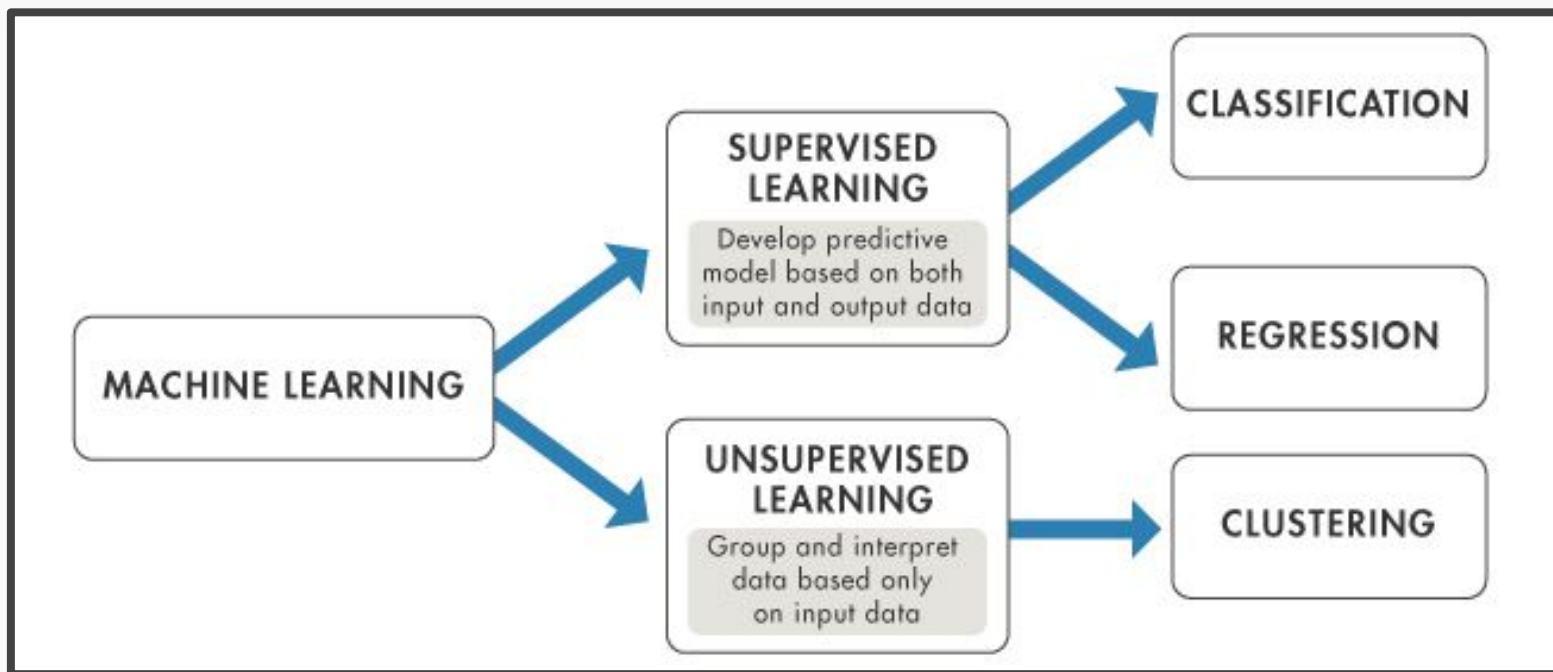
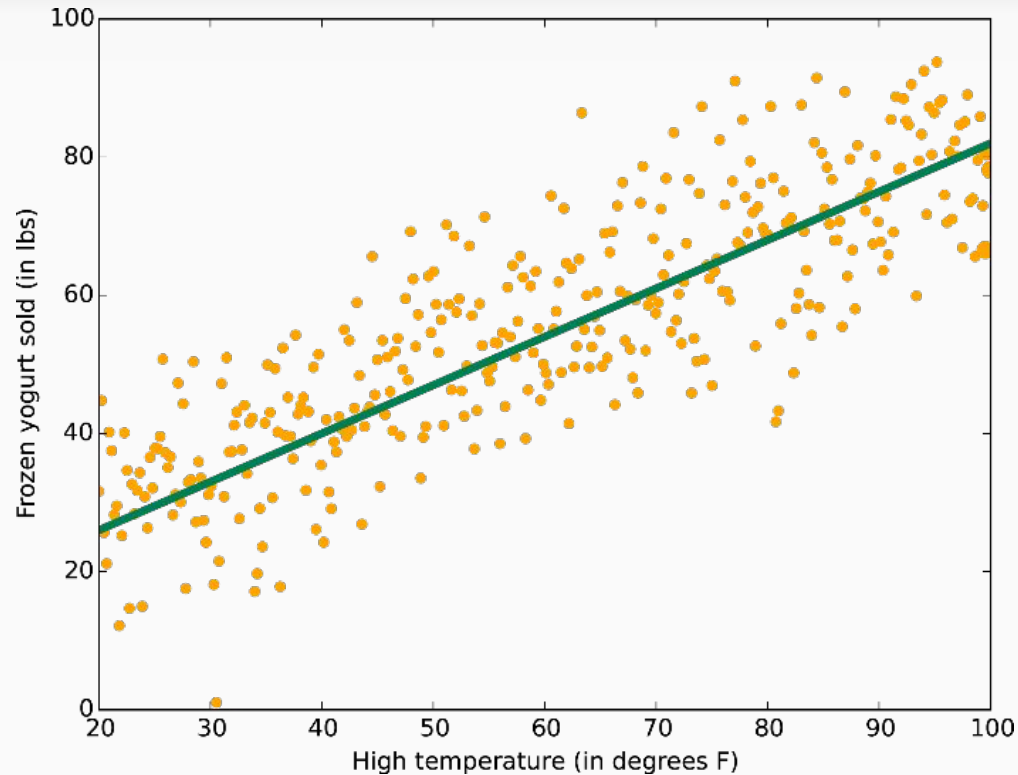


