

# Формализация описания процессов

лекция

2025 г.

## *Техническая система*

$$ТС = < H, \Phi, C, O, \mathcal{E} >$$

*H* – функциональное назначение [вектор]

*Φ* – функция системы [вектор, граф]

*C* – структура, состав [вектор, граф]

*O* – организация, компоновка, управление [вектор]

*Э* – показатели эффективности [вектор]

Под системой понимается некоторое сложное понятие, характеризующееся множеством различных описаний.

Для моделирования остановимся на двух понятиях: параметры  $\mathbf{q}$  системы и процесс  $\mathbf{z}$  в системе.

Под параметром  $\mathbf{q}$  будем понимать двойку:  $\mathbf{q} = \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$  где  $\mathbf{a}$  - имя параметра,  $\mathbf{b}$  – его значение.

Всю совокупность параметров системы, определяющих процесс функционирования или участвующих в нем, назовем параметрическим множеством системы

$\mathbf{Q} = \{ \mathbf{q}_i \}_{i=1}$  , где  $\mathbf{q}_i$  – некоторый параметр.

Каждый параметр  $\mathbf{q}_i$  принимает множество значений, обозначаемое в дальнейшем как  $\sigma(\mathbf{q}_i)$

Пространство состояний системы - декартово произведение

$$S = \prod_{\forall i} (q_i)$$

В этом пространстве каждый параметр  $q_i$  выступает в роли координаты, а размерность пространства равна мощности множества Q.

Пусть  $O1 - CPU$ ,

$O2 - HDD$

$\sigma(q_1) = \{КЯ, Пр, СП\}$        $КЯ - \text{кол-во ядер}$

$\sigma(q_2) = \{СЧЗ, СД\}$        $Пр - \text{производительность}$

$\sigma(КЯ) = \{1, 2, 3, 4\}$        $СЧЗ - \text{скорость чт/зап}$

$\sigma(Пр) = \{1, 2, 3\}$

$\sigma(СП) = \{\text{«занят»}, \text{«свободен»}, \text{«тест»}\}$

$\sigma(СЧЗ) = \{10, 20, 30, 40, 50\}$

$\sigma(СД) = \{\text{«работает»}, \text{«простаивает»}, \text{«сервис»}\}$

$S = \sigma(КП) \times \sigma(Пр) \times \sigma(СП) \times \sigma(СЧЗ) \times \sigma(СД)$

$s = \langle 4, 2, \text{«занят»}, 40, \text{«работает»} \rangle$

*Процесс  $Z = \langle S, T, F, \alpha \rangle$*

$S$  – пространство состояний системы;

$T$  – множество моментов времени изменения  
состояний системы;

$F$  – график процесса, как отображение  $T \rightarrow S$ ;

$\alpha$  – отношение линейного порядка на  $T$

*На практике так ->  $Z = \langle S_Q; T; F \rangle$*

фазовое пространство  $\Phi$  процесса  $Z \rightarrow \Phi = T \times S$

### **Пример процесса обработки веб-запроса:**

- 1) занять http-сервер
- 2) ждать окончания обработки http-сервером
- 3) занять сервер БД
- 4) ждать окончания поиска данных
- 5) занять сервер журналирования
- 6) ждать окончания логирования
- 7) отправить ответ http-серверу
- 8) занять http-сервер
- 9) ждать окончания обработки http-сервером
- 10) отправить ответ в сеть клиенту

Интервал времени  $[t_n ; t_k]$ , где  $t_n = \min\{T\}$ ,  $t_k = \max\{T\}$ , назовем интервалом определения процесса  $Z$ .

Подпроцесс  $Z_i$  -- плотное во времени подмножество процесса  $Z$  на интервале  $[t_i ; t_j]$  при условии, что  $[t_i ; t_j] \subset [t_n ; t_k]$ . Плотность по времени означает, что на интервале  $[t_i ; t_j]$  нет ни одной точки, принадлежащей  $T$  и не относящейся к подпроцессу  $Z_i$ .  
*Это интервал определения подпроцесса.*

## Операция свертки процесса

Пусть задан процесс  $Z = \langle S, T, F, \alpha \rangle$  :

получим полное разбиение интервала определения процесса  $Z$  на  $n$  непересекающихся подинтервалов, т.е. на  $n$  подпроцессов  $Z^j$  ( $j=1..n$ );

поставим в соответствие каждому подпроцессу  $Z^j$  одно значение состояния из множества  $S_1$  и одно значение времени  $\beta^j$  из интервала  $[\tau_j, \tau_{j+1}]$ ;

получим: дискретное множество  $T_1 = \{ \beta^j \}_{j=1}^n$

график  $F_1$ ,

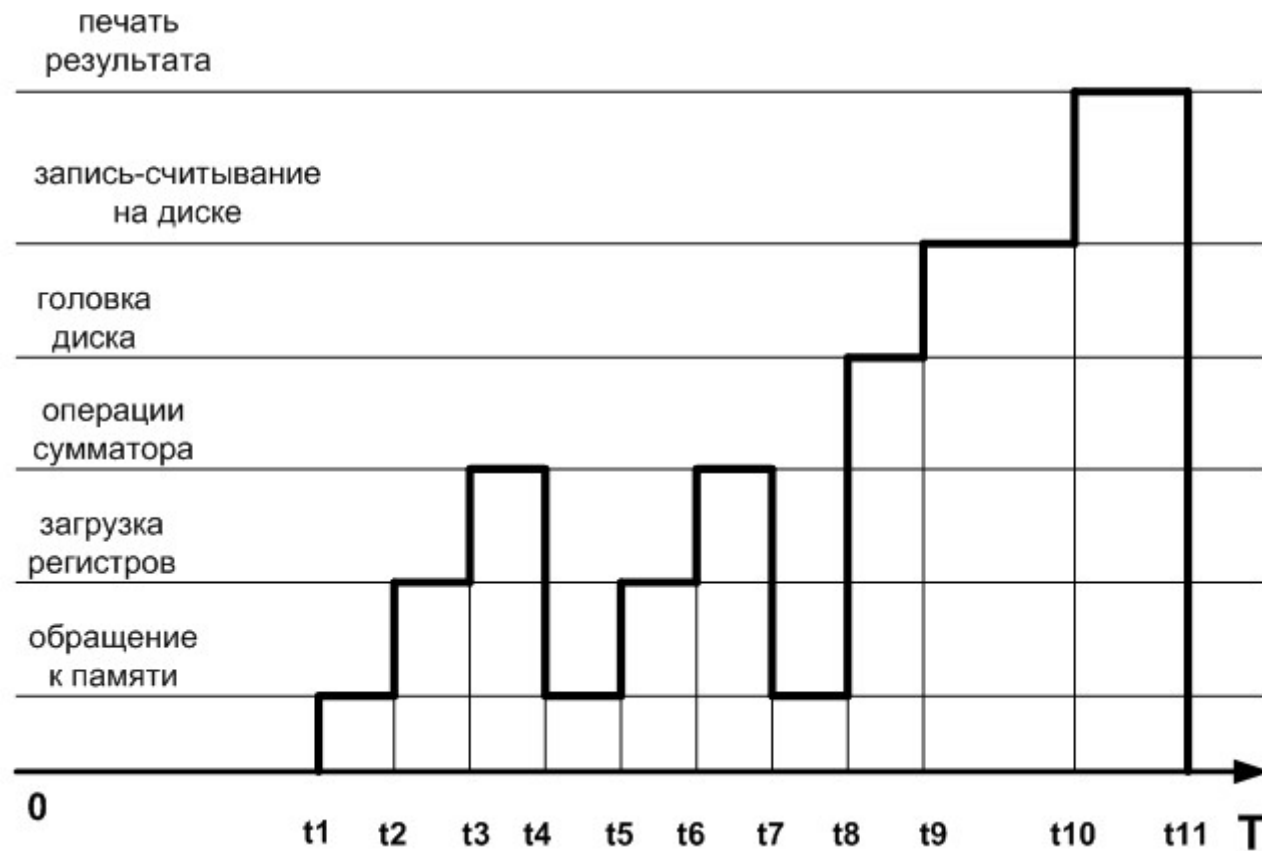
отношение  $\alpha_1 \subset \alpha$ ;

получен новый процесс  $Z_1$  (= свертка процесса  $Z$ )

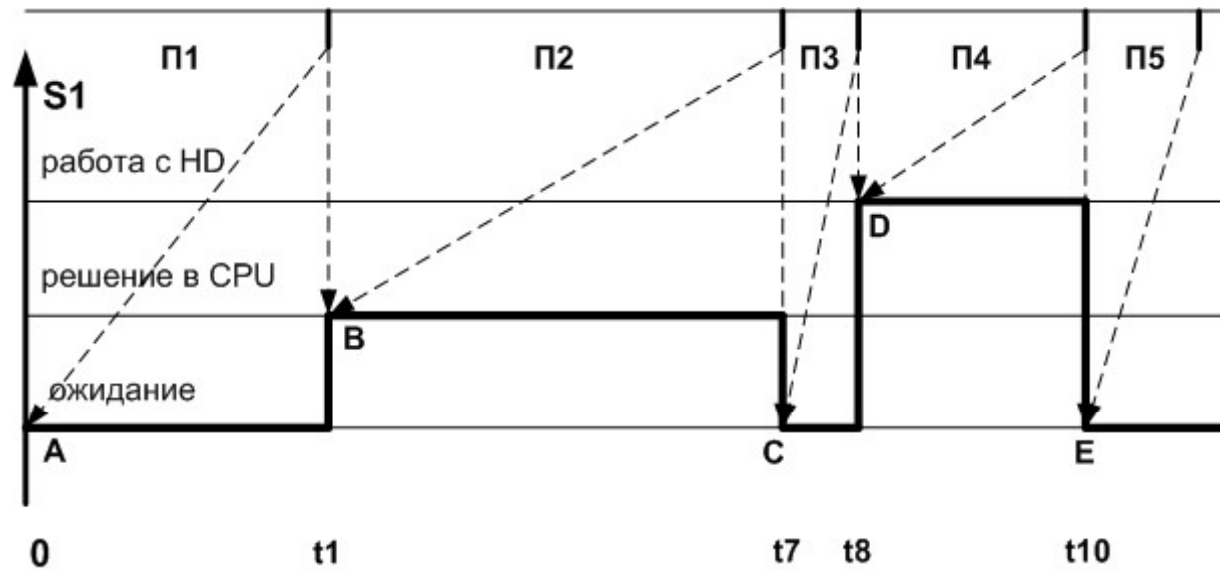


Процесс Z решения задачи с использованием CPU и диска HDD

**S**



## Операция свертки процесса Z -> Z1



$S1 = \{\text{ожидание, решение в CPU, работа с HDD}\}$

$T1 = \{0, t1, t7, t8, t10\}$

$F1 = \{A, B, C, D, E\}$

## Операция развертки процесса

Операция развертки обратна по отношению к операции свертки: процесс  $Z$  является разверткой процесса  $Z_1$

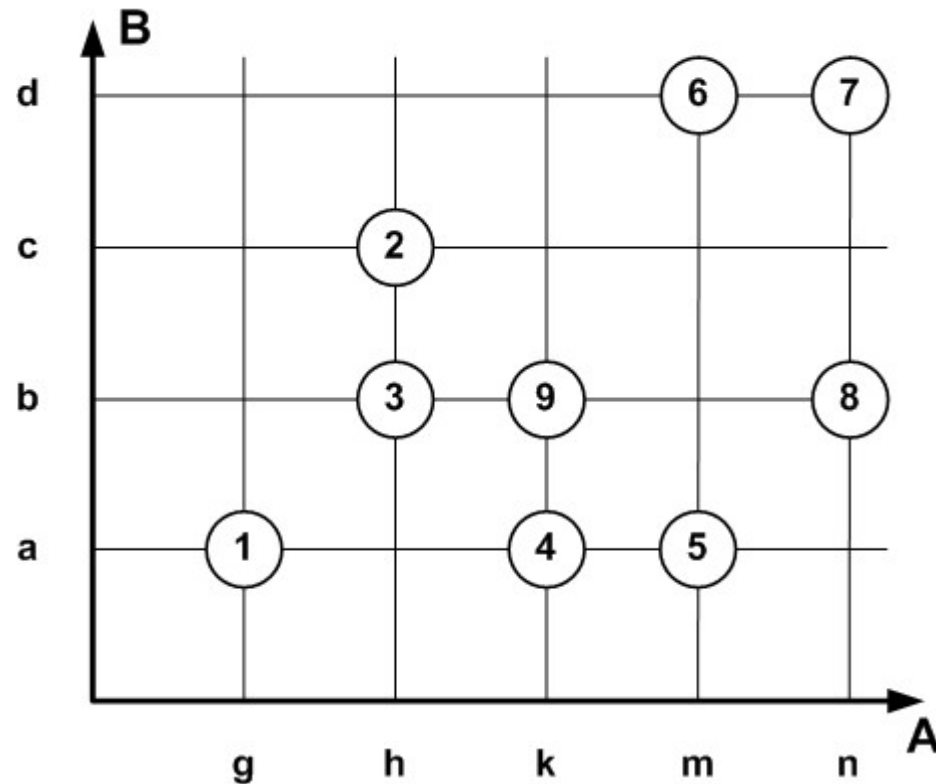
При выполнении этой операции необходимо каждую точку процесса  $Z_1$  развернуть в подпроцесс  $Z_j$ .

Операция развертки неоднозначна и позволяет восстановить исходный процесс на основе *априорных* представлений о свернутых процессах.

Операция развертки относится к классу операций **синтеза**.

## Операция проецирования

Процесс Z задан в пространстве  $\{A, B\}$

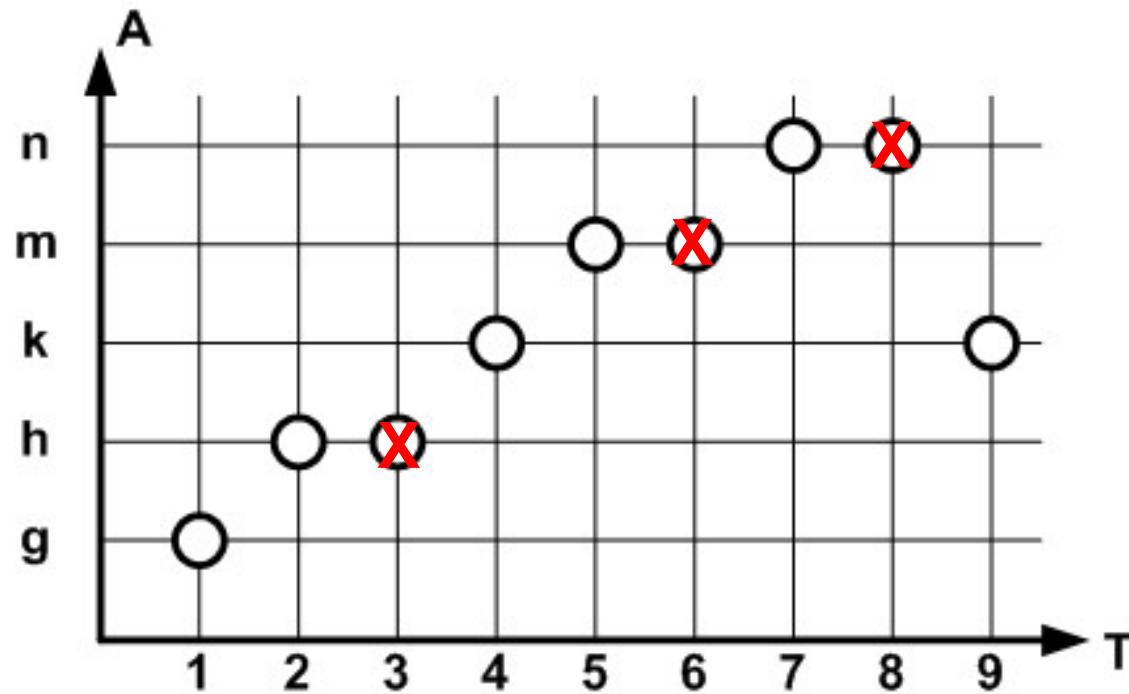


$S = \sigma(A) \times \sigma(B)$ , где  $\sigma(A) = \{g, h, k, m, n\}$ ,  $\sigma(B) = \{a, b, c, d\}$

