

Traitement d'images TP1

Ahmed Amine DAOU
ahmed.amine.daou@umontreal.ca

Wrushabh Warshe
wrushabh.warshe@umontreal.ca

October 19, 2018

A. PROPRIÉTÉ DE LA TRANSFORMÉE DE FOURIER

(b) Centraliser l'harmonique de l'image

La méthode utilisée pour ramener l'harmonique $(0,0)$ au centre de l'image:

On parcourt la matrice (1) et (4) et on permute chaque élément (i,j) dans (1) avec l'élément (i,j) dans (4), on fait la même opération pour les matrices (2) et (3).

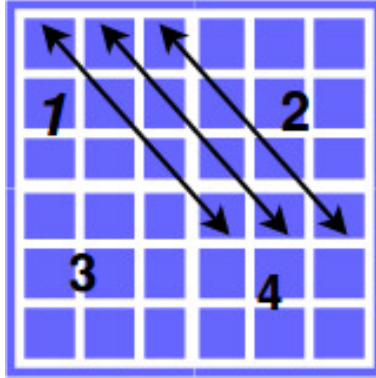
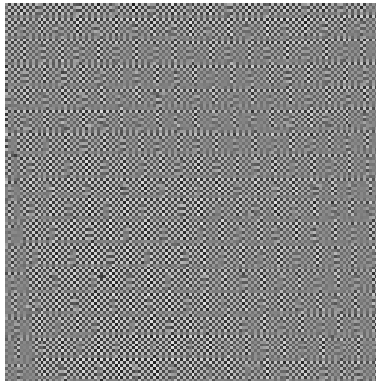


Figure 1: Image explicative

Une manière plus simple d'avoir le même résultat est de $D1r$ un recalage cyclique : on prend l'image originale, on la multiplie chaque pixel par $(-1)^{(i+j)}$ avant de faire la transformée de Fourier.



(a)

Figure 2: le résultat de $D1r \times (-1)^{(i+j)}$

(c) Réhausser les basses fréquences

Le programme `TpIFT6150-1-Ac.c` prend en argument le nom de l'image, en sortie il fournit le spectre d'amplitude après avoir appliqué $\log(1 + I(x,y))$ sur le module pour mieux visualiser les basses fréquences, une petite modification du programme a été faite (pour avoir les bons noms des fichiers de la question (d)).

Dans les figures ci-dessous l'image (b) est le résultat de l'exécution du programme

$$./TpIFT6150 - 1 - Ac D1r$$

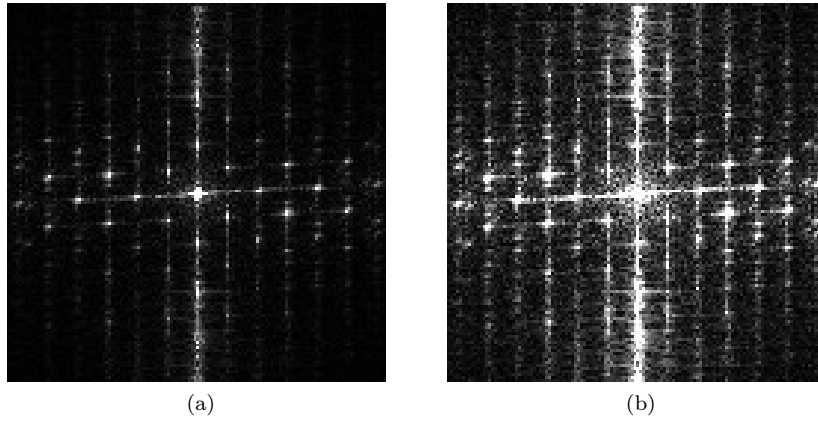


Figure 3: (b) = (a) réhaussé

(d) Spectres de D11r et D46r

Le programme `TpIFT6150-1-Ad.c` exécute le programme `TpIFT6150 - 1 - Ac.c` deux fois en lui passant les deux image, une par une en paramètre.