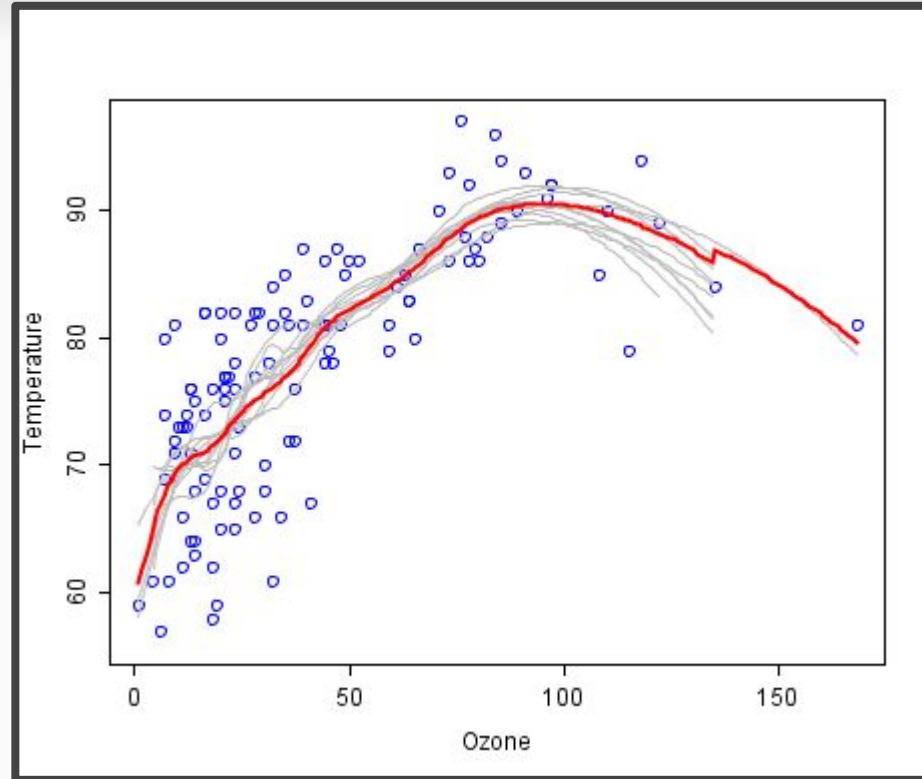
التعليم باشراف و بدون اشراف



Regression التوقع



Regression التوقع



التوقع Regression

تطبيقات التوقع :

- أسعار البيوت
- أسعار الاسهم في البورصة
- حالة الطقس
- المبلغ الذي سيشترى به العميل

Linear Regression التوقع الخطي

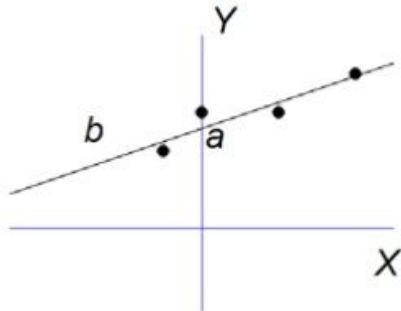
Linear regression equation
(without error)

$$\hat{Y} = bX + a$$

predicted
values of \hat{Y}

b = slope = rate of
predicted \uparrow/\downarrow for Y
scores for each unit
increase in X

Y -intercept =
level of Y
when X is 0



- ويسمي أيضا (One Variable Regression) او (Univariate Regression)

التوقع الخطي Linear Regression

Input X	المدخلات
Output Y	المخرجات
Rows m	الصفوف
Features n	العناصر
$h(x)$	القيمة المتوقعة
Cost J	قيمة الخطأ
Theta Θ	معاملات الـ X

Linear Regression Equation معادلة التوقع الخطي

Hypothesis: $h_{\theta}(x) = \theta_0 + \theta_1 x$

Parameters: θ_0, θ_1

Cost Function: $J(\theta_0, \theta_1) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)})^2$

