q \vee \neg r) \wedge p$
- 4) $q \rightarrow p$
- 5) $\neg q \rightarrow p$

conclusion:

- 1) $p \wedge (\neg r)$
- 2) $(\neg p) \wedge (\neg q)$
- 3) $q \vee (\neg r \wedge p)$
- 4) $p \rightarrow q$
- 5) $r \rightarrow q$

Exe 3:

- 1) $(F \wedge B) \wedge (\neg M)$
- 2) $F \rightarrow (\neg B)$
- 3) $J \rightarrow (\neg F) \wedge B$
- 4) $(J \vee B) \rightarrow (\neg F)$
- 5) $M \rightarrow J$
- 6) $(J \wedge B) \rightarrow F$
- 7) $(B \wedge F) \rightarrow J$
- 8) $(F \wedge B) \leftrightarrow (J \vee M)$
- 9) $(B \wedge J) \vee (M \rightarrow (\neg F))$

implique:

si ... alors

Quand

On condition de

Il suffit que

Chaque fois que

Equivalence:

si seulement si

Exercice 4:

- 1) $F \rightarrow V \equiv V$
- 2) $V \rightarrow F \equiv F$
- 3) $F \rightarrow V \equiv V$
- 4) $F \rightarrow V \equiv V$
- 5) $V \rightarrow V \equiv V$
- 6) $V \rightarrow V \equiv V$

Exercice 5:

p	q	$\neg p$	$(\neg p) \wedge q$
V	V	F	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	F

2)

p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$(\neg p) \rightarrow (p \vee q)$
V	V	F	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	V	V
F	F	V	F	F

3)

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$(\neg p) \wedge (\neg q)$	$\neg((\neg p) \wedge (\neg q))$
V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	F

4)

p	q	$\neg q$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow (\neg q)$
V	V	F	V	F
V	F	V	F	V
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V

5)

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

6)

p	q	$\neg q$	$\neg p$	$p \rightarrow (\neg q)$	$q \rightarrow (\neg p)$	
V	V	F	F	F	F	F
V	F	V	F	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V

8)

p	$\neg p$	$(\neg p) \rightarrow p$	$\neg(p \rightarrow ((\neg p) \rightarrow p))$
V	F	V	V
F	V	F	V

9)

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \vee q$	$(p \vee q) \vee (\neg p)$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	V	V
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	F	F
F	F	V	V	F	V

10)

p	q	$\neg q$	$q \wedge \neg q$	$\neg(q \wedge \neg q)$	$p \vee (\neg(q \wedge \neg q))$
V	V	F	F	V	V
V	F	V	F	V	V
V	F	V	F	V	V
F	V	F	V	F	F
F	V	F	V	F	V
F	F	V	F	V	V
F	F	V	F	V	V

7)

p	q	$\neg p$	$\neg q$
---	---	----------	----------

TD 2. Logique formelle.

Exercice 1 :

3)

P	$\neg P$	$(\neg P) \vee P$	$P \rightarrow (\neg P) \vee P$
V	F	V	V
F	V	V	V

tautologie

4)

P	$\neg P$	$(\neg P) \wedge P$	$P \rightarrow (\neg P) \wedge P$
V	F	F	F
F	V	F	V

non tautologie

5)

P	$\neg P$	$\neg P \rightarrow P$	$P \rightarrow (\neg P \rightarrow P)$
V	F	V	V
F	V	F	V

tautologie

6)

P	q	$\neg q$	$P \wedge (\neg q)$	$P \wedge q$	$(P \wedge (\neg q)) \vee (P \wedge q)$
V	V	F	F	V	V
V	F	V	V	F	V
F	V	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F

non tautologie

7)

P	q	\neg	$P \rightarrow q$	$P \rightarrow \neg$	$\neg \rightarrow q$	$(P \rightarrow \neg) \wedge (\neg \rightarrow q)$	$(P \rightarrow q) \leftrightarrow ((P \rightarrow \neg) \wedge (\neg \rightarrow q))$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	F	F	V
V	F	F	F	F	V	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	F	F	F
F	F	F	V	V	V	V	V

non
tautologie

Exercice 3:

1)

P	q	\neg	$\neg \neg$	$P \rightarrow \textcircled{A}$	$q \wedge \textcircled{B}$	$\textcircled{A} \wedge \textcircled{B}$
V	V	V	F	F	F	F
V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	F	F	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	F	F

$$FND = (P \wedge q \wedge \neg) \vee (\neg P \wedge q \wedge \neg \neg)$$

2)

P	q	\neg	$P \wedge \neg$	$\neg(P \wedge \neg)$	\textcircled{A}	$q \wedge \textcircled{A}$
V	V	V	V	F	V	V
V	V	F	F	V	V	V
V	F	V	V	F	V	F
V	F	F	F	V	V	F
F	V	V	F	V	V	V
F	V	F	F	V	V	V
F	F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V	F

$$FND = (P \wedge q \wedge \neg) \vee (P \wedge q \wedge \neg \neg) \vee (\neg P \wedge q \wedge \neg) \vee (\neg P \wedge q \wedge \neg \neg)$$

Exercise 4:

2)

P	q	r	$q \vee r$	$P \wedge (q \vee r)$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	V
V	F	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	F
F	V	F	V	F
F	F	V	V	F
F	F	F	F	F

\neg	P	q	$\neg P \wedge q$	$P \wedge \neg q$	$\neg P \wedge \neg q$
0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1

$$FND = (P \wedge q) \vee (\neg P \wedge \neg q)$$

3)

P	q	r	$P \wedge q$	$\neg P$	$(\neg P \wedge r)$	$(P \wedge q) \vee (\neg P \wedge r)$
V	V	V	V	F	F	V
V	V	F	V	F	F	V
V	F	V	F	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F
F	V	V	F	V	V	V
F	V	F	F	V	F	F
F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	V	F	F

\neg	P	q	$\neg P \wedge q$	$P \wedge \neg q$	$\neg P \wedge \neg q$
0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1

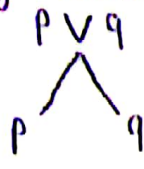
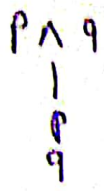
$$FND = (P \wedge q) \vee (\neg P \wedge \neg q)$$

4)

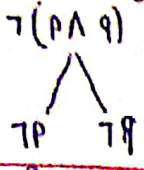
P	q	r	$P \wedge q$	$(P \wedge q) \rightarrow r$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	F	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V
F	F	F	F	V

\neg	P	q	$\neg P \wedge q$	$P \wedge \neg q$	$\neg P \wedge \neg q$
0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1

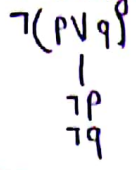
$$FND = \neg P \vee \neg q \vee r$$



Non Conjunction



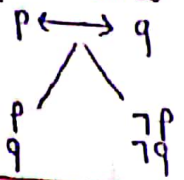
Non Disjunction



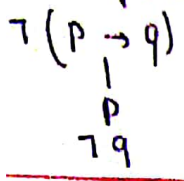
implication



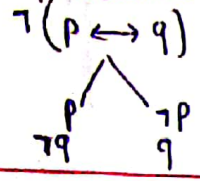
Equivalence



Non implication

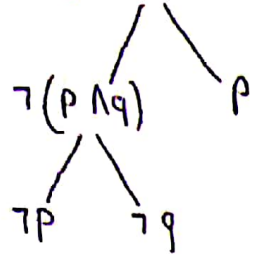


Non Equivalence



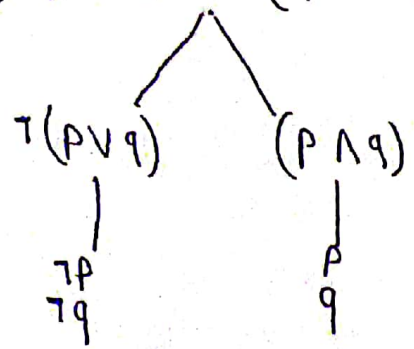
Exercice 2:

1) $(p \wedge q) \rightarrow p$



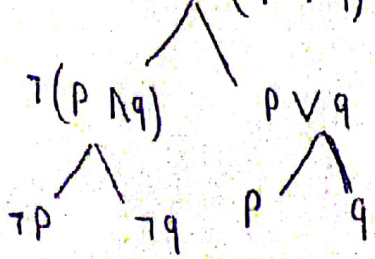
FND = $\neg p \vee \neg q \vee p$

2) $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$



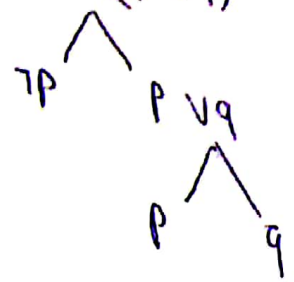
FND = $(\neg q \wedge \neg p) \vee (p \wedge q)$

3) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$



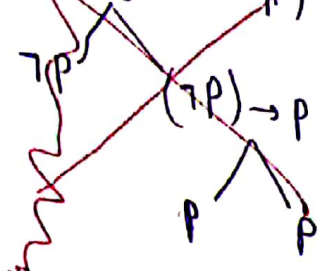
FND = $\neg p \vee \neg q \vee p \vee q$

4) $p \rightarrow (p \vee q)$



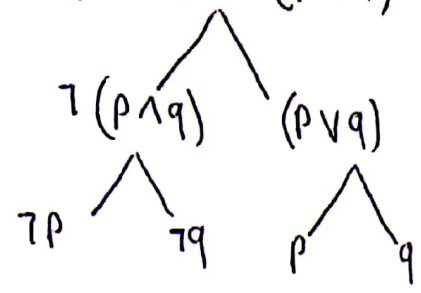
FND = $\neg p \vee p \vee q$

5) $p \rightarrow ((\neg p) \rightarrow p)$



FND = \neg

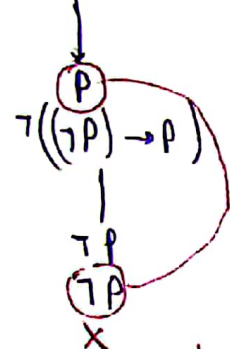
6) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$



FND = $\neg p \vee \neg q \vee p \vee q$

5) $p \rightarrow ((\neg p) \rightarrow p)$

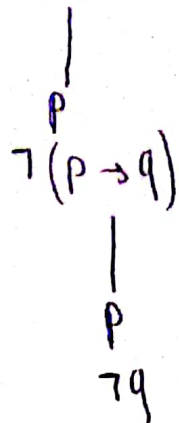
$\neg(p \rightarrow ((\neg p) \rightarrow p))$



contradiction
(tous les résultats sont fausses)

$$6) P \rightarrow (P \rightarrow Q)$$

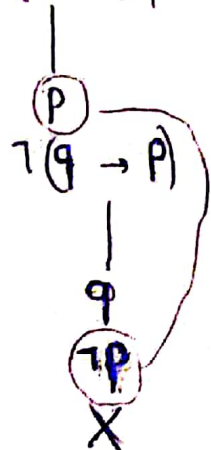
$$\neg(P \rightarrow (P \rightarrow Q))$$



Non tautologie

$$7) P \rightarrow (Q \rightarrow P)$$

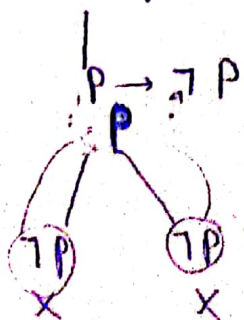
$$\neg(P \rightarrow (Q \rightarrow P))$$