$T = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$F = \{<1, <g, a>, <2, <h, c>, <3, <h, b>, <4, <k, a>, <5, <m, a>, <6, <m, d>, <7, <n, d>, <8, <n, b>, <9, <k, b>\}$

Процесс  $Z_A = \Pi_{S_A} Z$

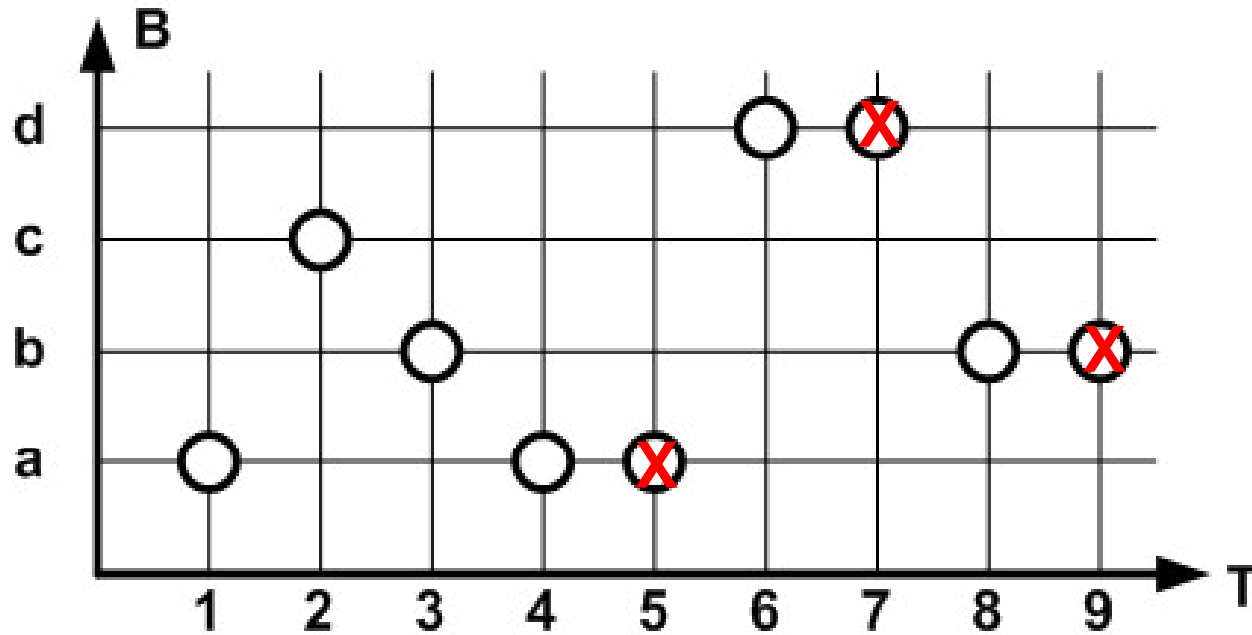


$$S_A = \{g, h, k, m, n\}$$

$$T_A = \{1, 2, 4, 5, 7, 9\}$$

$$F_A = \{<1, g>, <2, h>, <4, k>, <5, m>, <7, n>, <9, k>\}$$

Процесс  $Z_B = \Pi_{S_B} Z$



$$S_B = \{a, b, c, d\}$$

$$T_B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$$

$$F_B = \{<1,a>, <2,c>, <3,b>, <4,a>, <6,d>, <8,b>\}$$

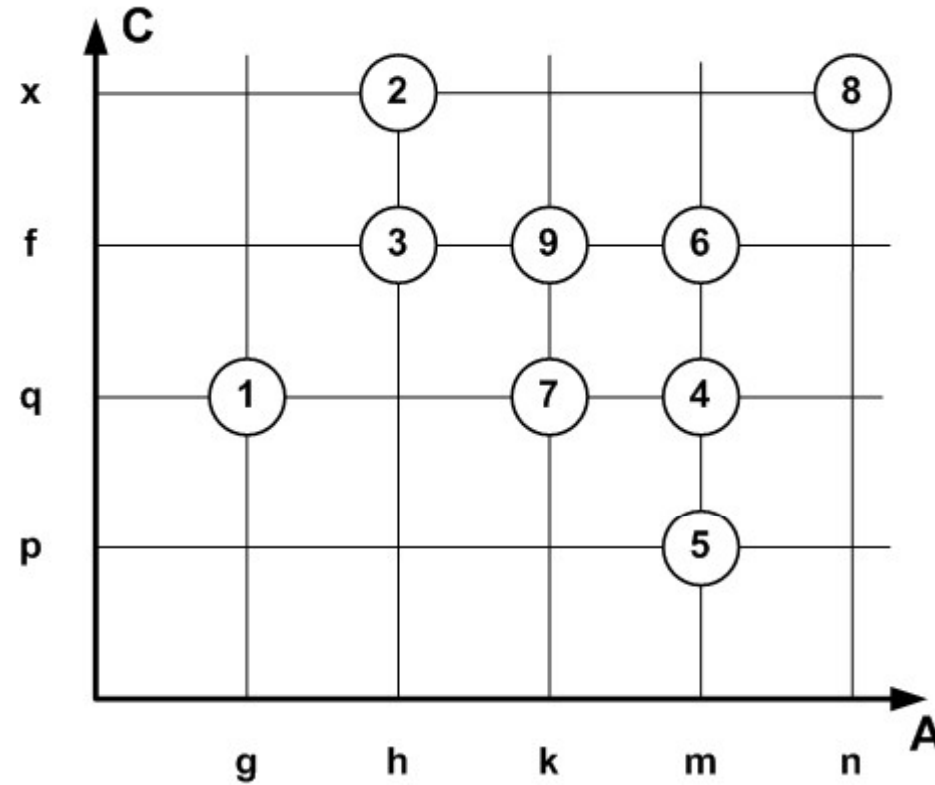
Пространство  $S_Q$  называется *склежкой* пространств  $S_{Q_1}$  и  $S_{Q_2}$ , если  $Q = Q_1 \cup Q_2$ .  
Процессы  $Z_1$  и  $Z_2$ , допускающие операцию объединения, называются *согласованными*.

Два процесса -  $Z_1$  с пространством состояний  $S_{Q_1}$  и  $Z_2$  с пространством состояний  $S_{Q_2}$  – **согласованы**, если  $Q_1 \cap Q_2 = \emptyset$ .

Если  $Z_1 = \text{Пр}_{S_{Q_1}} Z$  и  $Z_2 = \text{Пр}_{S_{Q_2}} Z$ ,  
то процессы  $Z_1$  и  $Z_2$  **согласованы**.

Пусть заданы процесс  $Z_1$ , определённый на интервале  $[t_H^1; t_K^1]$ , и  $Z_2$ , определённый на интервале  $[t_H^2; t_K^2]$ .  
Если  $[t_H^1; t_K^1] \cap [t_H^2; t_K^2] = \emptyset$ , то процессы  $Z_1$  и  $Z_2$  **согласованы**.

Процесс W в двухпараметрическом пространстве



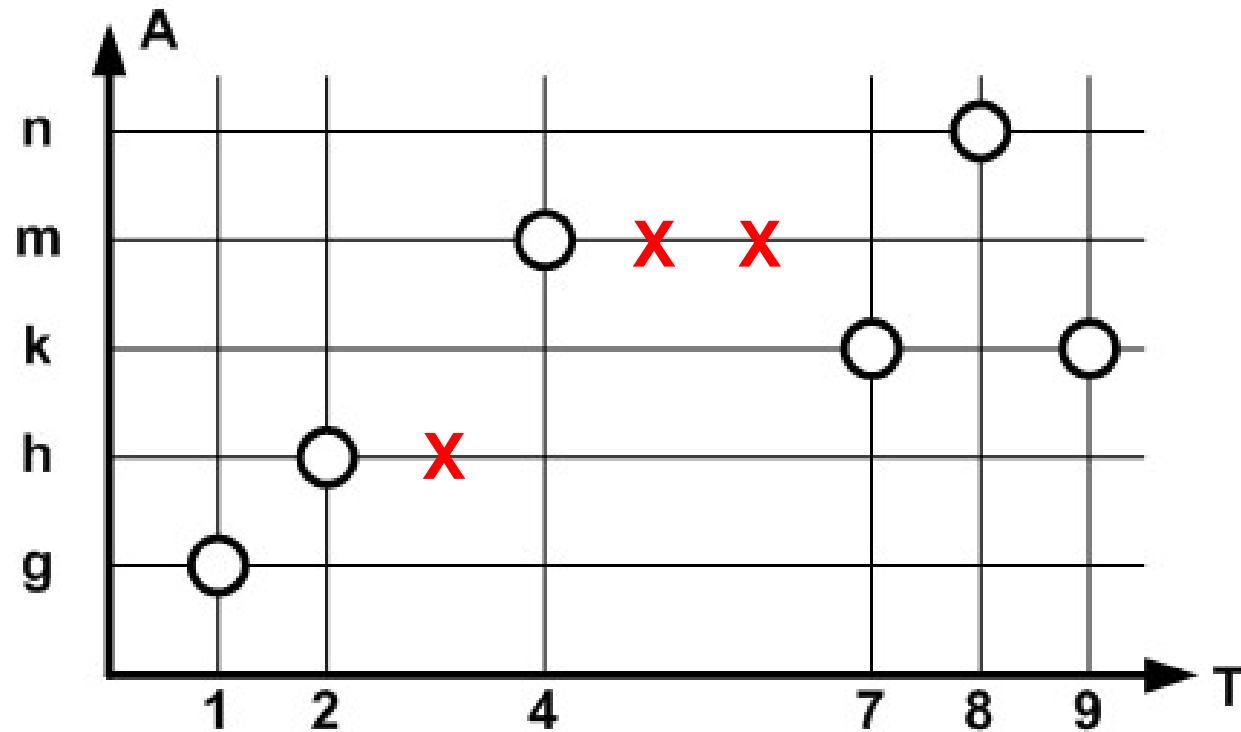
$S = \sigma(A) \times \sigma(C)$ , где  $\sigma(A) = \{g, h, k, m, n\}$ ,  $\sigma(C) = \{p, q, f, x\}$

$T = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$F = \{<1, <g, q>, <2, <h, x>, <3, <h, f>, <4, <m, q>, <5, <m, p>, <6, <m, f>, <7, <n, q>, <8, <n, x>, <9, <k, f>\}$



Процесс  $W_A = \Pi p_{sa} W$

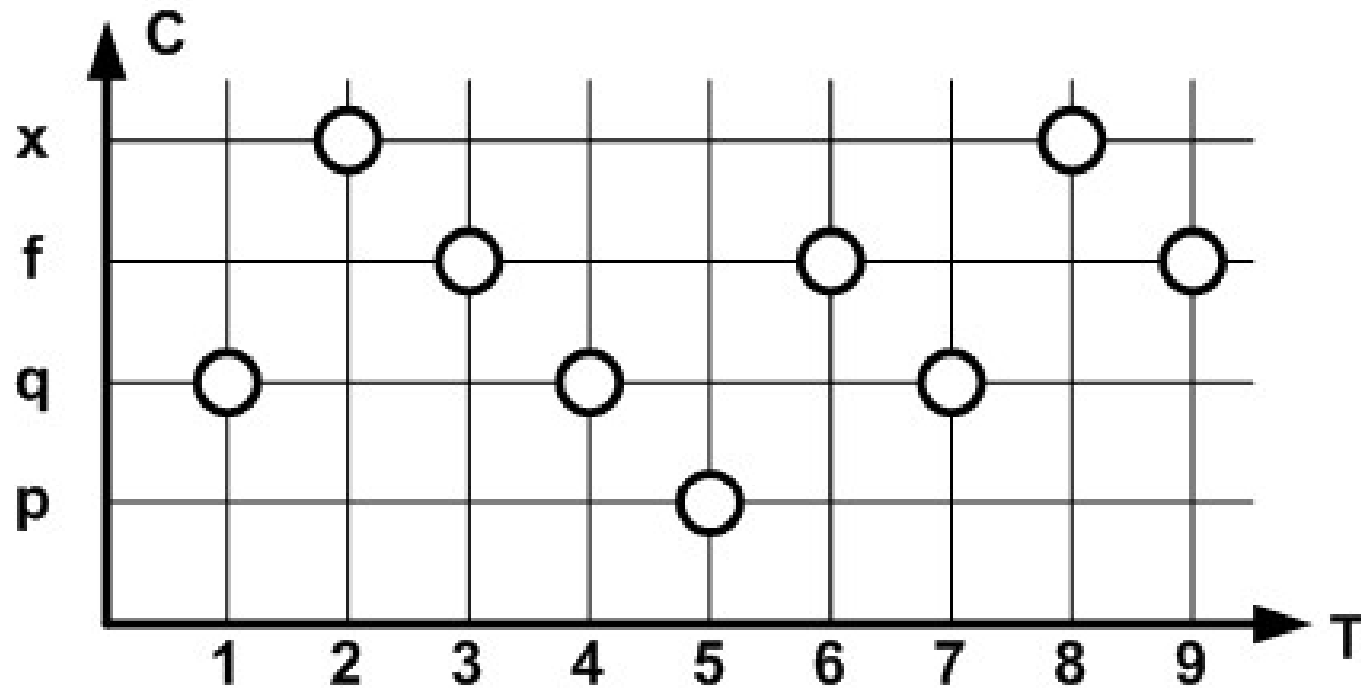


$$S_A = \{g, h, k, m, n\}$$

$$T_A = \{1, 2, 4, 7, 8, 9\}$$

$$F_A = \{<1, g>, <2, h>, <4, m>, <7, k>, <8, n>, <9, k>\}$$

Процесс  $W_C = \Pi_{S_C} W$

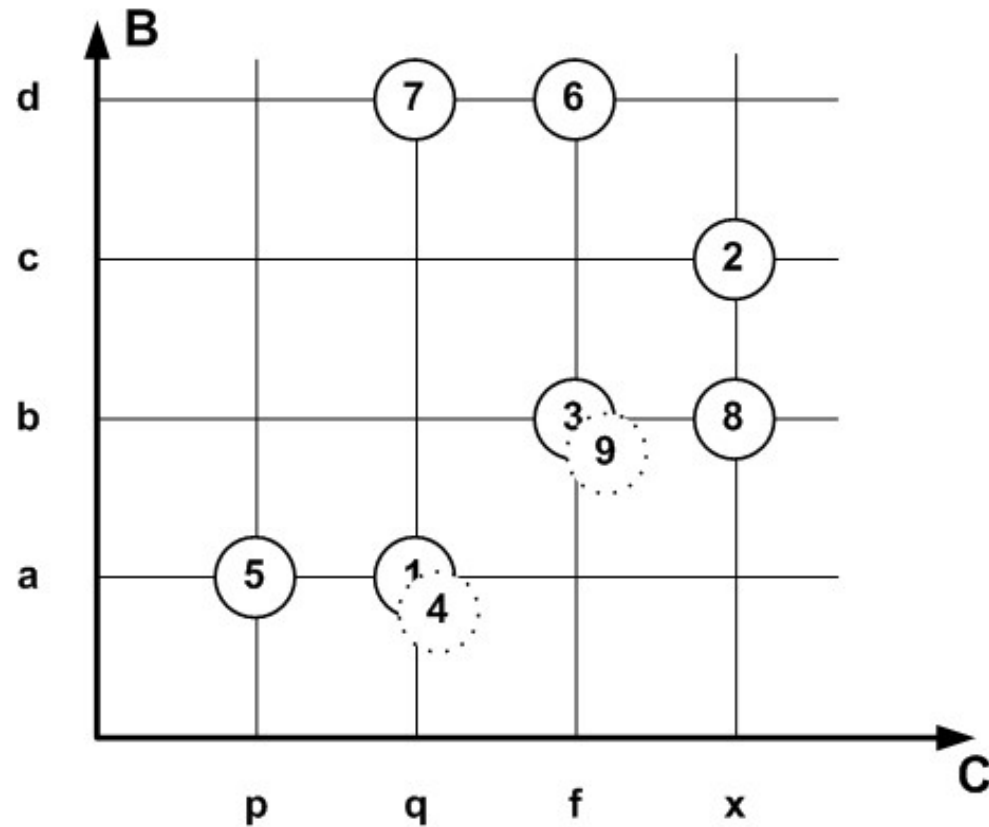


$$S_C = \{p, q, f, x\}$$

$$T_C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$F_C = \{ \langle 1, q \rangle, \langle 2, x \rangle, \langle 3, f \rangle, \langle 4, q \rangle, \langle 5, p \rangle, \langle 6, f \rangle, \langle 7, q \rangle, \langle 8, x \rangle, \langle 9, f \rangle \}$$