Goal: $\underset{\theta_0, \theta_1}{\text{minimize}} J(\theta_0, \theta_1)$

- الهدف تقليل الفارق بين قيمة $h(x)$ و هي القيمة المتوقعة من المعادلة الخطية و قيمة y و هي القيمة الحقيقية
- يتم القسمة علي $2m$ لربط قيمة الخطا بعدد القيم بالعينة
- الهدف ايجاد قيم θ_0 و θ_1 والتي تجعل من J (نسبة الخطا) اقل ما يمكن
- تسمى احيانا Cost error function

Linear Regression Equation معادلة التوقع الخطي

Theta0 = 5 , theta 1 = 2

Equation $h(x) = 5 + 2x$

X	Y	h(x)	h(x) - y	(h(x) - y) ²
1	7			
2	8			
2	7			
3	9			
4	11			
5	10			
5	12			

Linear Regression Equation معادلة التوقع الخطي

Theta0 = 5 , theta 1 = 2

Equation $h(x) = 5 + 2x$

X	Y	h(x)	h(x) - y	(h(x) - y) ²
1	7	7		
2	8	9		
2	7	9		
3	9	11		
4	11	13		
5	10	15		
5	12	15		

Linear Regression Equation معادلة التوقع الخطي

Theta0 = 5 , theta 1 = 2

Equation $h(x) = 5 + 2x$

X	Y	h(x)	h(x) - y	(h(x) - y) ²
1	7	7	0	
2	8	9	1	
2	7	9	2	
3	9	11	2	
4	11	13	2	
5	10	15	5	
5	12	15	3	

Linear Regression Equation معادلة التوقع الخطي

Theta0 = 5 , theta 1 = 2

Equation $h(x) = 5 + 2x$

X	Y	h(x)	h(x) - y	(h(x) - y) ²
1	7	7	0	0
2	8	9	1	1
2	7	9	2	4
3	9	11	2	4
4	11	13	2	4
5	10	15	5	25
5	12	15	3	9

Linear Regression Equation معادلة التوقع الخطي

Theta0 = 5 , theta 1 = 2

Equation $h(x) = 5 + 2x$

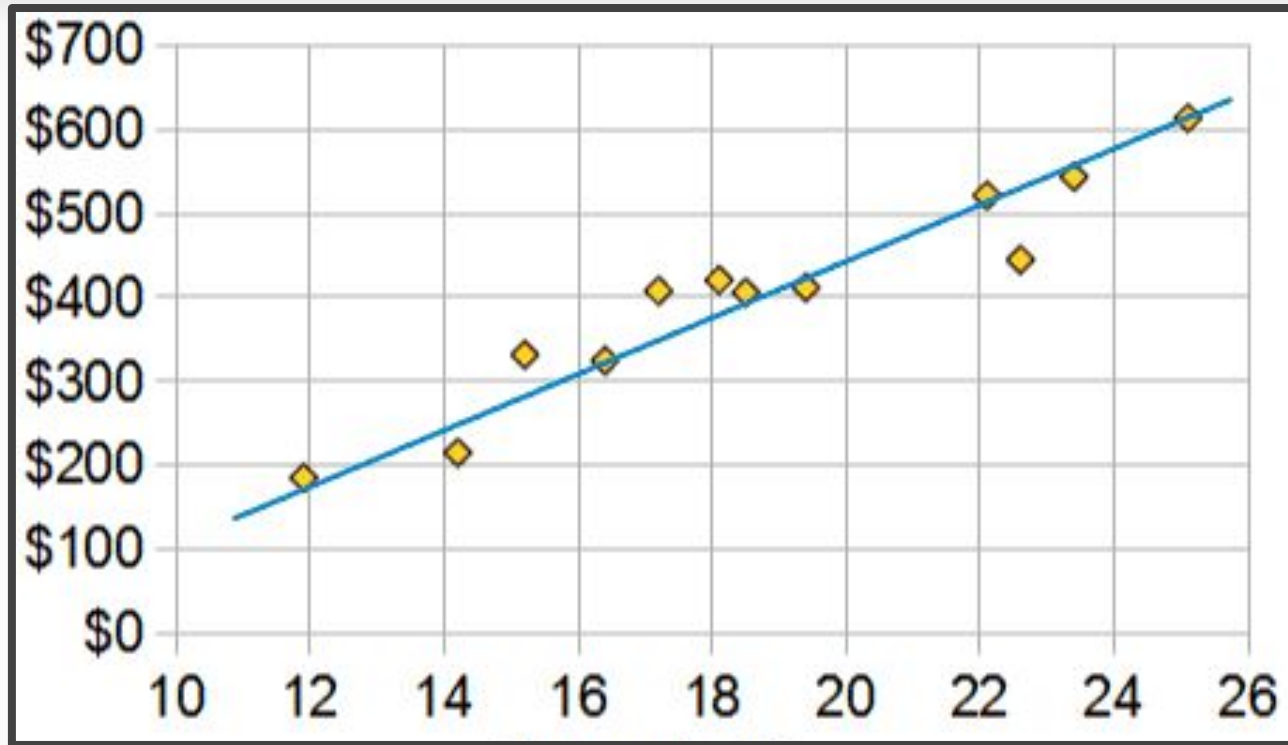
X	Y	h(x)	h(x) - y	(h(x) - y) ²
1	7	7	0	0
2	8	9	1	1
2	7	9	2	4
3	9	11	2	4
4	11	13	2	4
5	10	15	5	25
5	12	15	3	9

$$J(\theta_0, \theta_1) = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)})^2$$