tautologie

$$8) (P \rightarrow (\neg P)) \rightarrow (\neg P)$$

$$\neg(P \rightarrow (\neg P)) \rightarrow (\neg P)$$



⇒ tautologie

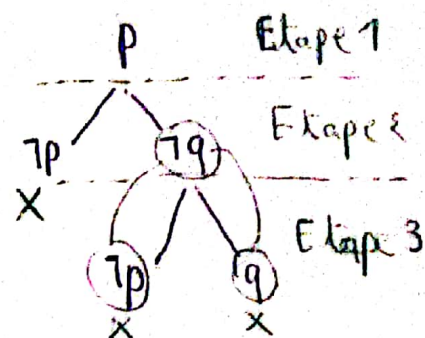
Exercice 5:

$$1) P \rightarrow Q ; P \rightarrow \neg Q \models (\neg P)$$

$$\textcircled{1} \neg((\neg P)) \equiv P$$

$$\textcircled{2} P \rightarrow \neg Q$$

$$\textcircled{3} P \rightarrow Q$$



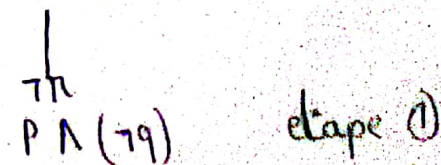
Les argument sont valides

$$2) P \leftrightarrow (Q \vee \neg) \models ((P \wedge (\neg Q)) \rightarrow \neg)$$

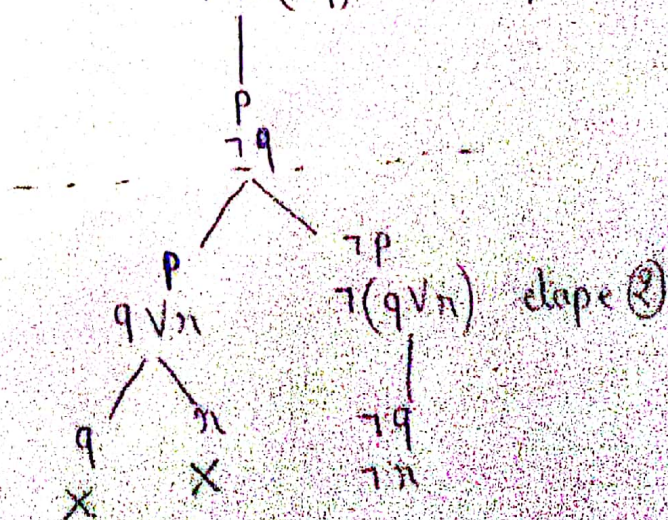
$$\textcircled{1} \neg((P \wedge (\neg Q)) \rightarrow \neg)$$

$$\textcircled{2} P \leftrightarrow (Q \vee \neg)$$

$$\neg((P \wedge (\neg Q)) \rightarrow \neg)$$



etape 1



etape 2

les argument n'est pas valide

Exercice

Soit les formes propositionnelles définies par.

$$f = (p \wedge \neg n)$$

$$g = q \rightarrow (p \wedge \neg n)$$

$$h = q \leftrightarrow (\neg(p \wedge \neg n))$$

$$l = q \rightarrow \neg n$$

$$m = p \rightarrow (q \rightarrow \neg n)$$

1) Tracer la table de vérité

p	q	n	$\neg n$	f	$\neg f$	g	h	l	m
---	---	---	----------	---	----------	---	---	---	---

2) Déterminer si les formes propositionnelles sont des tautologies ou non

3) Déterminer le FND par la table de vérité et par les tableaux de Karnaugh de g, h et m.

p	q	n	$\neg n$	f	$\neg f$	g	h	l	m
V	V	V	F	F	V	F	V	F	F
V	V	F	V	V	F	V	F	V	V
V	F	V	F	F	V	V	V	F	V
V	F	F	V	V	F	V	V	V	V
F	V	V	F	F	V	F	F	V	V
F	V	F	V	F	V	V	V	V	V
F	F	V	F	F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	F	V	V	F	V	V

2) non tautologie

3) FND de g

Par table de vérité

$$FND = (p \wedge q \wedge \neg n) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg n) \vee (p \wedge \neg q \wedge n)$$

$$\vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg n) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge n)$$