Объединение процессов  $Z_B$  и  $W_C \rightarrow Y$

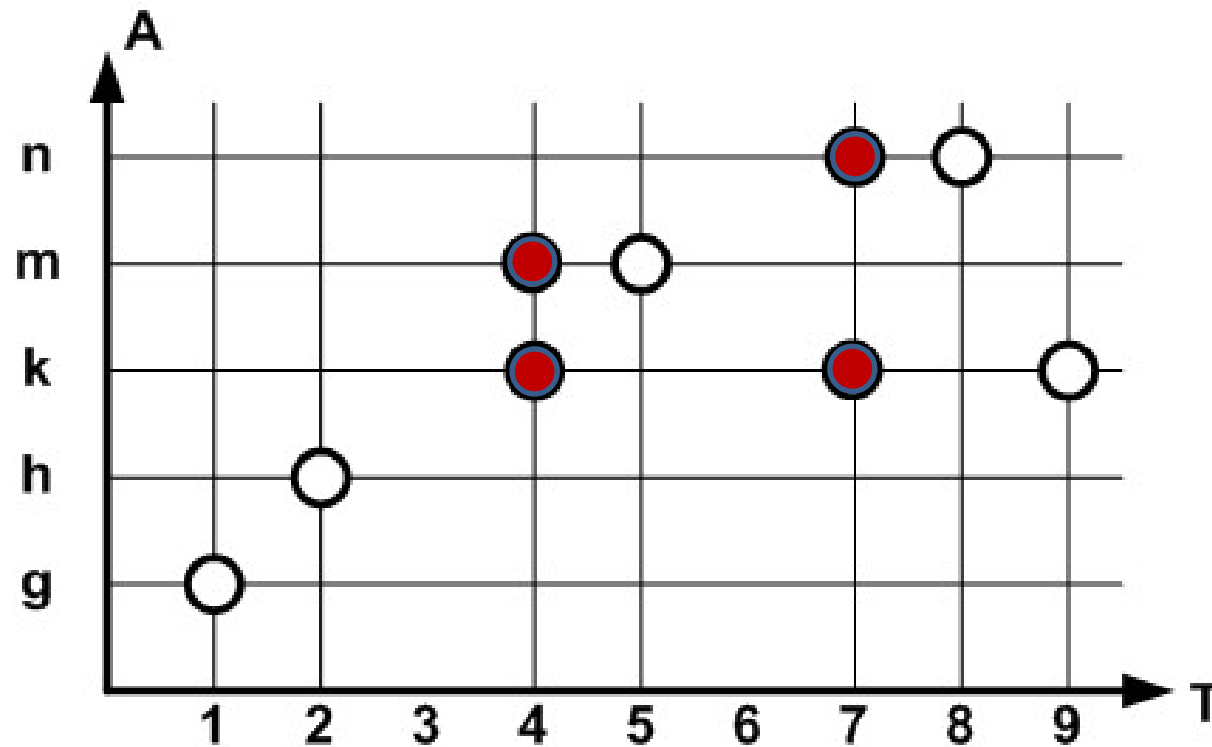


$S = \sigma(B) \times \sigma(C)$ , где  $\sigma(B) = \{a, b, c, d\}$ ,  $\sigma(C) = \{p, q, f, x\}$

$T_Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$F_Y = ?$

# Объединение процессов $Z_A$ и $W_A$

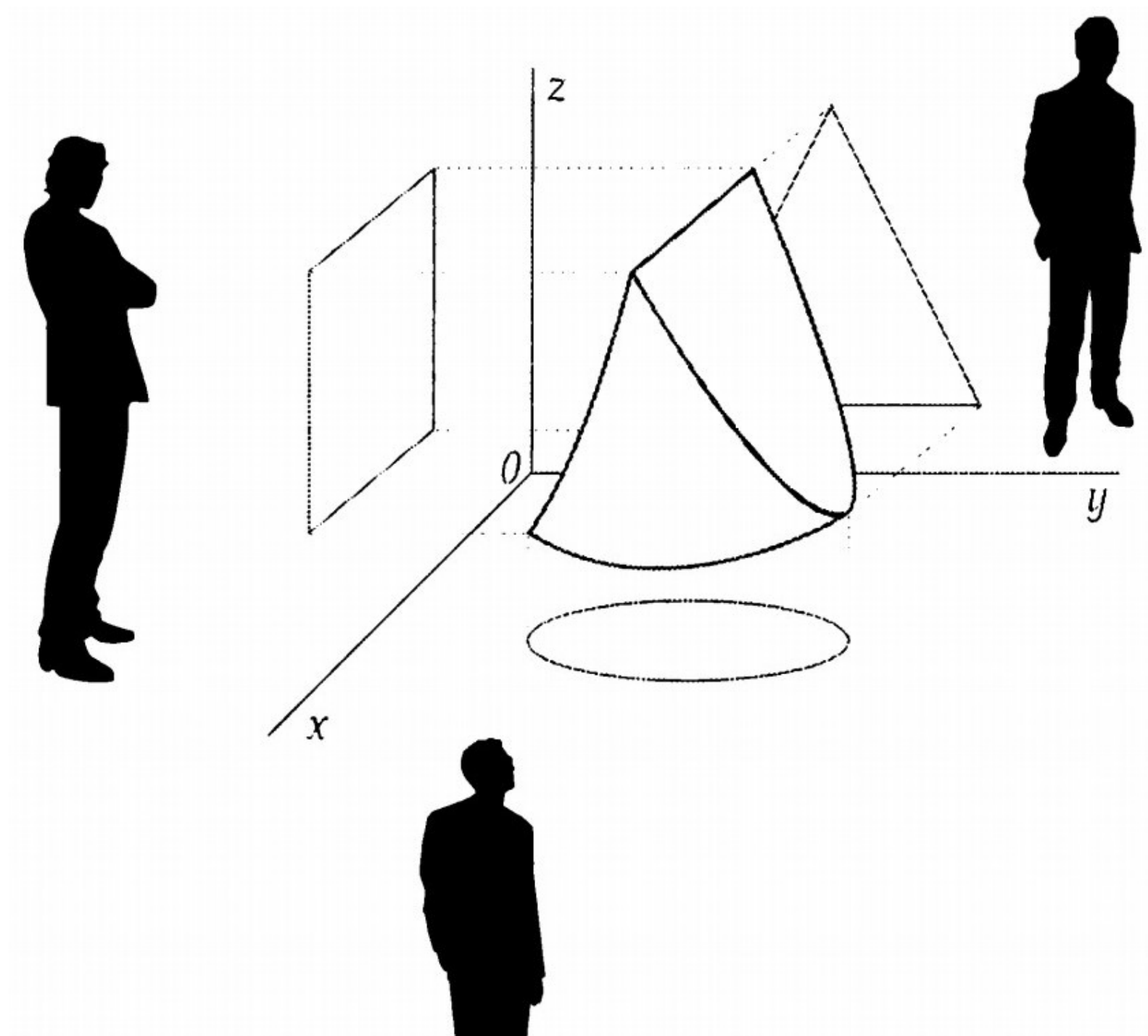


$$S_A = \{g, h, k, m, n\}$$

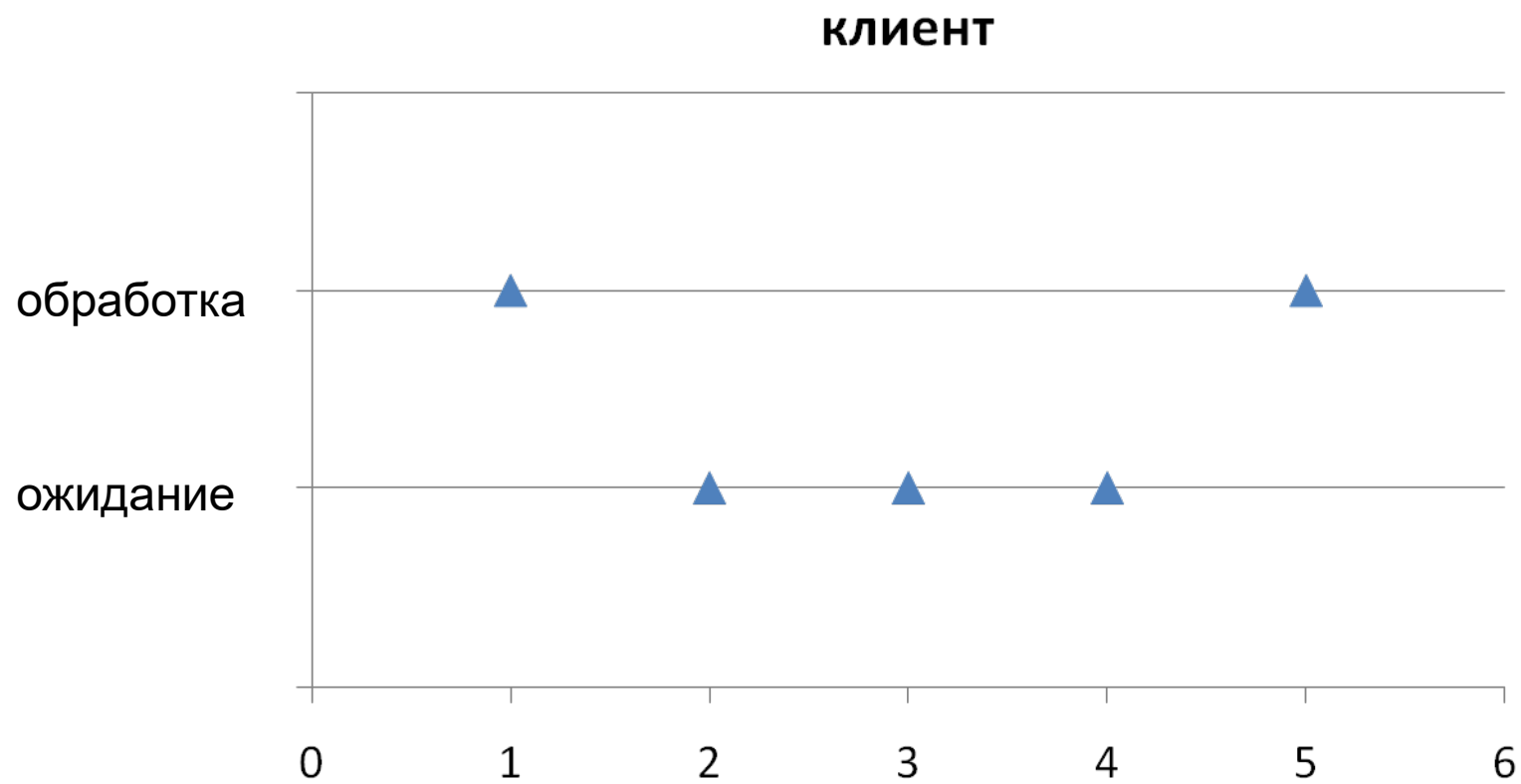
$$T_A = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 9\}$$