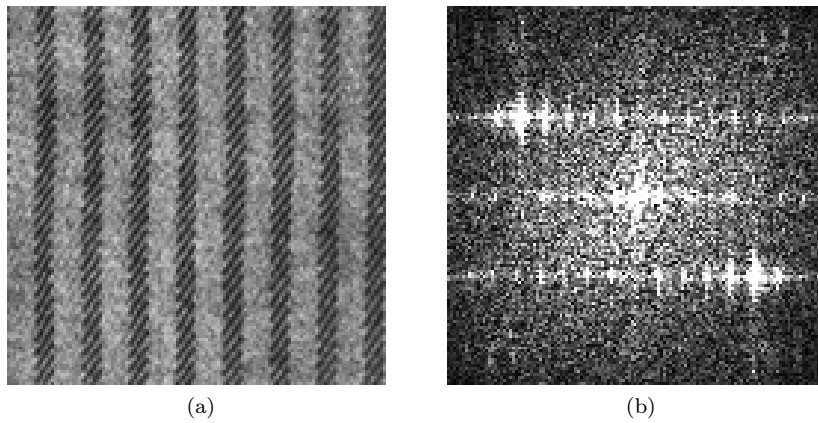


Figure 4: D11r (a) et son spectre (b)

D11r représente une succession de lignes grises et noires (signal continu) verticales, ce qui explique le caractère discrétisé (des raies) horizontal du spectre.

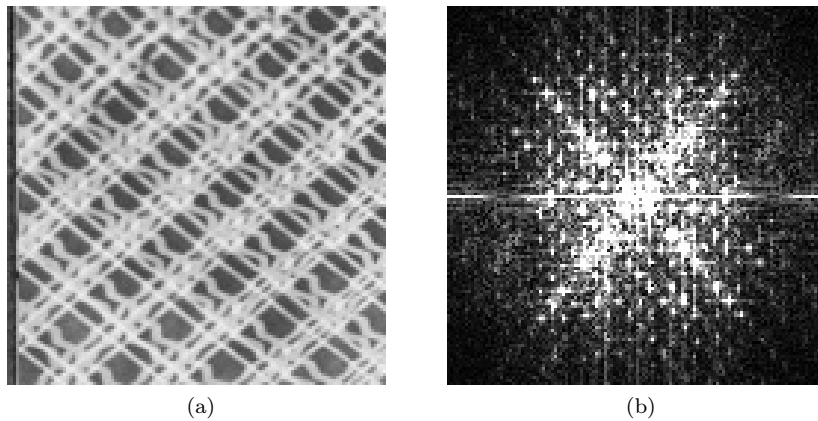


Figure 5: D46r (a) et son spectre (b)

Les transitions (continues) dans D46r diagonales (bas-gauche \rightarrow haut-droit) et (haut-gauche \rightarrow bas-droite) sont perpendiculaires au spectre (b) qui représente deux sommes de basses et hautes fréquences orientés (chacune) dans une direction. La ligne noire vertical dans le domaine spatial (représente une discontinuité) est traduite par une ligne horizontale (discontinuité) dans le domaine fréquentiel.

(e) **Générer un carré blanc et comparer les spectres**

Comme demandé, nous avons généré des carrés blancs sur fond noir de tailles différentes et nous avons calculé leurs spectres.

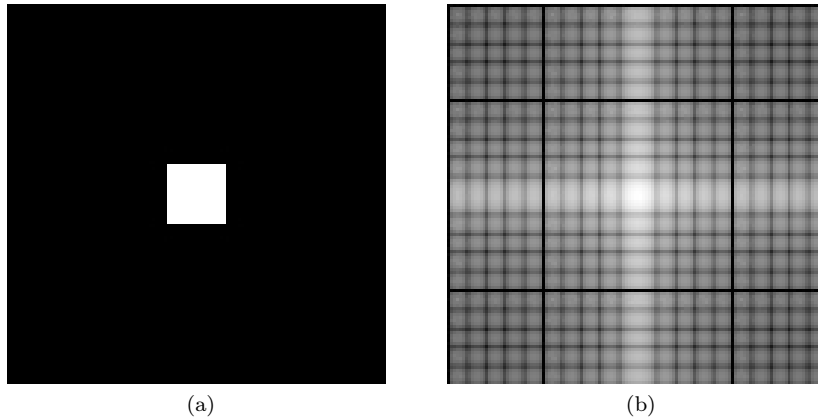


Figure 6: un carré blanc (a) de taille 20×20 et son spectre (b)