Par table de Karnaugh

q \ n	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	1	0	0	1

$$FND = (\neg q) \vee (p \wedge \neg n)$$

FND de h

Par table de vérité

$$FND = (p \wedge q \wedge \neg n) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg n) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg n)$$

$$\vee (\neg p \wedge q \wedge n)$$

Par table de Karnaugh

q \ n	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	0	1	1	0

$$FND = (\neg p \wedge q) \vee (q \wedge \neg n) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg n)$$

FND de m

Par table de vérité

$$FND = (p \wedge q \wedge \neg n) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg n) \vee (p \wedge \neg q \wedge n)$$

$$\vee (\neg p \wedge q \wedge \neg n) \vee (\neg p \wedge q \wedge n)$$

$$\vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg n) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge n)$$

Par table de Karnaugh

q \ n	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	1	1	0	1

$$FND = \neg p \vee \neg n \vee (p \wedge \neg q)$$

TD 3 : Logique Formelle

Exercice 1:

- 1) $\forall x (\text{Lion}(x) \rightarrow \text{Féroce}(x))$
- 2) $\exists x (\text{femme}(x) \wedge \neg \text{Boit café}(x))$
- 3) $\forall x (\text{rings}(x) \rightarrow \text{malicieuse}(x))$

Exercice 2:

- 1) $\exists x (\text{élève } x \wedge \text{Aime}(x, \text{mathématique})$
constante
- 2) $\forall x (\text{chien}(x) \rightarrow \text{Queue}(x))$
- 3) $\neg \exists x (\text{personne}(x) \wedge \text{dort}(x) \wedge \text{cours}(x))$
- 4) $\exists x (\text{personne}(x) \wedge \text{connaît la réponse}(x))$
- 5) $\forall x (\text{fleur}(x) \rightarrow \text{Couleur}(x))$
- 6) $\forall x (\text{enfant } x \rightarrow \neg \text{résiste}(x, \text{bonbons}))$
- 7) $\exists x (\text{film}(x) \wedge (\forall y (\text{personne}(y) \rightarrow \text{Aime}(x, y)))$
- 8) $\forall x (\text{Legume}(x) \rightarrow \neg \forall y (\text{personne}(y) \rightarrow \text{Aime}(x, y)))$

- 9) $\forall x (\text{personne}(x) \rightarrow \text{meûve}(x))$
- 10) $\exists x (\text{Oiseaux}(x) \wedge \neg \text{nepeuve voler}(x))$

Exercice 3:

- 1) $\forall x (P(x) \rightarrow \exists y Q(x, y))$
- 2) $\exists x (\neg (\exists y P(x, y)) \rightarrow (\exists z Q(z) \rightarrow R(x)))$
- 3) $((\forall x P(x) \rightarrow \exists y Q(y)) \rightarrow \exists z R(z)) \rightarrow \exists u S(u)$

a)

	(1)	(2)	(3)
variable libre	y	x, y	
variable liée	x	z	x, y z, u

b) Forme Normale Première

① Supprime \rightarrow et \leftrightarrow

$$A \rightarrow B = \neg A \vee B$$

$$A \leftrightarrow = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

② négation

$$\neg(\neg G) = G$$

$$\neg(F \wedge G) = \neg F \vee \neg G$$

$$\neg(F \vee G) = \neg F \wedge \neg G$$

$$\neg \forall x P(x) = \exists x \neg P(x)$$

$$\neg \exists x P(x) = \forall x \neg P(x)$$

③ Remplacer les variables:

$$\forall x P(x) \vee \exists x P(x) = \forall x P(x) \vee \exists y P(y)$$

$$4) \forall x \exists y (P(x) \vee P(y))$$

\hookrightarrow FNP

b)

$$1) \forall x (P(x) \rightarrow \exists y Q(x, y))$$

$$\forall x (\neg P(x) \vee \exists y Q(x, y))$$

$$\text{FNP} = \forall x \exists y (\neg P(x) \vee Q(x, y))$$

$$2) \exists x (\neg (\exists y P(x, y)) \rightarrow (\exists z Q(z) \rightarrow R(x)))$$

$$\exists x (\neg (\exists y P(x, y)) \rightarrow \neg \exists z Q(z) \vee R(x))$$

$$\exists x (\exists y P(x, y) \vee \neg \exists z Q(z) \vee R(x))$$

$$\exists x (\exists y P(x, y) \vee \forall z \neg Q(z) \vee R(x))$$

$$\text{FNP} = \exists x \exists y \forall z (P(x, y) \vee \neg Q(z) \vee R(x))$$