$$F_A = ?$$

Процессы  $Z$  и  $W$  - не согласованы

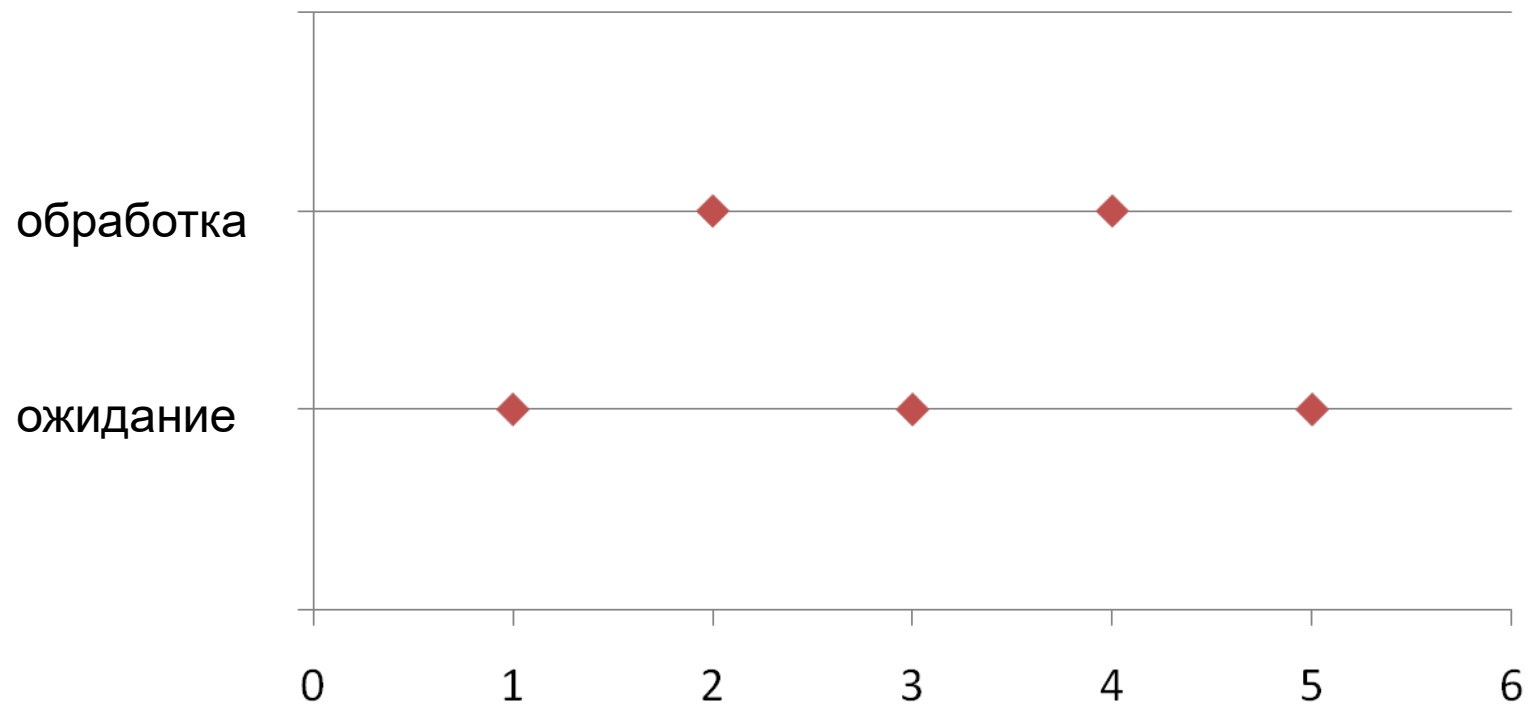


Процесс обработки запроса клиентом  $Z_k = Pr Z$

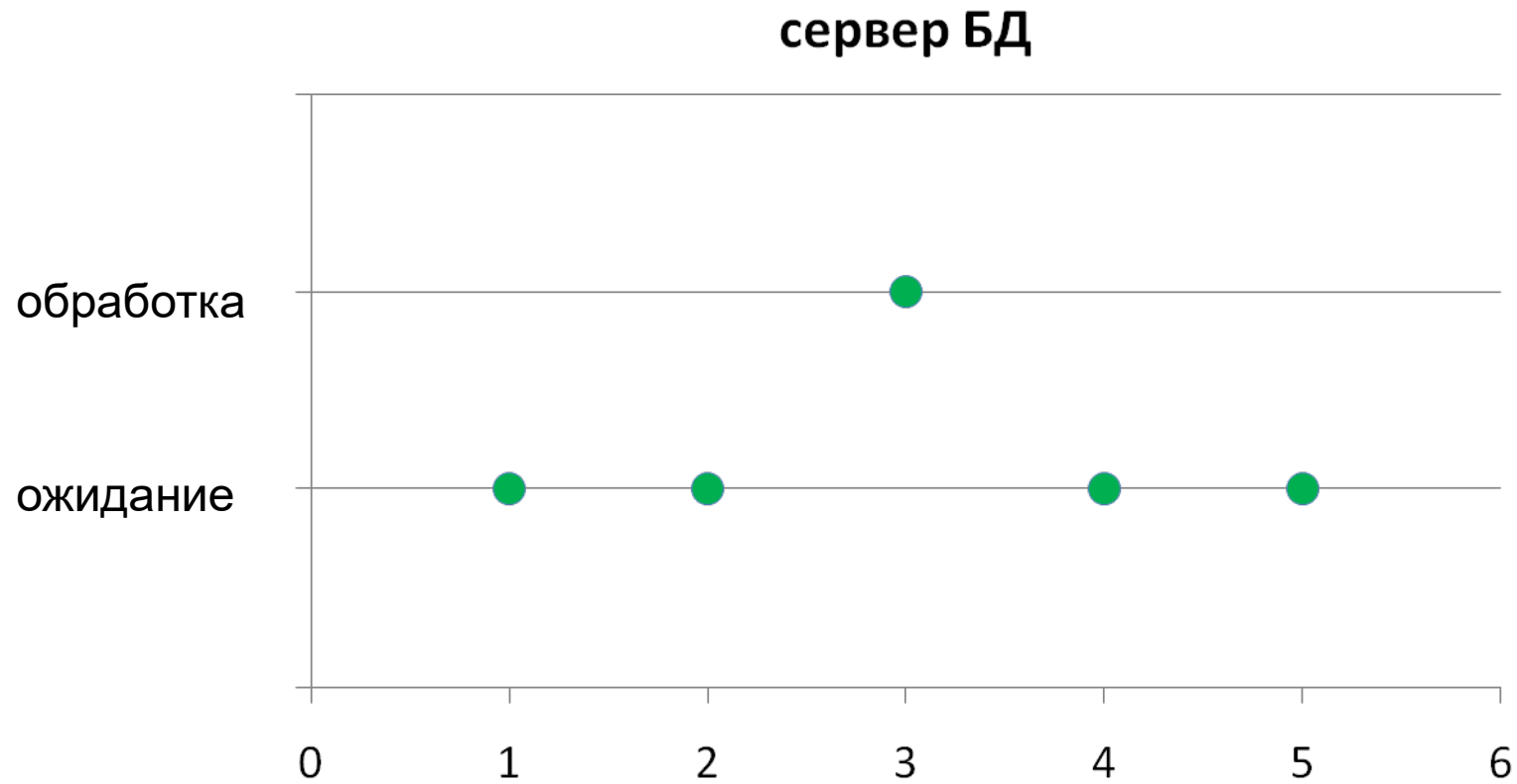


Процесс обработки запроса Web-сервером  $Z_w = \Pi p Z$

### Webсервер



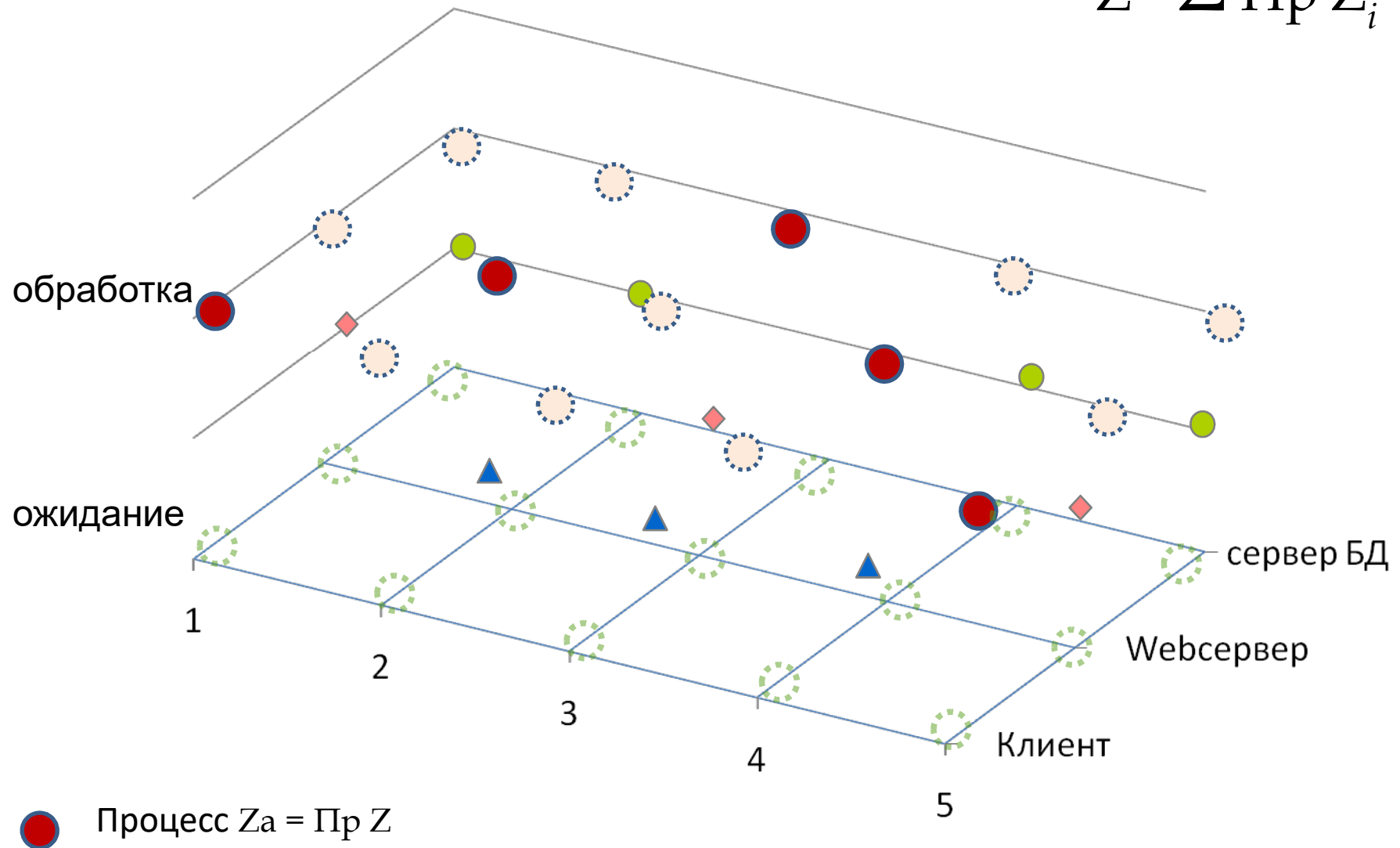
Процесс обработки запроса сервером БД  $Z_{DB} = \Pi p Z$



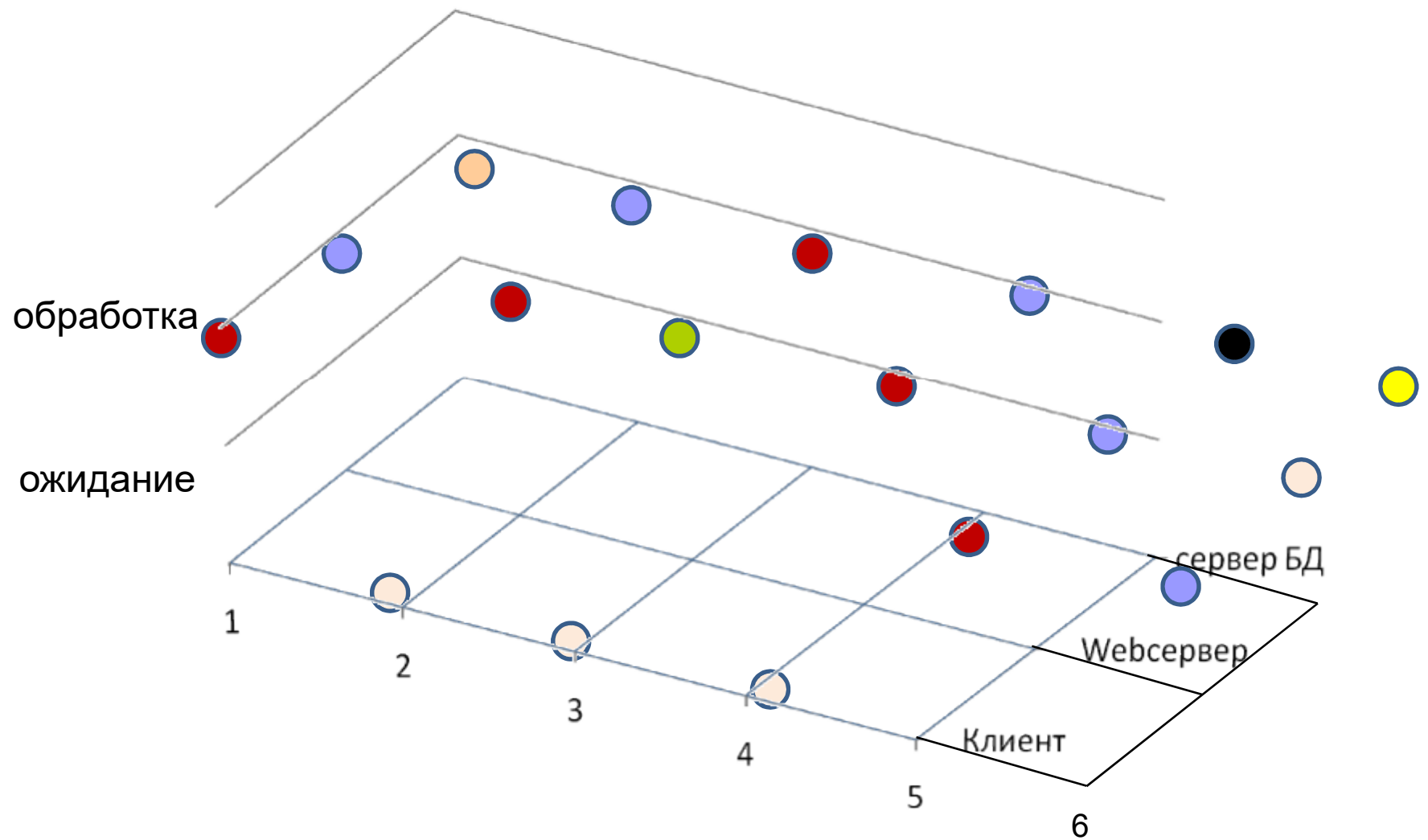


# Процесс Z обработки запроса Web-сервером и сервером БД

$$Z = \sum \text{Pr } Z_i$$



## Процессы Z1 и Z2 обработки запросов серверами



# Алгоритмическая модель описания процессов

лекция

2025 г.

## Алгоритмическая модель процесса

$$s = H^0(A^0, t, \omega)$$

$$s \in S^0 \quad A^0 \subseteq Q \quad t \in T^0$$

*множество  $A^0$  в общем случае зависит от времени*

*$\omega$  –случайное число*

## Алгоритмическая модель процесса

$$h_i = \langle h_i^c, h_i^y, h_i^H \rangle$$

$$h_i^y \in \{h_i^t, h_i^л, h_i^{тл}\}$$

$h^c$  – оператор состояния

$h^y$  – оператор условия продвижения инициатора

$h^t$  – оператор временного условия

$h^л$  – оператор логического условия

$h^{тл}$  – оператор комбинированного условия

$h^H$  – навигационный оператор

## Алгоритмическая модель процесса

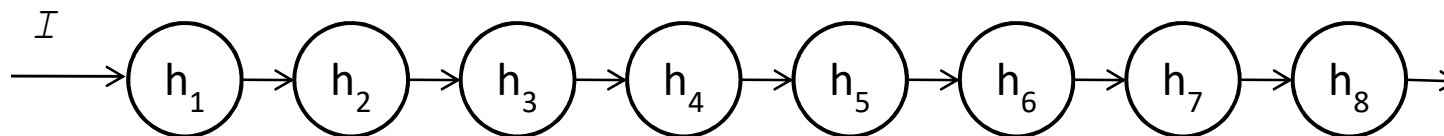
*Инициатор* - объект, обладающий следующими фундаментальными свойствами:

- а) независимостью: может существовать самостоятельно без операторов;
- б) динамичностью: инициатор имеет возможность перемещаться от оператора к оператору; будем называть попадание инициатора на оператор *сцеплением инициатора с элементарным оператором*;
- в) инициативностью: в момент сцепления инициатора с оператором происходит выполнение (инициирование) элементарного оператора, что соответствует вычислению нового состояния процесса.

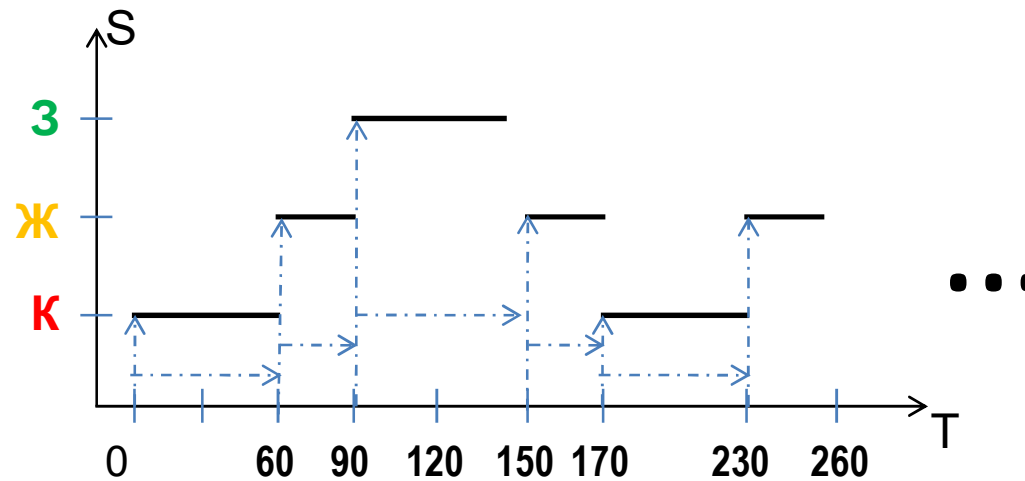
## Алгоритмическая модель процесса

$$\text{АМП} = \langle \{h_i\}_{i=1}^n, \beta, I \rangle$$

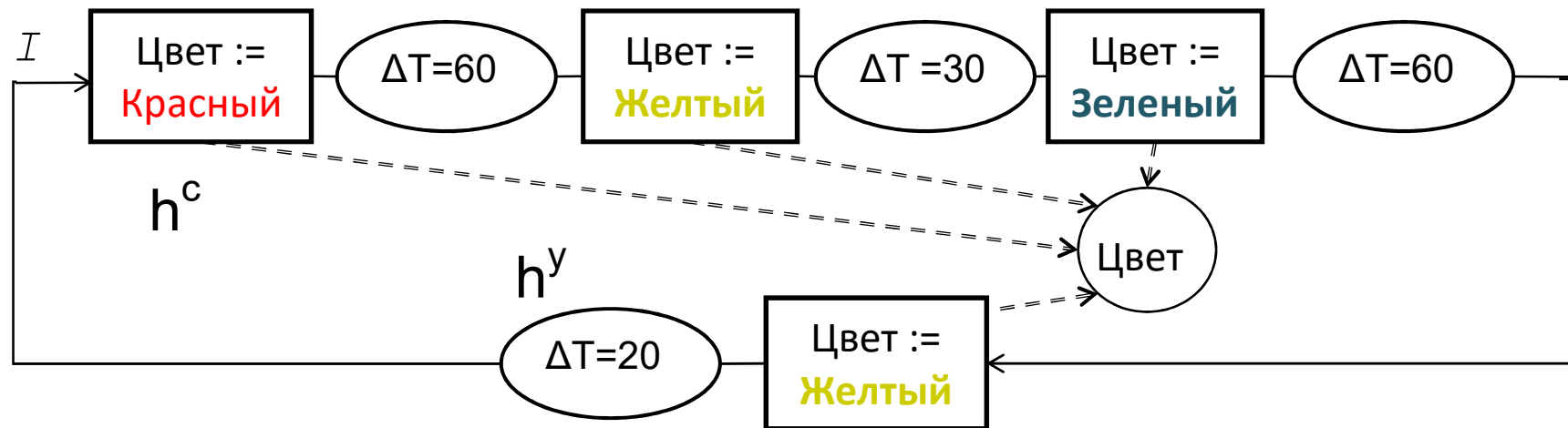
$$\text{АМП} = \langle \text{TR}, I \rangle$$