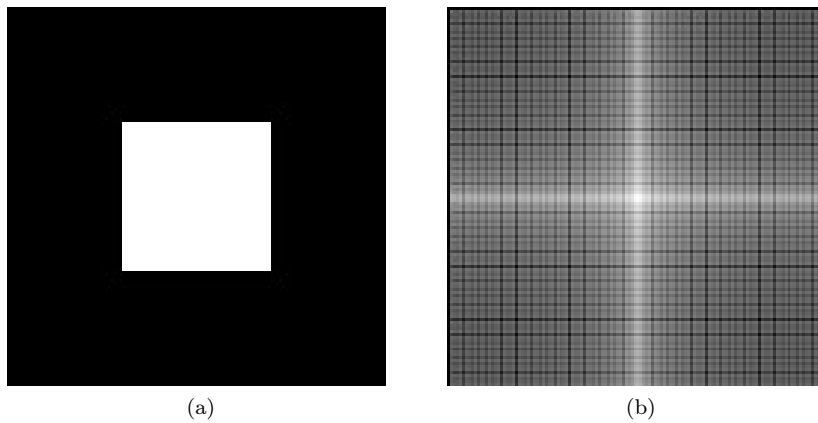


Figure 7: un carré blanc (a) de taille 50×50 et son spectre (b)

Ce qui se manifeste ici est le phénomène de **dilatation-contraction**. Toute dilatation d'une échelle l dans le domaine spatial conduit à une contraction d'une échelle $\frac{1}{l}$ dans le domaine fréquentiel.

(f) **Générer un carré blanc, le traduire et comparer les modules, et les phases**

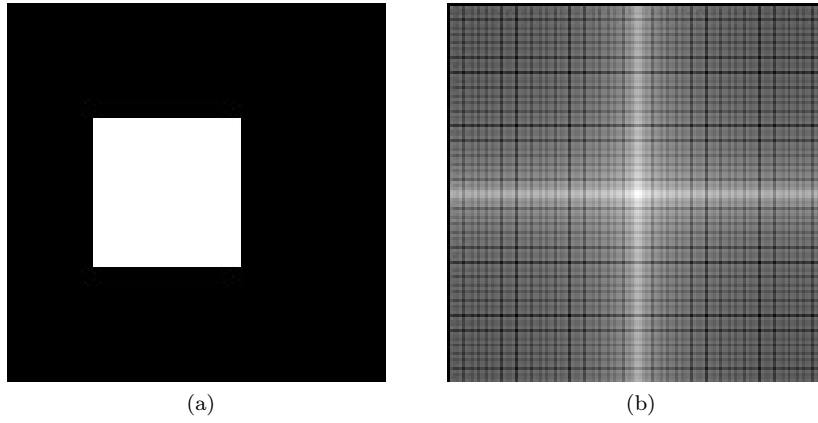


Figure 8: le carré de la Figure 5 (a) translaté de -10 sur x et son spectre (b)

La première chose qu'on remarque c'est que le spectre n'a pas changé.

Soient $M[i][j]$ et $P[i][j]$ les valeurs respectives du module de la TF et de la phase aux points (i, j)

- Avant la translation de 10 sur l'axe des abscisses
 $M[5][5] = 112.69 \quad P[5][5] = -0.245$
- Après la translation
 $M[5][5] = 112.69 \quad P[5][5] = -2.699$

$$F[f(x - x_0)] = \exp(-2j\pi\nu x_0) F(\nu)$$

Cette propriété démontre que la translation n'a pas d'influence sur le module de la transformée de Fourier, mais la phase dépend de x_0 (l'indice de la translation) ce qui explique le changement au niveau de la phase.

B. DÉCOMPOSITION D'UNE IMAGE EN FRÉQUENCES ÉLÉMENTAIRES

(a) Résultats de la decomposition de D1r

Les figures ci-dessous illustrent les résultats de la $TFD(D1r)$ suivie de la décomposition en fréquence élémentaires et de la $TFDI(D1r)$, on obtenu de meilleurs résultats après avoir appliqué un recalage cyclique avant la TFD et après la TFDI.