3)

$$((\forall x P(x) \rightarrow \exists y Q(y)) \rightarrow \exists z R(z)) \rightarrow \exists u S(u)$$

$$\neg((\forall x P(x) \rightarrow \exists y Q(y)) \rightarrow \exists z R(z)) \vee \exists u S(u)$$

$$\neg(\neg(\forall x P(x) \rightarrow \exists y Q(y)) \vee \exists z R(z)) \vee \exists u S(u)$$

$$\neg(\neg(\neg \forall x P(x) \vee \exists y Q(y)) \vee \exists z R(z)) \vee \exists u S(u)$$

$$\neg(\forall x P(x) \wedge \neg \exists y Q(y)) \vee \exists z R(z) \vee \exists u S(u)$$

$$\neg \forall x P(x) \vee \exists y Q(y) \wedge \neg \exists z R(z) \vee \exists u S(u)$$

$$\exists x \neg P(x) \vee \exists y Q(y) \wedge \forall z \neg R(z) \vee \exists u S(u)$$

$$FNP = \exists x \exists y \forall z \exists u (\neg P(x) \vee Q(y) \wedge \neg R(z) \vee S(u))$$

Forme Normale Skolem

si on a avant $\exists x$ un vide
changer x/a un constant

si on a avant $\exists x$ un $\forall y$
changer $x/f(y) \rightarrow$ fonction

$$1) FNP = \forall x \exists y (\neg P(x) \vee Q(x, y))$$

changer $y/f(x)$

$$FNS = \forall x (\neg P(x) \vee Q(x, f(x)))$$

$$2) FNP = \forall x \exists y (\neg R(x) \vee Q(x, y))$$

$$3) \exists x \exists y \forall z (P(x, y) \vee \neg Q(z) \vee R(x))$$

changer x/a

$$\exists y \forall z (P(a, y) \vee \neg Q(z) \vee R(a))$$

changer y/b

$$\forall z (P(a, b) \vee \neg Q(z) \vee R(a))$$

$$3) FNP = \exists x \exists y \forall z \exists u (\neg P(x) \vee Q(y) \wedge \neg R(z) \vee S(u))$$

x/a

$$\exists y \forall z \exists u (\neg P(a) \vee Q(y) \wedge \neg R(z) \vee S(u))$$

y/b

$$\forall z \exists u (\neg P(a) \vee Q(b) \wedge \neg R(z) \vee S(u))$$

$u/f(z)$

$$\forall z (\neg P(a) \vee Q(b) \wedge \neg R(z) \vee S(f(z)))$$

Exercice 01 :

Exprimer les énoncés suivants en logique du premier ordre

1. « Tous les lions sont féroces. »
2. « Quelques femmes ne boivent pas de café »
3. « Tous les singes sont malicieux »

Exercice 02 :

Traduisez les phrases suivantes dans la logique des prédicats en utilisant les quantificateurs.

1. Certains élèves aiment les mathématiques.
2. Tout chien a une queue.
3. Personne ne dort pendant les cours.
4. Il y a une personne qui connaît la réponse.
5. Chaque fleur a une couleur.
6. Aucun enfant ne résiste aux bonbons.
7. Il existe des films que tout le monde aime.
8. Personne n'aime tous les légumes.
9. Chacun a un rêve.
10. Certains oiseaux ne peuvent pas voler.