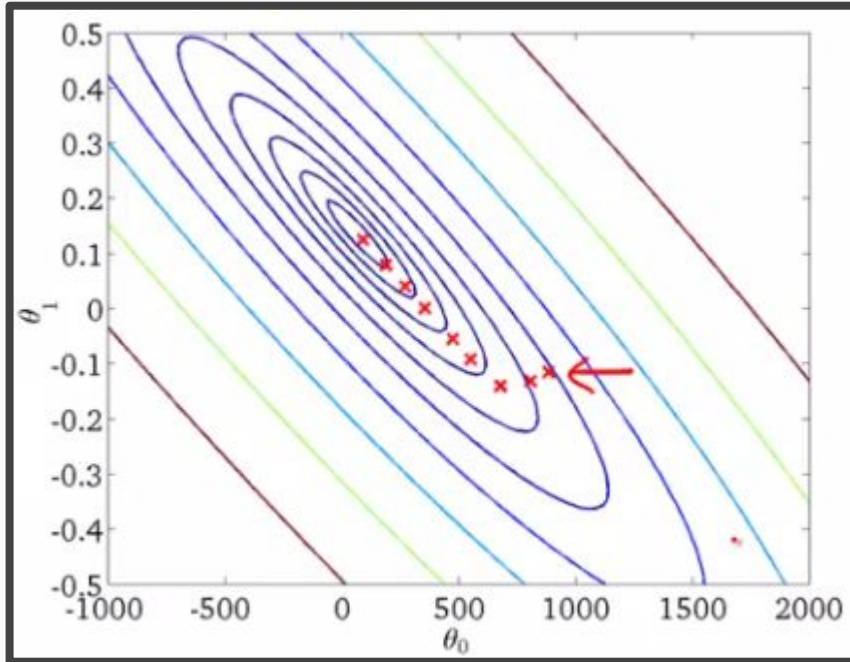
$$J = 1 / 14 (0+1+4+4+4+25+9)$$

$$J = 47/14 = 3.3$$

الخط الأكثر ملائمة Best fit line



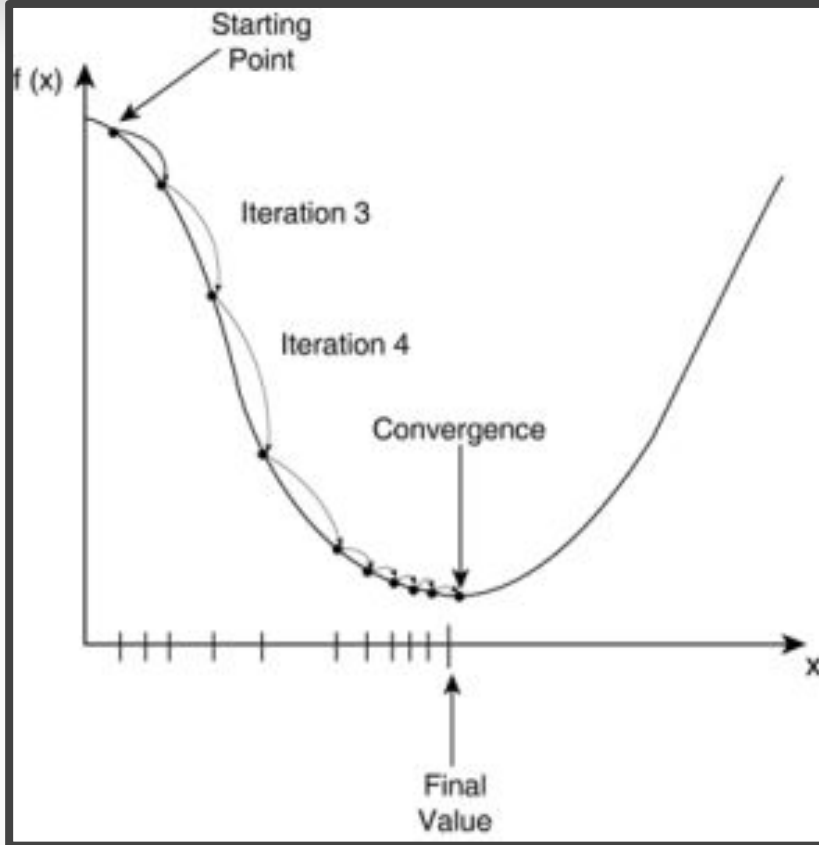
الإنحدار التدريجي Gradient Descent



الانحدار التدريجي :

