

Ursula Eicker

Solare Technologien für Gebäude

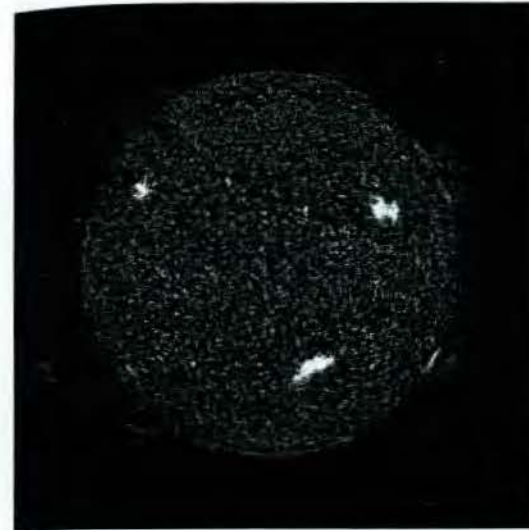
Grundlagen und Praxisbeispiele

2. Auflage

STUDIUM



VIEWEG
VERLAG



2 Meteorologische Grundlagen

Auf einen Quadratmeter horizontale Empfängerfläche auf der Erdoberfläche treffen jährlich unter deutschen Klimaverhältnissen zwischen 950-1200 kWh solare Einstrahlung auf, d. h. im täglichen Mittel etwa 3 kWh m^{-2} . Die direkte gerichtete Solarstrahlung hat davon einen Anteil von knapp 50 %, der Rest ist an der Atmosphäre diffus gestreute Einstrahlung.

Für die Auslegung und Ertragsprognose von aktiver und passiver Solartechnik im Gebäude ist es oft nicht ausreichend genau, nur die monatliche oder jährliche solare Einstrahlung auf eine Dach- oder Fassadenfläche zu ermitteln und diese dann mit dem Systemwirkungsgrad zu multiplizieren. Insbesondere bei der thermischen Nutzung von Solarenergie (aktiv und passiv) ist das dynamische Speicherverhalten von Bauteilen und Wärme-/Kältespeichern ausschlaggebend für den solaren Deckungsanteil. Für die Systemsimulation hat sich eine zeitliche Auflösung der Solarstrahlung von einer Stunde als guter Kompromiss zwischen Rechengenauigkeit und -zeit erwiesen, sodass im folgenden Zeitreihen der stündlich gemittelten Einstrahlung erzeugt werden sollen. Ausgehend von der rein geometrieabhängigen stündlichen Einstrahlung auf eine Fläche außerhalb der Atmosphäre – der extraterrestrischen Strahlung – werden über statistische Methoden die Abschwächung und Streuung der Atmosphäre berücksichtigt. Die Aufteilung der Einstrahlung in einen direkten Anteil und durch atmosphärische Streuung entstehende Diffusstrahlung ermöglicht anschließend die Umrechnung von horizontaler Strahlung auf beliebig orientierte Flächen. Der Einfluss von Verschattungen, die insbesondere im städtischen Raum eine wesentliche Rolle spielen, kann aus den geometrischen Beziehungen zwischen Empfängerfläche und Himmelspunkten ermittelt werden.

2.1 Extraterrestrische Solarstrahlung

2.1.1 Strahlungsleistung und Spektralverteilung der Solarstrahlung

Die Strahlungsleistung der Sonne entsteht durch einen Kernfusionsprozess, in welchem vier Wasserstoffkerne zu einem Heliumkern verschmelzen. Der durch die Fusion verursachte Massenverlust von insgesamt 4,3 Millionen Tonnen pro Sekunde wird in eine freiwerdende Leistung von $3,845 \times 10^{26} \text{ W}$ umgesetzt. Die bei extrem hohen Temperaturen ($> 10^7 \text{ K}$) freigesetzte Energie wird durch Strahlung und Konvektion an die äußere Photosphäre übertragen.

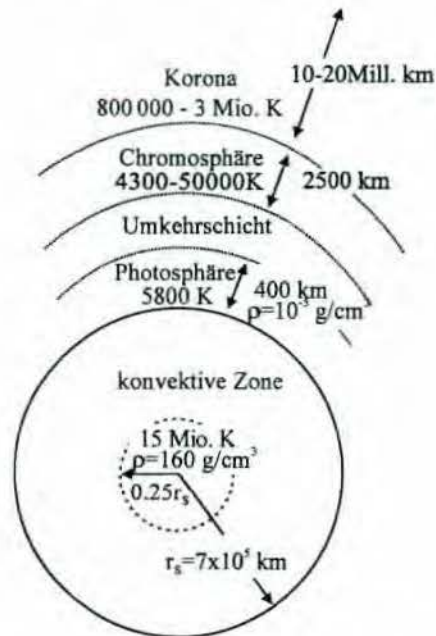


Bild 2-1:
Struktur der Sonne

Die extraterrestrische Strahlung entsteht vorwiegend in der Photosphäre, die aus inhomogenen Gasen niedriger Dichte zusammengesetzt ist (vergrößert gezeichnet). Die Photosphäre besteht aus stark ionisierten Gasen, die ständig mit freien Elektronen rekombinieren und deren kinetische Energie in ein kontinuierliches Strahlungsspektrum umsetzen. Darüber befindet sich eine Umkehrschicht mit einigen 100 km Dicke, die fast alle Elemente der Erdkruste enthält. Die aus Wasserstoff und Helium bestehende Chromosphäre mit etwa 2500 km Dicke bildet zusammen mit der Umkehrschicht die Sonnenatmosphäre. Die Korona mit Ausdehnung weit ins Sonnensystem ist eine um ein Mehrfaches heißere Gasschicht als die Chromosphäre (Iqbal, 1983). Wird die Sonne als schwarzer Strahler betrachtet, kann nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz (mit der Boltzmann-Konstanten $\sigma = 5,67051 \times 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \text{ K}^4)$) eine äquivalente Strahlungstemperatur T_s aus der spezifischen Ausstrahlung M berechnet werden. Die spezifische Ausstrahlung ist definiert als das Verhältnis aus gesamter Strahlungsleistung Φ und Sonnenoberfläche A_s ($6,0874 \times 10^{12} \text{ km}^2$).

$$M(T) = \frac{\Phi}{A_s} = \sigma T_s^4 = \frac{3,845 \cdot 10^{26} \text{ W}}{6,0874 \cdot 10^{18} \text{ m}^2} = 63,11 \frac{\text{MW}}{\text{m}^2} \quad (2.1)$$

$$\Leftrightarrow T_s = \sqrt[4]{\frac{M}{\sigma}} = 5777 \text{ K}$$

Die als Solarkonstante bezeichnete Einstrahlung G_{SK} außerhalb der Erdatmosphäre kann aus der gesamten Ausstrahlung der Sonne (dem Produkt aus spezifischer Ausstrahlung und Sonnenoberfläche $M A_s$) berechnet werden, indem diese Ausstrahlung auf einen Quadratmeter der Kugeloberfläche Sonne-Erde A_{SE} bezogen wird, welche mit dem Radius der Entfernung Erde-Sonne gebildet wird. Die mittlere Entfernung zwischen Erde und Sonne von $r_0 = 1,496 \times 10^{11} \text{ m}$ wird als eine astronomische Einheit AU bezeichnet.

$$G_{SK} = M \frac{A_s}{A_{SE}} = M \left(\frac{r_s}{r_0} \right)^2 = 63,11 \left(\frac{6,9598 \cdot 10^8}{1,4959789 \cdot 10^{11}} \right)^2 \frac{\text{MW}}{\text{m}^2} = 1367 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad (2.2)$$

Die von der Sonne ausgehende Strahlungsleistung von $3,845 \times 10^{26} \text{ W}$ wird mit dem quadrierten Verhältnis von Sonnenradius r_s zu Sonnen-Erdbestand r_0 verdünnt (Faktor $2,16 \times 10^{-5}$).

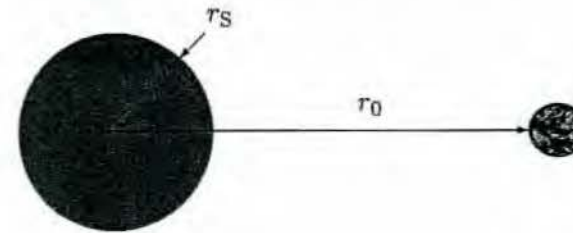


Bild 2-2: Sonnenradius und Sonnen-Erdbestand.

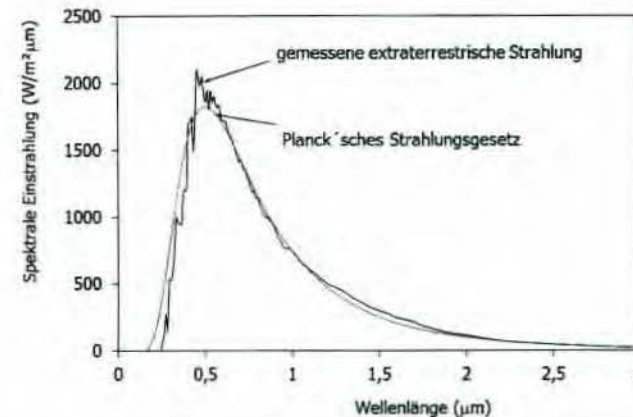


Bild 2-3: Gemessene und berechnete Spektralverteilung der Sonne.

Die Abweichungen zwischen der Spektralverteilung eines schwarzen Strahlers und der gemessenen extraterrestrischen Strahlung werden durch Absorption und Streuung in den äußeren, kühleren Schichten der Photosphäre verursacht, die neben Wasserstoff und Helium etwa 2 Massenprozent schwere Elemente enthält. Insgesamt können bei hoher Messgenauigkeit 20 000 Absorptionslinien im Sonnenspektrum beobachtet werden.

Die spektrale Ausstrahlung eines thermischen Strahlers G_λ (in $\text{W m}^{-2} \mu\text{m}^{-1}$) wird nach dem Planck'schen Strahlungsgesetz als Funktion der Temperatur T [K] und Wellenlänge λ [μm] berechnet:

$$G_\lambda = \frac{C_1}{\lambda^5 (\exp(C_2 / (\lambda T)) - 1)} \quad (2.3)$$

mit den Konstanten $C_1 = 3.7427 \cdot 10^8 \text{ W } \mu\text{m}^4 \text{ m}^{-2}$ und $C_2 = 1.4388 \cdot 10^4 \text{ } \mu\text{m K}$. Bei einer Temperatur der Sonnenoberfläche von 5777 K ergibt sich das berechnete Spektrum in Bild 2.3. Wird die extraterrestrische Einstrahlung schrittweise über die Wellenlänge integriert, erhält man die kumulierte eingestrahle Leistung. Die extraterrestrische Einstrahlungsintensität liegt nur zu 48 % im sichtbaren Bereich von 380–780 nm ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$). Neben der ultravioletten Strahlung ($< 380 \text{ nm}$) mit 6.4 % der Gesamtintensität werden 45.6 % im nahen Infraroten abgestrahlt. Oberhalb von 3000 nm kann die Einstrahlung vernachlässigt werden.

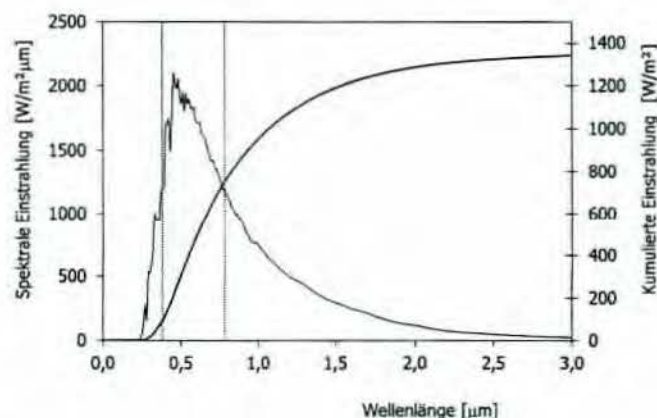


Bild 2-4: Spektrale Intensität und kumulierte Leistung der extraterrestrischen Einstrahlung.

Die kumulierte Einstrahlung im Ultravioletten unterhalb $0.38 \mu\text{m}$ liegt bei 92.6 W m^{-2} . Der sichtbare Bereich innerhalb der gestrichelten Linien hat eine kumulierte Leistung von 660 W m^{-2} , der Rest der gesamten Einstrahlung von 1367 W m^{-2} liegt im Infraroten.

2.1.2 Geometrie Sonne-Erde

Die Umlaufbahn der Erde um die Sonne in der sogenannten Ekliptikebene ist leicht elliptisch mit einer minimalen Entfernung von 0.983 AU am 3. Januar und einer maximalen Entfernung von 1.017 AU am 4. Juli.

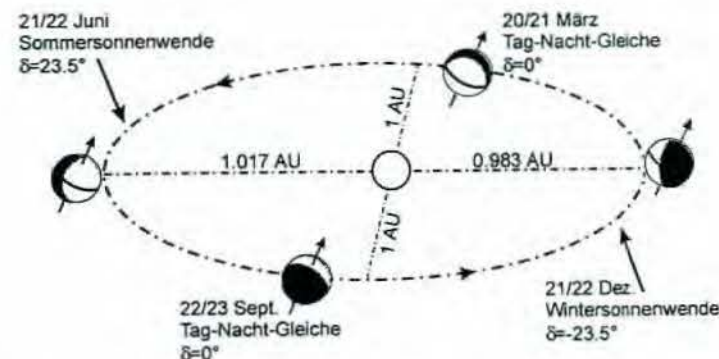


Bild 2-5: Ekliptikebene und Position der Erde zur Winter- und Sommersonnenwende sowie an den Tag- und Nachtgleichen zum Frühlings- und Herbstanfang.