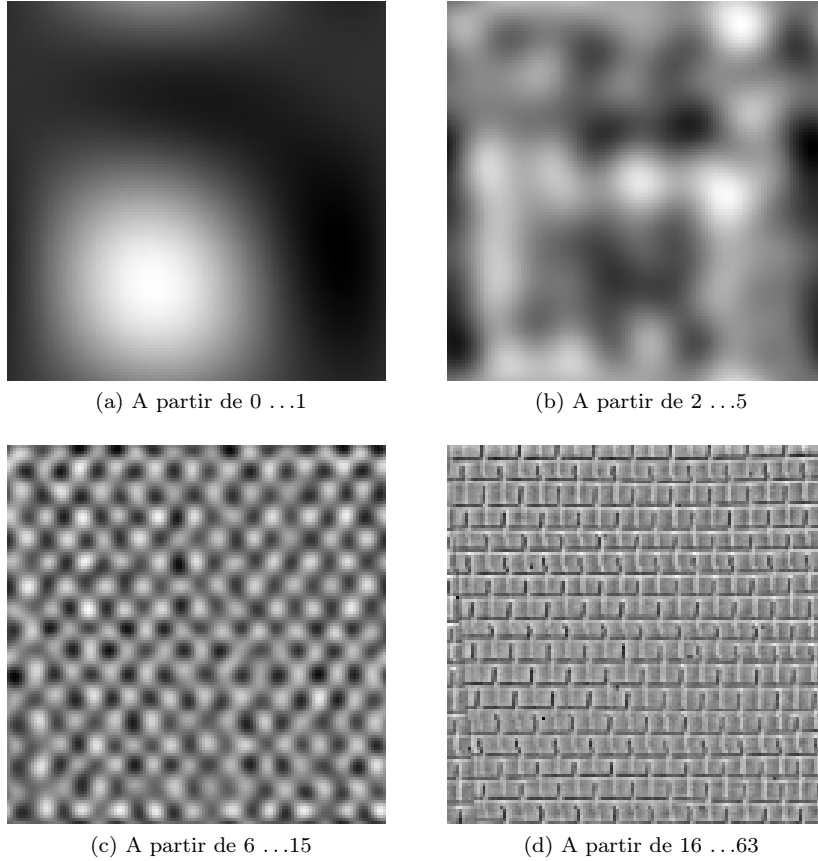


Figure 9: Les reconstuitions de chaque image correspondant à sa séquences du spectre

L'image D1r est construite majoritairement de haute et très hautes fréquences ce qui fait qu'une reconstruction faite à partir de basses et moyennes fréquence ne ressemble pas a l'image originale, mais on s'approche de D1r des que décomposition couvre les hautes fréquences.