Exercice 03 :

Soient les formules suivantes :

1/ $\forall x (P(x) \rightarrow \exists y Q(x,y))$

2/ $\exists x (\neg (\exists y P(x,y)) \rightarrow (\exists z Q(z) \rightarrow R(x)))$

3/ $((\forall x P(x) \rightarrow \exists y Q(y)) \rightarrow \exists z R(z)) \rightarrow \exists u S(u)$

a/ Donner les variables libres et liées pour chacune des formules précédentes

b/ Mettre chacune des formules précédentes sous forme normale prénexe

c/ Mettre chacune des formules précédentes sous forme de Skolem

Exercice 4 : connecteur implique

Quelles sont les valeurs de vérité des propositions suivantes ?

1. « Si 7 est plus grand que 8 alors l'eau bout & 100°C »
2. « Si 15 est plus petit que 16 alors 16 est plus petit que 15 »
3. « Si 16 est plus petit que 15 alors 15 est plus petit que 16 »
4. « 82 est divisible par 7 implique que 9 est divisible par 3 »
5. « Si un animal est un chat, alors il a une queue » ذيل
6. « Si une planète est plus proche du Soleil que Neptune, alors elle est plus chaude que Neptune »

Exercice 5 : Table de vérité

- 1/ $(\neg p) \wedge q$
- 2/ $(\neg p) \rightarrow (p \vee q)$
- 3/ $\neg ((\neg p) \wedge (\neg q))$
- 4/ $(p \wedge q) \rightarrow (\neg q)$
- 5/ $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
- 6/ $(p \rightarrow (\neg q)) \vee (q \rightarrow (\neg p))$
- 7/ $(p (\neg q)) \wedge ((\neg p) q)$
- 8/ $p \rightarrow ((\neg p) \rightarrow p)$
- 9/ $(p \vee q) \vee (\neg r)$
- 10/ $p \vee (\neg(q \wedge r))$
- 11/ $(\neg p) \rightarrow ((\neg q) r)$
- 12/ $(p \vee r) \rightarrow (r \vee (\neg p))$
- 13/ $(p \rightarrow (\neg q)) \vee (q \wedge r)$
- 14/ $(p \vee (\neg q)) \rightarrow ((\neg p) \vee r)$
- 15/ $(p \rightarrow (\neg r)) \vee (q \wedge (\neg r))$
- 16/ $(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$

Exercice 7:

Dans chacun des cas ci-dessous déterminer si la première forme propositionnelle a pour conséquence la forme propositionnelle qui est sur la même ligne :

- | | |
|---|--|
| 1/ $(p \wedge q)$ | p |
| 2/ q | $(p \rightarrow q)$ |
| 3/ $\neg(p \rightarrow q)$ | p |
| 4/ $(p \wedge q) \vee r$ | $p \wedge (q \vee r)$ |
| 5/ $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$ | $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ |
| 6/ $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ | $p \rightarrow r$ |
| 7/ $p \rightarrow (q \wedge r)$ | $p \rightarrow q$ |
| 8/ $(p \wedge q) \rightarrow r$ | $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$ |
| 9/ $p \rightarrow (q \vee r)$ | $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r)$ |

Exercice 4 : connecteur implique

Quelles sont les valeurs de vérité des propositions suivantes ?

1. « Si 7 est plus grand que 8 alors l'eau bout & 100°C »
2. « Si 15 est plus petit que 16 alors 16 est plus petit que 15 »
3. « Si 16 est plus petit que 15 alors 15 est plus petit que 16 »
4. « 82 est divisible par 7 implique que 9 est divisible par 3 »
5. « Si un animal est un chat, alors il a une queue » ذيل
6. « Si une planète est plus proche du Soleil que Neptune, alors elle est plus chaude que Neptune »

Exercice 5 : Table de vérité

- 1/ $(\neg p) \wedge q$
- 2/ $(\neg p) \rightarrow (p \vee q)$
- 3/ $\neg ((\neg p) \wedge (\neg q))$
- 4/ $(p \wedge q) \rightarrow (\neg q)$
- 5/ $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
- 6/ $(p \rightarrow (\neg q)) \vee (q \rightarrow (\neg p))$
- 7/ $(p (\neg q)) \wedge ((\neg p) q)$
- 8/ $p \rightarrow ((\neg p) \rightarrow p)$
- 9/ $(p \vee q) \vee (\neg r)$
- 10/ $p \vee (\neg(q \wedge r))$
- 11/ $(\neg p) \rightarrow ((\neg q) r)$
- 12/ $(p \vee r) \rightarrow (r \vee (\neg p))$
- 13/ $(p \rightarrow (\neg q)) \vee (q \wedge r)$
- 14/ $(p \vee (\neg q)) \rightarrow ((\neg p) \vee r)$
- 15/ $(p \rightarrow (\neg r)) \vee (q \wedge (\neg r))$
- 16/ $(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$