## Пример процесса «светофор»



$$h_i = \{h^c, h^y\}$$



Операторно-параметрическая схема



## Варианты графа процесса «светофор»

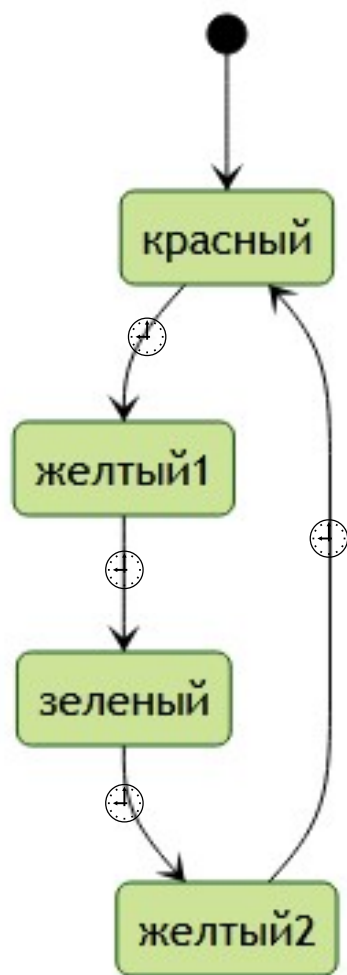
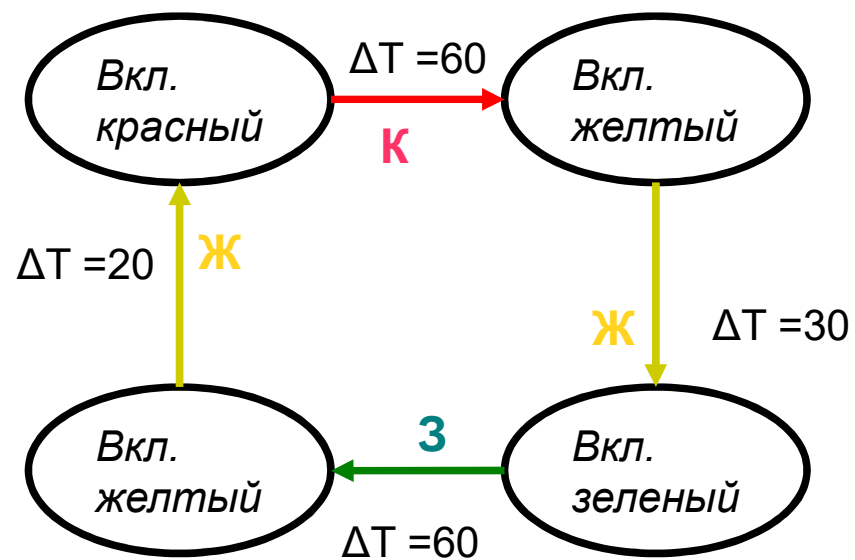
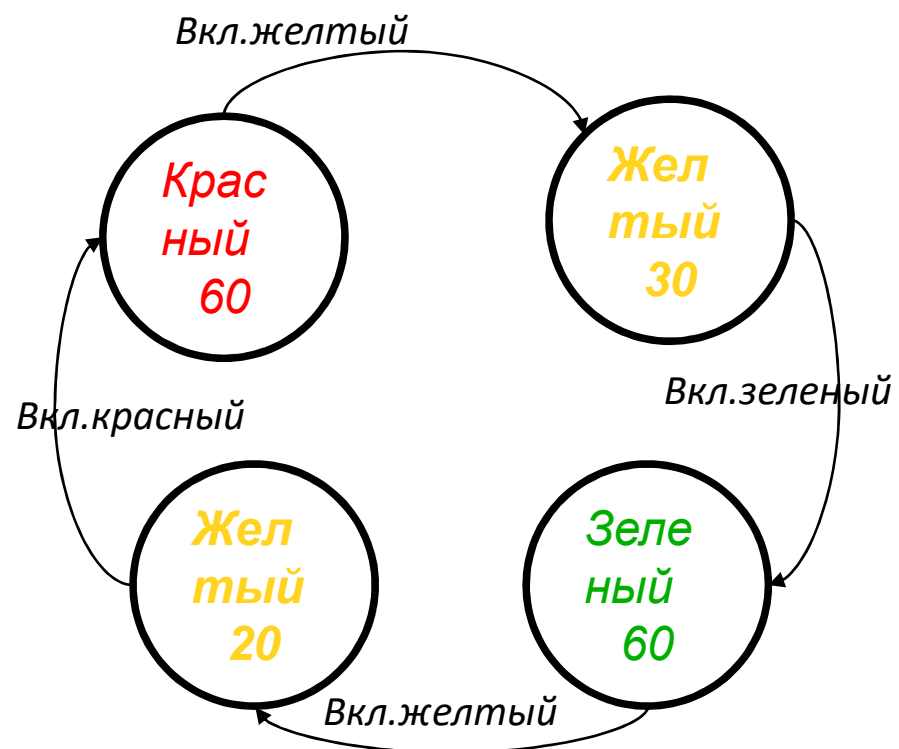


Диаграмма состояний

Граф событий

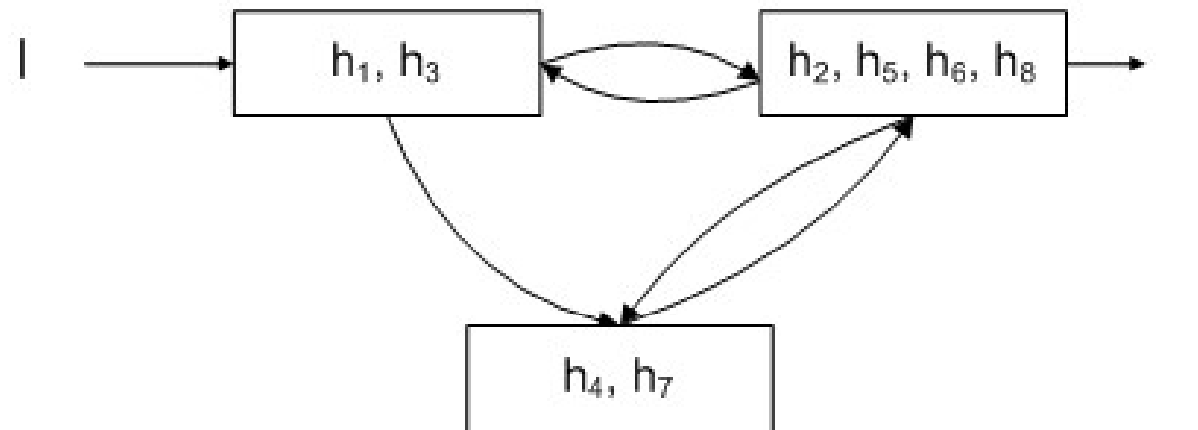


## Варианты графа процесса «светофор»



Конечный автомат

## *Свертка трека в структуру*



**$h_1, h_3$**

– класс эквивалентности 1

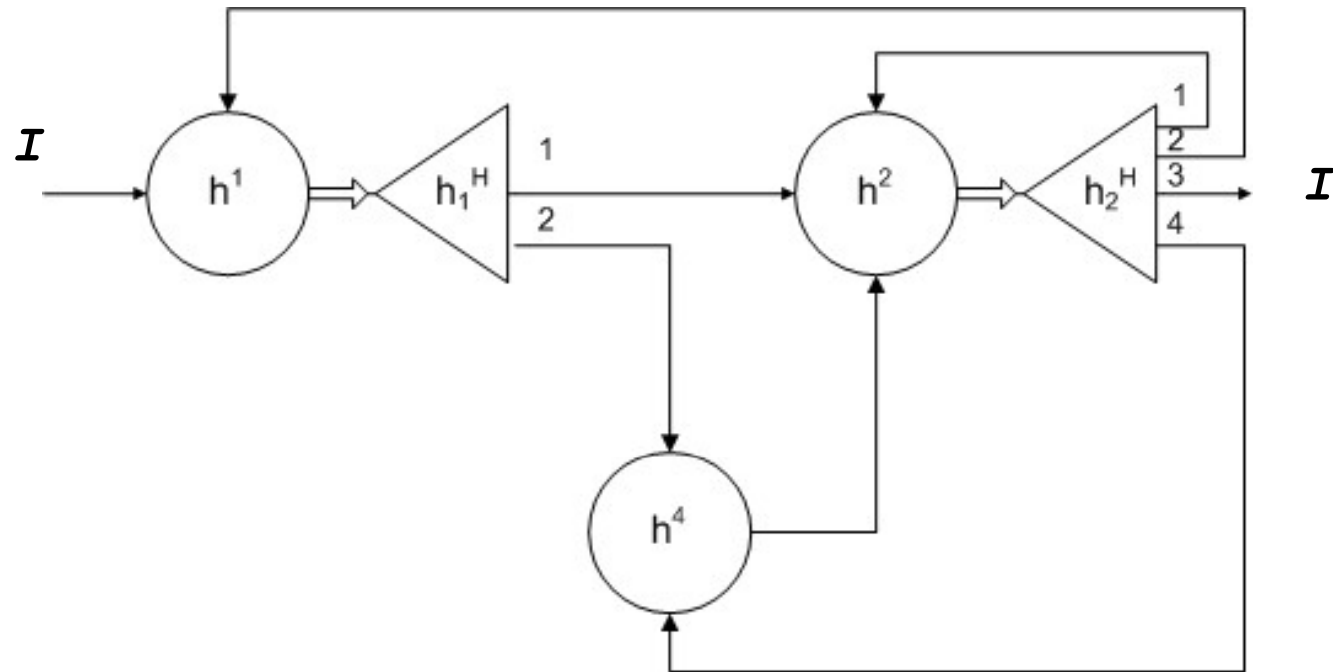
**$h_2, h_5, h_6, h_8$**

– класс эквивалентности 2

**$h_4, h_7$**

– класс эквивалентности 3

## Пример структуры

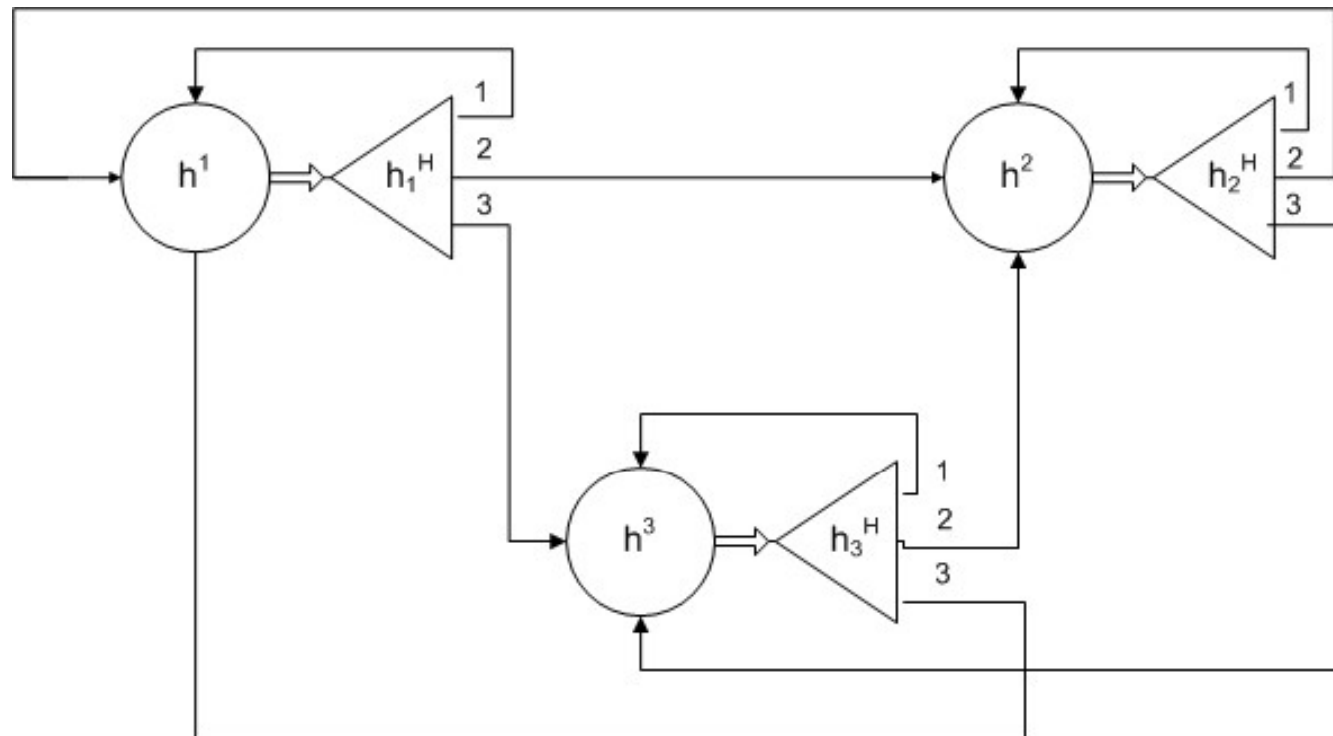


**$h^1, h^2, h^4$  – операторы состояния**

**$h_1^H, h_2^H$  – навигационные операторы**

**1, 2, 3, 4 – альтернативные выходы**

## *Пример полноступной структуры*

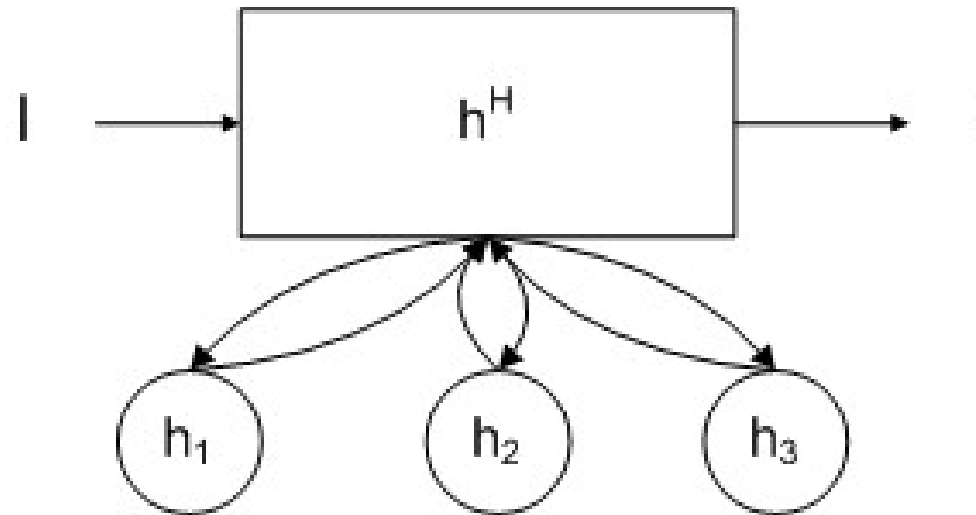


**$h^1$ ,  $h^2$ ,  $h^3$  – операторы состояния**

**$h_1^H$ ,  $h_2^H$ ,  $h_3^H$  – навигационные операторы**

**1, 2, 3 – альтернативные выходы**

## *Свертка полноступной структуры*

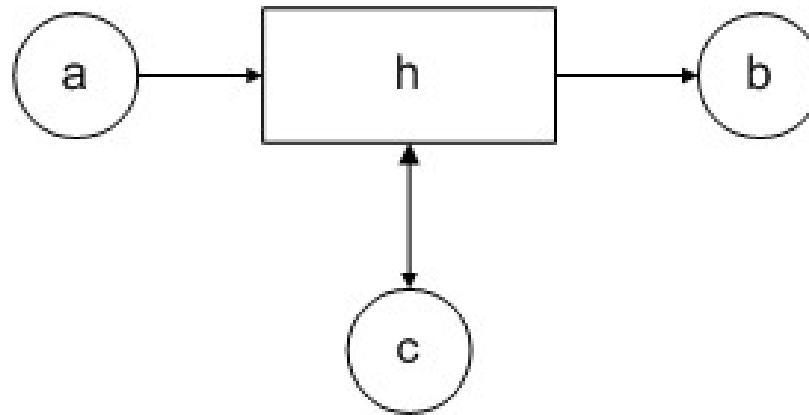


**$h_1, h_2, h_3$  – операторы состояния**

**$h^H$  – обобщенный навигационный оператор**

**$I$  – инициатор**

## *Отношение параметра к оператору*



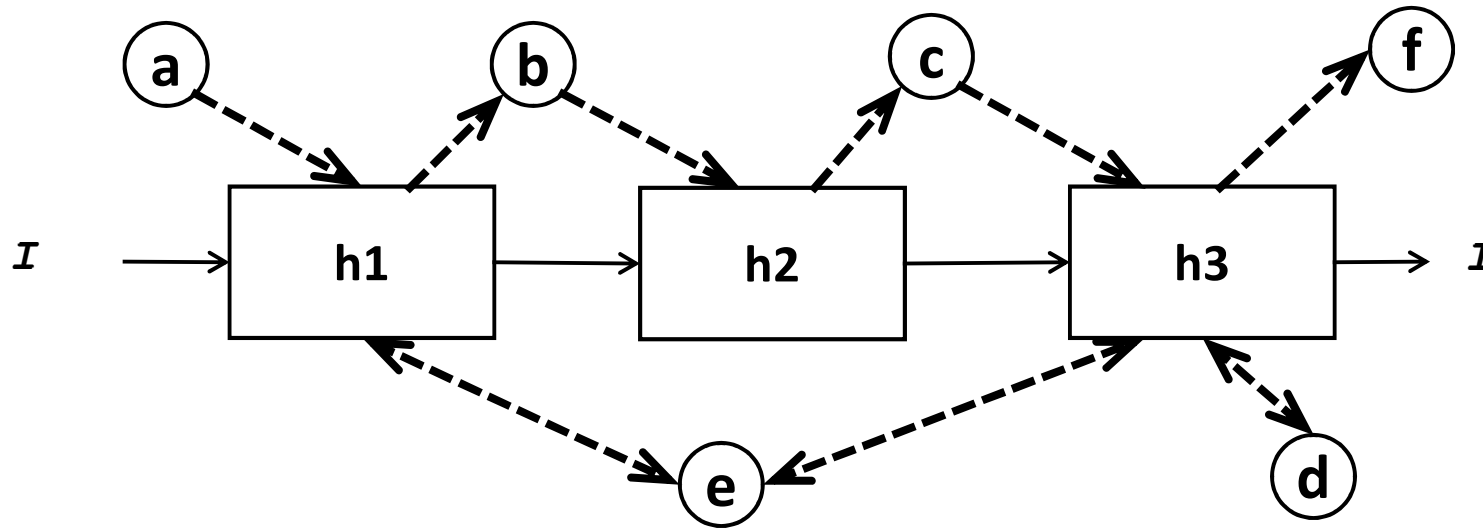
**$h$  – оператор общего вида  $[h^c, h^y, h^H]$**