- طالما نحن نبحث عن قيم ثيتا 0 و 1 التي ستقلل قيمة J بأقصى قدر ، فسنفرض قيم لثيتا 0 و 1 ، ثم نقوم بتقليلها تدريجيا حتي نصل لأقل قيمة للـ J

معادلة الإنحدار التدريجي



الفكرة :

- لاحظ ان في حالة القيمة الدنيا قيمة التفاضل بصفر (لأن وقتها سيكون الخط شبه مستقيم فالميل سيكون تقريبا 0)
- لاحظ ان قيمة التفاضل تقل كلما قل الميل (التفاضل هو ميل الخط المستقيم , فتدريجيا هيقل قيمة التفاضل لتغير الميل) , وكلما اقترب من القيمة الدنيا , فلا داعي لتقليل الالفا , فالقيمة نفسها سنقل تدريجيا

$$\theta_0 := \theta_0 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x_i) - y_i)$$

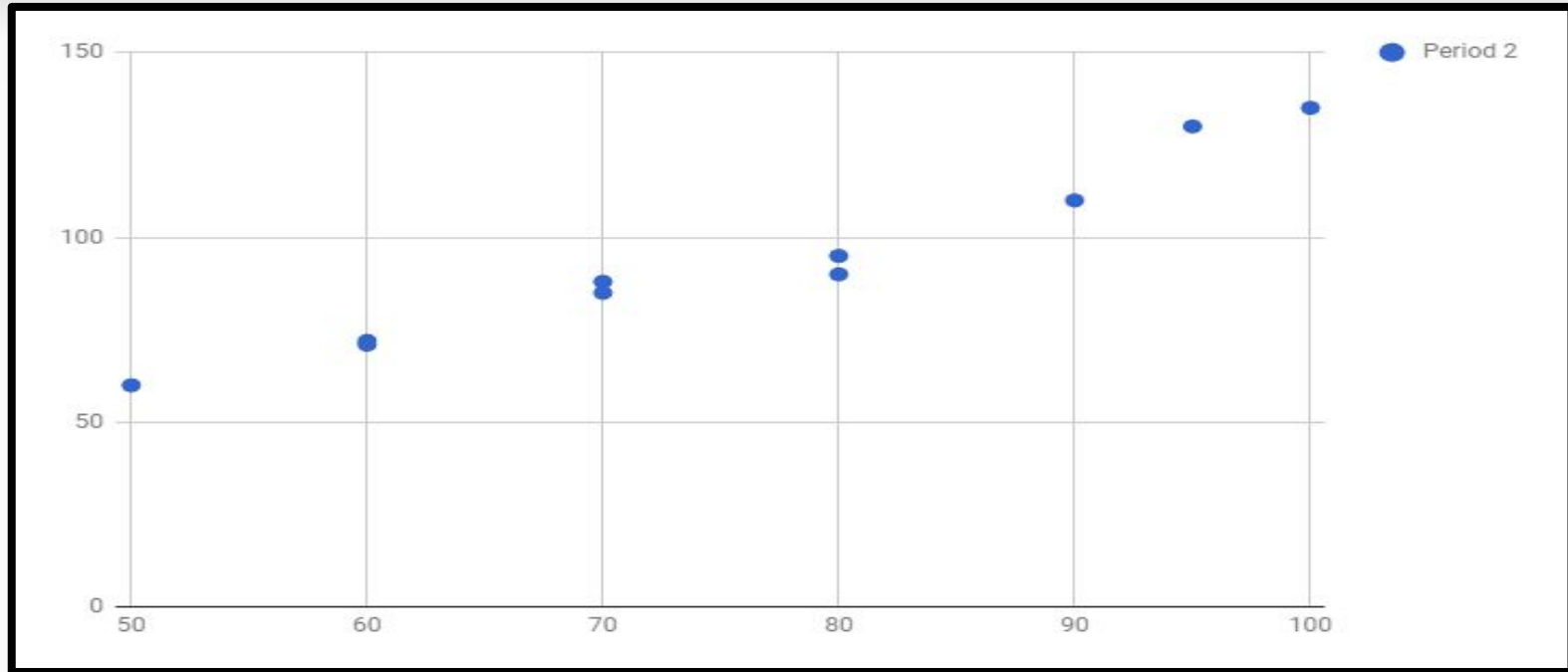
$$\theta_1 := \theta_1 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m ((h_{\theta}(x_i) - y_i)x_i)$$

مثال عملي

السعر (الف \$) Y	مساحة البيت (m^2) X_1
135	100
130	95
110	90
95	80
90	80
85	70
80	70
80	60

- لاحظ ان المساحة اكس , بينما السعر هو واي
- عشان اعمل best fit line
هنفرض الثبتات قيم معينة , وليكن
ثبتا $1 = 0$ و ثبتا $3 = 1$
المعادلة هتكون :

$$h(x) = 1 + 3 X$$



مثال عملي

X_1	Y	$h(x)$	$h(x) - y$
100	300		
95	285		
90	270		
80	240		
80	235		
70	200		
70	205		
60	180		

$$\theta_0 := \theta_0 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x_i) - y_i)$$