Exercice 7:

Dans chacun des cas ci-dessous déterminer si la première forme propositionnelle a pour conséquence la forme propositionnelle qui est sur la même ligne :

- | | |
|---|--|
| 1/ $(p \wedge q)$ | p |
| 2/ q | $(p \rightarrow q)$ |
| 3/ $\neg(p \rightarrow q)$ | p |
| 4/ $(p \wedge q) \vee r$ | $p \wedge (q \vee r)$ |
| 5/ $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$ | $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ |
| 6/ $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ | $p \rightarrow r$ |
| 7/ $p \rightarrow (q \wedge r)$ | $p \rightarrow q$ |
| 8/ $(p \wedge q) \rightarrow r$ | $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$ |
| 9/ $p \rightarrow (q \vee r)$ | $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r)$ |

Exercice 01 :

Montrer que les formules suivantes sont ou non des tautologies ?

- 1/ $(P \vee Q) \rightarrow (P \wedge Q)$
- 2/ $(P \wedge Q) \rightarrow (P \vee Q)$
- 3/ $P \rightarrow (\neg P \vee P)$
- 4/ $P \rightarrow (\neg P \wedge P)$
- 5/ $P \rightarrow (\neg P \rightarrow P)$
- 6/ $(P \wedge (\neg Q)) \vee (P \wedge Q)$
- 7/ $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow ((P \rightarrow R) \wedge (R \rightarrow Q))$

Exercice 02 :

Utiliser la méthode des arbres pour montrer que les formules suivantes sont ou non des tautologies ?

- 1/ $(p \wedge q) \rightarrow p$
- 2/ $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$
- 3/ $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$
- 4/ $p \rightarrow (p \vee q)$
- 5/ $p \rightarrow ((\neg p) \rightarrow p)$
- 6/ $p \rightarrow (p \rightarrow q)$
- 7/ $p \rightarrow (q \rightarrow p)$
- 8/ $(p \rightarrow (\neg p)) \rightarrow (\neg p)$
- 9/ $p \rightarrow (p \rightarrow p)$
- 10/ $(p \vee q) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow q)$
- 11/ $(p \vee (\neg q)) \vee (p \rightarrow q)$
- 12/ $(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$

Exercice 03 :

En utilisant la table vérité déterminer une formule en forme normale disjonctive équivalent à :

- 1/ $(p \rightarrow (\neg r)) \wedge (q \wedge (\neg r))$
- 2/ $q \wedge ((p \wedge r) \vee \neg (p \wedge r))$

Exercice 04 :

En utilisant les tableaux de Karnaugh déterminer une formule en FND équivalente à :

- 1/ $p \rightarrow (q \vee r)$
- 2/ $p \wedge (q \vee r)$
- 3/ $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r)$
- 4/ $(p \wedge q) \rightarrow r$

Exercice 05 :

Dans chacun des cas suivants déterminer, par la méthode des arbres, si les arguments sont valides.

- 1/ $p \rightarrow q, p \rightarrow \neg q \models (\neg p)$
- 2/ $p \leftrightarrow (q \vee r) \models ((p \wedge (\neg q)) \rightarrow r)$
- 3/ $p \rightarrow r, q \rightarrow r \models (p \rightarrow q)$
- 4/ $p \rightarrow (q \rightarrow r), r \vee (\neg q) \models (\neg p)$
- 5/ $p \rightarrow (q \rightarrow r), q \rightarrow (r \rightarrow p) \models (p \rightarrow r)$