(b) Résultats de l'accumulation des échantillons de fréquences

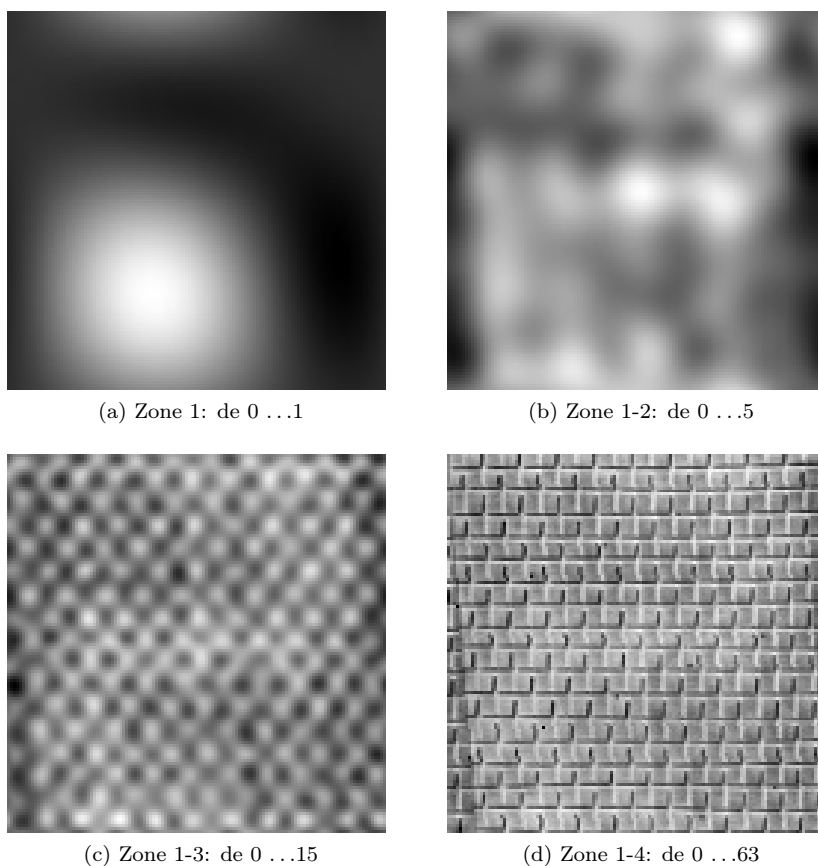


Figure 10: Les reconstitution de l'image originale en additionnant de séquences du spectre

En additionnant les basses, les moyennes et les hautes fréquences on obtient tous les détails de du spectre d'amplitude, ce qui explique que plus on a des détails sur le spectre plus on se rapproche de l'image originale après le calcul de la TF inverse.

C. LA CONVOLUTION

(a-1)

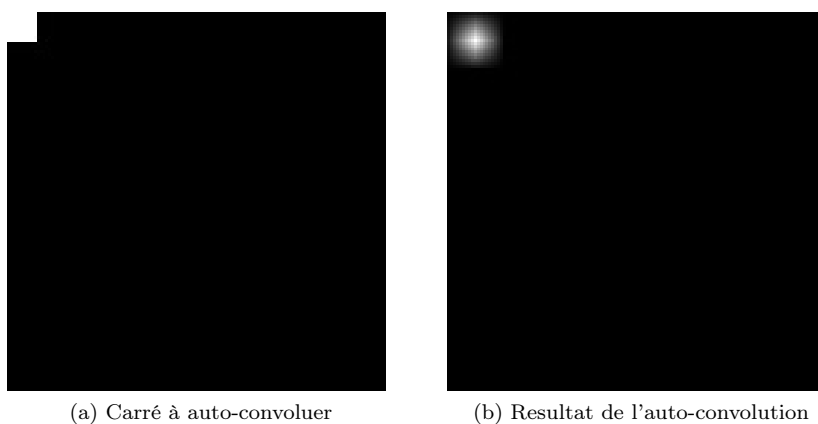


Figure 11: Auto-convolution d'un carré de taille 10×10

(a-2)

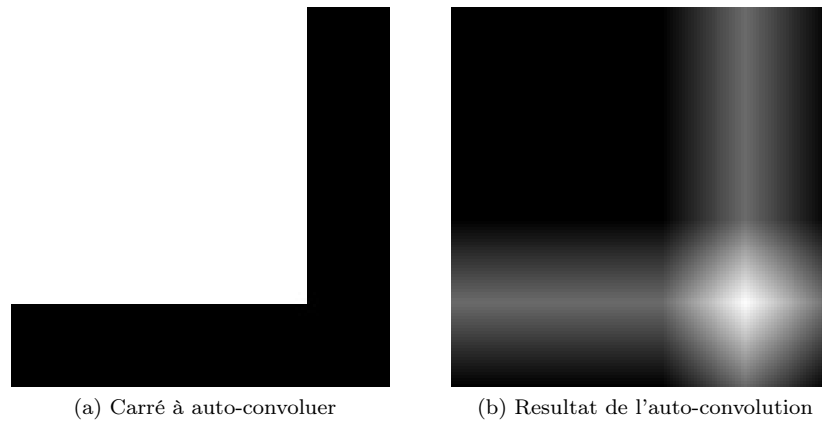


Figure 12: Auto-convolution d'un carré de taille 100×100

En choisissant une petite image on évite le recouvrement spatial, plus la base du carré est grande plus on a chance d'avoir un recouvrement spatial.

La taille du carré blanc doit être inférieure à la moitié de la taille de l'image pour éviter le repliement spatial dans le cas de l'auto-convolution.

Le résultat de la convolution est périodique si le carré est de grande taille il va se superposer sur les carrés voisins ce qui crée un repliement.