**$a$  – входной параметр**

**$b$  – выходной параметр**

**$c$  – рабочий параметр**

## Операторно-параметрическая схема



**h1, h2, h3 – трек операторов**

**a – входной параметр**

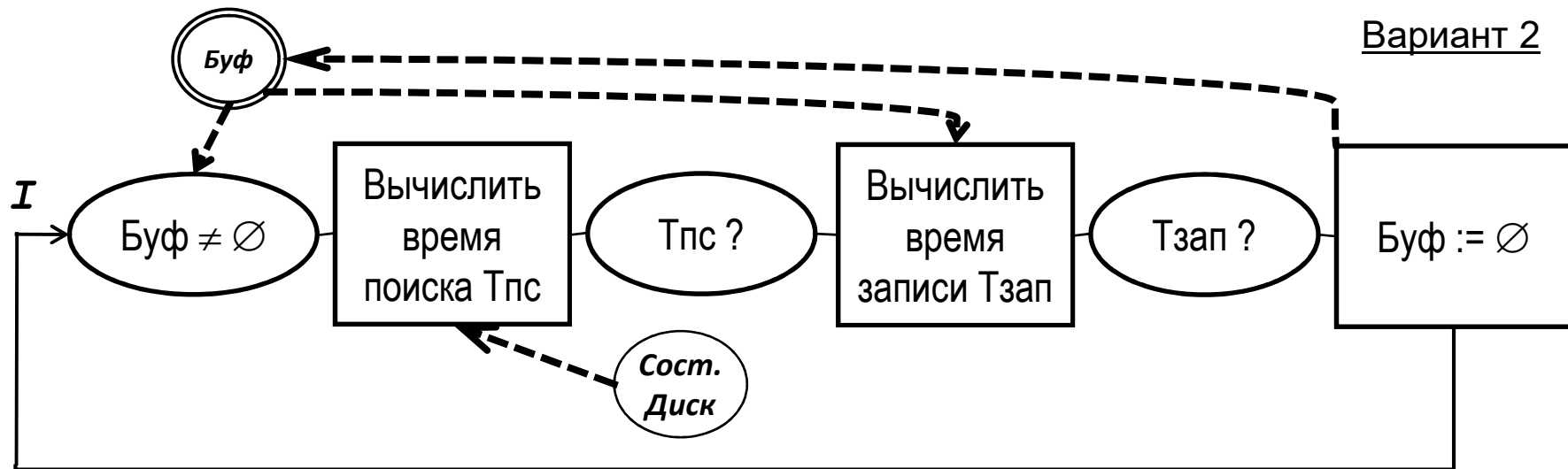
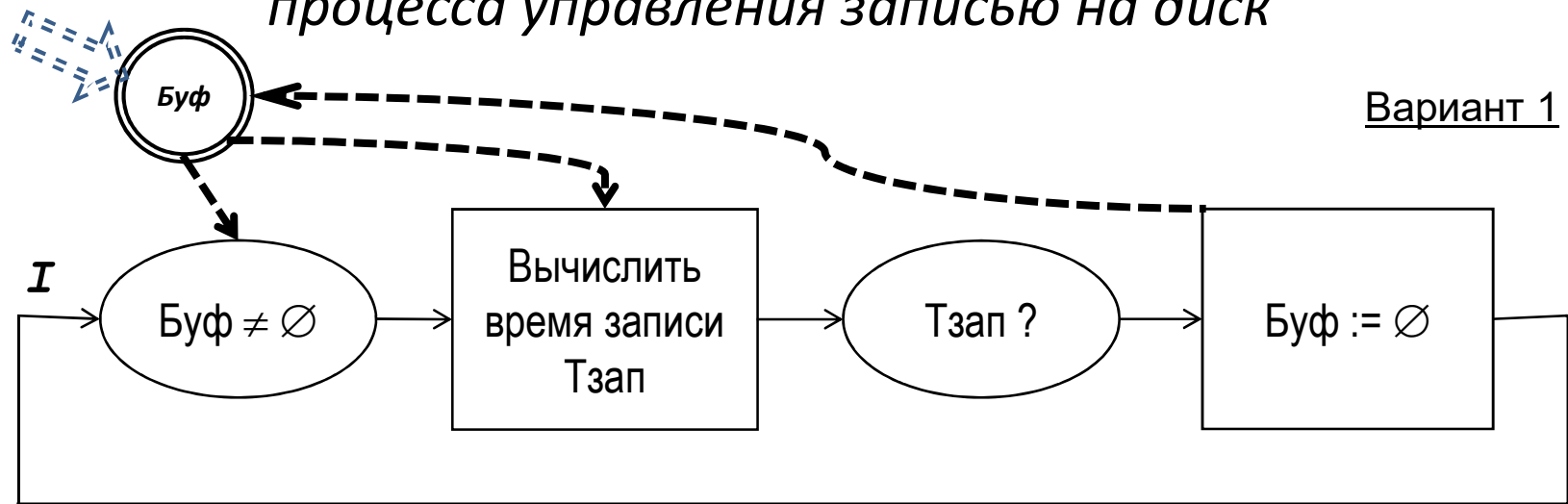
**b, c – рабочие параметры**