ثبتنا 1 = 0

ثبتنا 3 = 1

المعادلة

$$h(x) = 1 + 3X$$

مثال عملي

X_1	Y	$h(x)$	$h(x) - y$
100	300	301	1
95	285	286	1
90	270	271	1
80	240	241	1
80	235	241	6
70	200	211	11
70	205	211	6
60	180	181	1

$$\theta_0 := \theta_0 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x_i) - y_i)$$

ثبتنا 1 = 0

ثبتنا 3 = 1

المعادلة

$$h(x) = 1 + 3X$$

$$\text{Theta } 0 = 1 - ((0.002 / 8) * (28))$$

$$\text{Theta } 0 = 1 - 0.007 = 0.993$$

$$\theta_0 := \theta_0 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x_i) - y_i)$$

$$\text{ثابتنا } 1 = 0$$

$$28 = \text{مجموع الفروق}$$

$$0.002 = \text{الفا}$$

$$m = 8 \text{ قيمة}$$

مثال عملي

X_1	Y	$h(x)$	$h(x) - y$	$(h(x) - y)x$
100	300	301	1	100
95	285	286	1	95
90	270	271	1	90
80	240	241	1	80
80	235	241	6	480
70	200	211	11	770
70	205	211	6	420
60	180	181	1	60

$$\theta_1 := \theta_1 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m ((h_{\theta}(x_i) - y_i)x_i)$$

ثبتنا $1 = 0$

ثبتنا $3 = 1$

$$\text{Theta } 1 = 3 - ((0.002 / 8) * (2095))$$

$$\text{Theta } 1 = 3 - 0.52 = 2.48$$

$$\theta_1 := \theta_1 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m ((h_{\theta}(x_i) - y_i)x_i)$$

$$\text{ثابتنا } 1 = 0$$

$$\text{مجموع الفروق} = 2095$$

$$\text{الفا} = 0.002$$

$$\text{قيمة } m = 8$$

Theta 0 = 1

Theta 1 = 3

$$\theta_0 := \theta_0 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x_i) - y_i)$$

$$\theta_1 := \theta_1 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m ((h_{\theta}(x_i) - y_i)x_i)$$

Theta 0 = 1

Theta 1 = 3

$$\theta_0 := \theta_0 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x_i) - y_i)$$

Theta 0 = 0.993 Theta 1 = 2.48

$$\theta_1 := \theta_1 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m ((h_{\theta}(x_i) - y_i)x_i)$$

Theta 0 = 1

Theta 1 = 3

Theta 0 = 0.993

Theta 1 = 2.48

Theta 0 = 0.991

Theta 1 = 2.46

$$\theta_0 := \theta_0 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x_i) - y_i)$$

$$\theta_1 := \theta_1 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m ((h_{\theta}(x_i) - y_i)x_i)$$

Iteration 1

$$\theta_0 := \theta_0 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x_i) - y_i)$$

$$\theta_1 := \theta_1 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m ((h_{\theta}(x_i) - y_i)x_i)$$

Theta 0 = 1

Theta 1 = 3

Theta 0 = 0.993

Theta 1 = 2.48

Theta 0 = 0.991

Theta 1 = 2.46

..

..

Theta 0 = 0.825

Theta 1 = 1.772

التوقع الخطي لأكثر من متغير Linear Regression with Multivariables

التعامل مع أكثر من بعد :

- تحدثنا سابقا , عن التعامل مع متغير واحد (قيمة لـ X و نجيب منها قيمة Y) الان نتعامل مع أكثر من متغير
- أكثر من متغير معناها ان البيانات الداخلة لها أكثر معلومة لكل صف , فبدلا من ادخال مساحة البيت لمعرفة سعره (X واحدة) , نقوم بادخال مساحة البيت و عدد غرفه , وعمره, و موقعه , وحالته , ولونه , لتحديد سعره , وهذه الأشياء تسمى features

التوقع الخطي لأكثر من متغير Linear Regression with Multivariables

Multiple features (variables).

Size (feet ²)	Number of bedrooms	Number of floors	Age of home (years)	Price (\$1000)
x_1	x_2	x_3	x_4	y
2104	5	1	45	460
1416	3	2	40	232
1534	3	2	30	315
852	2	1	36	178
...

$m = 47$

Notation:

- n = number of features $n = 4$
- $x^{(i)}$ = input (features) of i^{th} training example.
- $x_j^{(i)}$ = value of feature j in i^{th} training example.

التعامل مع أكثر من بعد :

- فنري ان سعر البيت (Y) يتاثر بعدد من العوامل (Features) (Xs)
- عدد الاكسات نسويه n , بينما عدد الصفوف لازال m
-
-

Linear Regression with Multivariables التوقع الخطي لأكثر من متغير

$x_j^{(i)}$ = value of feature j in the i^{th} training example

- الرقم اللي فوق يكون رقم الصف (انهي ريكورد فيهم m) و الرقم اللي تحت هيكون رقم العمود (انهي معلومة فيهم n)

Linear Regression with Multivariables التوقع الخطي لأكثر من متغير

● القانون الجديد

repeat until convergence: {

$$\theta_0 := \theta_0 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) \cdot x_0^{(i)}$$

$$\theta_1 := \theta_1 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) \cdot x_1^{(i)}$$

$$\theta_2 := \theta_2 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) \cdot x_2^{(i)}$$

...