(b) Resultat des convolutions spatiales 3×3 & 15×15

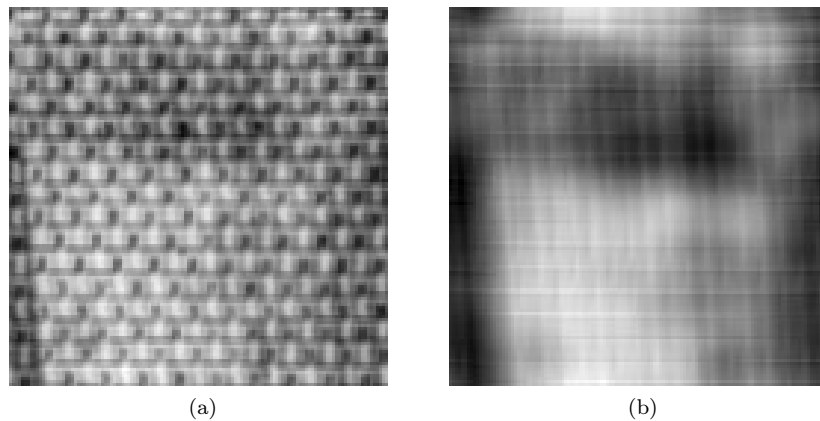


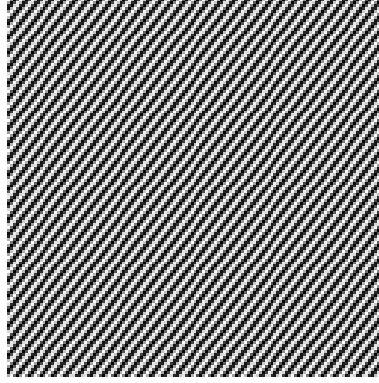
Figure 13: D1r : (a) filtrée par 3×3 & (b) filtrée par 15×15

on observe le filtre passe-bas 3×3 diminue le bruit mais atténue les détails de l'image (flou), mais le filtre passe-haut 15×15 accentue les contours et les détails de l'image mais amplifie le bruit.

\Rightarrow Convolutionner le spectre D1r par un carré blanc (filtre spacial) de taille 3×3 (*Resp.* 15×15) dans le domaine fréquentiel revient à appliquer un filtre passe bas (*Resp.* *passe haut*), qui laisse passer les basses fréquences (*Resp.* *hautes fréquences*) et atténue les hautes fréquences (*Resp.* *basses fréquences*)

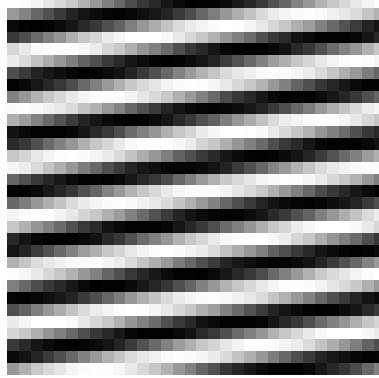
D. RECOUVREMENT SPECTRAL OU ALIASING

(a) L'image définie par la fonction d'intensité



(a)

Figure 14: (a) Image d'intensité $I(x, y)$ de taille 128×128



(a)

Figure 15: (a) Image échantillonnée de taille 32×32

(b-1)

On a pris $\frac{1 \text{ pixel}}{4}$ en x dans la nouvelle image qu'on sous-échantillonne, ça revient à multiplier la période T par 4 ce qui fait que $freq = \frac{1}{T}$ est 4 fois plus petite, mais on observe toujours la même orientation.

(b-2)

$$freq_x = 4 \times \left(\frac{1}{4} - \frac{25}{128} \right) = 4 \times \left(\frac{32}{128} - \frac{25}{128} \right) = \frac{28}{128} = 0.21875 \simeq \frac{7}{32}$$

$$freq_y = 4 \times \left(\frac{1}{4} - \frac{30}{128} \right) = 4 \times \left(\frac{32}{128} - \frac{31}{128} \right) = \frac{4}{128} = \frac{1}{32}$$

(c)

Soit k_e la fréquence d'échantillonnage, $k_e = \frac{1}{4}$.

Pour annuler la fréquence f_y , il faudrait que la fréquence entre k_e et k_y soit nulle.

$$k_e - k_y = 0 \rightarrow k_y = k_e = \frac{32}{128}$$