**d, e – рабочие параметры**

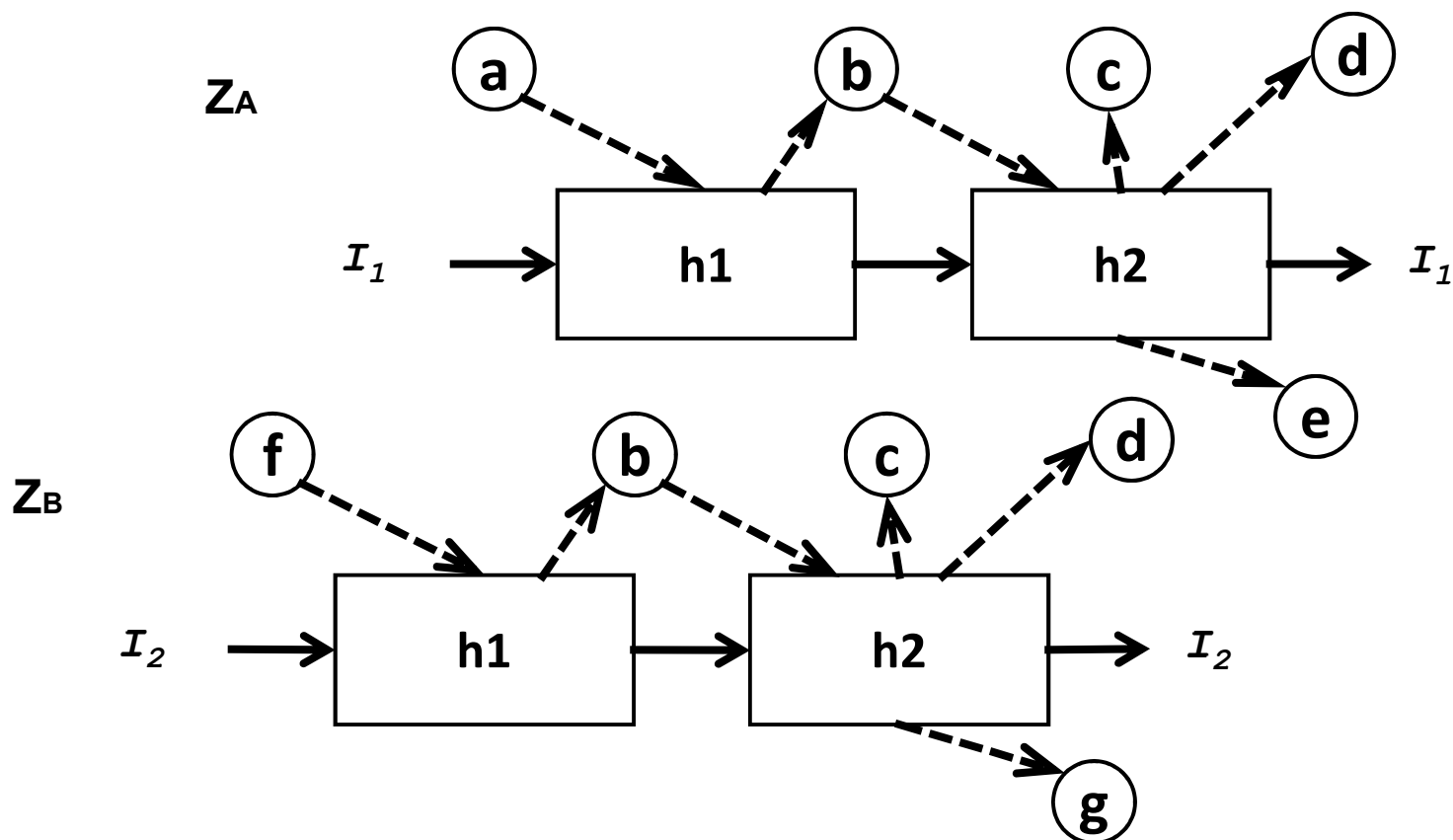
**f – выходной параметр**



Операторно-параметрическая схема модели  
процесса управления записью на диск



## Пример подобных описаний процессов



$h1, h2$  – операторы общего вида

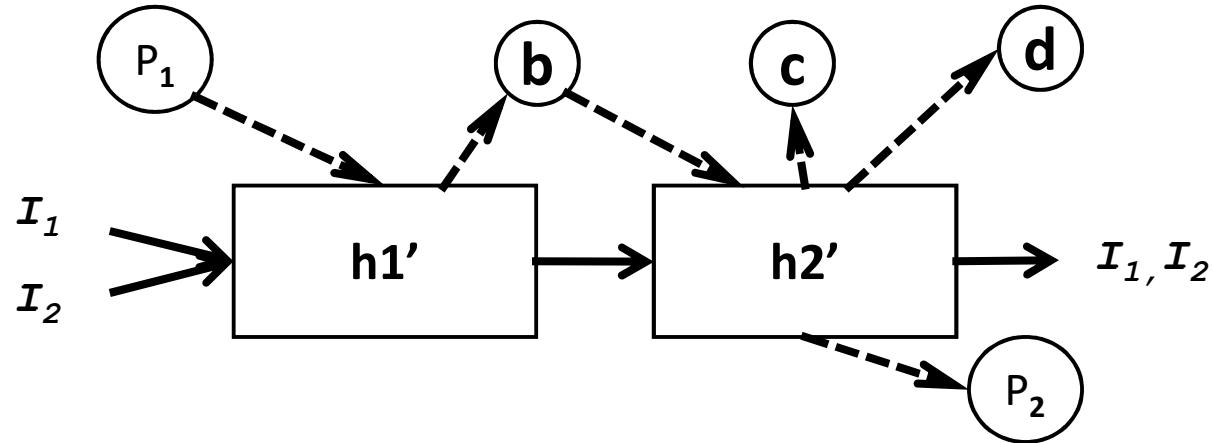
$a, b, c, d, e$  – параметры  $Z_A$

$f, b, c, d, g$  – параметры  $Z_B$

$I_1$  – инициатор  $Z_A$

$I_2$  – инициатор  $Z_B$

## Объединённое описание процессов $Z_A$ и $Z_B$



$h1', h2'$  – объединенные операторы

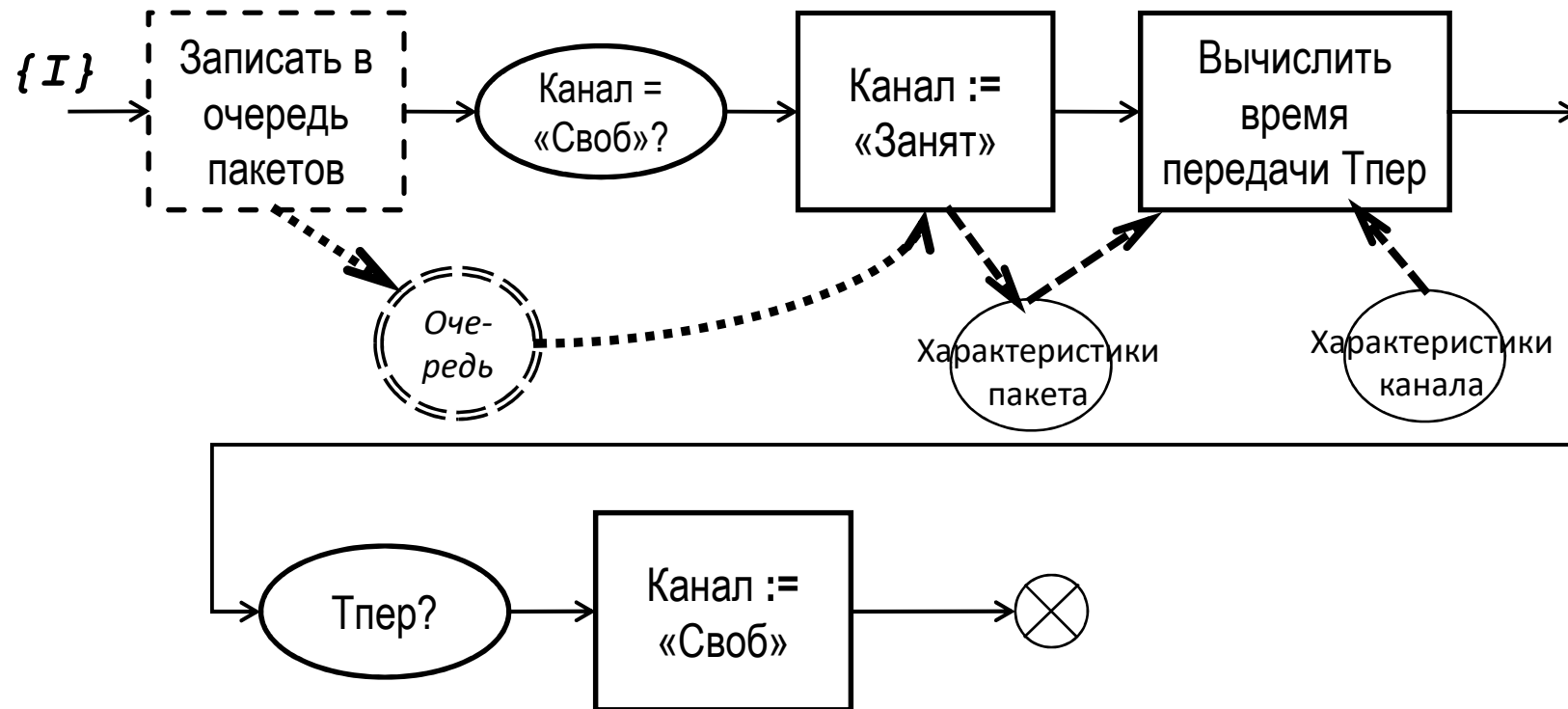
$P1, P2$  – параметры локальной среды

$b, c, d$  – рабочие параметры

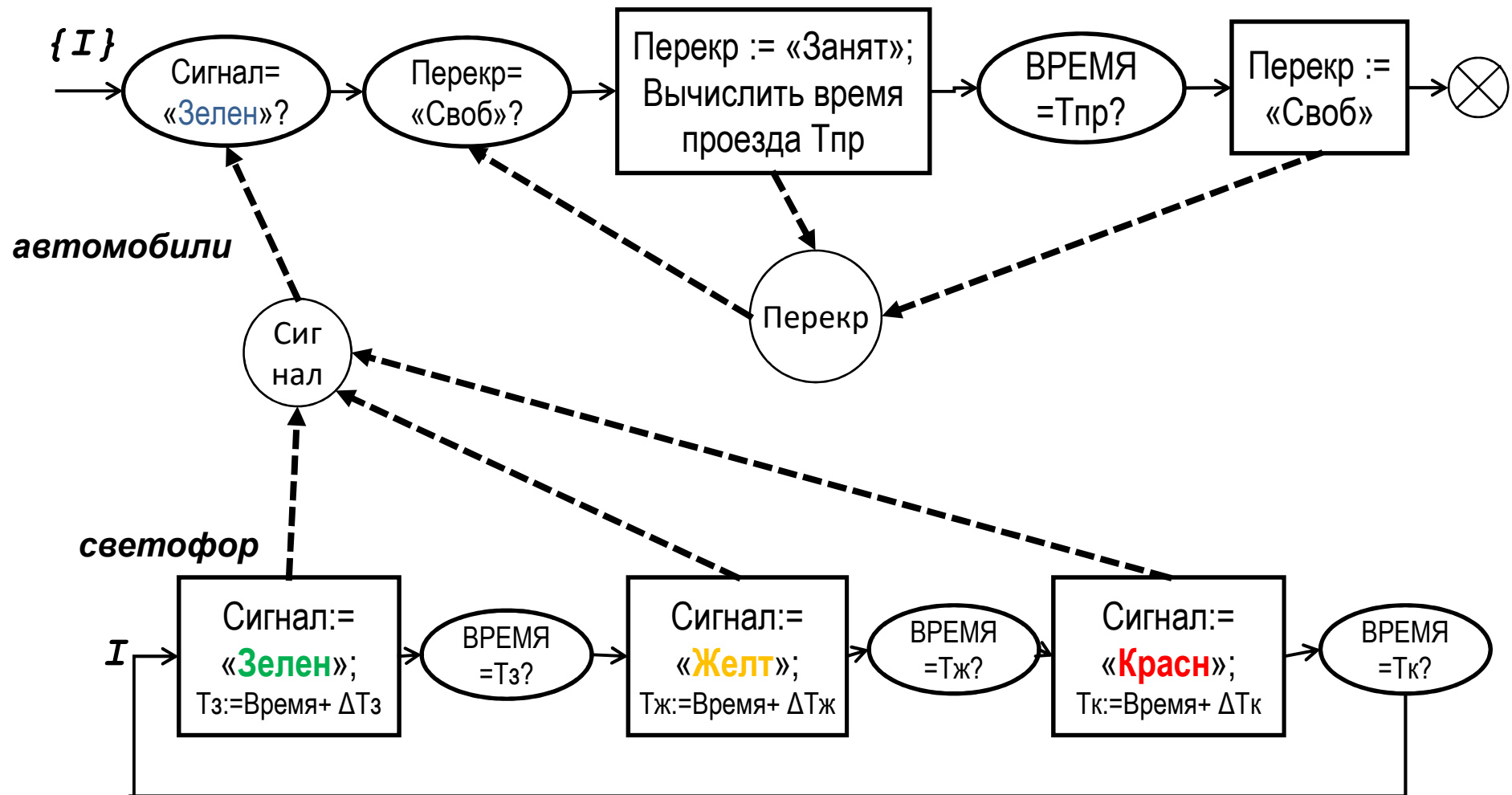
$I1 \rightarrow (a, e)$  } **локальные**

$I2 \rightarrow (f, g)$  } **среды инициаторов**

*Операторно-параметрическая схема описания  
процесса передачи пакетов данных в канале связи*

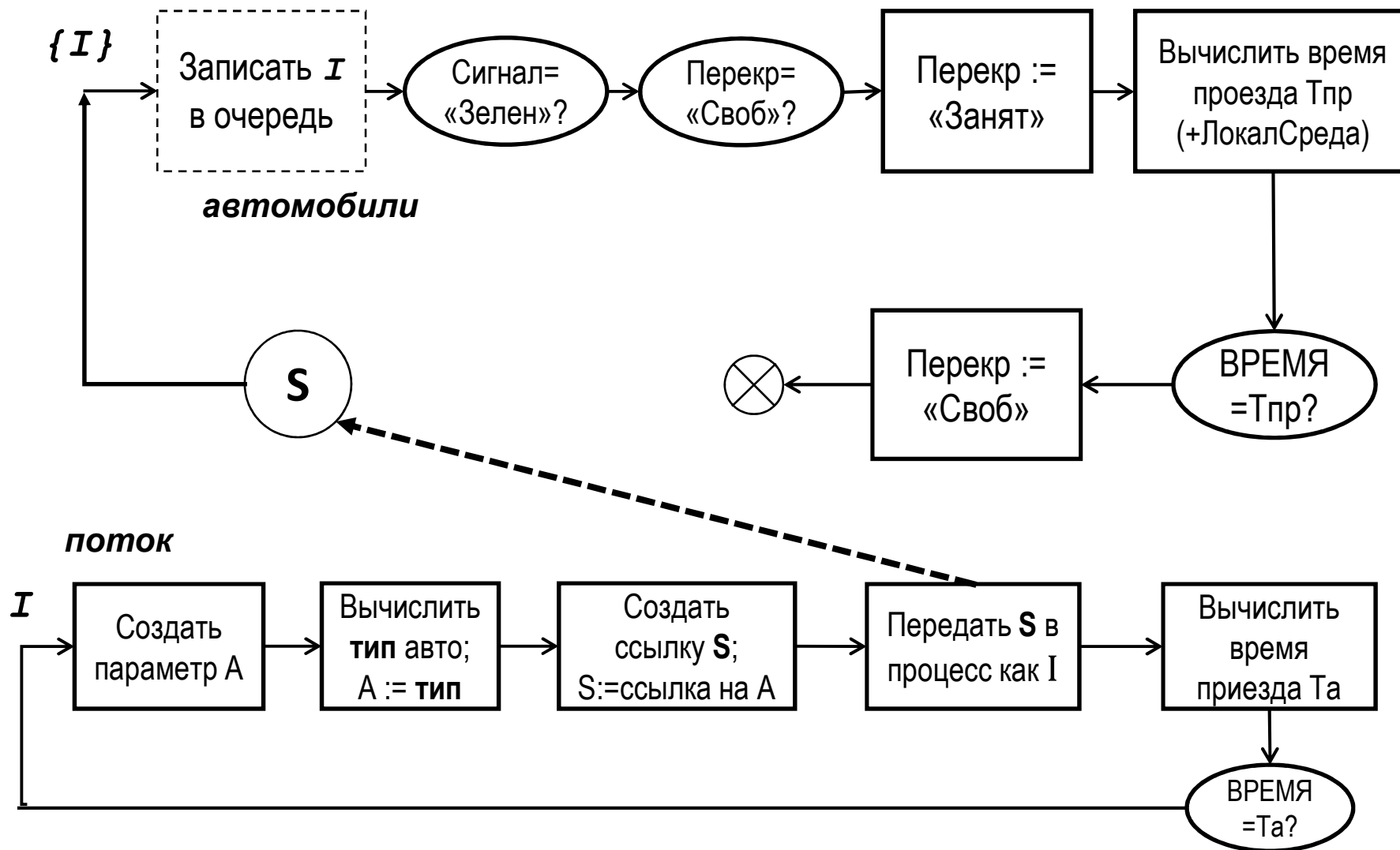


# Операторно-параметрическая схема описания процесса проезда на перекрёстке (П-1)



$\Delta T_3, \Delta T_ж, \Delta T_к$  -- константы

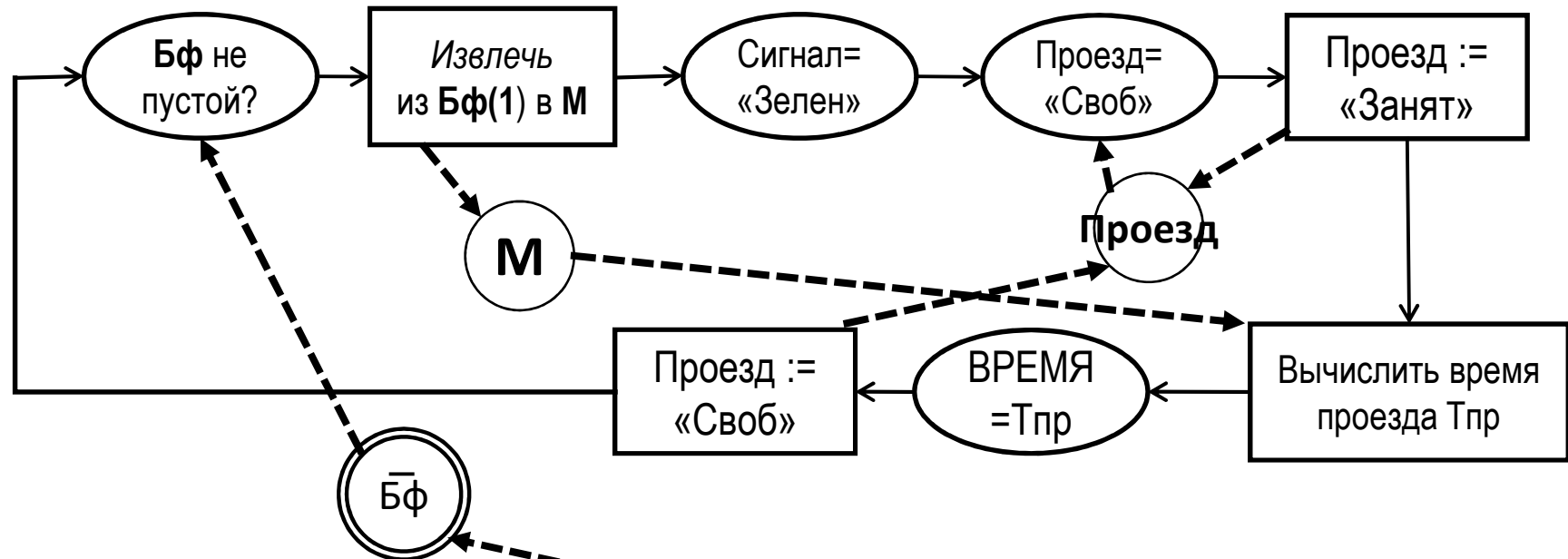
## Операторно-параметрическая схема описания процесса проезда на перекрёстке (П-2)



# Операторно-параметрическая схема описания процесса проезда на перекрёстке (А)

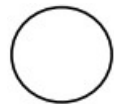
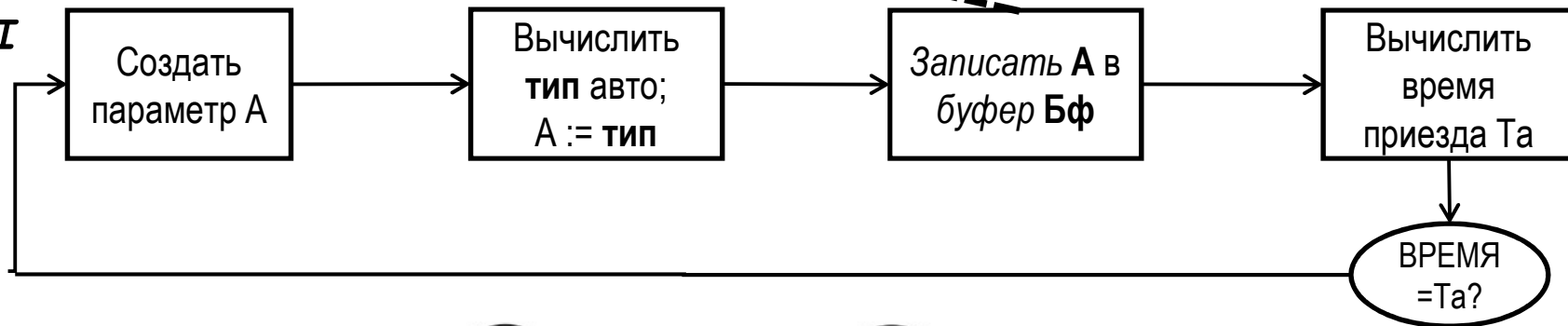
перекресток