Die Entfernungsänderung führt zu einer Schwankung der extraterrestrischen Einstrahlung auf eine Normalenfläche G_{en} von etwa $\pm 3 \%$. Für eine gegebene Tagnummer n kann die Einstrahlung über eine einfache Näherungsformel nach Duffie (1980) (Fehler $< 0.3 \%$) oder genauer über eine Fourier-Reihenentwicklung berechnet werden (Spencer, 1971).

$$G_{en} = G_{SK} \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 = G_{SK} \left(1 + 0.033 \cos \left(\frac{360n}{365} \right) \right) \quad (2.4)$$

$$G_{en} = G_{SK} \left(1.000110 + 0.034221 \cos B + 0.001280 \sin B + 0.000719 \cos 2B + 0.000077 \sin 2B \right) \quad (2.5)$$

$$\text{mit } B = 360^\circ \frac{n-1}{365}$$

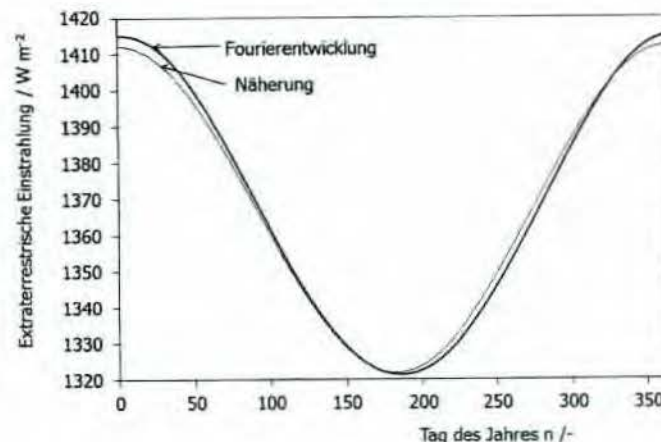


Bild 2-6: Variation der extraterrestrischen Strahlung auf einer Normalenfläche berechnet mit der Fourierentwicklung (dunkle Kurve) und nach der Näherungsgleichung (helle Kurve).

2.1.2.1 Äquatorkoordinaten

Die Erde selbst rotiert um ihre Polachse, die um 23.45° relativ zur Normalen der Ekliptikebene geneigt ist. Die täglichen Strahlungsfluktuationen sind durch die Rotation um die Polachse, die jahreszeitlichen durch die Schräglage der Polachse relativ zur Sonne verursacht.

Zunächst sollen die jahreszeitlichen Änderungen der Einstrahlung analysiert werden, die durch die Bewegung der Erde um die Sonne bei konstanter Lage der Polachse im Raum entstehen.

Deklination

Wird die Sonne vom Erdmittelpunkt aus während des jährlichen Umlaufs der Erde um die Sonne betrachtet, so ändert sich stetig der Winkel zwischen Sonnenrichtung und Äquatorebene. Dieser Winkel wird als Deklination bezeichnet und ist auf der nördlichen Hemisphäre positiv definiert. Positive Deklinationen (Sonne oberhalb des Äquators) bis maximal 23.45° kennzeichnen den Sommer auf der nördlichen Hemisphäre, negative Deklinationen bis -23.45° den Winter. Am Herbst- und Frühlingspunkt ist die Deklination 0° .

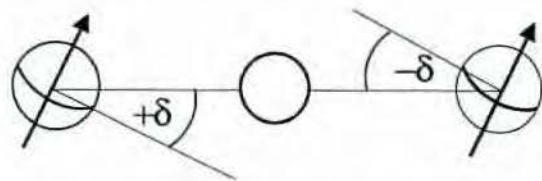


Bild 2-7: Positive und negative Deklinationen im Sommer bzw. Winter auf der nördlichen Hemisphäre.

Die Änderung der Deklination innerhalb eines Tages beträgt maximal 0.5° und kann vernachlässigt werden. Die Deklination kann über eine einfache Näherungsgleichung oder über eine Fourierreihe berechnet werden:

$$\delta = 23.45 \sin \left(\frac{360}{365} (284 + n) \right) \quad (2.6)$$

$$\delta = \left(0.006918 - 0.399912 \cos B + 0.070257 \sin B - 0.006758 \cos 2B + 0.000907 \sin 2B - 0.002697 \cos 3B + 0.00148 \sin 3B \right) \frac{180^\circ}{\pi} \quad (2.7)$$

Stundenwinkel und Zeitgleichung

Während die Deklination die Lage der Erde in der Ekliptikebene relativ zur Sonne eindeutig bestimmt, charakterisiert der Stundenwinkel die täglichen Einstrahlungsfluktuationen durch die Erdrotation. Der Stundenwinkel ist definiert als der Winkel zwischen lokalem Längengrad und dem Längengrad, über dem die Sonne gerade im Zenit steht. Als Stundenwinkel $\omega = 0$ wird der höchste Sonnenstand am Tag (die sogenannte obere Kulmination) vereinbart, d. h. auf der nördlichen Hemisphäre der Zeitpunkt, an dem die Sonne genau im Süden steht. Die wahre Sonnenzeit bzw. wahre Ortszeit WOZ ist bei höchstem Sonnenstand 12.00 h.

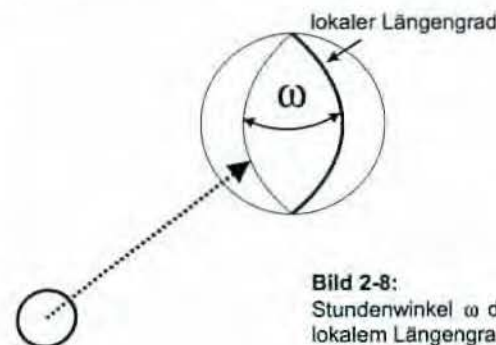


Bild 2-8: Stundenwinkel ω der Sonne als Winkelabweichung zwischen lokalem Längengrad und Längengrad mit der Sonne im Zenit

Ein Sonnentag von $\omega = 0$ bis $\omega = 360^\circ$ ist der Zeitraum zwischen zwei aufeinanderfolgenden Tagen, an dem die Sonne jeweils den lokalen Meridian (Längengrad des Beobachters) überquert.

Da sich die Erde auf der elliptischen Umlaufbahn nicht mit konstanter Geschwindigkeit bewegt, ist ein Sonnentag nicht genau 24 h lang. Am sonnennächsten Punkt (dem Perihel am 3. Januar) ist die Geschwindigkeit nach dem 2. Keplerschen Gesetz am höchsten, d. h. der Sonnentag am kürzesten, am sonnenfernsten Punkt (dem Aphel am 4. Juli) am geringsten. Dieser geschwindigkeitsbedingten ganzjährigen Periode wird eine zweite Abweichung mit halbjährlicher Periode überlagert, die sich aus der Projektion gleich langer Bahnstücke auf der Ekliptikebene auf unterschiedlich lange Bahnstücke auf der Äquatorebene ergibt.

Um den Stundenwinkel und damit die wahre Sonnenzeit WOZ aus der lokalen Uhrzeit mit einem konstant zu 24 h gesetzten Tag zu berechnen, muss die lokale Ortszeit um diese zeitliche Abweichung (equation of time E_t in Minuten) korrigiert werden.

$$E_t = 229.2 \left(\frac{0.000075 + 0.001868 \cos B - 0.032077 \sin B - 0.014615 \cos 2B - 0.040849 \sin 2B}{1} \right) \quad (2.8)$$

Eine weitere Korrektur der lokalen Uhrzeit ist notwendig, da nicht für jeden Längengrad, sondern nur für Zonen von etwa 15° Breite eine eigene Standardzeit eingeführt ist. In den meisten westeuropäischen Ländern gilt die Mitteleuropäische Zeit MEZ, die dem Meridian auf 15° östlicher Länge entspricht. Pro Grad Abweichung zwischen lokalem (L_{lokal}) und Standardzeit-Meridian (L_{Zone}) muss eine Längengradkorrektur L_K von 4 Minuten berücksichtigt werden ($360^\circ / (24 \text{ h} \times 60 \text{ min/h})$).

$$L_K = 4(L_{\text{Zone}} - L_{\text{lokal}}) \text{ [min]} \quad (2.9)$$

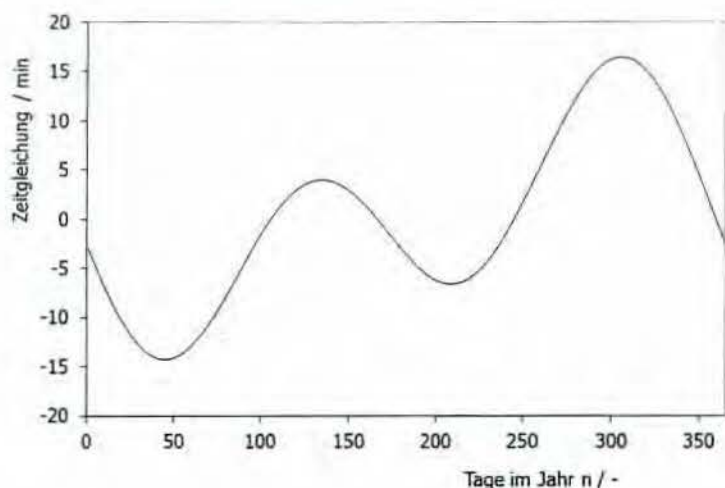


Bild 2-9: Zeitgleichung als Abweichung der wahren Sonnenzeit zur Standardzeit.

Die wahre Ortszeit WOZ (oder Sonnenzeit) ergibt sich demnach aus der Standardzeit, die um die konstante Längengradkorrektur sowie die Zeitgleichung korrigiert wurde. Während der Sommerzeit MEZ_S muss zusätzlich eine Stunde abgezogen werden.

$$\begin{aligned} WOZ &= MEZ - L_K + E_t \\ &= MEZ_S - 1h - L_K + E_t \end{aligned} \quad (2.10)$$

Aus der Sonnenzeit ergibt sich direkt der Stundenwinkel ω . Einer einstündigen Abweichung vom solaren Mittag entspricht ein Stundenwinkel von 15° (morgens negativ, nachmittags positiv).

$$\omega = (WOZ - 12.00h) \times \frac{15^\circ}{h} \quad (2.11)$$

Beispiel 1:

Berechnung des Stundenwinkels der Sonne um 12.00 h lokale Uhrzeit in Stuttgart (9.2° östliche Länge) am 1. Februar, 1. Juli und 1. Oktober (mit Berücksichtigung der Sommerzeit).

Für Stuttgart ergibt sich eine konstante Längengradkorrektur $L_K = 4 \text{ min}^\circ (15^\circ - 9.2^\circ) = 23.2 \text{ min} = 0.387 \text{ h}$.

Datum	Tagnummer n	$B [^\circ]$	$E_t [\text{min}]$	$E_t [\text{h}]$	WOZ	$\omega [^\circ]$
1.2.	32	30.57	-13.1	-0.218	11.39 h	-9.08
1.7. (MEZ_S)	182	178.52	-3.5	-0.058	10.55 h	-21.68
1.10. (MEZ_S)	274	269.26	+10.5	0.175	10.79 h	-18.18

Für die Berechnung der WOZ wurden sowohl Längengradkorrektur als auch Zeitgleichung dezimal in Stunden umgerechnet.

2.1.2.2 Horizontkoordinaten

Aus Deklination und Stundenwinkel lassen sich für jeden Standort mit Breitengrad ϕ Sonnenhöhe α_s und Sonnenazimut γ_s bestimmen. Für diesen als Horizontkoordinaten bezeichneten Winkel wird der Azimut γ_s für die Nordrichtung mit 0° , Ost $+90^\circ$, Süd $+180^\circ$ und West 270° festgelegt und der Höhenwinkel α_s von der Horizontalebene aus bestimmt. Der Komplementärwinkel zum Höhenwinkel ist der Zenitwinkel θ_z , der gleichzeitig den Einfallswinkel der direkten Solarstrahlung auf eine horizontale Fläche darstellt.

$$\cos \theta_z = \sin \delta \sin \Phi + \cos \delta \cos \Phi \cos \omega = \sin \alpha_s \quad (2.12)$$

$$\gamma_s = \begin{cases} 180^\circ - \arccos \left(\frac{\sin \alpha_s \sin \Phi - \sin \delta}{\cos \alpha_s \cos \Phi} \right) & \text{für } WOZ \leq 12.00h \\ 180^\circ + \arccos \left(\frac{\sin \alpha_s \sin \Phi - \sin \delta}{\cos \alpha_s \cos \Phi} \right) & \text{für } WOZ > 12.00h \end{cases} \quad (2.13)$$

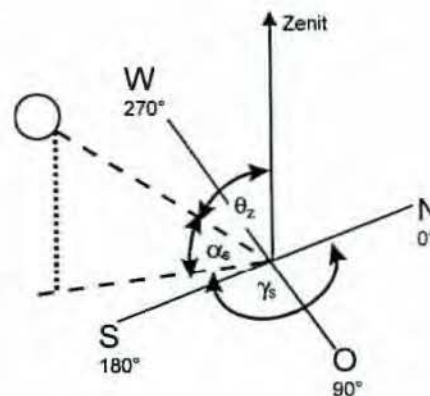


Bild 2-10: Zenitwinkel θ_z , Höhenwinkel α_s und Azimutwinkel γ_s der Sonne.

Beispiel 2:

- a) Bestimmung des Winkelbereichs des solaren Azimuts zwischen Herbst- und Frühlingsanfang auf der Nordhalbkugel:

Zwischen dem 23.9 und 21.3. liegt der solare Azimut immer zwischen Ost und West, d. h. 90° und 270° . Dieses ergibt sich direkt aus Gleichung (2.13), da die Deklination $\delta = 0^\circ$ und der Höhenwinkel $\alpha_s = 0^\circ$ bei Sonnenauf- und untergang ist und somit der $\arccos(0) = 90^\circ$ wird.