}

Linear Regression with Multivariables التوقع الخطي لأكثر من متغير

● الصيغة المجمعة

repeat until convergence: {

$$\theta_j := \theta_j - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) \cdot x_j^{(i)} \quad \text{for } j := 0 \dots n$$

}

Linear Regression with Multivariables التوقع الخطي لأكثر من متغير

سعر السيارات :

- عدد السيارات 5 (m)
- المعلومات عن كل سيارة (features n) 3

X_1	X_2	X_3	Y
العمر	القدرة	الاسطوانات	السعر
5	20	6	12
5	35	6	14
6	38	8	16
7	40	8	15
7	46	10	20

Linear Regression with Multivariables التوقع الخطي لأكثر من متغير

X_1	X_2	X_3	Y
العمر	القدرة	الاسطوانات	السعر
5	20	6	114
5	35	6	120
6	38	8	123
7	40	8	121
7	46	10	135

X_1	X_2	X_3
1	1	1
5	5	6
20	35	38
6	6	8
X_4	X_5	
1	1	
7	7	
40	46	
8	10	

Theta

Theta0 5
 Theta1 2
 Theta2 3
 Theta3 6

Linear Regression with Multivariables التوقع الخطي لأكثر من متغير

$$h_{\theta}(x) = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \dots + \theta_n x_n$$

For convenience of notation, define $x_0 = 1$. ($x_0^{(i)} = 1$)

$$x = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n+1}$$

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n+1}$$

$$h_{\theta}(x) = \theta_0 x_0 + \theta_1 x_1 + \dots + \theta_n x_n$$

$\downarrow = 1$

$$= \boxed{\theta^T x}$$

$$\underbrace{[\theta_0 \ \theta_1 \ \dots \ \theta_n]}_{\theta^T} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

(n+1) x 1 matrix

$\theta^T x$

Multivariate linear regression. \leftarrow

- وقتها الفنكشن ،
هتكون متعددة
الحدود زي كدة ،
وهنعمل ماتركس
للاكسات ،
وواحدة للثبتات ،
ونضربهم في
بعض بعد ما
نعمل ترانزبوس
للتبنا

Linear Regression with Multivariables التوقع الخطي لأكثر من متغير

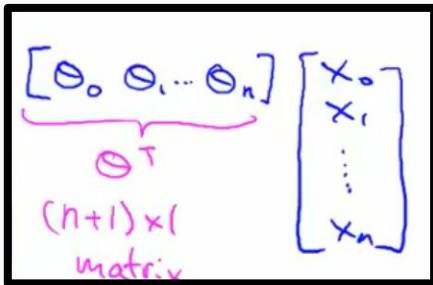
$$h(x) = (\text{Theta})^T X$$

$$(\text{Theta})^T = \begin{matrix} 5 \\ 2 \\ 3 \\ 6 \end{matrix}^T = (5 \ 2 \ 3 \ 6)$$

$$X_1 = \begin{matrix} 1 \\ 5 \\ 20 \\ 6 \end{matrix}$$

$$h(x)_1 = (5 \ 2 \ 3 \ 6) \begin{matrix} 1 \\ 5 \\ 20 \\ 6 \end{matrix} = 5*1 + 2*5 + 3*20 + 6*6 = 111$$

$$h(x)_1 = 111 \quad h(x)_2 = 119 \quad h(x)_3 = 127 \quad h(x)_4 = 122 \quad h(x)_5 = 140$$



Handwritten diagram illustrating the matrix multiplication for linear regression:

$$\underbrace{[\theta_0 \ \theta_1 \ \dots \ \theta_n]}_{\theta^T} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

The dimensions are noted as $(n+1) \times 1$ for the first matrix and $1 \times (n+1)$ for the second matrix.

Linear Regression with Multivariable التوقع الخطي لأكثر من متغير

القانون الجديد

repeat until convergence: {

$$\theta_0 := \theta_0 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) \cdot x_0^{(i)}$$

$$\theta_1 := \theta_1 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) \cdot x_1^{(i)}$$

$$\theta_2 := \theta_2 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) \cdot x_2^{(i)}$$

...