$I$

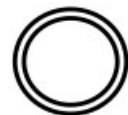


поток

$I$



-скаляр

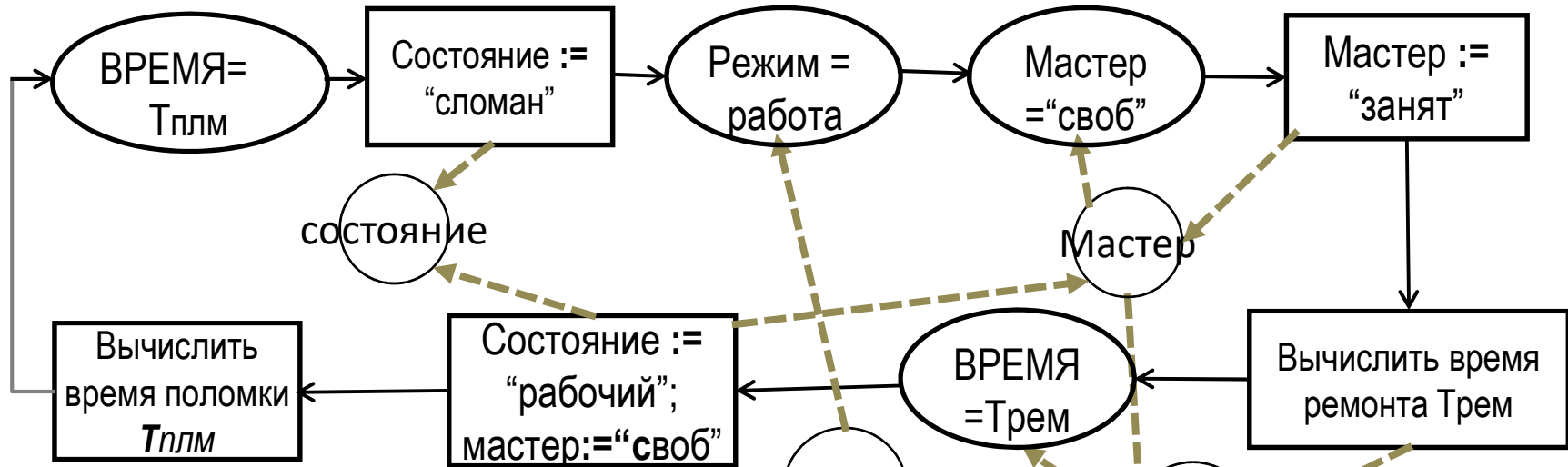


-вектор

# Операторно-параметрическая схема описания процесса ремонта оборудования (А)

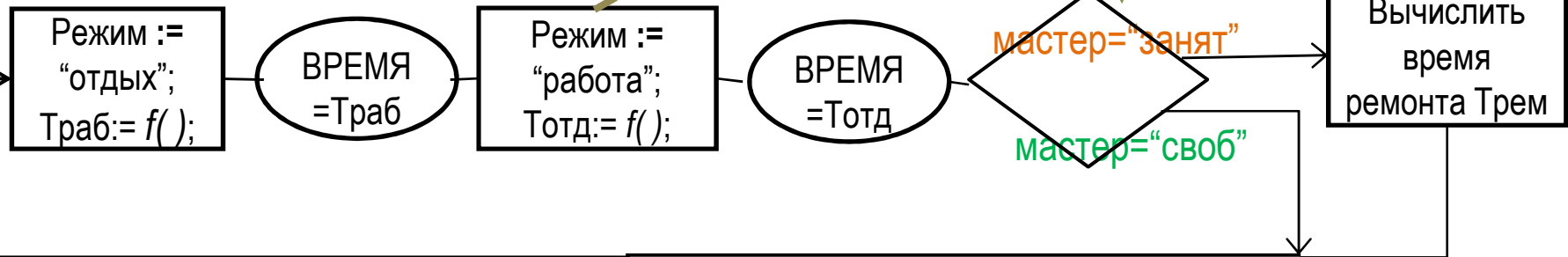
**Прибор**

**I**



**Режим\_мастера**

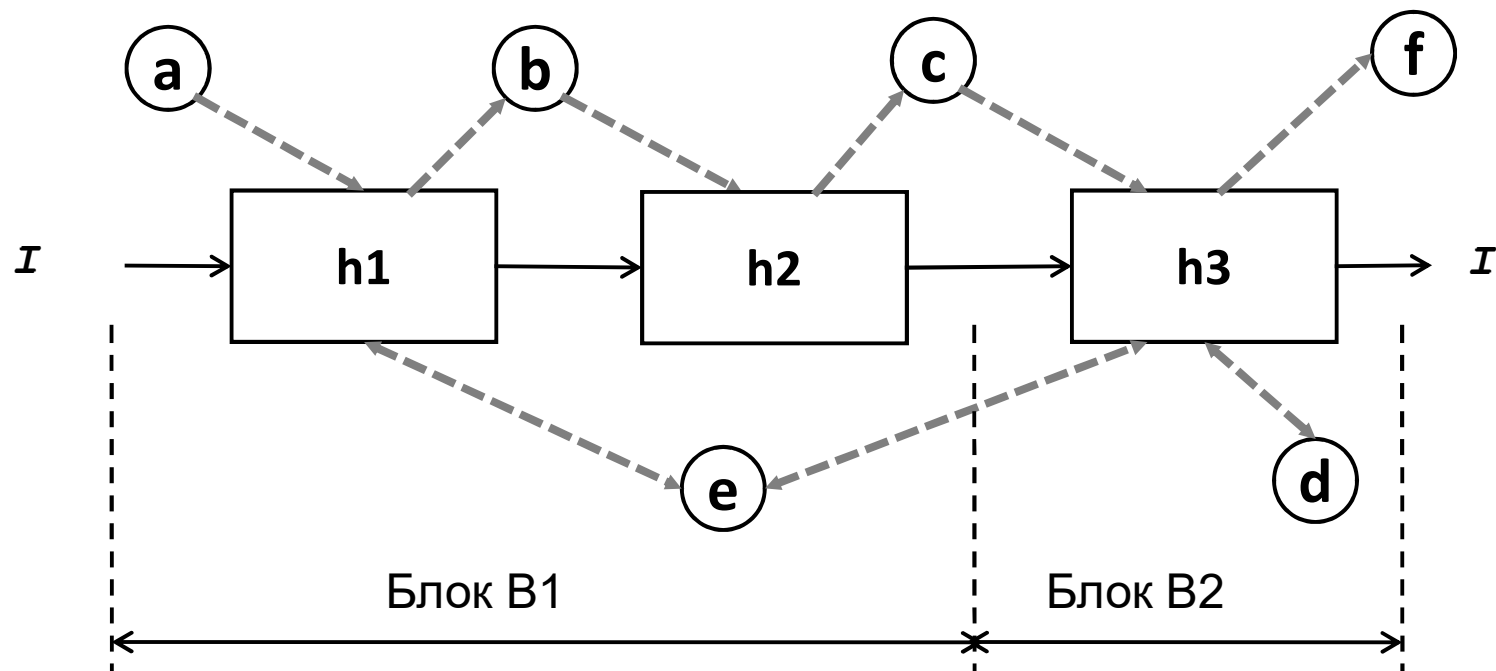
**I**



Режим  $\in$  {отдых; работа}    Мастер  $\in$  {занят; своб}    Состояние  $\in$  {рабочий; сломан}



*a) операторно-параметрическая схема*



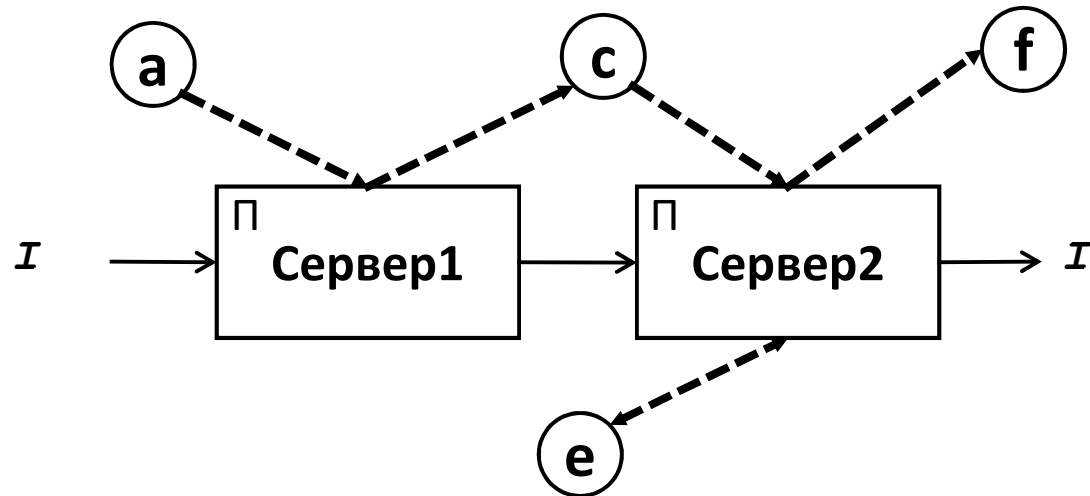
**h1, h2, h3 – трек операторов**

**a, f – внешние параметры**

**b, c, d, e – внутренние параметры**

***I* – инициатор**

*б) блочная схема*



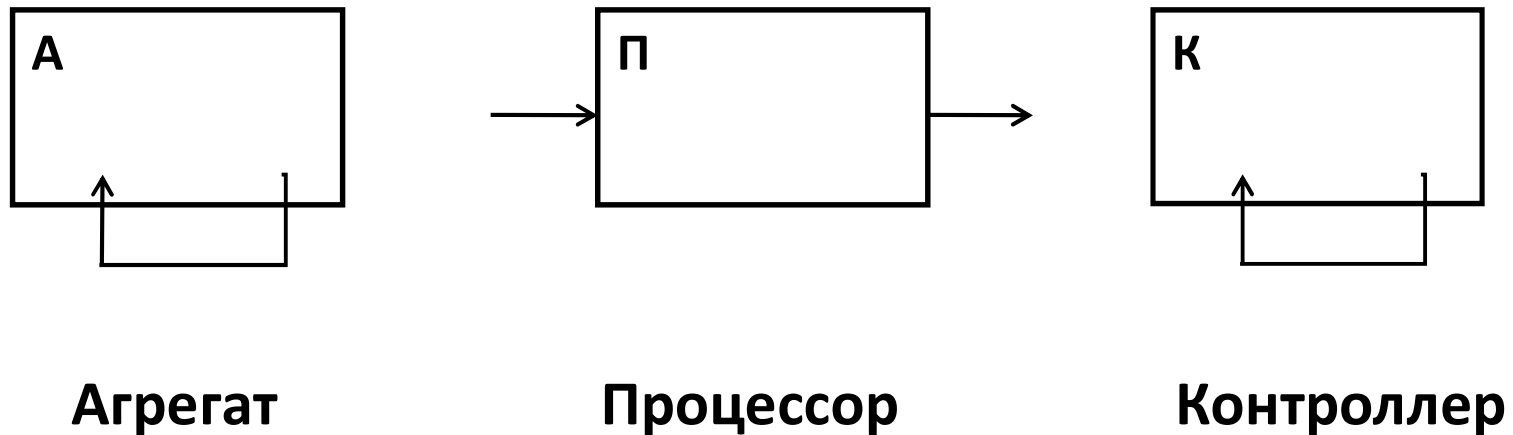
**Сервер1, Сервер2 – операторные блоки**

**a, f – внешние параметры**

**с, е – рабочие параметры**

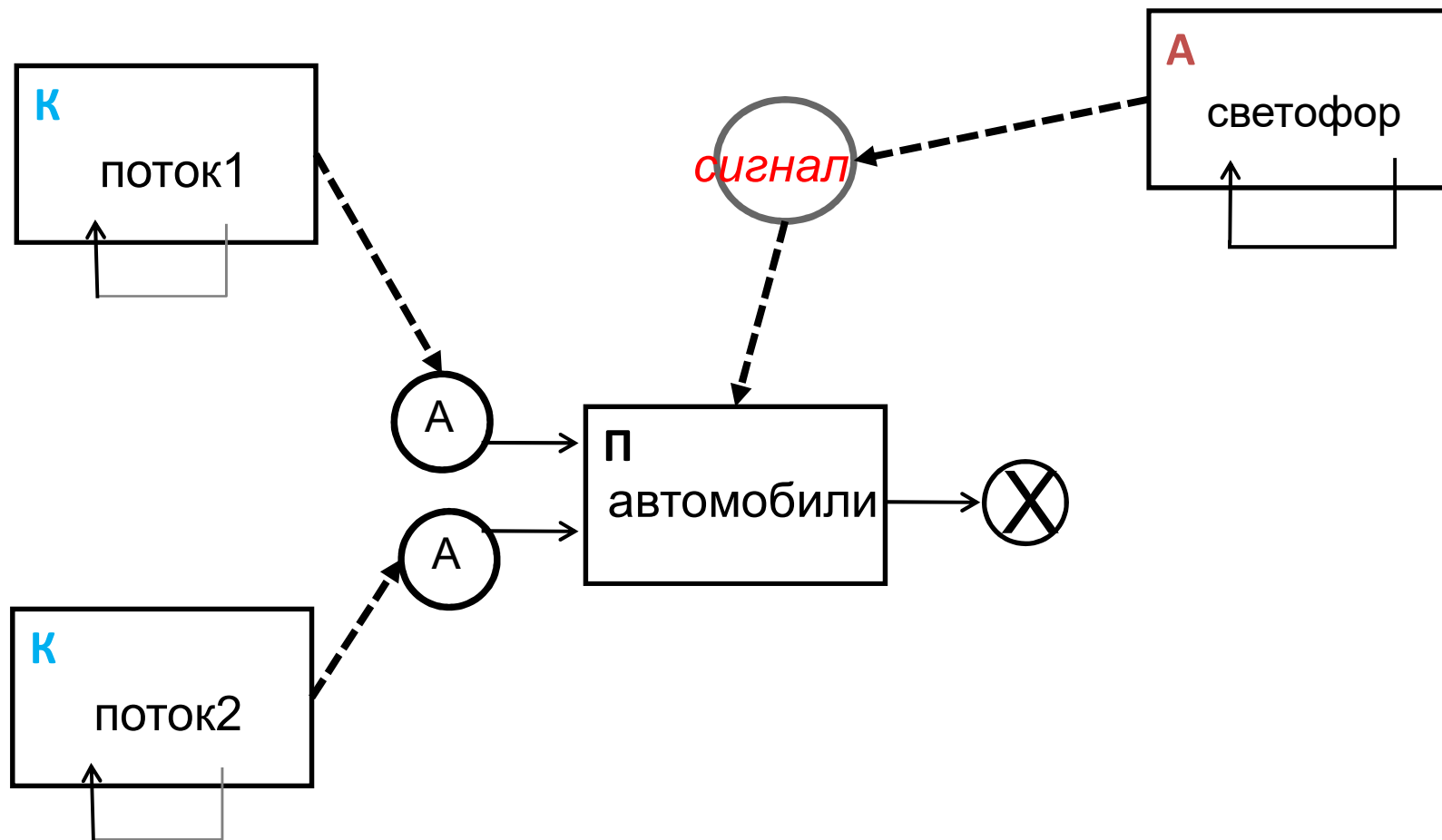
***I* – инициатор**

## *Обозначения операторных блоков*

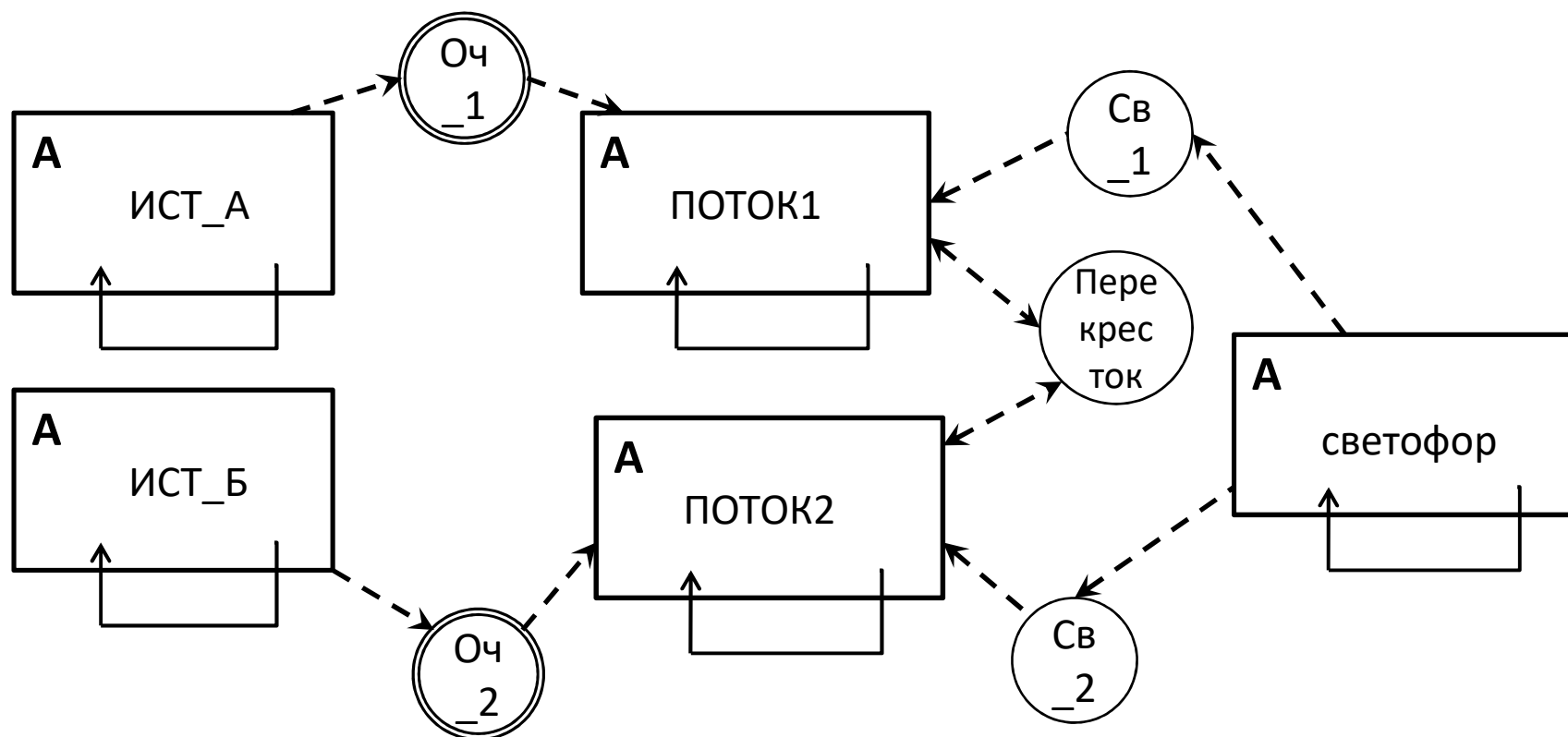


Операция пассивизации переводит инициатор в класс обычных параметров.  
Операция активизации обычный параметр переводит в класс инициаторов.  
Если агрегат содержит операторы, выполняющие указанные операции, то такой агрегат назовем контроллером, или К-блоком.

## Блочная П-схема модели перекрестка



## Блочная А-схема модели перекрестка



## Блочная П-схема модели управляющего комплекса