- b) Bestimmung des solaren Azimuts am Äquator um 12.00 h WOZ zur Winter- bzw. Sommersonnenwende auf der Nordhalbkugel:

21. Dezember: Deklinationswinkel -23.45° , d. h., die Sonne steht unterhalb des Äquators und damit genau im Süden: $\gamma_s = 180^\circ$

21. Juni: Deklinationswinkel $+23.45^\circ$, d. h., die Sonne steht oberhalb des Äquators und somit genau im Norden: $\gamma_s = 0^\circ$.

Sonnenaufgangszeit und Taglänge

Bei Sonnenaufgang bzw. -untergang ist der Zenitwinkel θ_Z genau 90° . Daraus ergibt sich der Stundenwinkel ω_S nach Gleichung (2.12).

$$\cos \omega_S = -\frac{\sin \phi \sin \delta}{\cos \phi \cos \delta} = -\tan \phi \tan \delta \quad (2.14)$$

Aus dem Stundenwinkel erhält man die Anzahl der Tageslichtstunden N , da sich der Stundenwinkel pro Stunde um 15° ändert. Der Faktor 2 ergibt sich aus der Berücksichtigung von Vormittags- und Nachmittagsstunden.

$$N = \frac{2}{15^\circ} \arccos(-\tan \phi \tan \delta) \quad (2.15)$$

Beispiel 3:

Berechnung des Stundenwinkels des Sonnenaufgangs und der Anzahl der Tageslichtstunden für den 1.2., 1.7. und 1.10 in Stuttgart (48.8° nördliche Breite).

	1.2.	1.7.	1.10.
Deklination $\delta [^\circ]$	-17.5	23.1	-4.2
$\omega_S [^\circ]$	-68.4	-119.1	-85.2
$N [h]$	9 h 11 min	15 h 57 min	11 h 22 min

2.1.2.3 Sonnenstandsdiagramme

Für die Veranschaulichung der Sonnenhöhen- und Azimutwinkel im Jahresverlauf für einen gegebenen Standort können Sonnenstandsdiagramme entweder in kartesischen oder Polarkoordinaten verwendet werden. Kartesische Koordinaten mit dem Höhenwinkel als Funktion des Azimuts eignen sich besonders für die Darstellung von Verschattungshorizonten. Verschattende Objekte können einfach mit den jeweiligen Azimut- und Höhenwinkeln in das Sonnenstandsdiagramm eingezeichnet und die Uhrzeiten der Verschattung direkt abgelesen werden.

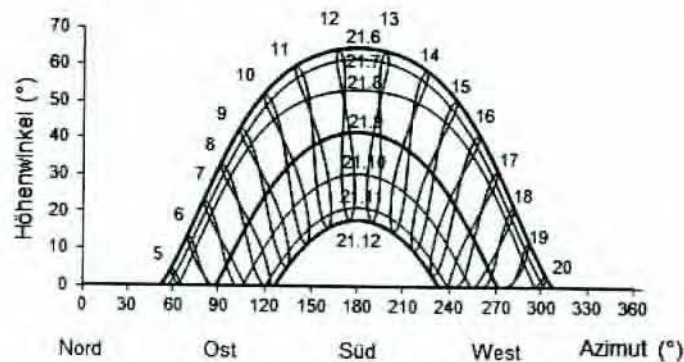


Bild 2-11: Sonnenstandsdiagramm in kartesischen Koordinaten für Stuttgart.

Die für die zweite Jahreshälfte berechneten Höhenwinkel sind symmetrisch für die erste Jahreshälfte verwendbar (21.7. entspricht 21.5. etc.). Durch die Zeitgleichung ergeben sich die eingezeichneten Linien gleicher lokaler Uhrzeit, hier MEZ (sogenannte Analemma). Während kartesische Koordinaten die Höhenwinkel von Sonne und Verbauungsobjekten gut veranschaulichen, verdeutlichen Polardiagramme vor allem die Azimutwinkel der Sonne und die Lage von weiteren Gebäuden.

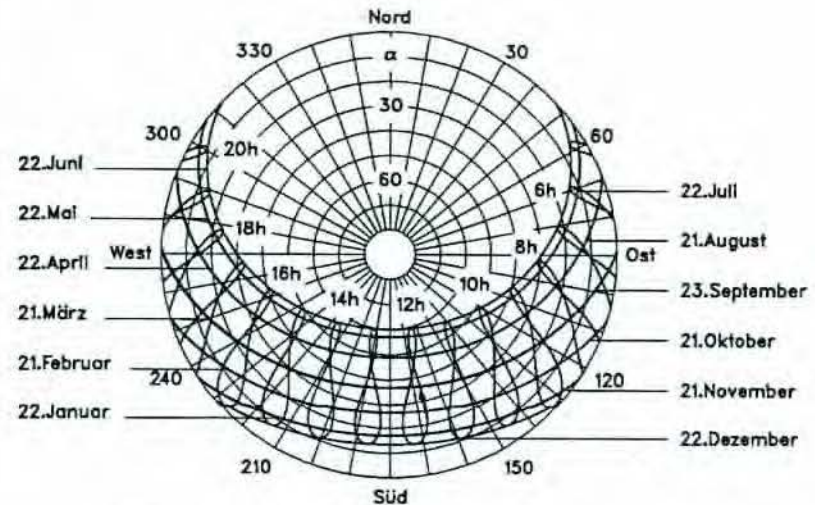


Bild 2-12: Sonnenstandsdiagramm in Polarkoordinaten für Oldenburg (Schumacher, 1991).

Der äußere Kreis entspricht einem Höhenwinkel von null, d. h. dem Horizont, der Mittelpunkt des Polardiagramms dem Zenit.

Einfallswinkel auf beliebig geneigte Flächen

Der Einfallswinkel des Direktstrahls auf eine geneigte Empfängerfläche hängt vom Neigungswinkel β der Fläche gegen die Horizontale sowie vom Flächenazimut γ ab. Bei bekanntem Sonnenstand (Zenitwinkel θ_Z und solarer Azimut γ_S) erhält man den Einfallswinkel θ aus den Horizontkoordinaten θ_Z und γ_S :

$$\cos \theta = \cos \theta_Z \cos \beta + \sin \theta_Z \sin \beta \cos(\gamma_S - \gamma) \quad (2.16)$$

oder bei Verwendung von den Äquatorkoordinaten δ und ω

$$\begin{aligned} \cos \theta = & (\cos \beta \sin \phi + \cos \phi \cos \gamma \sin \beta) \sin \delta \\ & + (\cos \beta \cos \phi - \sin \phi \cos \gamma \sin \beta) \cos \delta \cos \omega \\ & - \sin \gamma \sin \beta \cos \delta \sin \omega \end{aligned} \quad (2.17)$$

Vereinfachungen der Formel ergeben sich z. B. für horizontale Flächen mit $\beta = 0^\circ$ (Gleichung (2.12) des Zenitwinkels) oder senkrechte und südorientierte Fassadenflächen ($\beta = 90^\circ$, $\gamma = 180^\circ$):

$$\cos \theta = -\cos \Phi \sin \delta + \sin \Phi \cos \delta \cos \omega \quad (2.18)$$

Am solaren Mittag mit $\omega = 0^\circ$ gilt für eine südorientierte Fläche:

$$\theta_{\text{Mittag}} = |\Phi - \delta - \beta| \quad (2.19)$$

Für eine horizontale Fläche mit $\beta = 0^\circ$ lassen sich somit schnell die maximalen und minimalen Sonnenstände im Jahr ermitteln. Der höchste Sonnenstand in Stuttgart am 21.6. mit einer Deklination von 23.45° ergibt sich für einen Zenitwinkel θ_z von $48.8^\circ - 23.45^\circ = 25.35^\circ$, was einer Sonnenhöhe von 64.65° entspricht. Der niedrigste Sonnenstand am solaren Mittag beträgt bei einer Deklination von -23.45° am 21. Dezember und einem Zenitwinkel von $48.8^\circ - (-23.45^\circ) = 72.25^\circ$ somit 17.75° .

Beispiel 4:

Berechnung des Einfallswinkels auf eine 10° geneigte Fläche mit Flächenazimut 160° am 1.10. um 11.00 h WOZ am Standort Stuttgart.

Der Zenitwinkel ist $\theta_z = 54.6^\circ$, der Sonnenazimut $\gamma_s = 161.5^\circ$. Daraus ergibt sich ein Einfallswinkel von 44.6° . Dasselbe Ergebnis wird bei Verwendung der Äquatorkoordinaten $\delta = -4.2^\circ$ und $\omega = -15^\circ$ erzielt.

2.2 Strahlendurchgang durch die Atmosphäre

Während die extraterrestrischen Einstrahlungswerte auf beliebig orientierte Flächen allein geometrieabhängig und somit einfach berechenbar sind, ist der Strahlendurchgang durch die Atmosphäre so komplex, dass einfache Verfahren wie die Verwendung von monatlichen Trübungsfaktoren nach DIN 5034 extrem ungenaue Strahlungswerte ergeben. Insbesondere für dynamische Systemsimulationen von aktiven oder passiven Solarkomponenten sind stündlich aufgelöste Einstrahlungswerte der Direkt- und Diffusstrahlung erforderlich, welche die für den Standort repräsentativen statistischen Eigenschaften aufweisen müssen. Da langjährig gemessene bzw. teilsynthetisierte Einstrahlungszeitreihen nur für wenige Standorte weltweit zur Verfügung stehen (z. B. Testreferenzjahre für 12 deutsche Klimazonen), setzen sich immer mehr statistische Verfahren durch, welche Stundenwerte aus Monatsmittelwerten der Einstrahlung erzeugen. Nach einer kurzen Darstellung der wesentlichen Strahlungsabsorptions- und -streuungsmechanismen der Atmosphäre werden im folgenden hauptsächlich die statistischen Verfahren der Einstrahlungsberechnung diskutiert.

Die extraterrestrische Strahlung wird in der Atmosphäre durch Absorption und Reflexion abgeschwächt und durch Streuung teilweise in diffuse Strahlung umgesetzt.

Die von der solaren Einstrahlung zu durchquerende relative Luftmasse m (auch air mass AM genannt) gibt das Verhältnis der Atmosphärendicke für einen gegebenen Zenitwinkel, d. h. $d_{\text{atm}} / \cos \theta_z$ zur einfachen Dicke der Atmosphäre d_{atm} im lokalen Zenit an und kann für eine homogene Atmosphäre mit einer einfachen Näherungsformel berechnet werden:

$$m = \frac{d_{\text{atm}} / \cos \theta_z}{d_{\text{atm}}} = \frac{1}{\cos \theta_z} \quad (2.20)$$

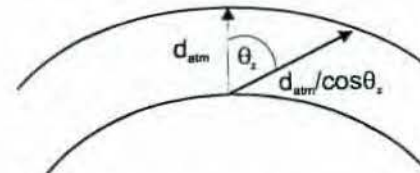


Bild 2-13: Definition der Luftmasse m aus Atmosphärendicke und Zenitwinkel.

Kurzwellige Einstrahlung wird an Luftmolekülen, deren Durchmesser klein gegenüber der Lichtwellenlänge ist (etwa 10^{-10} m), proportional zu $1/\lambda^4$ gestreut. Oberhalb von etwa $0.6 \mu\text{m}$ ist die sogenannte Rayleigh-Streuung vernachlässigbar.

Mie-Streuung an größeren Staubpartikeln (Aerosole) mit Durchmessern von etwa 10^{-9} m reduziert den Transmissionsgrad nach der Angströmschen Trübungsformel $\tau = \exp(-\beta \lambda^{-\alpha} m)$, wobei die Trübung durch die Parameter α und β charakterisiert wird. Der Parameter β variiert von 0 für sehr klare bis 0.4 für sehr trübe Himmel, α hängt von der Größenverteilung der Staubeilchen ab und liegt typisch bei 1.3. Die Wellenlängenabhängigkeit ist damit schwächer als für die Rayleighstreuung.

Ozon absorbiert die solare Einstrahlung nahezu vollständig unter $\lambda = 0.29 \mu\text{m}$ und abgeschwächt bis etwa $0.7 \mu\text{m}$. Wasserdampf absorbiert im Infraroten mit ausgeprägten Absorptionsbanden bei 1.0 , 1.4 , und $1.8 \mu\text{m}$. Oberhalb von $2.5 \mu\text{m}$ wird nahezu die gesamte Strahlung durch CO_2 und H_2O absorbiert.

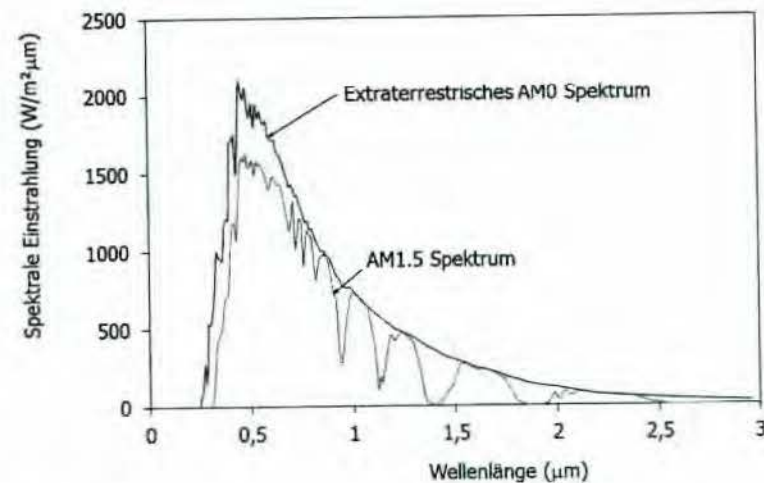


Bild 2-14: Extraterrestrisches Spektrum mit Null Luftmasse (AM0) und terrestrisches Spektrum mit Luftmasse 1.5 (AM1.5).

