École **S**upérieure **Pr**ivée d'**I**ngénierie et de **T**echnologies

Techniques d'estimation pour l'ingénieur

Niveau : 3$^{\text{ème}}$ année A-B

Exercice 1

Soit X une variable aléatoire continue de densité de probabilité f définie par

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x| & si \quad |x| \leq 1 \\ 0 & sinon. \end{cases}$$

1) Tracer le graphe de f et vérifier que f est bien une densité de probabilité

2) Déterminer la fonction de répartition de X.

3) Calculer l'espérance et la variance de X.

4) Calculer la probabilité des événements suivants

$$-\frac{1}{2} \leq X \leq \frac{1}{4} \quad ; \quad |X| \geq \frac{1}{2}$$

Exercice 2

Dans un parc néo-zélandais, un guide propose quotidiennement l'observation de kiwis* venant se nourrir à la tombée de la nuit. Soit T le temps d'attente (en heures) avant l'arrivée des animaux. On suppose que T suit une loi uniforme sur l'intervalle $[0, \frac{1}{2}]$. On note par f_T la fonction de densité de T.

1. Donner l'expression de la fonction de densité f_T et traçer son graphe dans un repère orthonormé.
2. Calculer la fonction de répartition correspondante notée $\mathbb{F}_T$.
3. En déduire :
   a) la probabilité d'attendre plus d'un quart-heure.
   b) la probabilité d'attendre plus de cinq minutes mais moins d'un quart-d'heure.
4. Que vaut $\mathbb{P}(T = 0.4)$?
5. Donner les valeurs de $\mathbb{E}(T)$ et $\mathbb{V}(T)$.

Exercice 3

Un laboratoire de physique dispose d'un parc d'oscilloscopes identiques. La durée de vie **en années** d'un oscilloscope est une variable aléatoire notée X qui suit la loi exponentielle de paramètre λ positif et de densité :

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda.x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

1. Sachant que $\mathbb{P}(X > 10) = 0,286$, montrer que la valeur de λ est 0,125.
2. Calculer la probabilité qu'un oscilloscope du modèle étudié ait une durée de vie supérieure à 24 mois.
3. a. Sachant qu'un appareil a déjà fonctionné huit ans, quelle est la probabilité qu'il ait une durée de vie supérieure dix ans ?
   b. Que peut-on conclure ?
4. On considère que la durée de vie d'un oscilloscope est indépendante de celle des autres appareils. Le responsable du laboratoire décide de commander 15 oscilloscopes. Quelle est la probabilité qu'au moins un oscilloscope ait une durée de vie supérieure à 10 ans ?

Exercice 4

En 1955, Wechler a proposé de mesurer le QI (Quotient Intellectuel) des adultes grâce à deux échelles permettant de mesurer les compétences verbales et les compétences non verbales. On compare le score global de la personne testée avec la distribution des scores obtenu par un échantillon représentatif de la population d'un âge donné, dont les performances suivent une loi normale ayant pour moyenne 100 et pour écart-type 15.

1. Quel est le pourcentage de personnes dont le QI est inférieur à 80 ?
2. Quelle chance a-t-on d'obtenir un QI compris entre 100 et 110
3. Trouvons la valeur du QI telle que 5 % des patients présentent un score qui lui est supérieur.
4. En dessous de quel QI se trouve le tiers des individus ?

Exercice 5

D'après le responsable de la mise en marché de l'entreprise Sicom, la demande annuelle D pour les imprimantes laser suit approximativement une loi normale. Il précise également qu'il y a une probabilité de 0.195 pour que la demande soit inférieure à 1500 unités et une probabilité de 0.025 d'être supérieure à 2910 unités

1. Déterminer la moyenne et l'écart-type de la demande annuelle D.
2. Déterminer la probabilité que la demande annuelle D soit comprise entre 2000 et 2500 unités.
3. Déterminer la valeur particulière d_0 de D tel que $P(D \geq d_0) = 0.25$