}

Linear Regression with Multivariables التوقع الخطي لأكثر من متغير

$$\theta_0 := \theta_0 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) \cdot x_0^{(i)}$$

Suppose Alpha = 0.01 m = 5

Theta 0 = 5 - (0.01 / 5) [(111-114) + (119-120) + (127-123)+ (122-121)+ (140-135) (1)] = 4.9

Linear Regression with Multivariables التوقع الخطي لأكثر من متغير

$$\theta_0 := \theta_0 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) \cdot x_0^{(i)}$$

Suppose Alpha = 0.01 m = 5

$$\text{Theta } 0 = 5 - (0.01 / 5) [(111-114) + (119-120) + (127-123) + (122-121) + (140-135) (1)] = 4.9$$

$$\text{Theta } 1 = 2 - (0.01 / 5) [(111-114) + (119-120) + (127-123) + (122-121) + (140-135) (5)] = 2.6$$

$$\text{Theta } 2 = 3 - (0.01 / 5) [(111-114) + (119-120) + (127-123) + (122-121) + (140-135) (20)] = 3.9$$

$$\text{Theta } 3 = 6 - (0.01 / 5) [(111-114) + (119-120) + (127-123) + (122-121) + (140-135) (6)] = 6.4$$

Linear Regression with Multivariables التوقع الخطي لأكثر من متغير

$$\theta_0 := \theta_0 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) \cdot x_0^{(i)}$$

Suppose Alpha = 0.01 m = 5

Theta 0 = 4.9

Theta 1 = 2.6

Theta 2 = 3.9

Theta 3 = 6.4

Linear Regression with Multivariables التوقع الخطي لأكثر من متغير

$$\theta_0 := \theta_0 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) \cdot x_0^{(i)}$$

Suppose Alpha = 0.01 m = 5

Theta 0 = 4.9

Theta 0 = 4.7

Theta 0 = 4.68

Theta 0 = 4.6236

Theta 1 = 2.6

Theta 1 = 2.55

Theta 1 = 2.542

Theta 1 = 2.5398

Theta 2 = 3.9

Theta 2 = 3.87

Theta 2 = 3.863

Theta 2 = 3.8605

Theta 3 = 6.4

Theta 3 = 6.36

Theta 3 = 6.357

Theta 3 = 6.35721

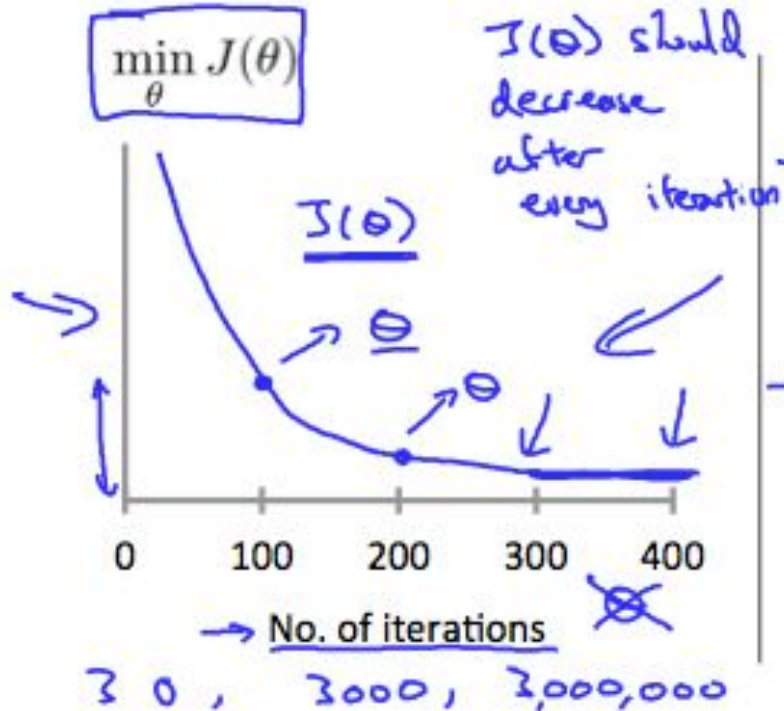
عدد المحاولات Number of Iteration

ما هو العدد المناسب ؟

- من الواضح ان كل ما بنحاول اكثر , قيمة L بتقل و ديه حاجة كويسة
- بس كل ما يزيد عدد المحاولات , كل ما التكلفة و الوقت يزدو . وده عيب كبير
- يبقي نحاول كام مرة ؟ ؟

عدد المحاولات Number of Iteration

Making sure gradient descent is wo



ما هو العدد المناسب ؟

- الرسمة هنا واضح فيها ان كل ما بنزود عدد المحاولات , كل ما قيمة J هتقل اكثر , بس بعد فترة معينة السلوب بيقترب لصفر , و بيكون فيه عدد ضخم جدا من المحاولات مع فرق بسيط , و هنا لازم نوقف , عشان هيكون ضياع وقت علي الفاضي
- ممكن نوقف بعد 5 او 50 او 5 مليون محاولة , محدش هيقدر يحدد الرقم كام , كل حالة بحالتها

قيمة الفا ؟ ؟

repeat until convergence: {

$$\theta_0 := \theta_0 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) \cdot x_0^{(i)}$$

- اختلافها يغير من سرعة التعامل , ودقته

قيمة ألفا ؟ ؟

- لو زادت قيمة ألفا هجري بسرعة , بس ممكن اقع في مشكلة اني ازود قيمة الـ L , ولو مشيت ببطئ , هيكون دقيق بس ببطئ جدا , فلازم اختار قيم مضبوطة