Die einfachsten Berechnungsmodelle der Einstrahlung auf der Erdoberfläche fassen alle obigen wellenlängenabhängigen Effekte in einer Einzahlangabe, dem sogenannten Trübungsfak-

tor T zusammen, der die statistischen Schwankungen der terrestrischen Einstrahlung nicht erfasst. T wird in DIN 5034 als Monatsmittelwert angegeben und variiert von minimal 3.8 im Januar bis 6.3 im September. Bei klarem Himmel wird die direkte Bestrahlungsstärke auf eine Normalenfläche aus der extraterrestrischen Einstrahlung über den Sonnenhöhenwinkel α_S luftmassenkoriert und über die Höhe des Standorts über Meeresniveau H [m] druckkorrigiert berechnet:

$$G_n = G_{en} \exp \left(- \frac{T}{\underbrace{(0.9 + 9.4 \sin \alpha_S)}_{\text{Luftmassenkorrektur}} \underbrace{\exp(H/8000)}_{\text{Druckkorrektur}}} \right) \quad (2.21)$$

Der Diffusstrahlungsanteil bei klarem Himmel wird ebenfalls als Funktion der Sonnenhöhe und des Trübungsfaktors berechnet. Die Umrechnung auf geneigte Flächen erfolgt mittels tabellierter Korrekturfaktoren.

Für den bedeckten Himmel wird das Modell noch einfacher. Man geht wie in der Lichttechnik üblich von einer symmetrischen Strahlungs- bzw. Leuchtdichteverteilung aus, die ihr Maximum im lokalen Zenit hat und gegen den Horizont abnimmt. Die Strahlungsdichte im Zenit L_{eZ} wird festgelegt mit

$$L_{eZ} = 1.068 + 74.7 \sin \alpha_S \left[\frac{W}{m^2 \text{ sr}} \right] \quad (2.22)$$

Integriert man diese Strahlungsdichte über den gesamten Himmelshalbraum, erhält man für die horizontale Bestrahlungsstärke

$$G_h = 2.609 + 182.609 \sin \alpha_S \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (2.23)$$

Während diese einfachen Verfahren für die Auslegung von Tageslichtsystemen ausreichen, sind für die Dimensionierung aktiver Solarenergiesysteme genauere Wetterdatensätze unbedingt erforderlich.

2.3 Statistische Erzeugung von stündlichen Einstrahlungsdatensätzen

Die im folgenden beschriebenen statistischen Verfahren ermöglichen die Erzeugung einer Folge von stündlichen Einstrahlungswerten – einer sogenannten Zeitreihe – ausgehend vom monatlichen Mittelwert der Einstrahlung. Um den deterministischen Anteil der Einstrahlung auf der Erdoberfläche auszuschalten, der von der extraterrestrischen Strahlung und dem jeweiligen Sonnenstand bestimmt wird, wird als statistische Variable der Klarheitsgrad verwendet. Der Klarheitsgrad k_t ist definiert als das Verhältnis der terrestrischen zur extraterrestrischen Einstrahlung auf eine horizontale Fläche, je nach Mittelung berechnet für eine Stunde oder summiert über die Stunden eines Tages oder Monats.

$$k_t = \frac{\sum G_h}{\sum G_{eh}} \quad (2.24)$$

Aus dem vorgegebenen monatlichen Klarheitsgrad werden im ersten Schritt mit einem autoregressiven Verfahren Tageswerte erzeugt und anschließend Stundenwerte berechnet.

2.3.1 Tagesmittelwerte aus Monatsmittelwerten

Zwei Beobachtungen von langjährigen Strahlungsdaten bilden die Grundlage für die statistische Erzeugung von Tagesmittelwerten aus Monatsmittelwerten:

- Jeder tägliche Strahlungsmittelwert korreliert lediglich mit dem jeweils vorangegangenen Tageswert.
- Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der täglichen Klarheitsgrade um den Monatsmittelwert ist nur durch den mittleren Klarheitsgrad bestimmt. So haben beispielsweise klare Monate nur geringe Streuungen der Tageswerte um den Mittelwert und umgekehrt.

Die Zeitreihen der täglichen Klarheitsgrade lassen sich entweder mit Markov-Übergangsmatrizen oder autoregressiven Verfahren berechnen.

Autoregressive Verfahren sind allgemeiner verwendbar, da nicht nur Korrelationen mit dem vorangegangenen Tageswert, sondern auch mit Werten von mehr als einem Tag Zeitversatz berücksichtigt werden können. Für eine normalverteilte Zufallsvariable Z_d mit Mittelwert Null und Standardabweichung $\sigma=1$ ergeben sich die neuen Z_d -Werte aus den korrelierten vorangegangenen Werten sowie einem Rauschterm r_d . Die Ordnung n des Regressionsverfahrens gibt die zu berücksichtigenden Korrelationen mit Werten von mehr als einem Tag Zeitversatz an.

$$Z_d = \rho_1 Z_{d-1} + \rho_2 Z_{d-2} + \dots + \rho_n Z_{d-n} + r_d \quad (2.25)$$

Für die Klarheitsgradberechnung ist ein autoregressives Verfahren erster Ordnung ausreichend genau, da die Tagesmittelwerte vor allem mit dem vorangegangenen Tag korrelieren und weiter zurückliegende Tage kaum einen Einfluss auf den Klarheitsgrad haben. ρ_1 bezeichnet den Autokorrelationskoeffizienten für einen Versatz von einem Tag ($n=1$). Für eine gegebene Zeitreihe von N Zufallsvariablen Z_d können die Autokorrelationskoeffizienten ρ_n mit Zeitversatz n berechnet werden:

$$\rho_n = \frac{\sum_{i=1}^{N-n} (Z_i - \bar{Z})(Z_{i+n} - \bar{Z})}{\sum_{i=1}^N (Z_i - \bar{Z})^2} \quad (2.26)$$

Da hier jedoch Zeitreihen synthetisiert werden sollen und daher deren Korrelationseigenschaften nicht bekannt sind, muss der Autokorrelationskoeffizient erster Ordnung ρ_1 als Parameter vorgegeben werden. Aus Wetterdatenuntersuchungen von Gordon/Reddy (1988) ist ersichtlich, dass ρ_1 je nach Standort zwischen 0 und 0.6 variieren kann, aber in den meisten Fällen ein Wert von 0.3 eine gute Annäherung darstellt.

Das statistische Rauschen r_d ist mit Mittelwert null, normalverteilt und mit Standardabweichung $\sigma' = \sqrt{1 - \rho_1^2}$ definiert. Das Rauschen wird aus einer Zufallszahlfolge z aus dem Wertebereich $[0,1]$ berechnet:

$$r_d = \sigma'(z^{0.135} - (1-z)^{0.135}) / 0.1975 \quad (2.27)$$

Für die Erzeugung der Zeitreihe der normalverteilten Variablen Z_d wird also der Autokorrelationskoeffizient ρ_1 vorgegeben, die Zufallsvariable Z_d mit $Z_0 = 0$ initialisiert und für jeden Zeitschritt mit dem Rauschterm r_d der nächste Wert berechnet.

Gordon und Reddy haben jedoch gezeigt, dass die täglichen Klarheitsgrade nicht normalverteilt um den mittleren monatlichen Klarheitsgrad sind, sondern die Wahrscheinlichkeitsfunktion oberhalb des mittleren Klarheitsgrades schneller als die Gaußverteilung absinkt. Daher muss die im ersten Schritt erzeugte Zeitreihe der gaußverteilten Zufallsvariablen Z_d in die nicht gaußverteilte Variable X_d umgerechnet werden.

Als Zufallsvariable X_d wird das Verhältnis des täglichen mittleren Klarheitsgrades k_{td} zum monatlichen Mittelwert k_{tm} gewählt.

$$X_d = \frac{k_{td}}{k_{tm}} \quad (2.28)$$

Die von Gordon/Reddy bestimmte empirische Wahrscheinlichkeitsfunktion $P(X_d)$ beschreibt mit guter Genauigkeit die Verteilung der täglichen Klarheitsgrade. Der einzige Parameter ist die Standardabweichung der Tageswerte σ_{X_d} für den jeweiligen Standort, die nur vom Monatsmittelwert k_{tm} abhängt.

$$P(X_d) = AX_d^n \left(1 - \frac{X_d}{X_{\max}}\right) \quad (2.29)$$

wobei

$$n = -2.5 + 0.5 \sqrt{9 + \frac{8}{\sigma_{X_d}^2}} \quad (2.30)$$

$$X_{\max} = \frac{n+3}{n+1} \quad (2.31)$$

$$A = \frac{(n+1)(n+2)}{(X_{\max})^{n+1}} \quad (2.32)$$

Die Streuung σ_{X_d} der Tageswerte um den Monatsmittelwert nimmt mit steigendem monatlichen Klarheitsgrad des Standortes ab und kann durch eine lineare Funktion beschrieben werden:

$$\sigma_{X_d}^2 = \begin{cases} 0.1926 \text{ für } \overline{k_{tm}} \leq 0.2 \\ \max\{0.01, (0.269 - 0.382\overline{k_{tm}})\} \text{ für } \overline{k_{tm}} > 0.2 \end{cases} \quad (2.33)$$

Bei klaren Monaten mit $\sigma^2 > 0.1$ fallen die täglichen Klarheitsgrade oberhalb des Monatsmittelwertes ($X_d = 1$) sehr steil ab.

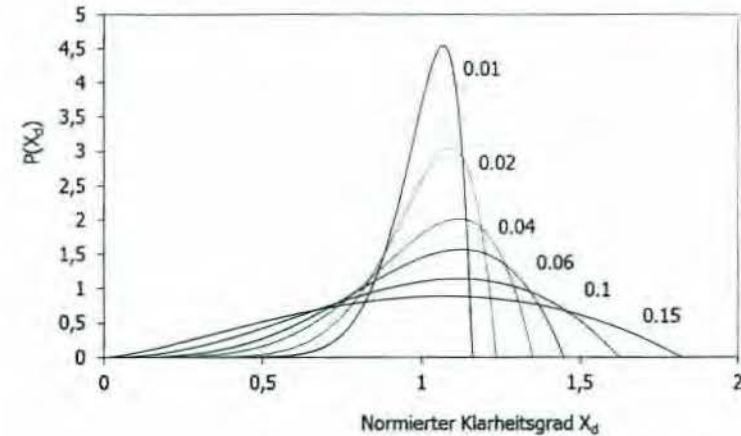


Bild 2-15: Gordon-Reddy Verteilungsfunktion der normierten täglichen Klarheitsgrade um den monatlichen Mittelwert als Funktion der Varianz σ^2 .

Die zunächst gaußverteilt angenommene Zufallsvariable Z_d wird mit der als Gaußsches Mapping bezeichneten Transformation auf die tatsächliche Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(X_d)$ umgerechnet und so letztendlich die tatsächliche Zeitreihe für X_d erhalten. Beim Gaußschen Mapping wird zunächst die kumulierte Verteilung $F(Z_d)$ der gaußverteilten Zufallsvariablen Z_d berechnet:

$$F(Z_d) = \frac{1}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \exp\left(\frac{-2Z_d^2}{\pi}\right)} \right) \quad (2.34)$$

mit positivem Vorzeichen für $Z_d > 0$ und negativem für $Z_d < 0$.

Anschließend wird der Wert $F(Z_d)$ dem kumulierten Wert der nicht-gaußverteilten Variablen $F(X_d)$ gleichgesetzt und daraus eindeutig der zugehörige X_d -Wert bestimmt. Für X_d ergibt sich eine implizite Gleichung, die iterativ gelöst werden muss:

$$AX_d^{n+1} = \frac{F(Z_d)}{\frac{1}{n+1} - \frac{X_d}{(n+2)X_{\max}}} \quad (2.35)$$

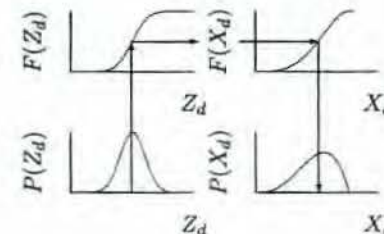


Bild 2-16: Umrechnung der normalverteilten Zufallsvariablen Z_d in eine Gordon-Reddy verteilte Zufallsvariable X_d nach dem Verfahren des Gaußschen Mapping.

Aus den so berechneten X_d -Werten erhält man eine Folge von Tageswerten des Klarheitsgrades $k_{td} = X_d k_{tm}$ mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(X_d)$ und Autokorrelationskoeffizient ρ_1 .

2

Beispiel 5:

Berechnung der ersten 6 täglichen k_{td} -Werte für einen mittleren monatlichen k_{tm} -Wert von 0.5 für den Monat Juli ($m = 7$) mit Autokorrelationskoeffizient ρ_1 von 0.3.

Tagnummer	$d = 1$	2	3	4	5	6
Zufallszahl z [0,1]	0.3	0.1	0.9	0.65	0.2	0.5
Rauschen r_d	-0.495	-1.22	1.22	0.365	-0.799	0
Z_d	-0.495	-1.37	0.811	0.608	-0.617	-0.185
$F(Z_d)$	0.31	0.082	0.792	0.729	0.268	0.4266
X_d	0.87	0.57	1.25	1.2	0.83	0.97
k_{td}	0.434	0.285	0.625	0.6	0.415	0.485

mit $\sigma_{X_d}^2 = 0.078$, $X_{\max} = 1.53$, $n = 2.78$ und $A = 3.63$.

Eine Jahreszeitreihe der täglich eingestrahelten Energie auf eine horizontale Empfängerfläche für den Standort Stuttgart (48.8° nördliche Breite) zeigt die deutlichen Schwankungen der täglichen Einstrahlung, die mit der Autoregressionsmethode erzeugt werden. Die Jahressumme der Einstrahlung liegt bei 1190 kWh/m².

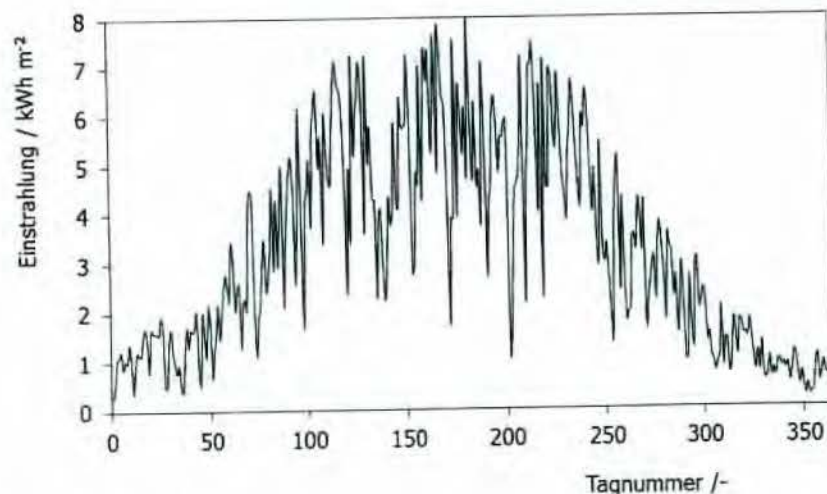


Bild 2-17: Tägliche Einstrahlung auf eine horizontale Fläche für den Standort Stuttgart.

2.3.2 Stundenmittelwerte aus Tagesmittelwerten

Stundenwerte können ebenfalls mit einem autoregressiven Modell aus den Tagesmittelwerten berechnet werden. Die Analyse langjähriger stündlicher Einstrahlungsdatenreihen zeigt, dass signifikante Korrelationen nur zwischen direkt aufeinanderfolgenden Stunden bestehen. Da die Stundenmittelwerte des Klarheitsgrades normalverteilt sind, kann direkt das Autoregressionsverfahren erster Ordnung verwendet werden.

$$y_h = \rho_1 y_{h-1} + r_h \quad (2.36)$$

Um die deterministischen Eigenschaften des stündlichen Klarheitsgrades, nämlich die Sonnenhöhenabhängigkeit, auszuschalten, wird zunächst der zu erwartende Klarheitsgrad der jeweiligen Stunde $\langle k_{th} \rangle$ berechnet, der vom mittleren täglichen Klarheitsgrad k_{td} und dem Zenitwinkel θ_z abhängt. Die Variable y_h beschreibt dann die mit der Standardabweichung normierte Differenz zwischen stündlich statistisch erzeugtem Klarheitsgrad k_{th} und dem zu erwartenden Klarheitsgrad $\langle k_{th} \rangle$ der jeweiligen Stunde.

$$y_h = \frac{k_{th} - \langle k_{th}(k_{td}) \rangle}{\sigma_h} \quad (2.37)$$

Der Rauschen r_h wird nach Gleichung (2.27) berechnet mit Standardabweichung $\sigma' = \sqrt{(1 - \rho_1^2)}$.

Der Autokorrelationskoeffizient ρ_1 ist schwach vom mittleren täglichen Klarheitsgrad abhängig und liegt etwa bei 0.38,

$$\rho_1 = 0.38 + 0.06 \cos(7.4 k_{td} - 2.5) \quad (2.38)$$

wobei der Kosinusterm in Bogenmaß zu berechnen ist.

Entscheidend für die Güte des Modells ist die Parametrisierung des zu erwartenden stündlichen Klarheitsgrades, welcher dann durch das Zufallszahlverfahren variiert wird. Aguiar und Collares-Pereira (1992) haben gezeigt, dass sehr gute Ergebnisse mit einer sonnenhöhenwinkelabhängigen Exponentialfunktion erzielt werden können.

$$\langle k_{th} \rangle = \lambda + \varepsilon \exp(-\kappa / \sin \alpha_s) \quad (2.39)$$

Die Parameter der Exponentialfunktion sind Funktionen des mittleren täglichen Klarheitsgrades und empirisch aus einer Datenbank von 13 europäischen und einer afrikanischen Wetterstation abgeleitet.

$$\lambda = -0.19 + 1.12 k_{td} + 0.24 \exp(-8 k_{td}) \quad (2.40)$$

$$\varepsilon = 0.32 - 1.6 (k_{td} - 0.5)^2 \quad (2.41)$$

$$\kappa = 0.19 + 2.27 k_{td}^2 - 2.51 k_{td}^3 \quad (2.42)$$

Die Standardabweichung σ_h des mittleren stündlichen Klarheitsgrades k_{th} wird ebenfalls empirisch aus den Datenbankwerten abgeleitet und durch eine sonnenhöhenabhängige Exponentialfunktion dargestellt.

$$\sigma_h = A \exp(B(1 - \sin \alpha_s)) \quad (2.43)$$

$$A = 0.14 \exp(-20(k_{td} - 0.35)^2)$$

$$B = 3(k_{id} - 0.45)^2 + 16k_{id}^5$$

Der Anfangswert von y_0 für die erste Stunde nach Sonnenaufgang wird mit null initialisiert und der nächste Wert mit dem Autokorrelationskoeffizienten und dem Rauschen r_h nach Gleichung (2.36) berechnet. Der Stundenmittelwert des Klarheitsgrades ergibt sich aus der Definition der Variablen y_h .

$$k_{th} = \langle k_{th} \rangle + \sigma_h y_h \quad (2.44)$$

Physikalisch sinnvolle k_{th} -Werte müssen größer/gleich null sein und unterhalb eines maximalen Klarheitsgrades für extrem klare Himmelszustände liegen. Eine einfache Näherung für den maximalen k_{th} -Wert ist

$$k_{th,max} = 0.88 \cos(\pi(h - 12.5) / 30) \quad (2.45)$$

Für k_{th} -Werte außerhalb des geforderten Wertebereiches müssen neue Zufallszahlen generiert werden.

Beispiel 6:

Berechnung von stündlichen k_{th} -Werten (solare Uhrzeit) für den 4. Tag des vorhergehenden Beispiels (4. Juli = Tag 185) mit einem mittleren täglichen Klarheitsgrad von 0.6 am Standort Stuttgart.

Der Stundenwinkel für Sonnenaufgang- und -untergang ist $\omega_s = 118.8^\circ$, d. h., die erste Stunde liegt zwischen 4 und 5.00 h morgens.

Zunächst werden die nur einmalig zu berechnenden Werte bestimmt. Dazu gehören:

1. Der Autokorrelationskoeffizient ρ_1 : $\rho_1 = 0.38 + 0.06 \cos(7.4k_{id} - 2.5) = 0.44$
2. Die Standardabweichung σ des Rauschterms r_h : $\sigma = \sqrt{1 - \rho_1^2} = 0.898$
3. Die Parameter für den zu erwartenden stündlichen $\langle k_{th} \rangle$ -Wert:

$$\lambda = -0.19 + 1.12k_{id} + 0.24 \exp(-8k_{id}) = 0.485$$

$$\varepsilon = 0.32 - 1.6(k_{id} - 0.5)^2 = 0.304$$

$$\kappa = 0.19 + 2.27k_{id}^2 - 2.51k_{id}^3 = 0.465$$

4. Die Parameter A, B für die Standardabweichung der stündlichen k_{th} -Werte:

$$A = 0.14 \exp(-20(k_{id} - 0.35)^2) = 0.0397$$

$$B = 3(k_{id} - 0.45)^2 + 16k_{id}^5 = 1.3229$$

Mit dem Autokorrelationskoeffizienten und dem über Zufallszahlen z zu berechnenden Rauschterm r_h kann die Zeitreihe der Variablen y_h erzeugt werden. Über den Sonnenhöhenwinkel α_s zur Stundenmitte kann dann für jede Stunde der Erwartungswert $\langle k_{th} \rangle$ und die Standardabweichung σ_h und somit aus y_h die Zeitreihe der stündlichen Klarheitsgrade k_{th} berechnet werden. Die Zufallsvariable $y_{h=1}$ wird mit Null initialisiert, da keine Korrelation mit dem Stundenwert vor Sonnenaufgang $y_{h=0}$ besteht.

Während die Erwartungswerte des stündlichen Klarheitsgrades wie erwartet mit dem Sonnenhöhenwinkel stetig ansteigen, sind beim statistischen Klarheitsgrad k_{th} deutliche Schwankungen zu erkennen.

h	WOZ	z	r_h	y_h	α_s	$\langle k_{th} \rangle$	σ_h	k_{th}
1	4.30 h	–	–	0	3.5	0.485	0.138	0.485
2	5.30 h	0.3	–0.468	–0.468	12.3	0.519	0.112	0.467
3	6.30 h	0.1	–1.15	–1.356	21.9	0.572	0.091	0.529
4	7.30 h	0.2	–0.753	–1.349	31.7	0.61	0.074	0.509
5	8.30 h	0.9	1.15	0.557	41.5	0.635	0.062	0.552
6	9.30 h	0.8	0.753	0.998	50.8	0.652	0.053	0.681

Mit den so berechneten stündlichen Klarheitsgraden lässt sich dann die Globalstrahlung auf eine horizontale Fläche berechnen. Die extraterrestrische Einstrahlung auf eine Normalenfläche für den Tag 185 ist 1321.9 W/m^2 , d. h. auf eine horizontale Fläche für die 2. Stunde nach Sonnenaufgang mit $\alpha_s = 12.32^\circ$ insgesamt 282.1 W/m^2 . Mit dem berechneten Klarheitsgrad von 0.467 erhält man für die global horizontale Einstrahlung 131.7 W/m^2 .

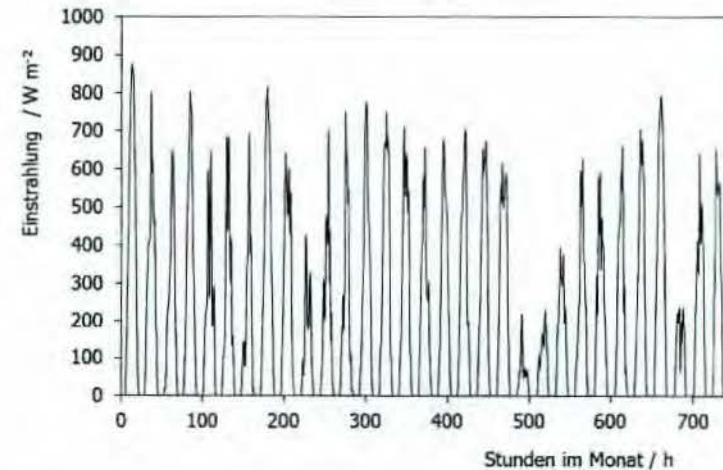


Bild 2-18: Mittlere stündliche Einstrahlung auf eine horizontale Fläche für den Monat Juli am Standort Stuttgart. Die monatliche eingestrahelte Energie liegt bei 153 kWh m^{-2} .

2.4 Globalstrahlung und Strahlung auf geneigte Flächen

2.4.1 Direkt- und Diffusstrahlung

Durch die Streuung der extraterrestrischen Strahlung in der Atmosphäre tritt neben der Direktstrahlung G_b (Index b: beam) immer ein Diffusstrahlungsanteil G_d auf. Die Einstrahlung auf die Horizontale in W/m^2 wird als Globalstrahlung G_h bezeichnet:

$$G_h = G_{bh} + G_{dh} \quad (2.46)$$

Direkt- und Diffusstrahlung auf die Horizontale werden in vielen Wetterdatensätzen als gemessene Stundenwerte bereitgestellt. Wird die Einstrahlung mit statistischen Verfahren bestimmt, wird zunächst nur die Globalstrahlung erzeugt. Der Diffusstrahlungsanteil korreliert jedoch direkt mit dem stündlichen Klarheitsgrad.

Eine empirische Korrelation wurde von Erbs/Klein/Duffie (1982) für 15 Standorte in Nordamerika, Europa und Australien ermittelt.

$$G_{dh} = \begin{cases} G_h \times (1.0 - 0.09k_{th}) & \text{für } k_{th} \leq 0.22 \\ G_h \times \left(0.9511 - 0.1604k_{th} + 4.388k_{th}^2 \right) & \text{für } 0.22 < k_{th} < 0.8 \\ G_h \times 0.165 & \text{für } k_{th} \geq 0.8 \end{cases} \quad (2.47)$$

2.4.2 Umrechnung der Globalstrahlung auf beliebig geneigte Flächen

Die Umrechnung der horizontalen Globalstrahlung auf beliebig geneigte Flächen muss separat für Direkt- und Diffusstrahlung durchgeführt werden. Während die Intensität des Direktstrahls nur vom Einfallswinkel auf die Empfängerfläche abhängt, existieren verschiedene Umrechnungsverfahren für die Diffusstrahlung.

Das einfachste Modell nach Liu und Jordan (1960) geht von einer gleichmäßigen isotropen Diffusstrahlung des Himmels aus, von der bei steigender Flächenneigung immer geringere Anteile gesehen werden. Die vom Boden reflektierte Gesamtstrahlung wird ebenfalls als isotrop verteilt angenommen.

Genauere Modelle teilen die Diffusstrahlung so auf, dass neben der isotrop verteilten Himmelsstrahlung die Aufhellung um die Sonne herum (Zirkumsolarstrahlung) sowie die durch Streuung verursachte Horizontaufhellung berücksichtigt wird (Perez et al, 1987). Die in der Lichttechnik verwendeten Raytracingprogramme oder die Standard-Himmelsmodelle für Tageslichtberechnungen berechnen für jeden Punkt der Himmelshalbkugel die Strahlungsintensität (Brunger, 1993).

2.4.2.1 Isotropes Diffusstrahlungsmodell

Die Gesamtstrahlung auf die geneigte Fläche G_t (Index t: tilted) ergibt sich aus der Summe des Direktstrahlungsanteils, der isotropen Himmelsstrahlung sowie des Bodenreflexionsanteils mit Reflexionskoeffizient ρ .

$$G_t = \frac{G_{bh}}{\cos \theta_z} \cos \theta + G_{dh} F_{\text{Fläche-Himmel}} + G_h F_{\text{Fläche-Boden}} \rho \quad (2.48)$$

Der Direktstrahlungsanteil auf die Horizontale wird dabei über den Kosinus des Zenitwinkels auf eine Fläche normal zur Sonne umgerechnet und anschließend mit dem Kosinus des Einfallswinkels auf die geneigte Fläche multipliziert.

Die anderen Diffusstrahlungskomponenten werden mithilfe von Formfaktoren F zwischen Empfängerfläche und Himmel bzw. Boden umgerechnet. Die Formfaktoren hängen vom Neigungswinkel β der Fläche gegen die Horizontale ab:

$$F_{\text{Fläche-Himmel}} = \frac{1 + \cos \beta}{2} \quad (2.49)$$

$$F_{\text{Fläche-Boden}} = \frac{1 - \cos \beta}{2} \quad (2.50)$$

Mit diesen geometrischen Beziehungen lässt sich die Gesamtstrahlung auf eine beliebig geneigte Fläche berechnen.

$$G_t = G_{bh} \frac{\cos \theta}{\cos \theta_z} + \underbrace{G_{dh} \frac{1 + \cos \beta}{2}}_{G_{dH}} + \underbrace{G_h \rho \frac{1 - \cos \beta}{2}}_{G_{dB}} \quad (2.51)$$

Beispiel 7:

Berechnung der terrestrischen Einstrahlung mit dem isotrop diffusen Modell für eine Fläche, die für die 2. Stunde am Tag 185 normal zur Sonne ausgerichtet ist, d. h. $\theta = 0^\circ$ und $\beta = \theta_z = 77.7^\circ$.

Global horizontale Einstrahlung: 131.7 W m^{-2}

Mit dem Klarheitsgrad $k_{th} = 0.467$ ergibt sich nach der empirischen Korrelation von Erbs/Klein/Duffie für die horizontale Diffusstrahlung ein Wert von 95.5 m^{-2} und somit ein horizontaler Direktstrahlungsanteil von 36.2 W m^{-2} .

Direktstrahl auf die normal orientierte Fläche: $G_{bt} = 169.6 \text{ W m}^{-2}$

Diffuser Himmelsanteil: $G_{dH} = 58.3 \text{ W m}^{-2}$

Diffuse Bodenreflexion bei $\rho = 0.2$: $G_{dB} = 10.3 \text{ W m}^{-2}$

Die Einstrahlung auf die geneigte Fläche liegt damit bei $G_t = 238.5 \text{ W m}^{-2}$

2.4.2.2 Diffusstrahlungsmodell nach Perez

Beim Perezmodell wird die isotrop angenommene Himmelsstrahlung G_{iso} von einem zirkumsolaren Anteil G_{zir} sowie einem Term für die Horizontaufhellung G_{hor} überlagert.

$$G_{dt} = \frac{G_{iso} + G_{zir} + G_{hor} + G_{dB}}{G_{dH}} \quad (2.52)$$

Bei geneigten Flächen erhöht die am Boden reflektierte Gesamtstrahlung den Diffusanteil durch G_{dB} .

Die zirkumsolare Strahlung wird durch starke Vorwärtsstreuung der Aerosole hervorgerufen. Die Horizontaufhellung entsteht durch die Streuung an der vom Beobachter aus gesehenen großen Luftmasse der horizontnahen Atmosphäre und ist meist bei klarem Himmel vorhanden.

$$G_{dt} = \underbrace{G_{dh} (1 - F_1) \frac{1 + \cos \beta}{2}}_{G_{iso}} + \underbrace{G_{dh} F_1 \frac{\cos \theta}{\cos \theta_z}}_{G_{zir}} + \underbrace{G_{dh} F_2 \sin \beta}_{G_{hor}} + \underbrace{G_h \rho \frac{1 - \cos \beta}{2}}_{G_{dB}} \quad (2.53)$$

Die isotrope Strahlung mit dem Formfaktor $(1 + \cos \beta) / 2$ wird demnach um den Anteil F_1 an Zirkumsolarstrahlung reduziert (erster Term). Die Zirkumsolarstrahlung mit Anteil F_1 wird wie der Direktstrahl auf die geneigte Fläche umgerechnet. F_2 beschreibt die Horizontstrahlung, die sowohl positiv (Horizontaufhellung) als auch negativ (Verdunkelung) sein kann.

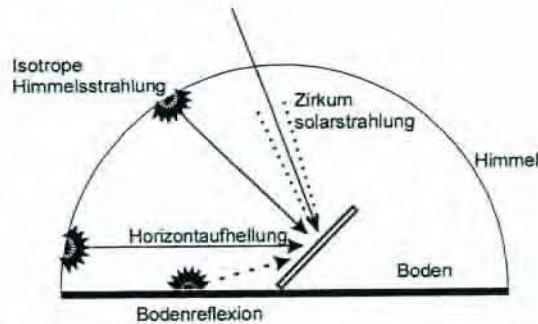


Bild 2-19: Aufteilung der Einstrahlung in verschiedene Komponenten.

Die Koeffizienten F_1 und F_2 sind durch den Zenitwinkel, den Klarheitsparameter ε und die Helligkeit Δ parametrisiert. Der Klarheitsparameter ε gibt im Wesentlichen das Verhältnis von Direkt- zu Diffusstrahlung an (mit G_{bn} als Direktstrahlung auf eine Normalenfläche), d. h. kleine Klarheitsparameter bedeuten bedeckte Himmel und umgekehrt. Durch die Helligkeit Δ als Verhältnis der luftmassenkorrigierten Diffusstrahlung G_{dh} zur extraterrestrischen Strahlung auf eine Normalenfläche G_{en} wird berücksichtigt, dass auch sehr klare Himmel dunkel (tiefblau) sein können (kleines Δ) und bedeckte Himmel sehr hell (großes Δ).

$$\varepsilon = \frac{1 + \frac{G_{bn}}{G_{dh}} + 5.535 \times 10^{-6} \theta_z^3}{1 + 5.535 \times 10^{-6} \theta_z^3} \quad (2.54)$$

$$\Delta = \frac{m G_{dh}}{G_{en}} \quad (2.55)$$

Die Luftmasse m ist wie gehabt $m = 1/\cos \theta_z$.

Die Helligkeitskoeffizienten F_1 und F_2 sind empirisch abgeleitete Koeffizienten aus Messungen von verschiedenen Himmelszuständen und werden in Abhängigkeit des Klarheitsparameters berechnet.

$$F_1 = f_{11} + f_{12}\Delta + \frac{\pi\theta_z}{180} f_{13} \quad (2.56)$$

Für F_1 werden nur positive Werte verwendet (sonst $F_1 = 0$).

$$F_2 = f_{21} + f_{22}\Delta + \frac{\pi\theta_z}{180} f_{23} \quad (2.57)$$

Tabelle 2-1: Perez-Koeffizienten für die Berechnung der anisotropen Diffusstrahlung.

Klarheitsparameter ε [-] (Angabe obere Intervallgrenze)	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{21}	f_{22}	f_{23}
≤ 1.056	0.041	0.621	-0.105	-0.040	0.074	-0.031
1.253	0.054	0.966	-0.166	-0.016	0.114	-0.045
1.586	0.227	0.866	-0.250	0.069	-0.002	-0.062
2.134	0.486	0.670	-0.373	0.148	-0.137	-0.056
3.230	0.819	0.106	-0.465	0.268	-0.497	-0.029
5.980	1.020	-0.260	-0.514	0.306	-0.804	0.046
10.080	1.009	-0.708	-0.433	0.287	-1.286	0.166
> 10.080	0.936	-1.121	-0.352	0.226	-2.449	0.383

Damit erhält man für die gesamte Strahlung auf die geneigte Fläche:

$$G_t = \frac{G_{bh}}{\cos \theta_z} \cos \theta + G_{dh}(1 - F_1) \frac{1 + \cos \beta}{2} + G_{dh} F_1 \frac{\cos \theta}{\cos \theta_z} + G_{dh} F_2 \sin \beta + G_h \rho \frac{1 - \cos \beta}{2} \quad (2.58)$$

Beispiel 8:

Berechnung der Einstrahlung auf die 77.7° geneigte Fläche aus dem letzten Beispiel mit dem Perez Modell.

$$\varepsilon = 1.5$$

$$\Delta = 0.34$$

$$\theta_z = 77.7^\circ$$

$$F_1 = f_{11} + f_{12}\Delta + \frac{\pi\theta_z}{180} f_{13} = 0.227 + 0.866 \times 0.34 + \pi \times 77.7 / 180 \times -0.25 = 0.232$$

$$F_2 = f_{21} + f_{22}\Delta + \frac{\pi\theta_z}{180} f_{23} = 0.069 + (-0.002) \times 0.34 + \pi \times 77.7 / 180 \times (-0.062) = -0.0157$$

Isotroper Himmelsanteil:

$$G_{dh}(1 - F_1) \frac{1 + \cos \beta}{2} = 95.5 \frac{W}{m^2} (1 - 0.232) \frac{1 + \cos 77.7}{2} = 44.5 \frac{W}{m^2}$$

Zirkumsolarer Anteil:

$$G_{dh} F_1 \frac{\cos \theta}{\cos \theta_z} = 95.5 \frac{W}{m^2} \times 0.232 \times \frac{1}{\cos 77.7} = 104 \frac{W}{m^2}$$

Horizontanteil:

$$G_{dh} F_2 \sin \beta = 95.5 \frac{W}{m^2} \times -0.0157 \times \sin 77.7 = -1.46 \frac{W}{m^2}$$

$G_t = 169.6 W/m^2 + 147 W/m^2 = 316.6 W/m^2$, also 33 % mehr als mit dem isotropen Modell berechnet.

Mit den vorgestellten Verfahren kann die jährlich eingestrahlte Energiemenge für beliebig orientierte Flächen berechnet werden. Diese Energie dargestellt als Funktion des Höhen- und Azimutwinkels ermöglicht eine schnelle Bestimmung des Energieangebots auf beliebig orientierte Flächen. Der optimale Jah-

resenergieertrag wird mit einer südorientierten Fläche mit einem Neigungswinkel β von etwa der geografischen Breite Φ minus 10° erhalten. Bei energetischen Einbußen von lediglich 5 % können Abweichungen im Azimutwinkel von $\pm 35\text{--}40^\circ$ aus der Südrichtung und im Neigungswinkel von $\pm 15\text{--}20^\circ$ vom optimalen Winkel zugelassen werden (siehe Kapitel 1).

2.4.3 Messtechnische Erfassung der Solarstrahlung

Die Globalstrahlung und die Einstrahlung auf geneigte Flächen werden mit Messfehlern unter 5 % mit Pyranometern gemessen. Pyranometer messen die Einstrahlung mit Thermoelementen aus der Temperaturdifferenz einer strahlungsabsorbierenden geschwärzten Fläche und dem Gehäuse. Durch die hemisphärische Glasabdeckung ist die Winkelabhängigkeit des Signals gering, weiterhin ist die Empfindlichkeit nahezu wellenlängenunabhängig. Das Spannungsniveau der Thermoelemente ist niedrig und liegt typisch bei $5 \times 10^{-6} \text{ V}$ pro W/m^2 Einstrahlung. Bei genauer Kalibrierung können Messgenauigkeiten bis zu $\pm 1 \%$ erreicht werden.

Billigere Detektoren sind photovoltaische Solarzellen. Die spektrale Empfindlichkeit und die Temperaturabhängigkeit des Messsignals sowie der Wirkungsgradabfall bei geringen Einstrahlungen führen jedoch zu Messfehlern von über 10 %. Für die Messung der mittleren monatlichen Einstrahlung sind PV-Zellen jedoch durchaus geeignet.

Die Diffusstrahlung kann ebenfalls mit einem Pyranometer mit Schattenband für die Abschätzung des Direktstrahls gemessen werden. Das Schattenband wird der Deklination und dem Breitengrad angepasst und muss der jahreszeitlichen Änderung der Deklination nachgeführt werden (je nach Breite des Schattenbandes alle 2-3 Tage). Die Reduzierung der Diffusstrahlung durch das Band wird mit einem variierenden Korrekturfaktor zwischen 1.05 und 1.2 korrigiert.

2.5 Verschattung

Bei der Nutzung von Solartechnologie im städtischen Raum kann nicht davon ausgegangen werden, dass die solare Einstrahlung ungehindert auf die Empfängerflächen trifft. Neben der zeitweisen Verschattung des Direktstrahls durch Umgebungsbebauung, Topografie des Geländes oder pflanzlichen Bewuchs ist selten ein freier Horizont für die Diffusstrahlung vorhanden, insbesondere bei Fassadenanwendungen.

Für eine Darstellung des Schattenwurfs verbauender Objekte werden zunächst alle Gegenstände durch Oberflächenpolygone und deren Eckpunkte dargestellt. Der Schattenwurf eines Objektes wird dann für jeden Eckpunkt über den Sonnenvektor konstruiert und die Schattenpunkte wieder zu einem Polygon verbunden.

Wesentlich einfacher ist jedoch die Betrachtung der Verbauung in Horizontkoordinaten (Höhenwinkel und Azimut) von einem punktförmigen Empfänger aus. Bei großen Empfängerflächen bietet sich eine Unterteilung der Flächen in Teilflächen an.

Aus der Differenz von Objekthöhe h_V und Beobachterhöhe h_B sowie dem Objektabstand vom Beobachtungspunkt d lässt sich der Höhenwinkel für einen gegebenen Azimutwinkel γ_V des Verschattungsobjektes berechnen.

$$\alpha_V = \arctan\left(\frac{h_V - h_B}{d}\right) \quad (2.59)$$

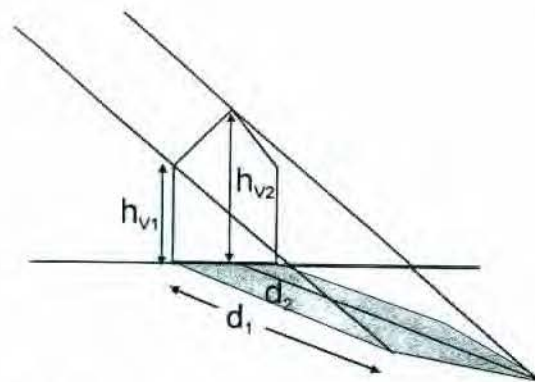


Bild 2-20: Konstruktion des Schattenwurfs aus dem Oberflächenpolygon des verbauenden Objektes mit Objekthöhen $h_{V,i}$.

Die so erhaltenen Wertepaare γ_i, α_i bilden einen Polygonzug, der in ein Sonnenstandsdiagramm eingezeichnet werden kann und das direkte Ablesen der Uhrzeiten, an denen eine Verschattung der Direktstrahlung auftritt, ermöglicht.

Für die Reduzierung der Diffusstrahlung muss die Fläche zwischen Horizontlinie mit Höhenwinkel $\alpha = 0^\circ$ und Verbauungshöhenlinie berechnet werden. Diese Verbauungsfläche reduziert den als isotrop angenommenen Diffusstrahlungsanteil des Himmels über den gegebenen Winkelbereich.

Dazu wird die Verbauungshöhenlinie für einen Azimutwinkelbereich γ_1 bis γ_2 in gerade Teilstrecken unterteilt, die sich über eine Geradengleichung beschreiben lassen (Quaschnig, 1998):

$$\alpha(\gamma) = m\gamma + c \quad (2.60)$$

wobei m die Steigung der Geraden angibt mit $m = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\gamma_2 - \gamma_1}$ und die Konstante c sich aus der

Gleichsetzung der Steigung m und der Steigung für $\gamma = 0$ ergibt:

$$\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\gamma_2 - \gamma_1} = \frac{\alpha_1 - c}{\gamma_1 - 0} \Rightarrow c = \frac{\alpha_1\gamma_2 - \alpha_2\gamma_1}{\gamma_2 - \gamma_1} \quad (2.61)$$

Die Konstante c wird hier aus den Höhenwinkeln der Verbauung für ein lineares Teilstück zwischen den Azimutwinkeln γ_1 und γ_2 des ersten Objektes bestimmt.

Die energetische Strahldichte jedes Himmelspunktes $L_e(\alpha, \gamma)$, der durch die Verbauung verschattet wird, wird auf die Empfängerfläche mit dem Kosinus des Einfallswinkels θ projiziert und über die Gesamtfläche integriert. Die Strahldichte ist definiert als der von einem Flächenelement dA ausgesandte Strahlungsfluss in einen Raumwinkel $d\Omega$. Bei einem isotropen Himmel ist die Strahldichte $L_{e,iso}$ an jedem Himmelspunkt konstant und kann einfach aus der horizontalen Diffusstrahlung berechnet werden (siehe Kapitel 8 – Tageslichtnutzung).

$$L_{e,iso} = \frac{G_{dh}}{\pi} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{sr}} \right] \quad (2.62)$$

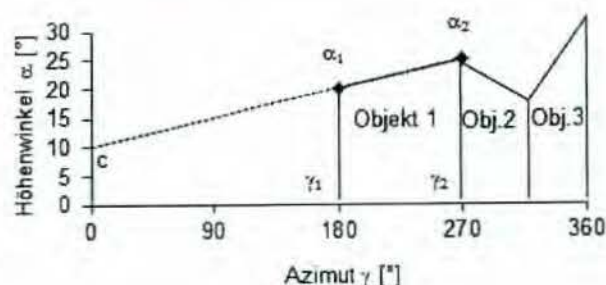


Bild 2.21: Höhenlinie von drei verbauenden Objekten.

Eine kleine Teilfläche der Himmelssphäre in Horizontkoordinaten lässt sich ausdrücken über $dA = \cos \alpha d\alpha d\gamma$.

Der verschattete Anteil der Himmelsdiffusstrahlung gesehen von einer geneigten Fläche $G_{dt,v}$ ergibt sich aus der Strahldichte $L_{e,iso}$ multipliziert mit dem Kosinus des Einfallswinkels sowie der Himmelsteilfläche. Die Integrationsgrenzen liegen für einen Azimutbereich γ_1 bis γ_2 zwischen Horizont ($\alpha=0^\circ$) und gerader Verbauungshöhenlinie ($m\gamma+c$).

$$G_{dt,v} = L_{e,iso} \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} \int_0^{m\gamma+c} \cos \theta \cos \alpha d\alpha d\gamma \quad (2.63)$$

$$= L_{e,iso} \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} \int_0^{m\gamma+c} (\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \cos(\gamma - \gamma_F)) \cos \alpha d\alpha d\gamma$$

Für den Fall einer horizontalen Empfängerfläche (Neigungswinkel $\beta = 0^\circ$ und Flächenazimut $\gamma_F = 0^\circ$) ist der Projektionsfaktor $\cos \theta = \cos \theta_z = \sin \alpha$ und das Integral vereinfacht sich zu

$$G_{dh,v} = L_{e,iso} \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} \int_0^{m\gamma+c} \sin \alpha \cos \alpha d\alpha d\gamma = L_{e,iso} \frac{1}{2} \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} \sin^2(m\gamma+c) d\gamma \quad (2.64)$$

Für gerade Verbauungshöhenlinien ist $m = 0$, d. h. der Höhenwinkel $\alpha_1 = \alpha_2$. Nach Gleichung (2.61) ist damit $c = \alpha_1$ und für das Integral ergibt sich die einfache Lösung:

$$G_{dh,v} = \frac{1}{2} L_{e,iso} (\gamma_2 - \gamma_1) \sin^2 \alpha_1 \quad \text{für } m = 0 \quad (2.65)$$

sowie

$$G_{dh,v} = \frac{1}{2} L_{e,iso} (\gamma_2 - \gamma_1) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \frac{\sin 2\alpha_1 - \sin 2\alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1} \right) \quad \text{für } m \neq 0 \quad (2.66)$$

Die Winkel sind hierbei in Bogenmaß einzusetzen.

Die Lösung des Integrals für die geneigte Fläche mit Neigungswinkel β und Flächenazimut γ aus Gleichung (2.63) ist für Steigungen der Verbauungshöhenlinie $m \neq 0$ nur mit Fallunterscheidungen und aufwendigen Formeln möglich (Quaschnig, 1996). Daher soll nur die Lö-

sung für $m = 0$ dargestellt werden, mit welcher die realen Höhenlinien in kleinen Teilstücken angenähert werden können.

$$G_{dt,v} = \frac{1}{2} L_{e,iso} (\cos \beta (\gamma_2 - \gamma_1) \sin^2 \alpha + \sin \beta (\alpha + \sin^2 \alpha) (\sin(\gamma_2 - \gamma_F) - \sin(\gamma_1 - \gamma_F))) \quad (2.67)$$

Für einen gegebenen Polygonzug der Verschattungshöhenlinie werden die Diffusstrahlungsanteile der verschattenden Teilflächen aufsummiert und ein gesamter Verschattungsfaktor gebildet, um den die Diffusstrahlung reduziert wird.

$$V_d = \frac{\sum G_{dt,v}}{G_d} \quad (2.68)$$

Beispiel 9:

Auf einer südorientierten Dachfläche soll eine Solaranlage mit Unterkante H_0 auf 8 m Höhe errichtet werden. Die Verschattungshöhenlinie von zwei gegenüberliegenden Mehrfamilienhäusern (Gebäude 1 mit 10 m Höhe und Gebäude 2 mit 18 m Höhe) mit $d = 14$ m Abstand soll im Sonnenstandsdiagramm eingezeichnet und die Reduzierung von Diffus- und Direktstrahlung berechnet werden.

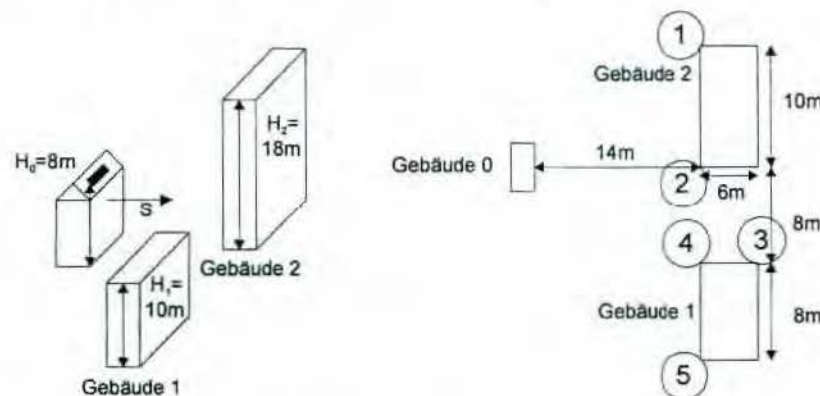


Bild 2-22: Geometrie der Verschattungssituation.

Für ansteigende Verbauungssazimutwinkel werden aus obigem Diagramm folgende Wertepaare von γ_V, α_V ermittelt:

Punkt	Abstand d [m]	Objekthöhe h_V [m]	Azimut γ_V [°]	Höhenwinkel α_V [°]
1	17.2	18	144.5	30.2
2	14	18	180	35.5
3	21.5	10	201	5.3
4	16.1	10	209.7	7.1
5	21.3	10	228.8	5.4

Aus den Werten ist erkennbar, dass beispielsweise am Standort Stuttgart eine Verschattung des Direktstrahls durch Gebäude 2 während der Wintermonate (Oktober bis März) von etwa 10.00-12.00 h morgens stattfindet. Gebäude 1 dagegen mit den geringen Höhenwinkeln trägt nicht zur Verschattung bei. Beim Eintrag der Verbauungshöhenlinie in das Sonnenstandsdiagramm wird zur Vereinfachung der noch folgenden Diffusstrahlungsberechnung linear zwischen den Eckpunkten der Verbauung extrapoliert.

Für Gebäude 2 soll im Folgenden der Verschattungsfaktor V_d der Diffusstrahlung für eine horizontale Empfängerfläche sowie für eine Fläche mit einem Dachneigungswinkel von 45° berechnet werden. Obwohl der Absolutwert der Diffusstrahlung für den Verschattungsfaktor nicht erforderlich ist, da sich die Strahldichten in Gleichung (2.68) herauskürzen, wird ein Wert von 300 W m^{-2} vorgegeben, um den Absolutwert der Verschattung nach Gleichung (2.65) berechnen zu können.

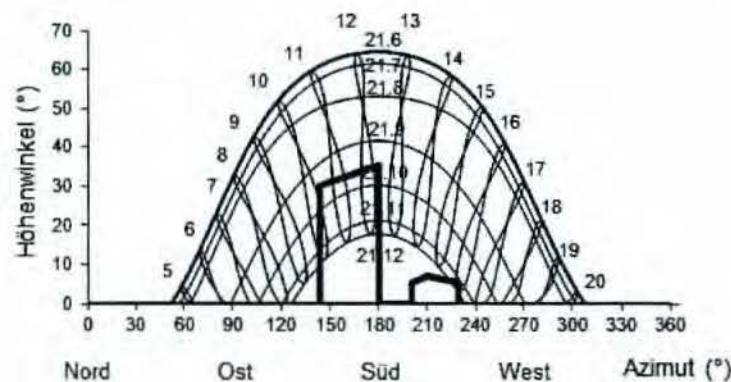


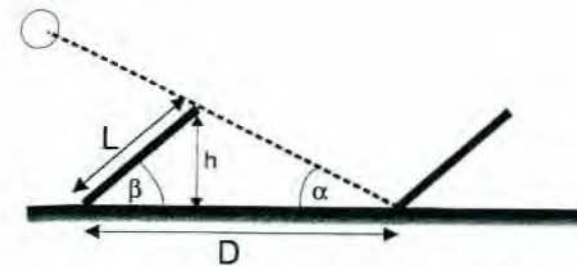
Bild 2-23: Sonnenbahndiagramm für den Standort Stuttgart mit den eingezeichneten Verbauungsobjekten.

Für die horizontale Empfängerfläche mit $m \neq 0$ erhält man einen verschatteten Diffusanteil von 9 W m^{-2} und damit einen Verschattungsfaktor von 3 %. Für die 45° geneigte Fläche ist der verschattete Diffusanteil für $m=0$ und einem mittleren Höhenwinkel der Verbauung von $(\alpha_{v1} + \alpha_{v2}) / 2 = 32.85^\circ$ insgesamt 19.8 W m^{-2} und der Verschattungsfaktor 7 %. Für die Berechnung des Verschattungsfaktors der geneigten Fläche wurde der verschattete Himmelsanteil auf die Diffusstrahlung auf die geneigte Fläche bezogen, d. h. auf

$$G_{dh} \left(\frac{1 + \cos \beta}{2} \right), \text{ hier } 256 \text{ W m}^{-2}.$$

Beispiel 10:

Auf einem Flachdach mit begrenzter Fläche soll eine möglichst große südorientierte Solaranlage installiert werden (Stuttgart mit Breitengrad 48.8°). Als Kriterium für eine akzeptable Verschattungssituation soll gelten, dass am solaren Mittag bei der Wintersonnenwende (21.12.) keine gegenseitige Abschattung stattfindet. Zu ermitteln ist das Verhältnis des Abstands der Kollektoren D zur Kollektorlänge L bei gegebenem Flächenneigungswinkel β .



Der Sonnenhöhenwinkel α_s am solaren Mittag des 21.12. beträgt 17.8° .

Der Abstand D zwischen den Kollektorfußpunkten für diese Sonnenstandsbedingung ergibt sich als Summe der Strecken $L \cos \beta$ und $h \cot \alpha$.

$$D = L \cos \beta + h \cot \alpha = L \cos \beta + L \sin \beta \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

Für einen Neigungswinkel β beispielsweise von 40° sollte das Verhältnis aus Abstand zu Länge mindestens

$$\frac{D}{L} = \cos \beta + \sin \beta \cot \alpha = 2.77$$

betragen.

2.6 Temperaturmodelle

2.6.1 Himmelstemperaturen

Die langwellige Strahlung des Himmels entspricht einem schwarzen Strahler etwa auf Lufttemperatur an der Erdoberfläche, bis auf einen starken Einbruch zwischen etwa 8 bis 14μ . In diesem sogenannten atmosphärischen Fenster ist die Atmosphäre nahezu transparent, besonders bei sehr trockenen Luftbedingungen, und der langwellige Strahlungsaustausch erfolgt mit der Temperatur des Weltalls von 2.7279 K .

Die Himmelstemperatur entspricht der effektiven Temperatur eines schwarzen Strahlers, der die gleiche Leistung abstrahlt wie der Himmel. Die effektive Himmelstemperatur liegt typisch 10 – 20 K unter der Umgebungstemperatur. Dabei wird die langwellige Strahlung zu 90% aus dem ersten Kilometer über der Erdoberfläche durch Wasserdampf der Atmosphäre verursacht (Bliss, 1961). Andere atmosphärische Gase wie CO_2 , Ozon tragen nur zu wenigen Prozent zur langwelligen Himmelsstrahlung bei.

Der Netto-Strahlungsfluss zwischen Himmel und einem horizontalen Strahler auf der Erdoberfläche kann entweder aus den Temperaturdifferenzen zwischen Erdoberfläche T und Himmel T_h oder über eine effektive Emissivität ϵ_h des Himmels berechnet werden.

Der Strahlungsfluss \dot{Q}_{net} zwischen einem Körper mit der Fläche A und Emissivität ϵ bei einer Himmelstemperatur T_h ist im ersten Fall:

$$\dot{Q}_{\text{net}} = \epsilon \sigma A (T^4 - T_h^4) \quad (2.69)$$

mit σ als Stefan-Boltzmann Konstante.

In diesem Fall wird der Himmel als schwarzer Strahler ($\epsilon_h = 1$) betrachtet. Die Himmelstemperatur ist proportional zum Strahlungsfluss des Himmel \dot{Q}_h (W m^{-2}):

$$T_h = \left(\frac{\dot{Q}_h}{\sigma} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2.70)$$

Alternativ wird die Himmelstemperatur der Umgebungstemperatur T_0 gleichgesetzt und der Strahlungsfluss durch die Himmelsemissivität ($\epsilon_h < 1$) eines grauen Strahlers beschrieben:

$$T_h = \epsilon_h^{\frac{1}{4}} T_0 \quad (2.71)$$

Die Kombination der letzten beiden Gleichungen ergibt:

$$\epsilon_h = \frac{\dot{Q}_h}{\sigma T_0^4} \quad (2.72)$$

Viele Modelle basierend auf empirischen oder semi-empirischen Korrelationen sind in der Literatur verfügbar, die meisten für klare Himmelsbedingungen.

Modelle für klaren Himmel

Die einfachsten Modelle berechnen die Himmelstemperatur nur aus der Umgebungstemperatur (Swinbank (1963), Fuentes (1987)). Erweiterte Modelle berücksichtigen den wichtigen Einfluss des Wassergehaltes über die Taupunkttemperatur oder den Wasserdampf Partialdruck.

Berdahl and Martin (1984) haben zusätzliche Korrekturfaktoren für den Unterschied zwischen schwarzem Nachthimmel und hellem Taghimmel sowie die Höhe der Beobachtungsstation eingeführt.

Tabelle 2-2 umfasst eine Auswahl von verfügbaren Himmelsmodellen für klare Himmel:

Tabelle 2-2: Modelle für klaren Himmel

Autoren	Korrelation
Swinbank	$T_h = 0.0552 (T_0)^{1.5}$
Fuentes	$T_h = 0.037536 (T_0)^{1.5} + 0.32 T_0$
Bliss	$\epsilon_h = 0.8004 + 0.00396 T_{TP}$
Elsasser	$\epsilon_h = 0.21 + 0.22 \ln(p_d)$
Berdahl (Nachthimmel)	$\epsilon_h = 0.741 + 0.0062 T_{TP}$
Berdahl (Taghimmel)	$\epsilon_h = 0.727 + 0.0060 T_{TP}$
Berdahl (Mittel)	$\epsilon_h = 0.734 + 0.0061 T_{TP}$
Clark and Allen	$\epsilon_h = 0.787 + 0.0028 T_{TP}$
Berger et al.	$\epsilon_h = 0.770 + 0.0038 T_{TP}$
Brunt	$T_h = (0.564 + 0.059 (p_d)^{1/2})^{1/4}$ $T_h = (0.527 + 0.065 (p_d)^{1/2})^{1/4}$
Berdahl und Martin	$\epsilon_h = 0.711 + 0.56 (T_{TP}/100) + 0.73 (T_{TP}/100)^2$
Chen	$\epsilon_h = 0.736 + 0.00571 T_{TP} + 0.3318 \cdot 10^{-5} T_{TP}^2$
Berdahl und Martin (mod)	$\epsilon_h = 0.711 + 0.56 (T_{TP}/100) + 0.73 (T_{TP}/100)^2 + 0.013 \cos(15 t) + 0.00012 (p_{\text{atm}} - p_0)$

p_d ist der Wasserdampfpartialdruck in Pa.

T_{TP} ist die Taupunkttemperatur der Luft in K.

p_{atm} ist der Luftdruck in Pa.

p_0 ist der Druck auf Meereshöhe in Pa (typisch 10^5 Pa)

Modelle für bedeckten Himmel

Wolken haben einen sehr starken Einfluss auf die Himmelstemperatur. Dichte, niedrige Stratuswolken haben eine relativ hohe Strahlungstemperatur, während dünne, hohe Cirruswolken einen geringen Anteil an der langwelligen Himmelsstrahlung haben. Für komplett bedeckte Himmel schlägt die ISO 6946 vor, die Himmelstemperatur der Umgebungstemperatur gleichzusetzen.

Kasten et al. (1980) hat einen Bewölkungsgrad C_{Bew} zwischen 0 und 1 eingeführt, um den durch Wolken bedeckten Teil des Himmels zu charakterisieren. C_{Bew} wird aus dem Verhältnis der Diffusstrahlung G_d zur Globalstrahlung G berechnet.

$$C_{\text{Bew}} = \left(1.4286 \frac{G_d}{G} - 0.3 \right)^{0.5} \quad (2.73)$$

Die Himmelsemissivität für den bewölkten Himmel wird dann mit der Emissivität des klaren Himmels berechnet:

$$\epsilon_{h,\text{Bew}} = \epsilon_{h,\text{klar}} + 0.8(1 - \epsilon_{h,\text{klar}}) C_{\text{Bew}} \quad (2.74)$$

Nützliche Korrelationen für die Modifikation des Strahlungsflusses R_{net} durch Bewölkung wurden von Martin (1989) entwickelt. Abhängig vom Bewölkungsgrad C_{Bew} wird der Strahlungsfluss folgendermaßen modifiziert.

$$\dot{Q}_{h,\text{Bew}} = (1 + 0.0224 C_{\text{Bew}} - 0.0035 C_{\text{Bew}}^2 + 0.00028 C_{\text{Bew}}^3) \dot{Q}_{h,\text{klar}} \quad (2.75)$$

Sind die Wolkenformationen genauer bekannt, kann der Strahlungsfluss präziser bestimmt werden (Oke, 1987).

$$\dot{Q}_{h,\text{Bew}} = (1 + a C_{\text{Bew}}^2) \dot{Q}_{h,\text{klar}} \quad (2.76)$$

Tabelle 2-3: Wolkentypen und Berechnungskoeffizienten

Wolkentyp	Typische Wolkenhöhe (km)	Koeffizient a
Cirrus	12.2	0.04
Cirrostratus	8.39	0.08
Altostratus	3.66	0.17
Altostratus	2.14	0.20
Cumulus		0.20
Stratocumulus	1.22	0.22
Stratus	0.46	0.24
Nebel	0	0.25

Aubinet (1994) hat einen Klarheitsgrad K_0 eingeführt als Verhältnis der Globalstrahlung G_h zur extraterrestrischen Strahlung G_0 :

$$K_0 = \frac{G_h}{G_0} \quad (2.77)$$

Die Himmelstemperatur wird dann berechnet aus:

$$T_h = 94 + 12.6 \ln p_d - 13K_0 + 0.341T_0 \quad (2.78)$$

Perraudau (1986) berechnet die Strahlung bewölkter Himmel aus einem Nebelindex:

$$l_p = \frac{1 - \frac{G_{d,h}}{G_h}}{1 - \frac{G_{d,klar}}{G_{klar}}} \quad (2.79)$$

$G_{d,h}$ ist die Diffusstrahlung auf eine horizontale Fläche [$W m^{-2}$]

G_h ist die Globalstrahlung auf eine horizontale Fläche [$W m^{-2}$]

$G_{d,klar}$ ist die Diffusstrahlung für einen klaren Himmel nach dem Bird Modell [$W m^{-2}$]

G_{klar} ist die direkte Strahlung auf eine horizontale Fläche für einen klaren Himmel nach dem Bird Modell [$W m^{-2}$].

Das Bird Modell ist ein Diffusstrahlungsmodell für klare Himmel (1981). Der Nebelindex wird für die Berechnung eines Bewölkungsgrades benutzt ($N = 0$ für wolkenfreie und $N = 8$ für komplett bedeckte Himmel):

$$\begin{aligned} N &= 8 & \text{if } l_p \leq 0.07 \\ N &= INT \left(8 \sqrt{\frac{1-l_p}{0.825}} + 0.5 \right) & \text{if } 0.07 < l_p < 1 \\ N &= 0 & \text{if } l_p \geq 1 \end{aligned} \quad (2.80)$$

Literatur

- Aguiar, R., Collares-Pereira, M. „Statistical properties of hourly global radiation“ Solar Energy 48, Nr.3, pp.157-167, 1992
- Aubinet, M. (1994) Longwave sky radiation parametrizations. Solar Energy, 53, 2, pp. 147-154
- Berdahl, P., Fromberg R. (1982) The thermal radiance of clear skies. Solar Energy 29, pp. 299-314
- Berdahl, P., Martin, M. (1984) Emittance of clear skies. Solar Energy, 32, 5, pp.663-664
- Berdahl, P., Martin, M. (1984) Characteristics of infrared sky radiation in the United States. Solar Energy, 33, 3/4, pp.321-336
- Berger, X., Buriot D., Garnier, F. (1984) About the equivalent radiative temperature for clear skies. Solar Energy 32, pp. 725-733.
- Bird RE, Hulstrom RL (1981) A simplified clear sky model for direct and diffuse insolation on horizontal surfaces. Golden, CO: Solar Energy Research Institute; SERI Technical Report SERI/TR:642-761.

- Bliss, R. (1961) Atmospheric radiation near the surface of the ground: a summary for engineers. Solar Energy 5, pp.103-120, 1961.
- Brunger, P., Hooper, F.C. „Anisotropic sky radiance model based on narrow field of view measurements of shortwave radiance“ Solar Energy Vol 51, 1993
- Brunt, D. (1932) Notes on radiation in the atmosphere, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, 58, pp. 389-418
- Clark, G., Allen C.P. (1978) The estimation of atmospheric radiation for clear and cloudy skies“. Proc. 2 nd Nat. Passive Solar Conf. 2, 676
- Duffie, J.A., Beckmann, W.A. „Solar engineering of thermal processes“, John Wiley&Sons 1980
- Elsasser, W. M. (1942) Heat transfer by infrared radiation in the atmosphere. Harvard Univ. Met. Studies N°6, Milton, Massachussets
- Erbs, D.G., Klein, S.A., Duffie, J.A. „Estimation of the diffuse radiation fraction for hourly, daily and monthly average global radiation“ Solar Energy 28,4, p.293-304, 1982
- Fuentes, M.K. (1987) A simplified thermal model for flat plate photovoltaic arrays, Sandia Report SAND85-0330-UC-63, Albuquerque, N.M.
- Gordon, J.M., Reddy, T.A. „Time series analysis of daily horizontal solar radiation“ Solar Energy 41, Nr. 2, pp 215-226, 1988
- Iqbal, M. „An introduction to solar radiation“, Academic Press 1983
- Kasten, F., Czeplak, G. (1980) Solar and terrestrial dependent on the amount of the type of cloud, Solar Energy, 24, pp. 177-188
- Liu, B., Jordan, R. „The interrelationship and characteristic distribution of direct, diffuse and total solar radiation, Solar Energy Vol.4, 1960
- Martin, M. (1989) Radiative Cooling, in Cook, J. (Ed.) Passive Cooling, Cambridge and London, MIT Press, pp.593
- Oke, T.R. (1987) Boundary Layer Climates, London & New York, Methuen, 435 p.
- Perez, R., Ineichen, P., Seals, R., Michalsky, J., Stewart, R. „A new simplified version of the Perez diffuse irradiance model for tilted surfaces“, Solar Energy 39, 1987
- Perraudau, M. (1986) Climat lumineux à Nantes, resultants de 15 mois de mesures. CSTB EN-ECL 86.14L.
- Quaschnig, V. „Simulation der Abschattungsverluste bei solarelektrischen Systemen“, Verlag Dr. Köster, Berlin 1996
- Quaschnig, V. „Regenerative Energiesysteme“, Hanser Verlag 1998
- Schumacher, J. „Digitale Simulation regenerativer elektrischer Energieversorgungssysteme“, Dissertation Universität Oldenburg 1991
- Spencer, J.W. „Fourier series representation on the position of the sun“, Search 2 (5), 172, 1971
- Swinbank, W. (1963) Long-wave radiation from clear skies. Quarterly Journal of Royal Meteorological Society 89, pp. 339-348

